

**Polytechnic International Publications**



# AJOT

**ALGERIAN JOURNAL OF TECHNOLOGY**

**Civil Engineering  
Hydraulic Engineering  
Mechanical Engineering  
M e t a l l u r g y**

**1997**

**Series A Volume 13 Number 1**

**ISSN 1111 - 357 X**

# ALGERIAN JOURNAL OF TECHNOLOGY

Directeur de la Publication: Le Directeur de l'ENP, BERRAH, M.K.

Directeur de la Rédaction: ZERGUERRAS, A.

Diffusion et Abonnement : LARBES, C.

Publicité et Sponsoring : BOUABDELLAH, M.

## COMITE DE COORDINATION - SERIE A -

KETTAB, A.	E.N.P, Alger	Algérie
LARBI, S.	E.N.P, Alger	Algérie
MESRATI, N.	E.N.P, Alger	Algérie
TILIOUINE, B.	E.N.P, Alger	Algérie

## COMITE DE REDACTION

AIT-ALI, M.A.	E.N.P., Alger	Algérie
ABADLIA, M.T.	I.N.M.C., Boumerdes	Algérie
BALI, A.	E.N.P., Alger	Algérie
BARD, P. Y.	LCPC, Paris et Univer.J.Fourier	France
BERRAH, M.K.	E.N.P., Alger	Algérie
BESBES, M.	E.N.I.T., Tunis	Tunisie
BENYOUCEF, B.	Université de Tlemcen	Algérie
BOUZABATA, B.	Université d'Annaba	Algérie
BOUAZIZ, M.	E.N.P., Alger	Algérie
CHARIF, A.	Université de Batna	Algérie
COURTADE, R.M.	Université de Lyon	France
DAVID, J.M.	E.N.S. d'Arts et Métiers-Lille	France
FLAVIGNY, E.	I.M.G-EHMG-Grenoble	France
FORAY, P.	I.N.P.G-Grenoble	France
GUERRAK, S.	E.N.P, Alger	Algérie
GAHMOSSE, A.	I.N.E.S, Tebessa	Algérie
KERKAR, M.	E.N.P, Alger	Algérie
KETTAB, A.	E.N.P, Alger	Algérie
LARBI, S.	E.N.P, Alger	Algérie
MOHAMED-AGUID, B.	E.N.P, Alger	Algérie
MESRATI, N.	E.N.P, Alger	Algérie
NACIB, B.	Université de Constantine	Algérie
RECHAK, S.	E.N.P, Alger	Algérie
SALHI, ES.	E.N.P, Alger	Algérie
SWAMY, R.M.	Sheffield University	Grande Bretagne
TILIOUINE, B.	E.N.P, Alger	Algérie
THIMUS, J.F.	U.C.L, Louvain	Belgique
THIRRIOT, C.	I.N.P.T, Toulouse	France
TREHEUX, D.	Ecole Centrale de Lyon	France
ZECH, Y.	U.C.L, Louvain	Belgique

Les articles soumis pour publication peuvent être envoyés à :

La Direction de la Rédaction de l'AJOT, Ecole Nationale Polytechnique, B.P. 182

16200 El-Harrach, Alger.

Tel: 52.53.03.

Fax: (213).2.52.29.73.

## Avant Propos

Il est bien connu que les manuels de post-graduation, les monographies de recherche, les hand book de spécialité s'éditent à des coûts toujours croissants et cela d'autant plus que la langue utilisée n'est pas l'anglais, faute d'un marché suffisant. Les acheteurs potentiels ce sont surtout les grandes bibliothèques et en particulier celles des Universités et Laboratoires concernées ; les achats individuelles de tels livres sont devenus un luxe plutôt rare.

Devant cette difficulté, les chercheurs se rabattent sur les publications de revues, de journaux et autres périodiques de leur spécialité. Même avec cette documentation, le chercheur ne peut s'adonner qu'à un nombre de titres très réduit et souvent avec l'aide des Sociétés Savantes et autres Associations auxquels il a adhéré moyennant cotisation annuelle.

La difficulté n'est pas seulement au niveau de l'acquisition des ouvrages et périodiques, le chercheur a un besoin irréprensible de communiquer les résultats de ses travaux. Quand il retient à cet effet un périodique international de bonne référence et à large audience, il doit souvent financer la publication de son article et accepter des délais, à sa parution, qui ne cesse de s'allonger. S'il opte pour un périodique, moins encombré, international récent ou national, ce qu'il gagne en délais il le perd dans une diffusion plus restreinte.

Le chercheur désireux de communiquer dans le cadre d'une conférence ou un symposium international, s'il ne fait pas le déplacement pour sa communication acceptée, il doit s'attendre à la non publication de son article. Par ailleurs une telle opération n'est pas sans frais pour lui, et cela sans évoquer ce qu'il aura à endurer, pour concrétiser de tel déplacement.

Si le chercheur éprouve le besoin de connaître et de se faire connaître pour stimuler la progression de ses travaux selon une démarche balisée, pour assurer sa propre promotion et celle de l'établissement qui l'emploie, il n'a pas ou presque pas l'alternative lui permettant de le satisfaire à peu de frais.

Le fait réel est que les potentialités humaines nationales pour publier non seulement existent, elles sont même conséquentes ; celles qui résident dans le pays sont en situation quasi-étouffée, les autres qui résident à l'étranger, en particulier dans les pays développés, publient au profit des établissements de ces derniers.

Il s'avère, compte tenu de ces observations, qu'une politique véritable d'encouragement doit être élaborée à l'échelle du pays au profit de l'édition et de la diffusion du livre et de la documentation publiables par des compétences nationales. Les coûts d'une telle politique seront progressivement compensés par une meilleure valorisation des travaux locaux et à la longue, pour une politique bien conçue et soigneusement appliquée, des retombées économiques bénéfiques seront même possibles.

Cette politique du livre et des périodiques, qui pourra devenir aussi régionale, si souhaité, doit prendre ce problème dans sa globalité et dans tous ses aspects composants révélés par des débats denses et fructueux. Cela va du réseau de librairies et de bibliothèques à renforcer, à la formation aux métiers y afférents, des supports papier aux supports diversifiés audiovisuels induit par les techniques informatiques, de l'écriture en langue nationale à celle en anglais en passant par les langues vernaculaires du pays, etc. Pour s'ouvrir et diffuser sur un marché toujours en extension, il y'a lieu de développer des capacités de traduction diversifiées ne serait-ce que pour réduire les coûts unitaires et avoir une meilleure appréhension de la culture de l'autre.

L'édition à compte d'auteur, doit être l'exception et non la règle. La stratégie éditoriale doit innover, développer de nouvelles collections, initier des séries spécialisées avec les Universitaires, etc. L'aide apportée par l'Etat doit stimuler la production et la diffusion des livres et périodiques.

Les établissements activant des recherches dans les mêmes filières, assureront une meilleure diffusion à leur production éditoriale, en regroupant leurs moyens sur l'édition commune de périodiques.

Pour finir, soulignons que ce propos n'a pas la prétention d'exposer ce qui doit être fait ou pas, sur ce problème complexe de l'édition et de la diffusion auquel seront confrontés la plupart des périodiques nationaux. Ce qui a été dit dans ce sens est plus fondé sur l'illustration des possibilités que sur des recommandations. Ce qui est recherché ici est plutôt une sensibilisation aux difficultés rencontrées, particulièrement par les post-graduants et les chercheurs, qui ne sont d'ailleurs pas propres à notre pays, mais concernent d'autres en voie de Développement ou même développés. La politique de dynamisation de ce secteur, ne peut être que le fruit d'un débat constructif et régulièrement renouvelé sur ce sujet en fonction des nécessités apparues entre-temps.

Le Directeur de la Rédaction  
A. ZERGUERRAS

## DUCTILE TEARING OF THIN STEEL SHEETS UNDER STATIQUE LOADING

\*M. ABERKANE; \*Y.LABADI and \*\*G. PLUVINAGE

\*Institut de Génie Mécanique. Université Mouloud MAAMERI. BP 17 RP Tizi-ouzou  
15000 ALGERIA

\*\* Laboratoire de Fiabilité Mécanique. Université de Metz. Metz 57045 cedex 01  
FRANCE

### ABSTRACT :

Energy analysis during tearing of thin steel sheets in mode III is presented. The trousers test has been used to achieve these experiments. It has been shown that the essential work of fracture  $\Gamma_e$  is approximated by an extrapolating on of the linear relation between the tearing force by unit thickness and the width of the specimen. It is assumed that the curvature  $\rho_0$  is constant in this relation. Tests conducted on two kinds of steels have asserted the non validity of this hypothesis. A study of the variation of  $\Gamma_e$  as a function of the yield strength  $R_e$  for various metals has been conducted. We observed that  $\Gamma_e$  increases with  $R_e$ .

### التمزق اللدن في حالة السكون برقائق الفولاذ

ملخص

نعرض في هذا البحث دراسة للحصول على الطاقة أثناء تمزق الرقائق المعدنية في الصيغة III 'نوع التجربة المستعملة هي "تمزق السيقان". وقد تم توضيح أن العمل الأساسي للقطع "  $\Gamma_e$  " يستنبط من العلاقة (لوحة السمك) بعرض العينة, ب افتراض أن نصف قطر التقوس "  $\rho_0$  " ثابت في هذه العلاقة. ثم ب إجراء تجارب على نوعين من الرقائق المعدنية تم التأكد من عدم صلاحية هذه الفرضية. ومن جهة أخرى أجريت دراسة تغيرات قيم "  $\Gamma_e$  " بدلالة حد المرونة "  $R_e$  " لعدة رقائق معدنية و أظهرت هذه الدراسة زيادة "  $\Gamma_e$  " بدلالة "  $R_e$  ".

### Déchirement ductile des tôles d'acier sous chargement statique

#### Résumé :

Une analyse du bilan énergétique du déchirement des tôles minces en mode III de la rupture est présentée. Le type d'essai utilisé est le « Trousers-test » ou déchirement des jambières. Il est montré que le travail essentiel de la rupture  $\Gamma_e$  est estimé en extrapolant la relation linéaire qui lie la force de déchirement par unité d'épaisseur et la largeur de l'échantillon. Dans cette relation on suppose que le rayon de courbure  $\rho_0$  est constant. Des essais sur deux (02) types de tôles ont infirmé cette hypothèse. Une étude sur la variation de la valeur de  $\Gamma_e$  en fonction de la limite d'élasticité  $R_e$  pour différents matériaux métalliques a été entreprise. Une croissance de  $\Gamma_e$  en fonction de  $R_e$  a été observée.

## DUCTILE TEARING OF THIN STEEL SHEETS UNDER STATIQUE LOADING

\*M. ABERKANE; \*Y.LABADI and \*\*G. PLUVINAGE

\*Institut de Génie Mécanique. Université Mouloud MAAMERI. BP 17 RP Tizi-ouzou  
15000 ALGERIA

\*\* Laboratoire de Fiabilité Mécanique. Université de Metz. Metz 57045 cedex 01  
FRANCE

### ABSTRACT :

Energy analysis during tearing of thin steel sheets in mode III is presented. The trousers test has been used to achieve these experiments. It has been shown that the essential work of fracture  $\Gamma_e$  is approximated by an extrapolating on of the linear relation between the tearing force by unit thickness and the width of the specimen. It is assumed that the curvature  $\rho_0$  is constant in this relation. Tests conducted on two kinds of steels have asserted the non validity of this hypothesis. A study of the variation of  $\Gamma_e$  as a function of the yield strength  $R_e$  for various metals has been conducted. We observed that  $\Gamma_e$  increases with  $R_e$ .

### 1-INTRODUCTION

The toughness of some extremely ductile materials such as the swaging steels cannot be described with the classical fracture mechanics criteria such as the critical intensity factor  $K_{IC}$  or the value of the critical integral  $J_{IC}$ . For these materials, the propagation strength which is similar to the tearing strength is an essential value for the cutting process, the shearing or the cutting and the limit of swaging. For thin sheets in plane stress, COTTERELL and REDDELL [1] have developed the idea that of BROBERG [2], which states that around the crack tip, where there is irreversibility of the deformation, two regions or zones are necessarily found. The first one is the fracture processing zone. The second zone which surrounds the first one is called the plastic zone of protection [3]. The total taken or needed work for the fracture could be understood as : on one side, the needed work in the elaboration zone of the crack, on the other side, the work taken by the plastic zone of protection [4]. The needed work in the first zone for a unit increase of the crack area is called "The essential work of fracture". Only this last one is needed for the crack propagation. The plastic work in the protection zone which is called "The non essential work of fracture" is used by the bending and the unbending of the legs of the specimen in case of ductile tearing of thin sheets in mode III.

### II- DUCTILE TEARING TESTS OF THIN METAL SHEETS.

The trousers test determines the essential work of fracture  $\Gamma_e$  for the tearing of thin metal sheets in mode III [5], [6] and [7]. If we only consider the Energy equilibrium in case in the case of tearing of thin metal sheets, it is easy to show that if the legs of the specimen is large enough the elastic Energy developed is negligible compared to the work of the force P. We have the formula :

$$Pdu = \Gamma_e Bda \quad (1)$$

Where B : Thickness of the specimen  
u : Displacement of the points of application of the forces.  
a : Initial value of the crack length.

Geometrical considerations lead us to write that  $u = 2a$  (figure 1). Equation (1) becomes :

$$\Gamma_e = \frac{2P}{B} \quad (2)$$

We notice that in equation (2), the essential work of fracture is independent of the width of the specimen

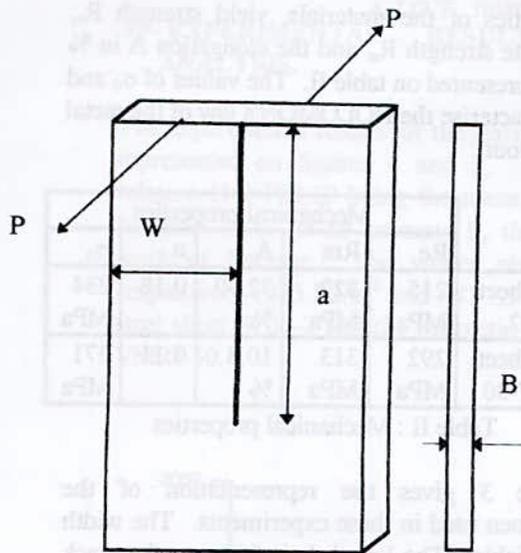


Figure 1 : Trousers test specimen

For specimens where the legs undergo plastic deformation, the tearing force depends on the width of the legs and equation (2) is no longer valid. In this case the work due to plastic deformation should be deducted from the total work to obtain the main failure work. This result is obtained by a new equation of Energy equilibrium. Let us consider figure 2 which represents the specimen after ductile tearing.

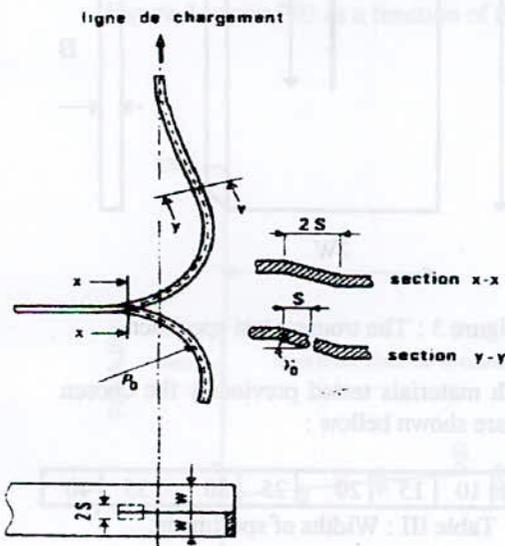


Figure 2 : Deformation configuration of the legs for ductile tearing of metals

Let's consider first the plastic work in bending and unbending in the legs of the specimen. The plastic bending moment is given by :

$$M_p = 2W \int_0^{B/2} \sigma_y dy \quad (3)$$

Where  $y$  is the distance between the neutral axis and the outer fiber and  $W$  is the width of specimen leg. If the leg of the specimen undergoes bending with the radius of curvature  $\rho_0$  the axial deformation  $\epsilon$  is given by :

$$\epsilon = \frac{y}{\rho_0} \quad (4)$$

with the assumption that the material obeys the HOLOMON's law :

$$\sigma = \sigma_0 \epsilon^n \quad (5)$$

Where  $\sigma_0$  is the reference stress and  $n$  is the work hardening exponent.

Combining equation (3), (4) and (5) gives :

$$M_p = \frac{\bar{\sigma}_0 B^{n+2} W}{\rho_0 (n+2) 2^{n+2}} \quad (6)$$

The plastic work  $dW$  necessary for the bending of an element  $dx$  of the specimen leg which has the radius of curvature  $\rho_0$  can be written as :

$$dW = dx \int_0^{\rho_0} M_p d\left(\frac{1}{\rho}\right) \quad (7)$$

$$dW = \frac{\bar{\sigma}_0 B^{n+2} W}{2^{n+1} (n+2)(n+1) \rho_0^{n+1}} dx \quad (8)$$

The leg specimen will develop plastic unbending only if the numerical value of the plastic moment given by equation (6) reaches a limit value. The unbending plastic limit moment  $M_p^*$  has the value :

$$M_p^* = \frac{\bar{\sigma}_0 B^{n+2} W}{(n+2) 2^{n+2}} \left[ \frac{1}{\rho_0} + \frac{1}{\rho} \right]^n \quad (9)$$

Where  $\rho$  is the radius of curvature during the unbending. The plastic work  $dW^*$  to obtain unbending of an element  $dx$  of the leg specimen is given by :

$$dW^* = dx \int_0^{\rho_0} M_p^* d\left[\frac{1}{\rho}\right] \quad (10)$$

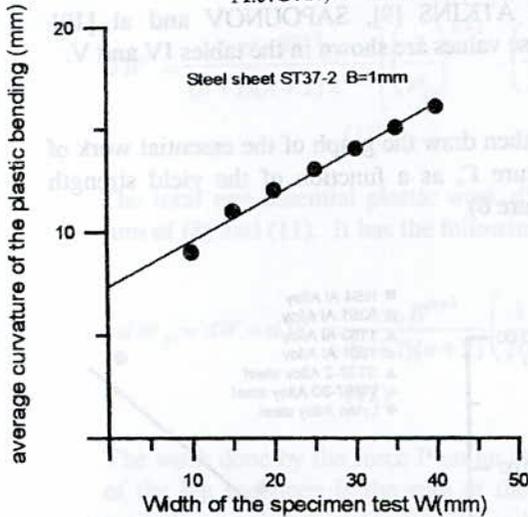


Figure 7 : radius of curvature  $\rho_0$  as a function of the width W.

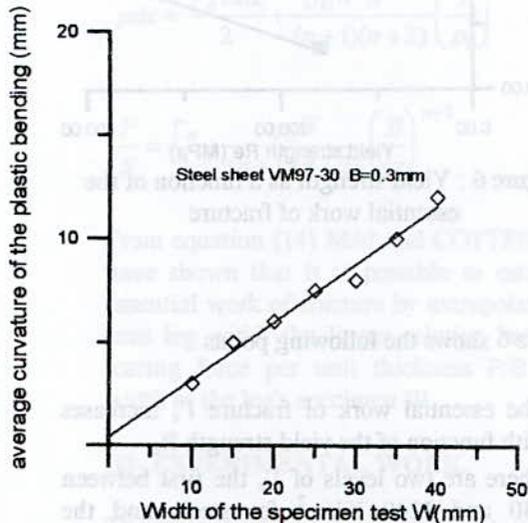


Figure 8 : radius of curvature  $\rho_0$  as a function of the width W.

C.M.MUSCAT-FENECH [9] and SAPOUNOV [10] have observed this increase. The latter says that the curvature  $\rho_0$  is a parameter that characterises the loading process and depends only on the external load, but MUSCAT-FENECH and al think that this variation is due to the true stress-strain equation used by MAI and COTTRELL [5]. They proposed the introduction of an elastoplastic law of behaviour and explained that the amount of the essential work of fracture cannot be estimated by an easy extrapolation.

## V) CONCLUSION

By using the trousers test, we present a simple analysis of Energy equilibrium in the case of ductile metallic tearing sheets. We show that it

is possible to estimate the essential work of fracture  $\Gamma_e$  by extrapolating the linear relation between the tearing force per unit thickness B and the specimen width W. The graphs of P/B as a function of specimen width W show large scattering of the experimental points. This is probably due to the increase of the curvature  $\rho_0$  as a function of the width W. We observed an increase of  $\Gamma_e$  as a function of  $R_e$ , but a little number of experimental values in this study and a presence of one experimental value contradicts this observation cannot let us give a definitive conclusion.

**ACKNOWLEDGEMENT** The authors wish to thank the ENEL Spa Complexe MEI BP 17 Azazga (Algeria) for donating the steels sheets used in this experiments.

**REFERENCES**

- [1] COTTERELL and J.K. REDDEL; "The essential work of plane stress ductile fracture" *Int. J. of Fracture* 13 ; pp 267-277 (1977)
- [2] K B. BROBERG; "Crack-growth criteria and non linear fracture mechanism"; *J. Mech. Phys. Solids* 19 ; pp 407-418 (1971).
- [3] G. PLUVINAGE; "Mécanique élastoplastique de la rupture"; Editions CEPADUES; Toulouse pp 140-141 (1989)
- [4] J P KEUSTEMANS; "Analyse fractale et mécanique de la rupture"; thèse de doctorat de l'université catholique de Louvain; chap VI: pp 6-7 (1995).
- [5] Y. W. MAI and B. COTTERELL; "The essential work for tearing of ductile metals"; *Int. J. of Fracture* 24 ; pp 229-318 (1984)
- [6] R. S. RIVLIN and A G THOMAS; "Rupture of rubber"; *J. of polymer science engineering Fracture Mech.* ; vol X pp 291-318 (1952).
- [7] K N SAWYERS and R S RIVLIN; "The trouser test for rupture"; *Engineering Fracture Mechanics* 6 ; pp557-562 (1974).
- [8] Essai de traction -Matériaux Métalliques, Normes Françaises NF en 10002-1 (1990).
- [9] C.M. MUSCAT-FENECH and AG ATKINS; "Elastoplastic convergent and divergent crack path in tear testing of sheet materials"; *Fatigue Fract. Eng. Mat. Struct.* 17 ; pp 133-143 (1994).
- [10] C.M.MUSCAT-FENRCH and A.G. ATKINS "Elastoplastic trouser tear testing of sheet materials" *Inter Jour of Fracture* 67; pp 69-80 (1994).
- [11] V.T. SAPOUNOV; E.M.MOROZOV; Z. AZARI and G. PLUVINAGE "Déchirement ductile en statique et dynamique des alliages d'Alluminium" *Revue Française de Mécanique* 3; pp 239-244 (1994).

Steel sheet	NS4 [9]	1201 [10]	1163 [10]	5251 [5]	LYTEN [5]
B (mm)	0.7	2	1.4	2	1.6
R <sub>e</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	160	375	366	132	360
Γ <sub>e</sub> (KJ/m <sup>2</sup> )	120	312	352	600	1140

Table IV : Compared values of Γ<sub>e</sub>, R<sub>e</sub> and B

Steel sheet	Chemical composition in %												
	C	Si	Mn	P	S	Cr	Ti	Ni	Cu	N	Mg	Fe	Zn
1163 [10]		0.04	0.46				0.04		3.64		1.32	0.05	0.05
1201 [10]		0.03	0.30					0.03	6.5		0.02	0.14	0.03
5251 [5]		0.40	0.3			0.15	0.15	0.85	0.15		2.05	0.50	0.15
Lyten [5]	0.10	0.40	0.85	0.09	0.03	0.80			0.25				

Table V : Chemical composition in %

## SYNTHESE BIDIMENSIONNELLE DES ONDES SISMIQUES AUX SITES D'ENREGISTREMENT

M. HAMMOUTENE<sup>1</sup>, B. TILIOUINE<sup>2</sup> et P. Y. BARD<sup>3</sup>

ملخص : تعريف الحركة الزلزالية يمثل مرحلة من مراحل الاساسية لحساب الديناميكي للهياكل. الهدف من هذا البحث هو تحضير طريقة سهلة للاستعمال لتمثيل التسارعات الزلزالية مأخوذة بعين الاعتبار في اطار عام مثل تطورات متغيرة غير ساكنة.

في المرحلة لتخصيص هذه التطورات توضيح خاص وضع من أجل تطور الطرق لتقييم المحتويات الطيفية لتطورات غير ساكنة في مخطط زمن-تواتر و أيضا الخاص بالمراحل على أساس هذا التخصيص طرق حضرت لتمثيل التطورات المتغيرة الغير ساكنة ببعد واحد أو مزدوج بعد هذا أفترج نموذج لطيف منتشر من أجل التسارعات الزلزالية و هو مصبوط زيادة لأنواع مختلفة موقع-مسافة-قدرة

و أخرا هذا النموذج يتسع لتسارعات الزلزالية ذو قدر عالي في حقل قريب ألف بطريقة الدالات لقرين التحريية.

**Résumé :** La définition du mouvement sismique représente une étape fondamentale dans le processus d'analyse dynamique des structures. Le but de ce travail est l'élaboration d'une méthodologie de caractérisation et de simulation d'enregistrements accélérométriques considérée dans le cadre général de la théorie des processus aléatoires nonstationnaires. Une attention particulière est portée au développement de méthodes pour la détermination des contenus spectraux dans le plan temps - fréquence et des phases des mouvements sismiques nonstationnaires. Sur la base de cette caractérisation, diverses méthodes sont élaborées pour la simulation monodimensionnelle et bidimensionnelle des accélérations sismiques. Un modèle de spectre évolutif des accélérations sismiques est proposé et ajusté pour diverses catégories site - distance - magnitude. Enfin, ce modèle est étendu aux accélérations sismiques de fortes magnitudes en champ proche synthétisés par la méthode des fonctions de Green.

**Abstract :** The knowledge of seismic ground motions is a fundamental step in the process of analyzing the dynamic behavior of structures. This work aims at developing a procedure for the characterization and the simulation of accelerograms using the theory of nonstationary random processes. Special attention is devoted to the development of methods for determining the spectral contents in the time-frequency plane, and the phase contents of nonstationary ground motions. On the basis of the characterization procedure, various methods are elaborated for the 1.D and 2.D simulation of seismic accelerations. An evolutionary spectrum model for seismic accelerations is proposed and adjusted for different classes of local site, epicentral distance and magnitude conditions. Finally, this model is extended to the development of near-field strong ground motions through the use of the Green's functions method.

<sup>1</sup> Ecole Nationale Polytechnique, Département de Génie Civil, Alger, Algérie.

<sup>2</sup> Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Paris et Laboratoire de Géophysique Interne et de tectonophysique, Grenoble, France

## I-INTRODUCTION

La majorité des infrastructures industrielles et socio - économiques de l'Algérie est localisée dans les régions urbaines ayant connu dans le passé lointain des séismes de fortes intensités : Oran (09 / 10 / 1790), Chlef (09 / 09 / 1954), Alger (03 / 02 / 1716), Blida (02 / 03 / 1825), Batna (16 / 03 / 1925) et Annaba (29 / 11 / 1887) entre autres, causant des pertes considérables en vies humaines et matérielles grevant souvent lourdement le plan de développement des zones considérées.

De plus, la nécessité de mettre en oeuvre une stratégie de prévention contre de telles calamités, la conception de structures nouvelles et l'évaluation de la résistance sismique des structures existantes passent inévitablement par le développement et la mise en oeuvre de connaissances scientifiques dans le domaine de la caractérisation et de la simulation des mouvements forts du sol [1, 2 et 3 entre autres] en champ proche, un des défis majeurs de la sismologie appliquée à l'art de l'ingénieur.

Dans ce cadre, le présent travail a pour objet la caractérisation et la simulation d'accélérogrammes synthétiques définissant ainsi, la sollicitation sismique la plus adéquate possible à prendre en compte pour le calcul dynamique des structures. Cette étape qui constitue un préalable décisif dans le processus d'analyse dynamique des constructions sous sollicitations sismiques, s'articulera essentiellement autour de deux parties.

Dans la première partie, nous procédons aux analyses spectrales et inter - spectrales nonstationnaires des mouvements forts au site de construction, aussi bien en champ proche qu'en champ lointain, dans la perspective d'établir des modèles de régression de paramètres spectraux capables de reproduire, de manière optimale, les caractéristiques réelles de accélérogrammes aux sites considérés.

En plus de l'aspect monodimensionnel, nous prenons en compte l'aspect multicomposantes du mouvement sismique en un site donné à travers quatre critères de caractérisation spectrale et inter-spectrale, en nous limitant à l'aspect bidimensionnel, par la seule prise en considération des deux composantes

enregistrées au site de construction, dans le plan horizontal.

Nous développons par la suite, sur la base des paramètres de caractérisation définis ci-dessus, des procédures numériques, tant monodimensionnelles que bidimensionnelles, pour la reproduction d'accélérogrammes synthétiques nonstationnaires en conformité avec les caractéristiques réelles des sites considérés.

La mise en relief des aspects physiques de l'information cachée dans les phases [4] nous a incité à prendre en compte ces dernières, à travers trois distributions de densité de probabilité de phases, pour juger leur influence sur les procédures numériques de simulation.

Pour chacune de ces procédures, nous avons comparé la précision des calculs numériques en testant, pour chacune des trois formes de fenêtres temporelles sélectionnées, quatre valeurs de longueurs nominales.

Dans une deuxième partie, nous estimons de manière déterministe, pour une faille et un site donnés, les mouvements forts du sol, plus précisément les accélérations sismiques produites par le choc primaire (dont on connaît les paramètres de source, la localisation et le mécanisme au foyer) en utilisant au moins un enregistrement au même site de choc secondaires, localisés idéalement au voisinage de la source hypothétique. Nous utiliserons à cet effet, la Méthode des Fonctions de Green (notée ci-dessous MFG) [5, 6 et 7]. Cette méthode de simulation présente un intérêt particulier pour l'estimation en champ proche des mouvements forts causés par un séisme majeur, soit localisé dans une région insuffisamment instrumentée, en raison par exemple de sa faible sismicité, soit non enregistré en raison de la défaillance technique d'appareils d'enregistrement sismique lors de son occurrence (cas du séisme d'El-Asnam du 10 Octobre 1980 de magnitude  $M_s = 7.2$ ).

Les effets de site et de propagation sismique dans la croûte terrestre étant contenus implicitement dans l'enregistrement du choc secondaire, il est possible de s'affranchir systématiquement de la nécessité de procéder à la détermination de modèles de vitesses pour le profil sismique considéré ; étape généralement indispensable pour l'évaluation de la fonction de

transfert de la structure géomorphologique en vue de la détermination du mouvement au site.

Les accélérogrammes obtenus pour les fortes magnitudes en utilisant la MFG, sont utilisés pour le développement de modèles stochastiques en vue de la simulation nonstationnaire, en amplitudes et en contenu fréquentiel, de mouvements forts en champ proche, causés par des événements majeurs compatibles avec des variables descriptives et physiques telles que distance, magnitude et conditions locales de site.

## II-CARACTERISATION.

Les mouvements forts du sol dus aux tremblements de terre sont généralement irréguliers et ont l'apparence de fonctions temporelles aléatoires. La nature extrêmement variable des paramètres qui les caractérisent rend leur description très difficile. Différentes variations temporelles et fréquentielles caractérisent les accélérations sismiques dans différentes zones de risque, et le niveau d'intensité des forces qui en découlent pour des sites de natures différentes peut être décrit de plusieurs manières.

C'est précisément pour ces raisons qu'il nous paraît nécessaire dans ce paragraphe de considérer d'abord le problème de la caractérisation nonstationnaire des accélérations sismiques aussi bien en champ proche qu'en champ lointain. Les méthodes relatives à la simulation d'accélérogrammes synthétiques compatibles avec de telles caractéristiques seront traitées ultérieurement dans le paragraphe III.

### II-1.Caractérisation monodimensionnelle.

Différentes techniques basées entre autres sur les méthodes de densité spectrale de puissance instantanée [8], de spectre évolutif [9] et de spectre physique [10], sont disponibles à l'heure actuelle pour l'analyse du caractère nonstationnaire du contenu spectral d'un signal donné. Compte tenu de la complexité des procédures engendrées par les autres concepts, nous utilisons dans ce travail, pour la description des variations temporelles du contenu spectral des accélérations sismiques, le concept de spectre physique. Ce dernier représente, à chaque instant  $t$  et pour un choix donné de fenêtre temporelle, une décomposition

fréquentielle réelle et non négative de l'énergie du processus (représentant ici, l'accélérogramme considéré) autour de  $t$ .

En effet, entre autres difficultés rencontrées, la procédure de densité spectrale instantanée peut produire des valeurs négatives lors de la décomposition de l'énergie dans le domaine spectral, ce qui n'a aucun sens physique réel. Par ailleurs, l'utilisation du spectre évolutif, peut conduire à une caractérisation irréaliste des processus nonstationnaires, dans la mesure où cet outil ne permet pas la traduction de la nonstationnarité qu'à travers des portions de signaux stationnaires, modulés dans le temps par une enveloppe temporelle dont la forme fonctionnelle déterministe est souvent irréaliste. Par contre, le spectre physique apparaît comme l'outil le plus approprié car il permet de retracer de manière les variations fréquentielles du signal en fonction du temps. De plus, grâce à la relation analytique mise en évidence dans cette recherche, entre les valeurs des amplitudes spectrales et celles de l'enveloppe temporelle, aucune forme fonctionnelle n'est nécessaire pour la description de celle-ci.

### II-2.Caractérisation bidimensionnelle.

L'aspect multicomposantes du mouvement sismique en un site donné est pris en compte à travers quatre critères de caractérisation différents. En effet, nous utilisons le spectre physique, les amplitudes des harmoniques constitutives, l'énergie instantanée moyenne et l'énergie totale moyenne comme critère de caractérisation spectrale et inter-spectrale des accélérations sismiques. Dans cette étude, nous nous limiterons à l'aspect bidimensionnel, en ne considérant que les deux composantes enregistrées au site de construction, dans le plan horizontal. Il demeure bien entendu, que cette étude peut être étendue sans difficulté majeure au cas tridimensionnel. Nous privilégions par chaque critère, les deux directions propres, selon lesquelles les valeurs du critère choisi sont optimisés (l'un maximisé, l'autre minimisé) au sens du critère retenu.

- Caractérisation par spectre physique :  
En utilisant la forme généralisée de la matrice de rotation et les propriétés de linéarité de la transformée de Fourier, nous pouvons en chaque point du plan temps - fréquence, formuler les valeurs

du spectre physique dans n'importe quelle direction du plan. Nous privilégions alors les deux directions principales suivant lesquelles ces valeurs sont optimisées (l'une maximisée, l'autre minimisée). Il est à remarquer que ces directions sont fonctions du temps et de la fréquence.

- Caractérisation par amplitudes spectrales : En chaque point du plan temps - fréquence, les harmoniques constitutives ont une polarisation elliptique. Il est possible de quantifier en conséquence, les valeurs des amplitudes de ces harmoniques dans n'importe quelle direction du plan d'enregistrement. Nous retenons alors, les directions suivant les deux axes de l'ellipse caractérisant la composition des deux harmoniques considérées. Les valeurs des deux axes de l'ellipse représentent alors respectivement les valeurs maximale et minimale de l'amplitude au point considéré dans le plan temps - fréquence.
- Caractérisation par énergie instantanée : L'énergie instantanée moyenne est définie comme la somme des contributions des valeurs du spectre physique sur la bande de fréquence d'intérêt à l'instant  $t$  considéré. De la même manière que pour le spectre physique, les valeurs de l'énergie instantanée moyenne peuvent être évaluées dans n'importe quelle direction du plan d'enregistrement, en utilisant les propriétés de la matrice de rotation ainsi que celles de la linéarité de la transformée de Fourier. A chaque instant  $t$ , nous privilégions les directions principales suivant lesquelles l'énergie instantanée moyenne est optimisée (maximisée pour la première composante et minimisée pour la seconde). Il est important de noter que les directions associées aux variations de l'énergie instantanée ne dépendent que du temps.
- Caractérisation par énergie totale : L'énergie totale moyenne est définie comme la contribution de toutes les valeurs du spectre dans le plan temps -

fréquence. Cette quantité est unique pour un accélérogramme donné, et représente la valeur de l'énergie libérée au site dans la direction de l'enregistrement de l'accélérogramme considéré. Par un raisonnement analogue au précédent, on privilégie les deux directions principales suivant lesquelles les énergies totales moyennes associées aux deux composantes sont optimisées (l'une maximisée et l'autre minimisée). On remarquera, que pour le cas de l'énergie totale, ces deux directions sont uniques pour un couple d'accélérogrammes donné et ne dépendent ni de la fréquence ni du temps.

Par ailleurs, il y a lieu de souligner, que pour la caractérisation des mouvements forts du sol, dans le cas des sites de construction pour lesquels les enregistrements ne sont pas disponibles (cas souvent rencontrés en pratique), il devient quasiment nécessaire de développer un modèle de spectre physique idéalisé calibré pour différentes conditions de magnitudes, distances épacentrales et catégories de sol.

A cet effet, en vue de traduire de manière réaliste les caractéristiques essentielles relatives aux variations temporelles de l'accélération sismique et du contenu spectral, nous avons pris en considération les paramètres dominants décrivant le contenu spectral à chaque instant  $t$ . C'est ainsi, que nous retenons comme paramètres, pour la description du contenu spectral instantané, la fréquence moyenne notée  $f^0(t)$  qui indique l'endroit où est concentrée la masse spectrale le long de l'axe des fréquences et la dispersion notée  $f^s(t)$  représentant la mesure de la variabilité du contenu fréquentiel, c'est-à-dire la largeur de bande de la fonction de densité spectrale, autour de sa fréquence centrale (ou moyenne). Ainsi, nous adoptons une forme Gaussienne pour représenter les variations du spectre physique à chaque instant  $t$ .

Les paramètres ci-dessus sont estimés sous la base d'une étude statistique menée sur des enregistrements d'un jeu de données mondial. Ces données sont réparties en trois catégories de sol (S0 pour les sols rocheux, S1 pour les sites

sédimentaires de faible profondeur et S2 pour les sites sédimentaires de grandes profondeurs ou sites vaseux) et 5 classes de magnitudes (4.5 < M1, 4.5 < M2 < 5.5, 5.5 < M3 < 6.5, 6.5 < M4 < 7.5 et M5 > 7.5). Les distances épacentrales sont classées en trois champs majeurs : champ proche (D1), champ intermédiaire (D2) et champ lointain (D3), leur répartition en fonction des magnitudes étant donnée dans le tableau 1 ci-dessous.

**Tableau 1** : Répartition des distances par classe de magnitudes

	D1	D2	D3
M1	< 10 km	10 km - 20 km	> 20 km
M2	< 15 km	15 km - 30 km	> 30 km
M3	< 20 km	20 km - 40 km	> 40 km
M4	< 25 km	25 km - 50 km	> 50 km
M5	< 30 km	30 km - 60 km	> 60 km

En résumé, les analyses spectrales et interspectrales nonstationnaires des mouvements forts aux sites de construction peuvent être effectués avec précision en employant la technique de caractérisation des signaux sismiques présentée dans ce paragraphe. Elles peuvent fournir des informations d'une grande utilité, notamment pour les effets de site en champ proche, sur la nature des durées de vibration des ondes sismiques constitutives ainsi que la concentration temporelle de l'énergie destructrice.

En outre, il a été montré que cette procédure de caractérisation nonstationnaire conjuguée à l'utilisation de l'algorithme numérique, basé sur le concept de signal analytique, pour le calcul du spectre physique constitue un cadre d'analyse très performant pour les études de corrélations plus stables entre paramètres maximaux des mouvements forts ou les paramètres spectraux caractéristiques du spectre physique optimisé d'une part et les variables physiques telles que la distance source - récepteur, magnitude et conditions locales de sites, d'autre part. L'utilisation de l'algorithme proposé pour le développement d'accélérogrammes synthétiques nonstationnaires spectralement optimisés permet de réaliser un gain de temps C.P.U. de l'ordre de 60%.

### III-SIMULATION.

Les développements théoriques sous-tendant la procédure de caractérisation des signaux

sismiques, objet du paragraphe précédent, ont été intégrés dans un modèle de simulation de mouvements forts du sol. Plus précisément, connaissant l'histoire de la libération de l'énergie en temps et fréquence de l'enregistrement d'un événement sismique donné, nous avons simulé une classe d'accélérogrammes synthétiques compatibles avec les caractéristiques principales de cet événement. Ceci a été réalisé en reliant les amplitudes nonstationnaires des ondes sismiques élémentaires aux valeurs du spectre physique et en générant des suites de phases aléatoires statistiquement indépendantes à partir de diverses fonctions de distributions aux fins d'examiner successivement les effets de celles-ci sur les accélérogrammes ainsi simulés.

#### III-1.Simulation monodimensionnelle.

Considérons à cet effet, une composante fréquentielle donnée ; celle-ci est représentée par une harmonique dont les amplitudes nonstationnaires sont, à chaque instant  $t$  donné, exprimées analytiquement en fonction de la valeur correspondante du spectre physique. L'accélérogramme synthétique ainsi obtenu par la superposition des contributions spectrales nonstationnaires de l'ensemble des composantes fréquentielles  $x_k(f_k, t)$  ( $k = 1, 2, \dots, N$ ) dont l'expression est :

$$x_k(f_k, t) = A(f_k, t) \sin [2\pi f_k t + \theta(f_k)] \quad (1)$$

avec  $A(f_k, t)$  l'amplitude nonstationnaire de la  $k$ ème composante,  $N$  le nombre d'ondes constitutives couvrant la plage de fréquences considérées, cette dernière ayant une largeur et une résolution conformes au théorème de Nyquist.

Nous montrons ainsi, que la connaissance du spectre physique permet à travers la forme fonctionnelle du modèle nonstationnaire de simuler une classe d'accélérogrammes synthétiques dont le contenu fréquentiel englobe celui de l'enregistrement original tout en reconstituant son enveloppe temporelle sans avoir nécessairement recours à l'expression analytique de celui-ci.

De plus, aux fins d'analyser les effets de celles-ci sur les accélérogrammes ainsi simulés, les phases, contrôlant les délais de groupes des

ondes sismiques constitutives, sont générées en considérant successivement trois hypothèses de distribution statistique :

1. Distribution uniforme de phases,
2. Distribution Gaussienne des différences de phases,
3. Distribution des dérivées de phases

La première hypothèse, la plus couramment utilisée, correspond, pour des processus stationnaires, à une variation pratiquement linéaire du flux d'énergie, ou encore à une énergie sismique essentiellement équi-répartie sur toute la durée du signal. Elle repose sur l'hypothèse vérifiée que les spectres de phases de Fourier des enregistrements de tremblements de terre réels peuvent être assimilés à des bruits blancs. On peut montrer que pour des processus stationnaires ou nonstationnaires dits séparables, l'enveloppe temporelle n'exerce pas d'effet significatif sur la distribution uniforme de phase.

Contrairement à la première distribution, les deux dernières dépendent des formes des enveloppes temporelles des accélérogrammes considérés.

La deuxième hypothèse admet une distribution Gaussienne des différences de phases  $\Delta f_k$  [11] cohérente avec les observations déduites de l'analyse de nombreux accélérogrammes. Elle est intimement liée à l'enveloppe temporelle de l'accélérogramme considéré. Les paramètres de cette distribution qui sont reliés au centre et la durée de la partie stationnaire du mouvement fort de l'accélérogramme sont évalués à partir des moments statistiques du carré de l'enveloppe temporelle.

La troisième distribution suppose une distribution des dérivées de phases basée sur des résultats obtenus pour un bruit blanc uniformément modulé impliquant tacitement une nonstationnarité en amplitude seulement. La fonction de répartition des probabilités de la variable dérivée de phase  $\theta'_k = (d\theta / df)_k$  est donnée par Nigam [12].

L'applicabilité aux tremblements de terre de cette hypothèse n'a été examinée que pour des enregistrements sur sols rocheux sur des sites suffisamment éloignées de l'épicentre des séismes considérés. La forme fonctionnelle de cette distribution dépend des deux paramètres  $t_m$

et  $\rho$  ayant la même interprétation que ceux de la distribution Gaussienne et dont l'évaluation se fait de la même manière à partir des valeurs l'enveloppe temporelle.

Sur la base des éléments d'analyse discutés ci-dessus, une procédure numérique a été développée pour la simulation des accélérations sismiques ; l'évaluation du spectre physique se faisant en utilisant la technique numérique mentionnée au paragraphe II-1. En considérant quatre longueurs nominales (64  $\Delta t$ , 128  $\Delta t$ , 256  $\Delta t$  et 512  $\Delta t$ , où  $\Delta t$  est le pas d'échantillonnage égal à 0.02 sec.), nous avons testé trois types de fenêtres temporelles : rectangulaire, triangulaire et Gaussienne ; le test utilisé consiste à comparer la précision des restitutions temporelles pour chaque couple "fenêtre - longueur nominale" avec l'énergie du signal accélérométrique réel considéré. Ce test nous a ainsi permis de retenir les valeurs  $L = 128 \Delta t$  pour la fenêtre rectangulaire et  $L = 256 \Delta t$  pour les deux autres fenêtres.

De plus, l'influence des trois distributions de phases sur la procédure de simulation nonstationnaire est masquée par l'utilisation du spectre physique, du fait de la capacité de ce dernier à reproduire de manière réaliste les amplitudes temporelles des accélérations sismiques. Nous retenons néanmoins pour la suite de notre investigation, la distribution des dérivées de phases.

La validité du modèle d'input stochastique ainsi développé a été ensuite examinée sur la base des deux critères fondamentaux suivants :

- Le modèle doit être capable de reproduire, de manière aussi fidèle que possible, les propriétés spécifiques des accélérogrammes cibles considérés.
- Le modèle doit également pouvoir simuler l'effet des accélérogrammes réels sur les structures.

C'est pourquoi, la validation du modèle a été envisagée en adoptant la méthodologie suivante :

- Comparaison directe des caractéristiques des échantillons simulés (valeurs et temps d'occurrence de pics d'accélération ainsi que

variation de l'énergie temporelle entre autres) avec celles de l'accélérogramme original.

- Comparaison des effets des accélérogrammes synthétiques et de l'accélérogramme original sur les structures, à travers leurs spectres de réponse élasto-plastique respectifs.

Les figures 1, 2 et 3, permettent d'apprécier l'application de cette méthodologie à la composante NS de l'accélérogramme enregistré à Santa-Cruz lors du séisme de Loma Prieta (Californie, USA) du 18 Octobre 1989, en illustrant respectivement les formes temporelles, les "Fonction Rms Cumulative" [13] et les spectres de réponse élasto - plastique des accélérogrammes synthétiques et de l'accélérogramme original. Cette méthodologie montre une excellente concordance entre les résultats obtenus tant pour les caractéristiques spécifiques que pour les effets sur les structures des accélérations artificielles et l'accélérogramme cible.

### III-2.Simulation bidimensionnelle.

Une extension du modèle de simulation précédent a été réalisée au cas bidimensionnel. Plus précisément, partant de l'histoire de l'énergie libérée par deux enregistrements horizontaux d'un événement sismique donné, il est possible, par effet de polarisation des ondes sismiques constitutives suivant des directions dominantes, de simuler une classe d'accélérogrammes synthétiques optimisés compatibles avec les principales caractéristiques de cet événement.

Les directions dominantes ont été déterminées par optimisation de chacun des quatre critères de caractérisation décrits précédemment, à savoir : spectre physique, amplitudes spectrales, énergie instantanée et énergie totale [14, 15 et 16]. Pour chaque cas, les accélérogrammes artificiels (qui représentent les accélérogrammes synthétiques optimisés au sens du critère retenu), sont finalement obtenu par la superposition des contributions spectrales nonstationnaires des ondes polarisées suivant les directions dominantes ainsi déterminées. Les résultats obtenus peuvent être résumés comme suit :

- Les classes d'accélérogrammes ainsi simulés fournissent aux ingénieurs une représentation plus réaliste des seuils d'énergie probables des mouvements forts enregistrés au site considéré, que cela soit en champ proche ou en champ lointain, sur sol rocheux ou sol sédimentaire.
- La procédure de validation décrite ci-dessus, appliquée aux deux composantes horizontales enregistrées lors du séisme de Constantine du 27 Octobre 1985 montre, aussi bien pour les composantes minimisées que pour les composantes maximisées des accélérogrammes synthétiques et originaux, une bonne concordance des caractéristiques spécifiques (aussi bien dans le domaine temporel que dans le domaine spectral) et des effets sur les structures. Ces observations demeurent valables quelque soit l'optimisation du critère de caractérisation envisagé.
- La comparaison des accélérogrammes simulés et de leurs effets sur les structures montre clairement qu'il n'y a pas d'influence significative de l'une des trois distributions de probabilité de phases par rapport aux deux autres.

A titre indicatif, la figure 4 illustre les accélérations synthétiques obtenues pour la composante originale maximisée associée aux deux composantes horizontales enregistrées lors du séisme de Constantine du 27 Octobre

### IV-ESTIMATION DES MOUVEMENTS FORTS EN CHAMP PROCHE PAR LA METHODE DES FONCTIONS DE GREEN.

L'inexistence d'enregistrements de fortes magnitudes ( $M_s > 7.5$ ) en champ proche, est la raison principale nous ayant incité à avoir recours à la MFG, en vue de compléter la banque de données actuelles, avec cette catégorie d'accélérogrammes rarement disponibles, notamment, pour les trois types de sol à considérer dans le cadre des développements de modèles stochastiques de simulation d'accélérogrammes synthétiques (voir paragraphe II-2-2).

En effet, pour chaque type de sol, nous considérons comme fonction de Green les enregistrements réels disponibles, de

magnitudes modérées ( $5.5 < M_s < 6.5$ ), pour lesquels il est possible de retrouver dans la littérature spécialisée, les paramètres caractérisant la taille du séisme (moment sismique, dimension de la faille), la source (type de fonction source, temps de montée) et la faille (azimut, pendage, glissement en grandeur et orientation, ainsi que les valeurs des angles caractérisant la radiation). Nous utilisons ensuite, les lois de similitude afin de déterminer les grandeurs correspondantes de l'événement majeur à simuler. La largeur de la faille principale considérée est limitée par la profondeur élastique de la croûte terrestre, fixée dans cette étude à 20 km. Pour chaque fonction de Green utilisée, sont envisagées 9 localisations différentes de l'hypocentre sur la faille principale. Pour chaque localisation, nous considérons deux modèles de rupture différents : circulaire et latéral (ou bilatéral, suivant la position de l'hypocentre sur la faille principale). De plus, la dislocation sur la faille secondaire est représentée par une fonction rampe caractérisée par un temps de montée  $\tau_e$  [17] et une valeur final D de la dislocation sur la faille. La vitesse de rupture est prise égale à 2500 m/s, pour une vitesse de propagation de 3500 m/s. Nous fixons la valeur de la magnitude de l'événement majeur à  $M_s = 8$ .

Ainsi, la faille principale est divisée en un nombre fini  $N_D$  de sous-failles qui "cassent" successivement suivant le processus de rupture imposé. Le calcul du mouvement majeur est alors obtenu en faisant propager la rupture sur la faille principale après l'avoir initiée au niveau de l'hypocentre choisi et en juxtaposant les fonctions de Green sur le site d'enregistrement, suivant le schéma complexe imposé par les ruptures successives de l'ensemble des sous-failles, fonction du modèle de rupture choisi et de la vitesse de rupture  $V_r$  considérée. La forme d'onde considérée comme fonction de Green est corrigée par la radiation suivant la localisation de la sous-faille sur la faille principale, puis décalée dans le temps compte tenu du temps de début de rupture de la sous-faille associée, du temps de montée et du temps de propagation.

Du point de vue analytique, le déplacement  $U_c(x,t)$  de l'événement majeur, dû à l'onde de type c (P ou S), enregistré par le récepteur au site et causé par la dislocation  $\Delta U(\xi, t)$  sur la faille S peut être écrit comme suit [18] :

$$U_c(x, t) = \frac{R_c(\theta, \varphi)}{4\pi\rho V_c^3 r} F(x, t) \quad (2)$$

où  $R_c(\theta, \varphi)$  est le coefficient de radiation,  $V_c$  la vitesse de propagation des ondes considérées dans le milieu de densité  $\rho$ ,  $r$  la distance source - récepteur et  $F(x,t)$  la fonction source de l'événement majeur, qui a pour expression en fonction de celles des événements élémentaires [7] :

$$F(x, t) = \sum_{i=1}^{N_L} \sum_{j=1}^{N_W} \sum_{k=1}^{N_D} F_{ij}^e(x, t_{dkij}) \quad (3)$$

où,  $N_L$  et  $N_W$  sont respectivement le nombre de sous-failles suivant la longueur  $L$  et la largeur  $W$  de la faille principale,  $N_D = N_L \cdot N_W$  le nombre total de sous-failles,  $t_{dkij}$  est le temps total que met l'onde émise pour atteindre le site et qui est égal au temps de rupture  $T_r$ , additionné des temps de montée  $\tau_e$  et de propagation  $T_c$ , et  $F_{ij}^e$  est la fonction source de la faille élémentaire ( $i, j$ ), donné par l'expression suivante :

$$F_{ij}^e = \mu \int_{\xi_i}^{\xi_i + \tau_e} \int_{\eta_j}^{\eta_j + \tau_e} \Delta U(\xi_i, \eta_j, t - (k-1)\tau_e) d\xi d\eta \quad (4)$$

avec  $\Delta U(\xi_i, \eta_j)$  la dérivée par rapport au temps de la dislocation initiée au point de coordonnées  $(\xi_i, \eta_j)$  sur la surface  $S$ , pour l'événement élémentaire ( $i, j$ ).  $\xi$  et  $\eta$  sont les coordonnées cartésiennes le long de l'azimut et du plongement de la faille principale.

Pour la fonction source élémentaire considérée, nous obtenons, pour chacune des directions Nord-Sud et Est-Ouest, un total de 18 signaux sismiques différents représentant les enregistrements au site dus au choc principal et associés aux deux modèles de rupture retenus aux 9 localisations considérées de l'hypocentre.

La difficulté rencontrée dans la maîtrise des paramètres caractérisant la forme fonctionnelle de la dislocation du mouvement ou le choix imposé d'une forme de dislocation différente de la dislocation réelle caractérisant le mouvement élémentaire choisi comme fonction de Green, a pour conséquence d'introduire une erreur dans la valeur du temps de montée. Ainsi, la juxtaposition successive des dislocations élémentaires pour obtenir celui de l'événement majeur, conduit à des chevauchements qui introduisent une fréquence de résonance

indésirable et par suite une amplification de l'amplitude du spectre du mouvement résultant à cette fréquence. La valeur de cette fréquence est fonction du rapport de similitude entre les événements majeurs et élémentaires, ainsi que de la valeur théorique retenue pour le temps de montée.

Afin de supprimer cet effet, nous divisons, de manière fictive, le temps de montée de l'événement élémentaire en un nombre donné de sous-dislocations de manière à ce que les chevauchements induits conduisent à des amplifications dont les amplitudes sont négligeables par rapport à celle de la dislocation réelle. Ceci revient en fait, à lisser la forme finale de la dislocation obtenue pour l'événement principal de manière à atténuer les amplifications introduites par la méconnaissance de la valeur exacte du temps de montée réel. Dans le cas de cette étude, nous introduisons un nombre fictif de sous-dislocations égal à 10 : ce qui conduit à un meilleur résultat.

Nous générons ainsi les accélérations sismiques qui composeront les classes manquantes de magnitude  $M_s > 7.5$  en champ proche pour chaque type de sol considéré dans cette étude (rocher, dépôts sédimentaires peu profonds et dépôts sédimentaires profonds). A titre indicatif, la figure 5 illustre les résultats obtenus en utilisant comme fonction de Green un enregistrement du séisme de Lazio - Abruzzo (Italie) du 05 juillet 1984.

## V-CONCLUSIONS

Nous avons élaboré des modèles de régression de paramètres spectraux caractérisant les mouvements forts du sol et nous permettant la reproduction, de manière optimale des accélérogrammes synthétiques nonstationnaires en conformité avec les caractéristiques réelles des sites. Les accélérogrammes artificiels sont obtenus pour toutes les classes de magnitudes tant en champs proche, intermédiaire et lointain.

Il nous a été possible, en utilisant la méthode des fonctions de Green de développer des modèles stochastiques pour la simulation, en amplitude et en contenu fréquentiel, des mouvements forts en champ proche, causés par des événements majeurs compatibles avec les conditions locales de site.

D'un point de vue numérique, nous proposons des valeurs de longueurs nominales optimales pour chacune des trois formes temporelles de fenêtres sélectionnées, permettant d'assurer une bonne précision du calcul. L'utilisation de la procédure numérique décrite ci-dessus, engendre un gain de temps substantiel de 60%.

Les aspects physiques de l'information cachée dans les phases ont été prise en compte à travers trois distributions, et il ressort que l'influence de ces dernières sur la procédure numérique de simulation est masquée par l'utilisation du spectre physique qui s'est avéré un outil de caractérisation puissant.

## VI-REFERENCES

- [1] Papadimitriou, K., (1990). **"Stochastic characterization of strong ground motion and application to structural response."**, Report N° EERL 90-03, California Institute of Technology, Pasadena, CA.
- [2] Tiliouine, B., Azevedo, J. et Shah, H. C., (1984). **"SIMUL—a computer program for nonstationary analysis and simulation earthquake signals."**, Techn. Report, N° 63, the John. A. Blume Earthq. Engrg. Center, Stanford Univ., California, CA
- [3] Boore, D. M., (1983). **"Stochastic simulation of high - frequency ground motions based on seismological models of the radiated spectra."**, Bull. Seism. Soc. Am., Vol. 73, N° 6, pp. 1865-1894.
- [4] Izumi, M., Watanabe, T. et Katukura, H., (1980). **"Interrelations of fault mechanisms, phase inclinations and nonstationarities of seismic waves."**, Proc. of the 7th WCEE, Istanbul, Turkey, Vol. 1, pp. 89 - 96.
- [5] Hartzell, S., (1978). **"Earthquake aftershocks as Green's functions."**, Geoph. Res. Lett., Vol. 5, pp. 1 - 4.
- [6] Irikura, K., (1983). **"Semi empirical estimation of strong ground motions during large earthquakes."**, Bull. Disas. Prev. Res. Institute, Kyoto Univ., Vol. 33, Part 2, N° 298, pp. 63 - 104.
- [7] Gariel, J. C. et Mohammadioun, B., (1991). **"Simulation des mouvements forts par la**

**technique des fonctions de Green empiriques.**", Note Techn. SERGD/91/41, B.E.R.S.S.I.N., CEA - France.

[8] Page, C. H., (1952). "**Instantaneous power spectra.**", J. Appl. Phys., Vol. 23.

[9] Priestley, M. B., (1965). "**Evolutionary spectra and nonstationary processes.**", J. Royal Stat. Soc., Serie B., N°2, pp. 204 - 237.

[10] Mark, W.D.,(1970). "**Spectral analysis of the convolution and the filtering of nonstationary stochastic processes.**", J. Sound Vib., Vol. 11, N° 1, pp. 19 - 63.

[11] Ohsaki, Y. et Al, (1984). "**Improved methods for generation of simulated earthquake ground motions.**", Proc. 8th WCEE, San Francisco, pp. 573-580.

[12] Nigam, N. C., (1982). "**Phase properties of a class of random processes.**", Earthq. Engrg Struct..Dyn., Vol. 10, N° 5, pp. 711-717.

[13] Mc Cann, M. W. et Shah, H. C., (1979). "**Determining strong ground motion duration of earthquakes.**", Bull. Seism. Soc. Am., Vol. 69, N° 4, pp. 1253-1265.

[14] Tiliouine, B., Hammoutène, M., Shah, H. C., (1991). "**A two dimensional model for spectral analysis and simulation of seismic accelerations.**", SMiRT 11, Vol. K, Japan, pp. 13-20.

[15] Hammoutène, M., Bard, P. Y. et Tiliouine, B., (1991). "**A two-dimensional nonstationary model for characterization and simulation of seismic accelerations.**", Europ. Earthq. Engrg., N°1, pp.3-9.

[16] Hammoutène, M., Tiliouine, B. et Bard, P. Y., (1992). "**A two-dimensional nonstationary optimized accelerogram scaled for magnitude, distance and site conditions.**", Proc. 10th WCEE, Madrid, Spain, Vol. 2, pp. 817-821.

[17] Geller, R. J., (1976). "**Scaling relations for earthquake source parameters and magnitudes.**", Bull. Seism. Soc. Am., Vol. 66, pp. 1521-1523.

[18] Aki, K., Richards, P.G., (1980). "**Quantitative seismology : Theory and methods.**", W. H. Freeman & Co., Vol. 1.

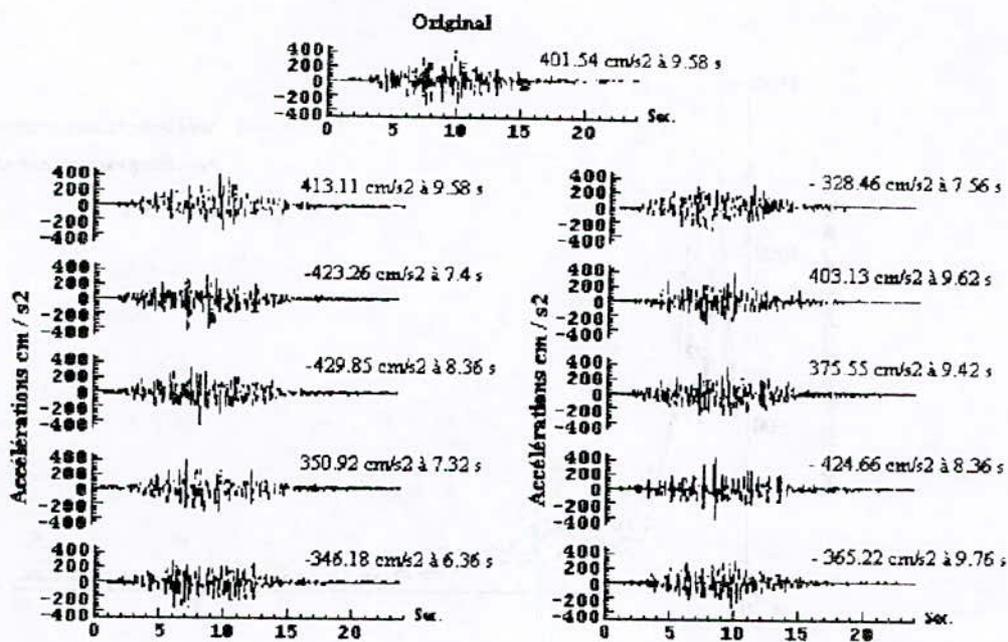


Figure 1. Accélérogramme original et accélérogrammes artificiels associés (séisme de Loma Prieta du 18 / 10 / 1989, enregistré à Santa - Cruz).

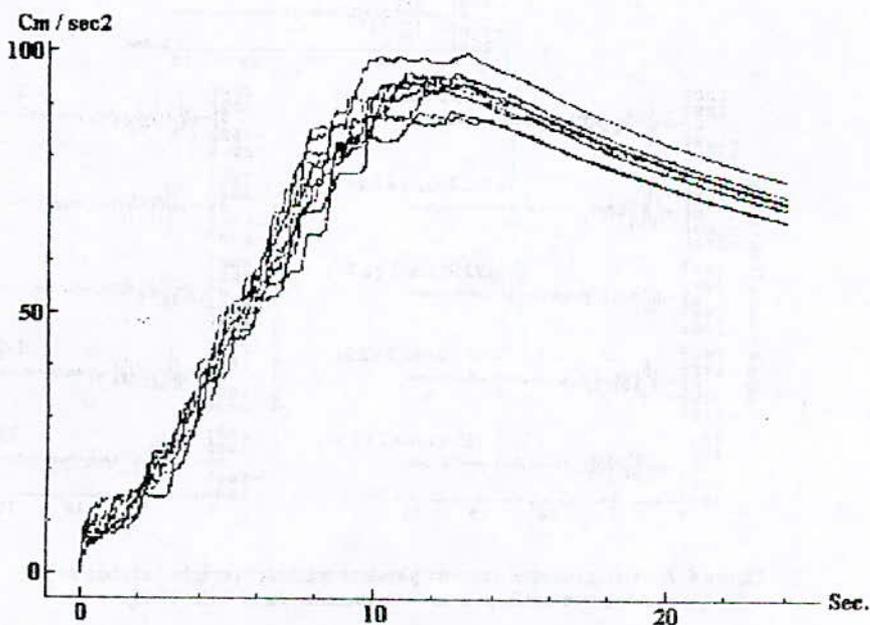


Figure 2. Fonctions CRF de l'accélérogramme original et des accélérogrammes artificiels associés (séisme de Loma Prieta du 18 / 10 / 1989, enregistré à Santa - Cruz).

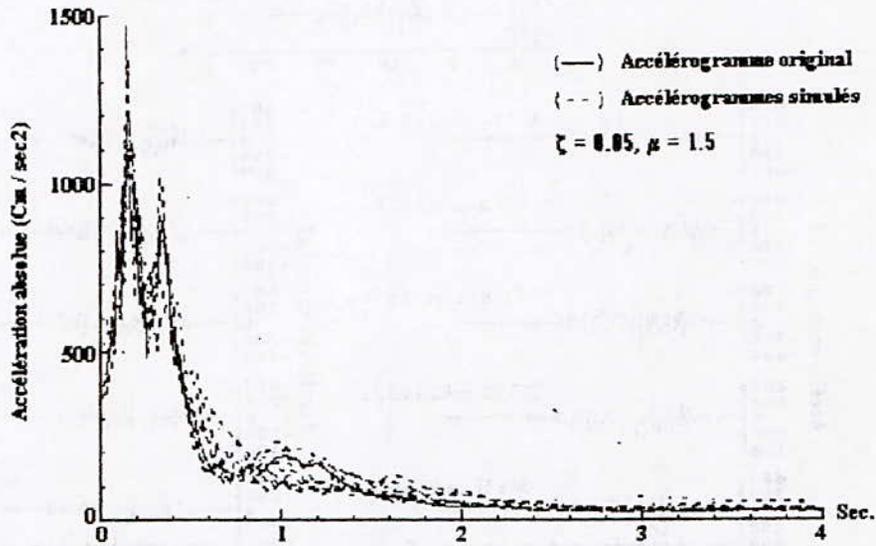


Figure 3. Spectres de réponse élasto - plastique de l'accélérogramme original et des accélérogrammes artificiels associés (séisme de Loma Prieta du 18 / 10 / 1989, enregistré à Sanata - Cruz).

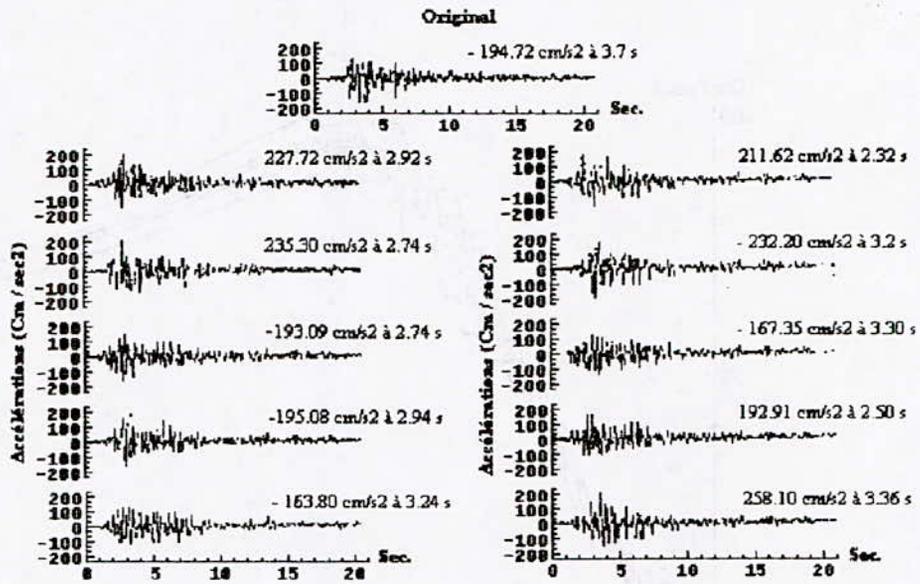


Figure 4. Accélérogrammes à spectre physique maximisé : original et simulés (enregistrement du séisme de Constantine du 27 / 10 / 1985).

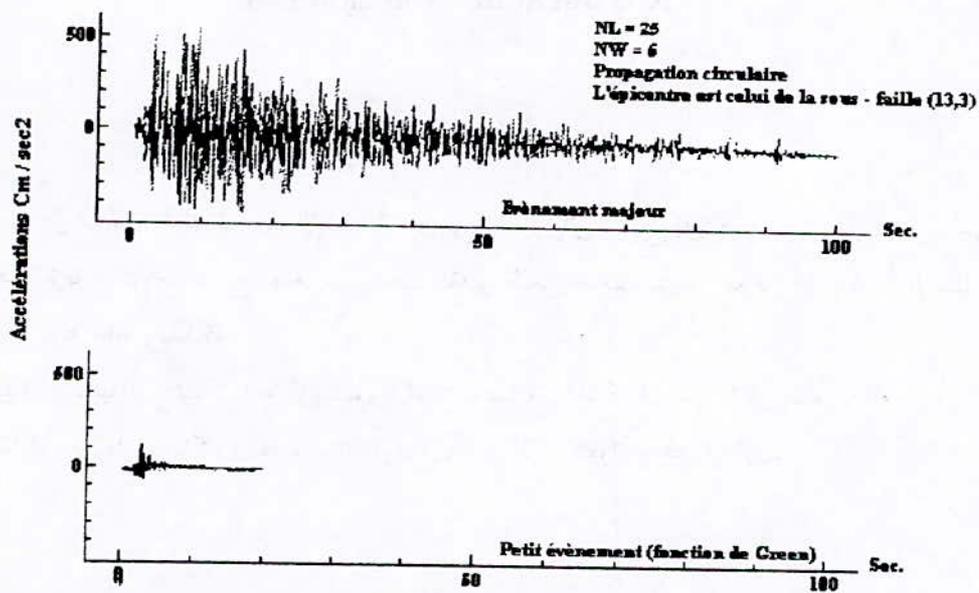


Figure 5. Séisme de Lazio - Abruzzo du 05 / 07 / 1984 : Fonction de Green ( $M_s = 6$ ) et accélérogramme de l'événement majeur associé (pour  $M_S = 8$ ).

## ANALYSE DYNAMIQUE NON LINEAIRE DU COMPORTEMENT DES MURS DE SOUTÈNEMENT

B. ZEGHLACHE<sup>1</sup>, S. BELKACEMI<sup>2</sup>

### الخلاصة

المهدف من هذا البحث هو دراسة سلوك المنشآت الإستنادية. من نوع حدار ثاني خاضع إلى تحريض ديناميكي جيبي. أحرى المثال النموذجي للحملة تربة هيكل مع نموذج مصغر و نموذجان بمقدار طبيعي بعناصر متتالية. نفترض أن الجدران الإستنادية تمسك كتلة ضخمة من تربة حافة ومفككة. أحررت دراسة تحليلية ثابتة نسبة إلى جملة تربة هيكل تصورنا أنواع مختلفة من الحركة للحدار بمقدار طبيعي. تختم هذه الدراسة مقارنة مع الطرق ساكنة زائفة أو مرنة الموصة بها من طرف القوانين ضد الزلازل.

### Summary

The aim of this work is the survey of the behaviour of gravity retaining walls subjected to a sinusoidal dynamic loading. The design of the soil-structure system for a small-scale model as well as for two full-sized models is made with finite element method. Gravity walls are supposed to retain a dry and pulverulent backfill soil. The survey is made while considering linear or non linear strain-stress relationships for soil.

A parametric analysis related to the soil-structure system is done. Various types of motion for the full-sized wall have been considered. A comparison with the pseudo-static or elastic methods recommended by parasismic regulations closes this survey.

### Résumé

L'objectif de ce travail est l'étude du comportement des ouvrages de soutènement de type mur poids soumis à une sollicitation dynamique sinusoidale. La modélisation du système sol-structure aussi bien pour un modèle réduit et pour deux modèles de grandeur naturelle est faite par éléments finis. Les murs de soutènement sont supposés retenir un massif de sol sec et pulvérulent. L'étude est faite en considérant une loi de comportement linéaire ou non linéaire pour le sol.

Une analyse paramétrique relative au système sol-structure est effectuée. Divers modes de mouvement pour le mur de grandeur nature ont été envisagés. Une comparaison avec les méthodes pseudo-statiques ou élastiques préconisées par les règlements parasismiques clôture cette étude.

---

1. Magister en Génie Civil, E.N.P.  
2. Maître de Conférence, E.N.P.

## 1. INTRODUCTION

Dans la pratique, l'ingénieur est souvent appelé à étudier des ouvrages de soutènement. La construction de ces ouvrages dans les régions sismiques, nécessite un dimensionnement qui assure la stabilité à la fois statique et dynamique.

La nécessité d'avoir un outil de dimensionnement parasismique pour les ouvrages de soutènement s'est imposé au début de ce siècle. La première approche élaborée fut une approche pseudo-statique par Okabé [7] et Mononobé [6]. Cette méthode a eu une endurance remarquable du fait de sa simplicité et les nombreux modèles pseudo-statiques qui ont suivi, s'en sont fortement inspirés.

Ces méthodes simplifiées ont de nombreuses limitations qui les rendent a priori inadéquates à reproduire la complexité du phénomène d'interaction sol - structure bien que pouvant donner globalement des résultats satisfaisants. La cinématique relative du sol et de la structure est ignorée, pourtant elle influe beaucoup sur l'état de contrainte dans le sol. Traitant un problème dynamique de façon pseudo-dynamique, ces méthodes ne permettent pas de mettre en évidence les phénomènes complexes qui se produisent dans le sol ou aux interfaces. Une tendance à une modélisation plus fine s'avère nécessaire, où le phénomène d'interaction sol - structure ou encore l'influence de la sollicitation sur le comportement du sol, sont pris en compte (ne serait-ce que pour avoir une meilleure compréhension de l'ensemble des facteurs intervenant dans ce phénomène d'interaction sol - structure). De nombreuses approches ont été proposées par différents auteurs.

Des approches multiples utilisant des modèles, des plus simples aux plus sophistiqués ont pour but d'essayer soit de rendre compte de la variation du champ des contraintes dans le temps pour les points du mur et du sol, soit de simuler la variation du champ des déplacements des points du mur ou du sol, soit les deux à la fois.

Les modèles les plus simples utilisent pour le sol une modélisation généralement élastique. C'est le cas des premiers modèles que l'on trouve dans la littérature où les auteurs ont étudié le cas où les déplacements sont suffisamment petits pour que l'on puisse supposer un comportement élastique pour le sol. Cette hypothèse trop contraignante a amené les chercheurs à considérer des modèles anélastiques non linéaires.

Toutes sortes de modélisation ont été envisagées. Mais il en demeure pas moins, que

seule l'approche expérimentale permet de valider un modèle qui ne sera retenu que s'il recoupe les constatations expérimentales (ne serait ce que partiellement). C'est principalement le modèle non élastique et non linéaire de Duncan et le modèle élasto-plastique parfait que nous avons étudiés. Ce travail a été effectué pour les ouvrages de soutènement de type mur poids retenant un massif de sol sec pulvérulent soumis à une sollicitation dynamique de type sinusoïdale.

## 2. METHODOLOGIE

Possédant les données et les résultats expérimentaux effectués par Chouvet [4] à L'E.C.P., nous avons étudié l'applicabilité du modèle de Duncan et du modèle élasto-plastique parfait. Compte tenu des conclusions de cette étude, nous avons appliqué le modèle qui semblait le plus conforme, au mur de soutènement de grandeur nature. Une étude paramétrique et une comparaison avec des modèles couramment utilisés en bureau d'étude (modèles pseudo-statiques ou viscoélastiques) conclu ce travail.

### 2.1 Modèles pseudo-statiques

Ces approches initialisées par *Mononobé* et *Okabé* conduisent à l'évaluation de l'effort maximal exercé par le sol sur la structure. Cet effort est ensuite utilisé pour dimensionner l'ouvrage. Ces approches simples sont généralement utilisées dans la pratique courante. Et la plupart des codes parasismiques font encore référence à ces méthodes.

#### 2.1.1 Modèle de Mononobé-Okabé

Cette méthode est l'extension directe de la méthode classique de *Coulomb* utilisée couramment en statique. *Mononobé* [6] et *Okabé* [7] ont adapté les hypothèses de *Coulomb* pour le calcul dynamique des ouvrages de soutènement

En considérant l'équilibre du prisme de glissement ABC (figure 1), *Mononobé* et *Okabé* schématisent les effets de la sollicitation dynamique par deux forces d'inertie, horizontale et verticale, correspondant au champ uniforme des accélérations. Ces forces horizontales et verticales sont données par les expressions :

$$\text{Force d' inertie horizontale} = K_h W_s$$

$$\text{Force d' inertie verticale} = K_v W_s$$

avec

$W_s$ : poids du coin de sol  
 $K_h$  et  $K_v$ : respectivement les accélérations horizontale et verticale exprimées comme une fraction de l'accélération de pesanteur 'g'.

L'inclinaison de la surface de rupture est déterminée de la même façon que dans la théorie de Coulomb

L'étude de l'équilibre des forces s'exerçant sur le prisme ABC (voir figure 1) lorsque le sol se trouve dans un état d'équilibre actif ou passif permet de déterminer la poussée dynamique totale respectivement  $P_{ad}$  ou  $P_{pd}$  exercée par le sol sur un mur de hauteur H, soumis à des accélérations homogènes horizontale  $K_h g$  et verticale  $K_v g$ . On obtient :

$$P_{ad} = \frac{1}{2} \gamma H^2 (1 - K_v) K_{ad} \quad (1a)$$

ou

$$P_{pd} = \frac{1}{2} \gamma H^2 (1 - K_v) K_{pd} \quad (1b)$$

où  $K_{ad}$  et  $K_{pd}$  sont les coefficients de poussée dynamique du sol respectivement à l'état actif et à l'état passif,  $\gamma$  étant le poids volumique du sol sec

*Mononobé* et *Okabé* considèrent que la pression totale dynamique a une distribution hydrostatique. Par conséquent, le point d'application de la résultante se situe à une hauteur égale à  $H/3$  par rapport à la base du mur.

### 2.1.2 Modèle de Seed et Whitman

*Seed H. B. et Whitman R. V.* [9] ont effectué l'étude paramétrique la plus approfondie à partir de la formule de *Mononobé-Okabé*. Ils recommandent de décomposer le coefficient de poussée dynamique sous la forme :

$$K_{ad} = K_{as} + \Delta K_{ad} \quad (2)$$

avec  $K_{as}$  représentant le coefficient de poussée des terres à l'état statique. Pour un mur vertical, avec un remblai horizontal, en négligeant l'accélération verticale, Seed et Whitman montrent, que l'on peut estimer le coefficient de l'incrément dynamique de poussée  $\Delta K_{ad}$  par :

$$\Delta K_{ad} = \frac{3}{4} K_h \quad (3)$$

En pratique, ils recommandent de considérer que le point d'application de la poussée statique soit situé à une hauteur égale à  $H/3$ , par rapport à la base du mur, et que celui de l'incrément de poussée dynamique soit situé à une hauteur égale à  $0.6 H$ , par rapport à la base du mur.

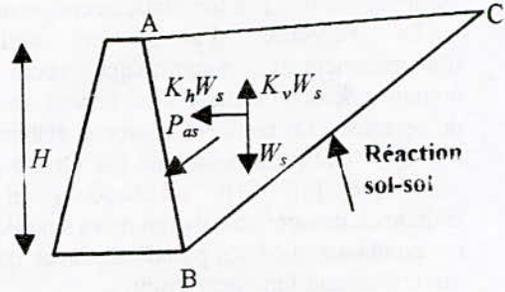


Figure 1 : Théorie de Mononobé-Okabé

## 2.2 Modèles élastiques et viscoélastiques

Pour la modélisation du comportement du sol, le modèle le plus simple est le modèle élastique, comme par exemple le Modèle de Scott [8]. Mais dans la réalité même pour des petites amplitudes de déformation on constate une déperdition d'énergie. Dans leur modèle *Veletsos A.S. et Younan A.H.* [10] considère que l'amortissement interne pour le milieu est de type constant hystérique.

### 2.2.1 Modèle de Scott

*Scott* [8] a développé un modèle pour un mur de soutènement rigide, pivotant autour de sa base, retenant un remblai à surface libre horizontale. Dans son modèle (figure 2), le sol est traité comme une poutre bidimensionnelle, travaillant uniquement en cisaillement, en schématisant l'interface sol - mur et les conditions aux limites par des ressorts.

Les propriétés du massif sont définies par sa densité, son module d'élasticité transversale, son coefficient de Poisson soit ( $\rho, G, \nu$ ).

L'application de ce modèle au milieu semi-infini est présentée sur la figure (2). La hauteur du mur et les propriétés des matériaux sont prises égales à celles de la couche de sol. La rigidité du ressort  $K_s$  par unité de longueur et par unité de hauteur est :

$$K_s = 0.4 \chi_0 \frac{G}{H} \quad \text{où} \quad \chi_0^2 = 2 \frac{(1-\nu)}{(1-2\nu)} \quad (4)$$

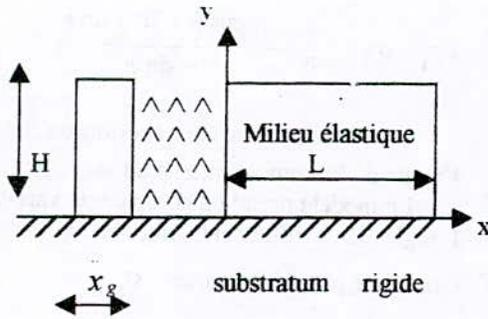


Figure 2 : Modèle de Scott : Milieu semi-infini

Dans ce cas, la poutre représente l'action du champ lointain. Pour obtenir la pression dynamique exercée sur le mur, on multiplie la réponse en champ lointain  $u(y)$  par  $K_s$ .

La réponse en champ lointain pour une couche de sol assimilé à une poutre transversale s'écrit [1] :

$$u(\eta) = -\frac{16}{\pi^3} \frac{\rho x_g \ddot{x}_g H^2}{G} \sum_{n=1,3} \frac{1}{n^3} \frac{1}{1 - \phi_n^2 + i\delta} \sin n \frac{\pi}{2} \eta$$

où (5)

$$\eta = y / H$$

$\delta$  : facteur d'amortissement interne qui, dans le cas élastique, est nul.

$$\phi_n = \frac{1}{n} \frac{\omega}{\omega_1}$$

$\omega$  : fréquence d'excitation de la poutre transversale.

$\omega_1 = \frac{\pi V_s}{2 H}$  où  $V_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$  : vitesse de propagation des ondes de cisaillements

$\omega_1$  : fréquence propre fondamentale de la poutre transversale de sol

$x_g$  : accélération à la base du modèle.

### 2.2.2 Modèle de Veletsos et Younan

Veletsos A.S. et Younan A.H. [10] évalue la pression dynamique induite par une sollicitation dynamique, harmonique ou sismique, sur un mur de soutènement, droit, vertical, fixe retenant un massif de sol semi-infini viscoélastique figure 3.

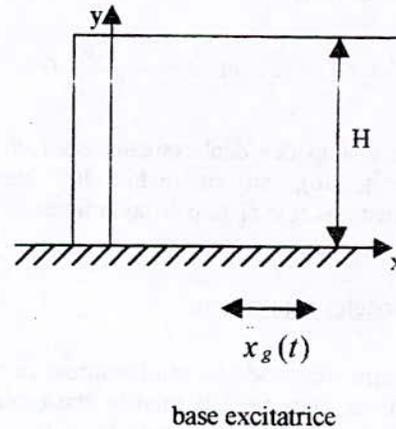


Figure 3 : Modèle de Veletsos et Younan.

L'amortissement interne pour le milieu est considéré de type constant hystérique.

Les propriétés du massif sont définies par sa densité, son module d'élasticité transversale, son coefficient de Poisson soit ( $\rho, G, \nu$ ) sans oublier son coefficient d'amortissement interne  $\delta$ , lequel est considéré indépendant de la fréquence d'excitation et identique pour les déformations axiales et transversales.

Les considérations des équations d'équilibres indéfinis de la mécanique des milieux continus, d'une loi contrainte-déformation viscoélastique pour le sol, des conditions initiales, et des conditions aux limites (en faisant l'hypothèse supplémentaire qu'aucune contrainte verticale ne se développe ou bien que le déplacement vertical est nul), donnent après plusieurs manipulations l'équation différentielle se rapportant au champ des déplacements relatifs horizontaux ' $u$ ' soit :

$$\psi_c G^* \frac{\partial^2 u}{\partial \zeta^2} + G^* \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} - \rho H^2 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \rho H^2 \ddot{x}_g(t) \quad (6)$$

$$\text{avec } \psi_c = \sqrt{\frac{2-\nu}{1-\nu}}$$

et les conditions aux limites

$$u_{z=0} = 0 \text{ et } u_{\eta=0} = 0 \quad (7)$$

$\zeta = \frac{x}{H}$  et  $\eta = \frac{y}{H}$  sont des paramètres sans dimension.

$G^*$ ,  $\lambda^*$  sont les valeurs complexes des constantes de Lamé

$$G^* = G(1+i\delta) \text{ et } \lambda^* = -\frac{2\nu}{1-2\nu}G^*$$

Le champ des déplacements étant obtenu à partir de (6), on en déduit le champ de déformations et le champ de contraintes.

### 2.3 Modèles non-linéaires

Parmi les modèles non-linéaires, ce sont le modèle de Duncan et le modèle élasto-plastique parfait que nous avons considérés.

#### 2.3.1 Modèle de Duncan.

Le modèle de Duncan [5] suppose que la courbe contrainte-déformation pour un sol pour une pression de confinement ( $\sigma_3$ ) peut être approximée par une hyperbole (figure 4). Cette hyperbole peut être représentée par une équation de la forme :

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{\varepsilon}{\frac{1}{E_i} - \frac{\varepsilon}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}}} \quad (8)$$

où  $E_i$  est le module tangent initial et  $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$  la valeur asymptotique du déviateur de contraintes. Cette valeur de l'asymptote surestime de façon sensible la valeur du déviateur à la rupture  $(\sigma_1 - \sigma_3)_{rupt}$ . On relie ces deux valeurs par un coefficient  $R_f$  suivant la relation :

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_{rupt} = R_f (\sigma_1 - \sigma_3)_{ult} \quad (9)$$

La contrainte déviatorique à la rupture  $(\sigma_1 - \sigma_3)_{rupt}$  est donnée par le critère de Mohr-Coulomb qui s'écrit :

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_{rupt} = \frac{2c \cos \varphi + 2\sigma_3 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad (10)$$

où  $c$  est le terme de cohésion du sol et  $\varphi$  l'angle de frottement interne du sol.

Le modèle prend en compte une variation de l'angle de frottement interne  $\varphi$  avec la contrainte principale mineure  $\sigma_3$ .

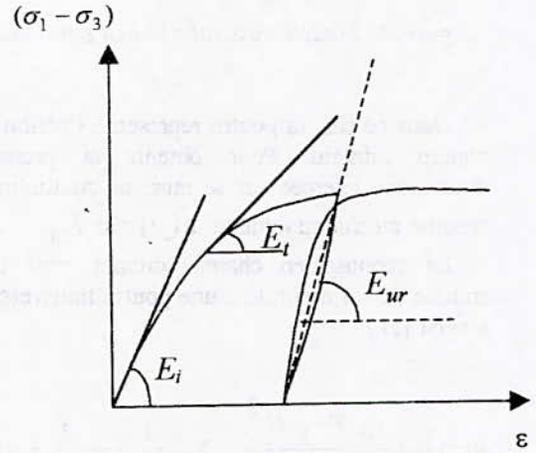


Figure 4 : Modèle hyperbolique de la relation contrainte-déformation.

La pente instantanée de la courbe hyperbolique est le module tangent  $E_t$ , lequel est fonction de la pression de confinement  $\sigma_3$  et du niveau de contrainte  $SL$  qui peut être défini de la manière :

$$SL = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{rupt}} \quad (11)$$

Duncan prend en considération l'influence de  $\sigma_3$  sur la pente à l'origine pour l'incrément considéré et prend en compte, pour cette dernière, une variation de la forme :

$$E_i = K_{ch} \cdot P_a \left( \frac{\sigma_3}{P_a} \right)^n \quad (12)$$

où le coefficient  $K_{ch}$  et l'exposant  $n$  sont des paramètres constants sans dimension du modèle, pour un sol donné.  $P_a$  est la pression atmosphérique.

Finalement le module tangent s'écrit en chargement :

$$E_t = K_{ch} \cdot P_a \left( \frac{\sigma_3}{P_a} \right)^n (1 - R_f \cdot SL)^2 \quad (13)$$

Le module de déchargement – rechargement est modélisé comme une fonction de la pression de confinement  $\sigma_3$  seulement suivant la relation :

$$E_{ur} = K_{ur} \cdot P_a \left( \frac{\sigma_3}{P_a} \right)^n \quad (14)$$

Où  $K_{ur}$  est un coefficient constant typiquement 1.2 à 3 fois plus grand que le coefficient  $K_{ch}$ .

Le module de déformation volumique du sol est supposé être indépendant du niveau de contrainte et peut être exprimé comme une fonction de la pression de confinement  $\sigma_3$  suivant la relation :

$$K = K_B \cdot P_a \left( \frac{\sigma_3}{P_a} \right)^m \quad (15)$$

où le coefficient  $K_B$  et l'exposant  $m$  sont des paramètres constants sans dimension pour un sol donné.

Ensemble, le module  $E_t$  ou  $E_{ur}$  et le module de déformation volumique  $K$  définissent la relation contrainte déformation du matériau. Ce relativement simple et directe modèle hyperbolique peut être formulé et appliqué en terme de contrainte totale ou effective en utilisant des paramètres appropriés déterminés aux moyens d'essais triaxiaux.

### 2.3.2 Modèle élasto-plastique parfait.

La relation contrainte déformation à l'allure de la figure 5 dans le cas uniaxial.

Cependant, le comportement général d'un matériau sous un état de contrainte complexe, n'est pas si direct, car il fait intervenir 6 contraintes (cas homogène isotrope) et 6 déformations.

#### Critère de chargement ou de déchargement.

Soit  $f(\sigma_{ij}) = k$  l'équation de la surface de charge correspondante à la fonction de charge  $f(\sigma_{ij})$  où  $k$  est un paramètre caractéristique du matériau.

La condition pour que l'écoulement plastique se produise lorsque la surface de charge est atteinte est :

$$f(\sigma_{ij}, k) = 0 \text{ et } df = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} = 0 \quad (16a)$$

Dans le cas contraire, on aura un déchargement

$$f(\sigma_{ij}, k) = 0 \text{ et } df = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} < 0 \quad (16b)$$

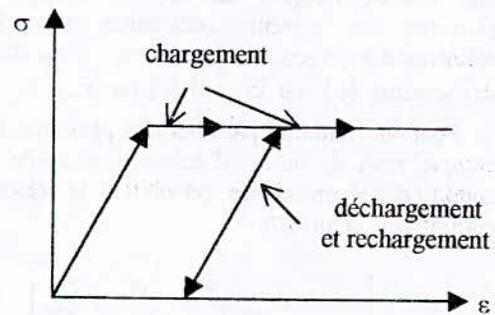


Figure 5 : Relation contrainte –déformation pour matériau élastique parfaitement plastique, cas uniaxial.

#### Tenseur incrémental de déformation élastique et plastique.

Le tenseur de déformation est supposé être la somme du tenseur incrémental élastique et du tenseur incrémental plastique, soit en notation indicielle:

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p \quad (17)$$

#### Loi d'écoulement associée avec la fonction de charge de Drucker-Prager.

La surface de chargement, du modèle de Drucker-Prager dans cette étude, s'écrit :

$$f(I_1, \sqrt{J_2}) = \sqrt{J_2} + \alpha I_1 - k = 0 \quad (18)$$

avec  $\alpha > 0$  et  $k > 0$

où  $I_1$  et  $J_2$  sont respectivement le premier invariant du tenseur des contraintes  $\sigma_{ij}$  et le second invariant du tenseur déviatorique  $s_{ij}$  des contraintes.

La loi d'écoulement associée à la fonction de charge de Drucker-Prager s'écrit :

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial f(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}} \quad (19)$$

Relation contrainte -déformation incrémentale.

Dans l'analyse élasto-plastique par une approche numérique, la technique la plus commune est la méthode incrémentale utilisant une matrice tangente de rigidité reliant les éléments des tenseurs contraintes avec les éléments des tenseurs déformations placés dans des vecteurs  $\{\sigma\}$  ou  $\{\sigma_{ij}\}$  et  $\{\varepsilon\}$  ou  $\{\varepsilon_{ij}\}$ .

Pour un matériau parfaitement plastique [2] compte tenu de la loi d'écoulement et de la condition de consistance, on obtient la relation contrainte - déformation.

$$d\sigma_{ij} = \left[ C_{ijkl}^r - \frac{C_{ijmn}^r \frac{\partial f}{\partial \sigma_{mn}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{pq}} C_{pqkl}^r}{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{rs}} C_{rstu}^r \frac{\partial f}{\partial \sigma_{tu}}} \right] d\varepsilon_{kl} \quad (20)$$

où  $C_{ijkl}^r$  est le tenseur relation (indice r) contrainte-déformation élastique du matériau.

**3. APPLICATIONS DES CODES DE CALCULS ELABORES ET RESULTATS**

On a élaboré deux codes de calculs pour chacun des modèles considérés pour des raisons de souplesse évidentes. On a appliqué ces codes de calculs au modèle réduit de l'expérience effectuée par Chouvet et au mur poids grandeur réelle fixe ou capable de mobilité (figure 6). Nous avons comparé les résultats obtenus avec ceux obtenus expérimentalement.

Les résultats obtenus par Chouvet sont portés sur la figure 7, pour un modèle réduit. Les résultats obtenus pour une modélisation élastique sont portés sur la figure 8, les résultats pour le modèle de Duncan sur la figure 9 et pour le modèle élastoplastique sur la figure 10.

L'analyse des résultats montre que le modèle de Duncan est le modèle qui se rapproche le mieux des résultats expérimentaux principalement pour les déplacements horizontaux. Les deux autres modèles ont donné, dans l'intervalle de temps considéré, des déplacements nettement plus faibles que ceux observés notamment pour le modèle élasto-plastique et se sont montrés incapables de simuler le déplacement du mur par à coup.

C'est donc le modèle de Duncan que l'on a retenu et que l'on a appliqué au mur grandeur nature.

Une étude paramétrique sur le mur réel fixe ou mobile a été effectuée. Les résultats (figure 11) montrent que la réponse est très sensible d'une part aux paramètres de la loi de comportement et d'autre part à la pulsation ou à l'amplitude de l'excitation. En ce qui concerne les paramètres de la loi de Duncan, on constate que les déplacements horizontaux du sommet du mur augmentent de façon sensible avec l'augmentation de la valeur des paramètres, sauf pour le coefficient de Poisson. Pour les déplacements horizontaux de la base du mur, il en est de même, sauf pour le coefficient de déchargement-rechargement.

Dans tous les cas le point d'application de la résultante des pressions se situe dans la zone centrale du mur et parfois plus haut.

L'application du modèle de Duncan à un mur réel fixe nous a permis de mettre en relief la difficulté posée par les lois de comportement non-linéaires à tirer des conclusions claires lorsque, nous voulons comparer ces modèles avec des modèles plus simples tels que les modèles de Scott et Veletsos et Younan. En effet, pour un modèle non linéaire appliqué aux sols, la rigidité du sol varie dans des proportions d'autant plus importantes que la sollicitation est grande et par conséquent, il en est de même pour la période fondamentale du sol. Par contre, cette période fondamentale pour des modèles plus simples est constante mais d'une importance capitale vu que c'est celle-ci qui va déterminer l'amplitude de la réponse. Le choix de la rigidité à injecter dans les modèles élastiques et viscoélastiques reste un problème délicat.

Dans tous les cas traités (figure 12), le modèle de Duncan, aussi bien pour le mur fixe que pour le mur mobile, donne une résultante maximale des pressions (exercées par le massif de sol sur le mur) supérieure, parfois de beaucoup, par rapport à celles obtenues par les méthodes classiques.

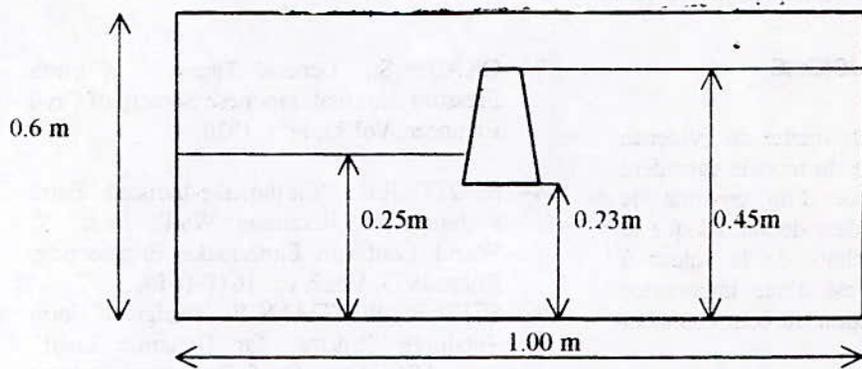
#### 4. CONCLUSIONS

Ce travail a permis de mettre en évidence l'importance de l'influence du modèle considéré sur la réponse dynamique d'un ouvrage de soutènement. Pour un modèle donné, tel que le modèle de Duncan, le choix de la valeur à attribuer aux paramètres est d'une importance considérable sur la prédiction du comportement dynamique de l'ouvrage.

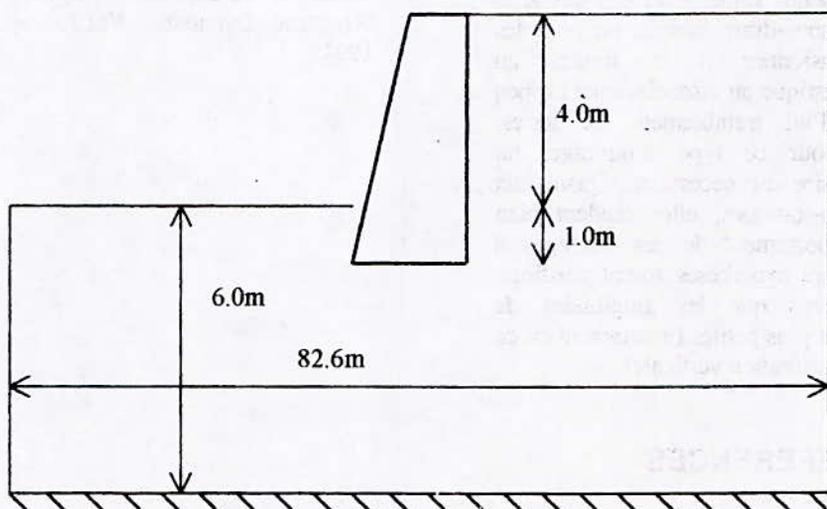
Ce travail montre le rôle indispensable de l'approche expérimentale, seule apte à valider un modèle et ses hypothèses d'une part, et d'autre part seule capable de fournir les valeurs des paramètres à injecter au modèle, sans lesquels, toute prédiction serait vaine. Pour des ouvrages de soutènement sous-dimensionnés ou pour les ouvrages dimensionnés à la limite, un comportement élastique ou viscoélastique est peu probable lors d'un tremblement de terres. Généralement, pour ce type d'ouvrage, un modèle non-linéaire est nécessaire. Quant aux méthodes pseudo-statiques, elles rendent bien compte du comportement de ces ouvrages à condition que leurs hypothèses soient vérifiées, ceci, d'autant plus que les amplitudes de l'accélération sont plus petites (notamment en ce qui concerne l'accélération verticale).

#### REFERENCES

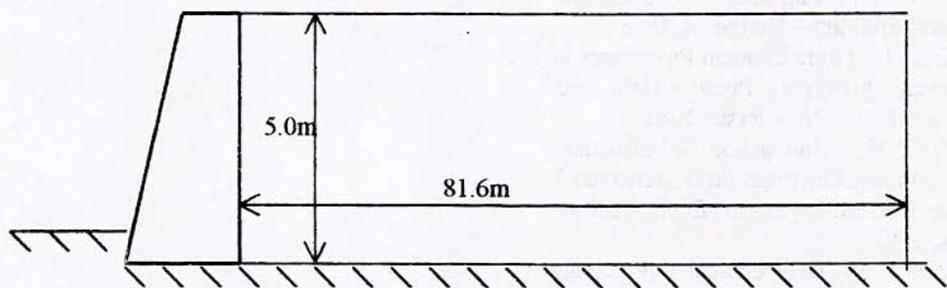
- 1- CETIN SOYDEMIR., ' Seismic Design of Rigid Underground Walls in New England' Proceeding :Second International Conférence on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics ', 1991, S<sup>t</sup> Louis, Missouri, Paper N° 4.6.
- 2- CHEN W. F., ' Plasticity for Structural engineers' Springer – Verlag ed., 1988
- 3- BATHE K. J., 'Finite Element Procedures in Engineering Analysis', Prentice-Hall, Inc, Englewood Cliffs, New Jersey, 1982.
- 4- CHOUVET D., ' Interaction Sol-Structure. Application aux Ouvrages de Soutènement'. Thèse de Docteur-Ingénieur, Ecole Centrale de Paris, 1983.
- 5- DUNCAN J. M., 'Geotechnical Engineering Research Report N° SU/GT/84-03'. Departement of Civil Engineering. Stanford University. November, 1984.
- 6- MONONOBE N., MATSUO H., 'On the Determination of Earth Pressure During Earthquakes'. Proceeding World Engineering Conference, p. 176, vol. 9, 1929
- 7- OKABE S., 'General Theory of Earth Pressure'. Journal, Japanese Society of Civil Engineer, Vol.12, N°1, 1926.
- 8- SCOTT R.F., 'Earthquake-Induced Earth Pressures on Retaining Wall', Proc. 5<sup>th</sup> World Conf. on Earthquake Engineering, Rome 1973, Vol.2, pp. 1611-1619.
- 9- SEED B., WHITMAN R. 'Design of Earth Retaining Structure for Dynamic Load'. Proc. ASCE Spec. Conf. On Lateral Stresses and Earth Retaining Structures. Cornell Univ. Ithaca, N. Y, 1970, pp. 103-147.
- 10- VELETOSOS A. S., YOUNAN A.H., 'Dynamic Soil Pressures on Rigid Vertical Walls'. Earthquake Engineering an Structural Dynamics, Vol.23, pp.275-301, 1994.



Modèle réduit.

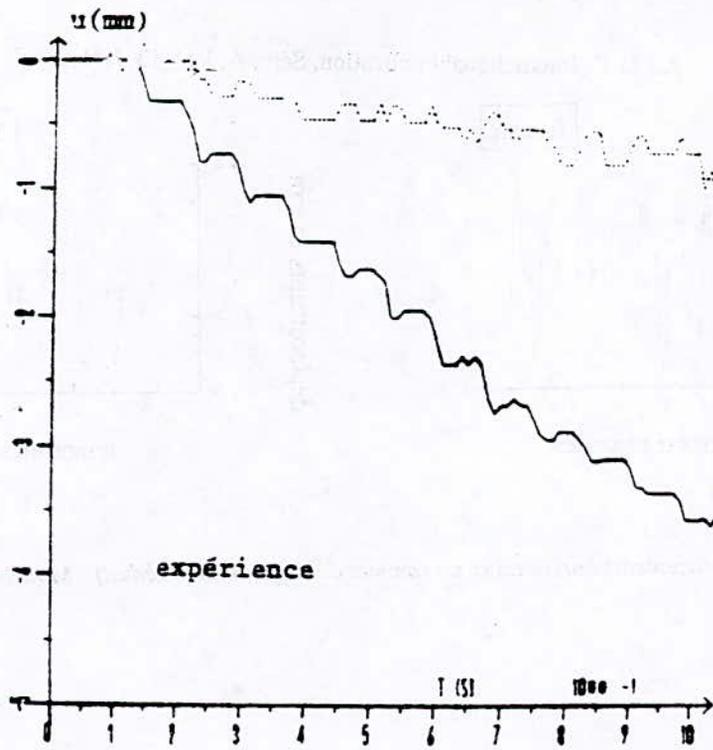


Mur réel mobile.

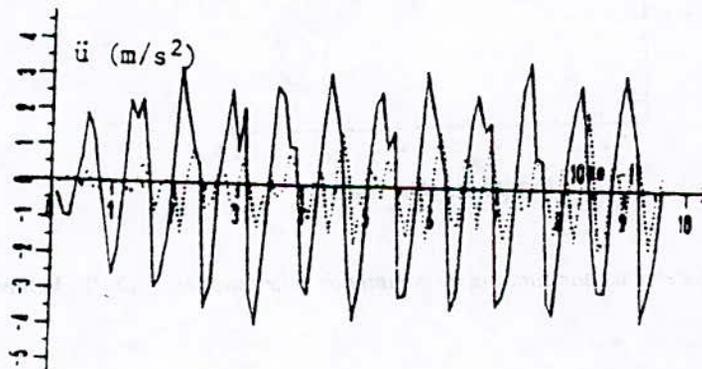


Mur réel fixe.

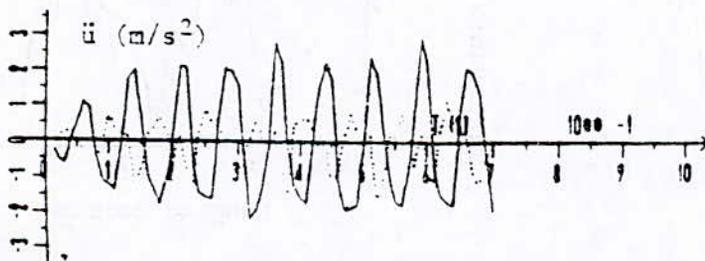
Figure 6 : Murs considérés



a) Déplacements du sommet du mur



b) Accélérations du sommet du mur



c) Enregistrement de la sollicitation à la base du cadre

Figure 7 : Résultats expérimentaux sur modèle réduit [4]  
 (— horizontale, ---- verticale)

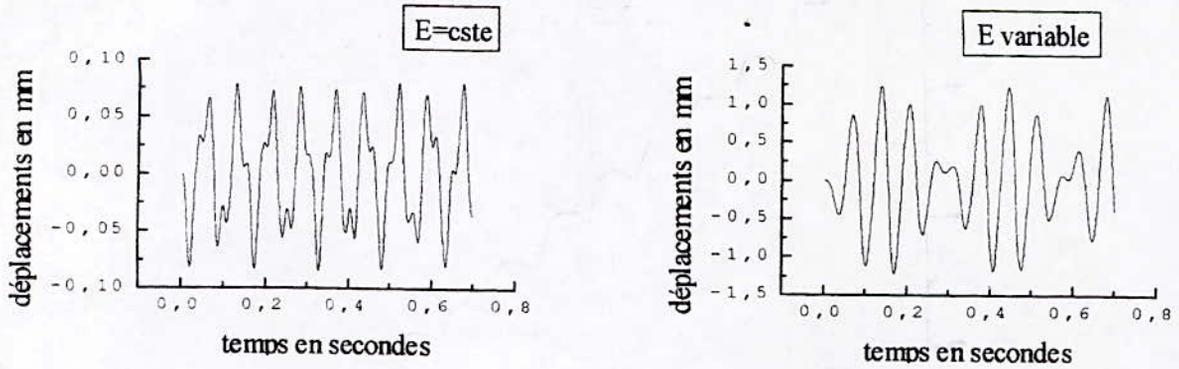


Figure 8 : Déplacements horizontaux du sommet du mur (modèle réduit) : Modèle élastique

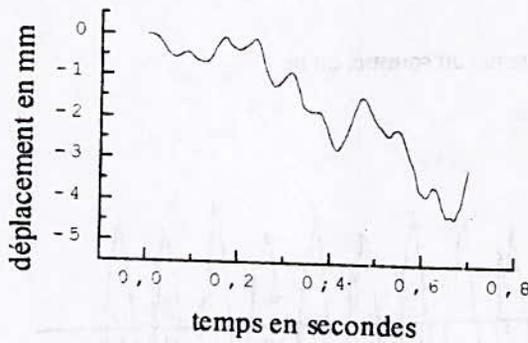
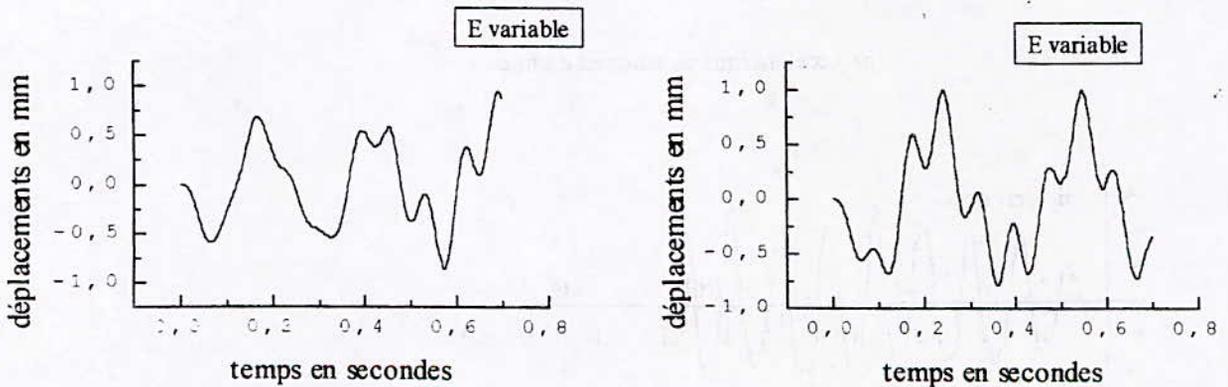


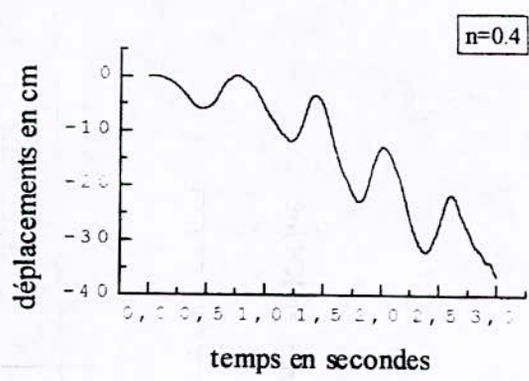
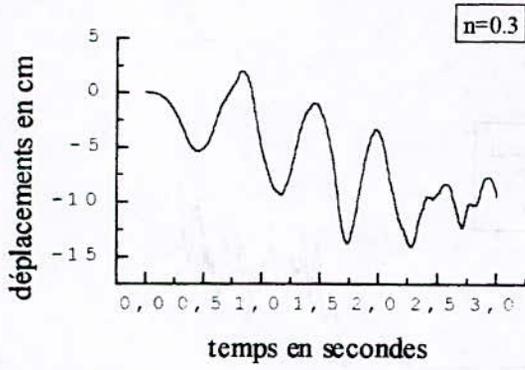
Figure 9 : Déplacements horizontaux du sommet du mur (modèle réduit) : Modèle de Duncan



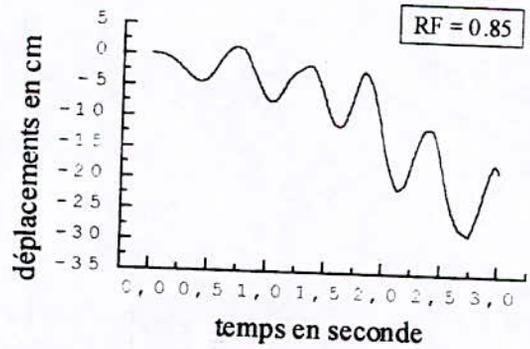
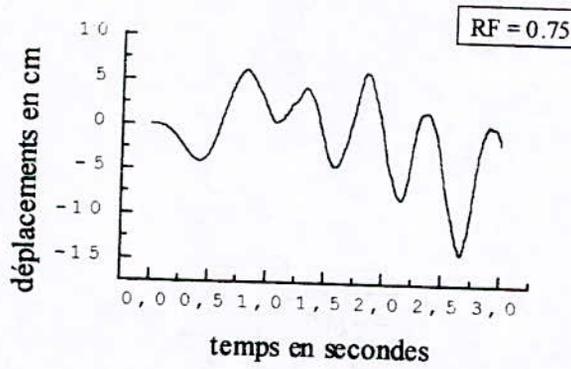
a) Etat initial des terres au repos

b) Etat initial par incrémentation de 0.1g

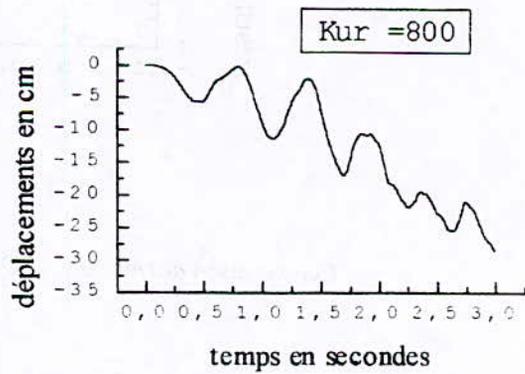
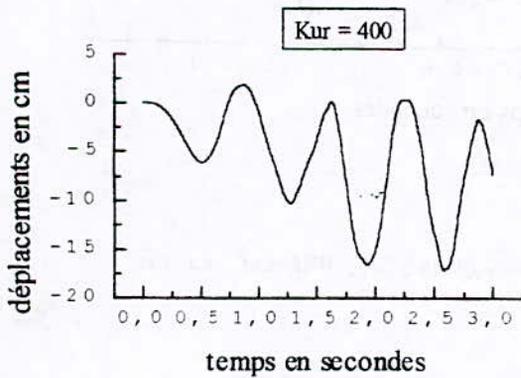
Figure 10 : Déplacements horizontaux du sommet du mur (modèle réduit) : Modèle élasto-plastique



a) Influence de l'exposant de la loi de Duncan

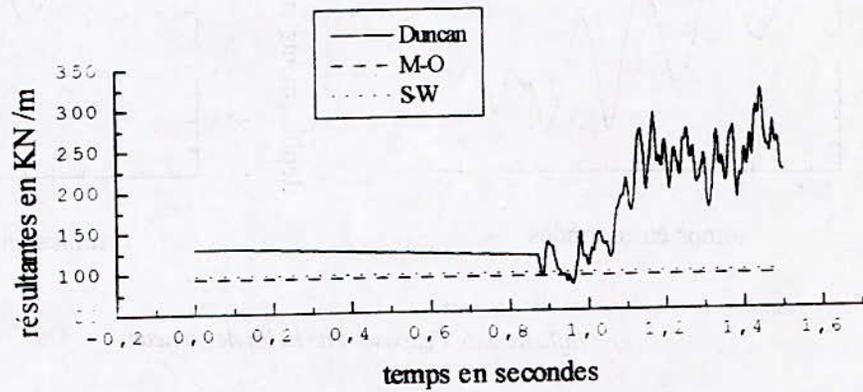


b) Influence du coefficient de rupture

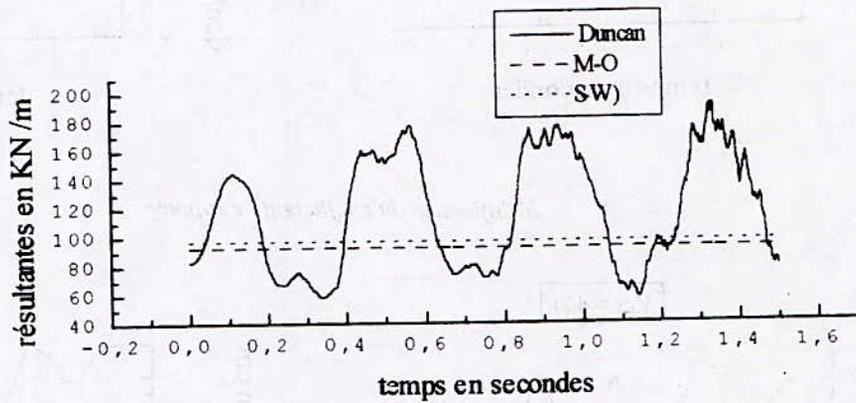


c) Influence du coefficient de déchargement-rechargement

figure 11 : Déplacements horizontaux du sommet du mur mobile (grandeur réel)



*Comparaison des modèles de Duncan, Mononobé-Okabé, Seed-Whitman : mur mobile*



*Comparaison des modèles de Duncan, Mononobé-Okabé, Seed-Whitman : mur fixe*

*Figure 12 : Comparaison des modèles*

## ETUDE DE LA RESISTANCE A LA FISSURATION DES CEMENTS RENFORCES DE FIBRES CELLULOSIQUES

\* M.M. KHENFER., \*\* A.BALI., et \*\*\* P.MORLIER.,

\* Centre Universitaire de Laghouat (ALGERIE)

\*\* Ecole Nationale Polytechnique d'Alger (ALGERIE)

\*\*\* Laboratoire de Rhéologie de Bois de Bordeaux (FRANCE)

### Mots clés:

Bétons de fibres, cellulose, résistance, fissuration, rupture, propagation de fissure.

### ملخص

إن الانتشار المستقر و البطيء للتشقق هو الميكانيزم السائد في إنهيار الاسمنت المسلح بألياف السيليلوز، هذه الخاصية يمكن وصفها بمنحنيات المقاومة لإنتشار التشقق بدلالة إمتداده التي تعتمد علي مفاهيم ميكانيك الانهيار المرن و التي تفترض أن المادة متجانسة وموحدة الخواص، إن منحنيات R ترسم بمعاملات شدة الأجهاد  $K_R$ .  
تكشف دراسة مقاومة التشقق بأن الحالة التي تكون فيها المادة قابلة لإمتصاص الماء وطول الليف المقوي لا تؤثر مطلقا على بدء سريان التشقق و لكنها تتميز بزيادة المقاومة للتشقق تبعاً لتقدمه هذه الزيادة موضحة بشكل حلي بنموذج إلهيار الملاحظ.

### ABSTRACT

Slow crack growth controls the fracture behaviour of cements reinforced with cellulosic fibres. This property can be described by R-curves which curves are based on linear elastic fracture mechanics and assume that the material is isotropic and homogenous. The R-curves are expressed in terms of the stress intensity factor  $K_R$ . These curves show that an increase in the humidity content of the material or the length of the fibres does not have any effect on the onset of crack propagation. However, it does lead to a higher resistance to crack growth which is accompanied by a change on the morphology of the fracture surfaces produced.

### RESUME

La propagation stable et lente de la fissure est un mécanisme prédominant du comportement à la rupture des ciments renforcés de fibres de cellulose. Cette caractéristique peut être décrite par les courbes de résistance de propagation de la fissure en fonction de son extension, basée sur les concepts de la mécanique de la rupture et qui suppose que le matériau est isotrope et homogène tout en négligeant les hétérogénéités microscopiques. Les courbes R sont tracées en facteurs d'intensité de contrainte  $K_R$ . L'étude de la résistance à la fissuration révèle que l'état hygroscopique du matériau et la longueur de la fibre incorporée n'ont aucune influence sur l'initiation à la propagation de la fissure, mais se traduit par un plus fort accroissement de la résistance à la fissuration en fonction de l'avancée de la fissure. Cet accroissement est bien mis en évidence par le mode de rupture observé.

## ETUDE DE LA RESISTANCE A LA FISSURATION DES CEMENTS RENFORCES DE FIBRES CELLULOSIQUES

\* M.M. KHENFER., \*\* A.BALI., et \*\*\* P.MORLIER.,

\* Centre Universitaire de Laghouat (ALGERIE)

\*\* Ecole Nationale Polytechnique d'Alger (ALGERIE)

\*\*\* Laboratoire de Rhéologie de Bois de Bordeaux (FRANCE)

L'étude de la résistance à la fissuration des ciments renforcés de fibres de cellulose en fonction de la teneur en eau et en fonction de la longueur de la fibre incorporée montre une propagation stable de la fissure qui est due au renforcement apporté par les fibres de cellulose. L'augmentation de la teneur en eau ou de la longueur des fibres n'a aucune influence sur l'initiation à la propagation de la fissure mais elle se traduit par un plus fort accroissement de la résistance à la fissuration en fonction de l'avancée de la fissure. Cet accroissement est bien mis en évidence par le mode de rupture qui, aussi, dépend de l'état hygroscopique du matériau et de la longueur des fibres incorporées.

### I. INTRODUCTION

Les concepts de la mécanique de la rupture élastique linéaire ont été appliqués aux bétons ensuite ont été étendus par BROWN [1] aux pâtes de ciment, mortier et aux bétons renforcés de fibres courtes disposées au hasard. Les paramètres de rupture tels que le facteur d'intensité de contrainte critique ( $K_c$ ) et le taux de restitution d'énergie critique ( $G_c$ ) ont été étudiés par plusieurs méthodes.

Bien que ces matériaux aient des hétérogénéité et des anisotropies microscopiques, des résultats d'utilisation des paramètres comme critères de rupture ont été déterminés par MAY [6].

La propagation stable et lente de la fissure est un mécanisme prédominant du comportement à la rupture des ciments renforcés de fibres de cellulose. Cette caractéristique peut être décrite par les courbes de résistance de propagation de fissure en fonction de son extension, basée sur les concepts de la mécanique linéaire de la rupture et qui suppose que le matériau est isotrope et homogène tout en négligeant les hétérogénéité microscopiques.

Les courbes R peuvent étre caractéristiques de ces matériaux, à deux conditions:

- La pseudo-ductilité observée en traction doit étre faible ou inexistante [8].
- Il faut opérer sur des éprouvettes de grandes dimensions pour que la taille de la microfissuration soit petite devant la longueur de l'entaille et du ligament [4].

En satisfaisant ces conditions, les courbes R peuvent étre représentatives des matériaux comme les ciments renforcés de fibres de cellulose et qui ont une courbe de traction linéaire élastique [5]. Dans cette étude on examine l'effet de la teneur en eau du composite et de la longueur des fibres incorporées sur la résistance à la fissuration.

Les courbes R sont tracées en facteur d'intensité de contrainte  $K_R$ . Les conditions d'instabilité dépendent des paramètres géométriques de l'éprouvette ( $a_0, w$ ) et de la vitesse de mise en charge. Ces considérations nous contraignent à travailler sur des éprouvettes entaillées et sollicitées de telle sorte que la propagation de la fissure soit stable.

### II. EPROUVETTES ET METHODES D'ESSAIS

Le matériau utilisé est préparé selon le même procédé que celui utilisé dans notre précédente étude [9].

L'étude de la résistance à la fissuration est conduite tout d'abord sur des ciments renforcés de fibres de cellulose à l'état sec, ambiant et saturé, ensuite sur des composites renforcés par différentes longueurs de fibres de pin (ARRAUCO).

Le pourcentage d'humidité absolue correspondant à chaque état d'humidité est montré dans le tableau 1.

état hygroscopique	% d'humidité absolue dans l'éprouvette
sec	0
ambiant	8
saturé	25

**Tableau 1:** pourcentage de la teneur en eau dans le composite aux différents états hygroscopiques

Le tableau 2 donne les longueurs des fibres qui ont été déterminées selon les techniques cités auparavant [9].

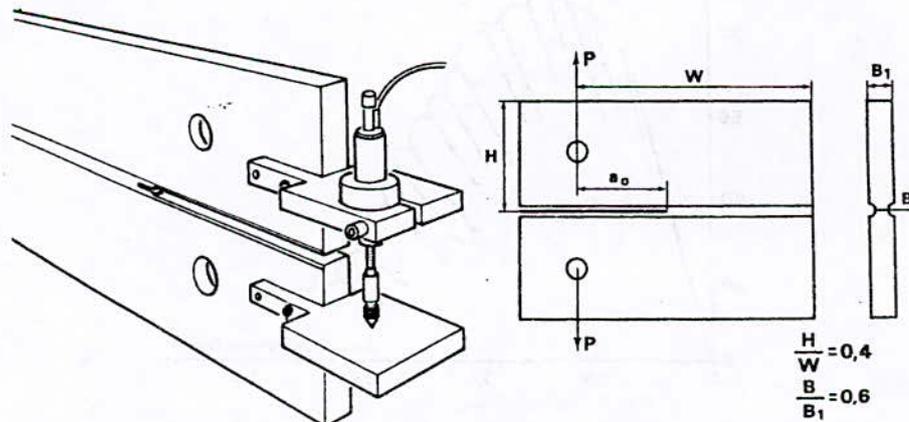
Référence	10 % <	25 % <	50 % =	25 % >	10 % >	Moyenne pondérée (mm)	écart type (mm)
tamis 1	1.84	2.43	3.13	3.78	4.44	3.14	0.69
tamis 2	1.26	1.71	2.29	2.92	3.48	2.35	0.60
tamis 3	0.91	1.27	1.79	2.45	3.13	1.93	0.60

**Tableau 2 :** Longueurs des fibres de Pin (Arrauco) et leurs écarts types obtenues dans chaque tamis

Les essais de rupture sont conduits sur des éprouvettes "Compact tension" CT (figure 1) sollicitées sur une machine de traction ADAMEL modèle DY25 à vitesse de déplacement constante de 0.5 mm/mn. Pour éliminer les risques de bifurcation de la fissure, nous avons usiné des rainures de part et d'autres de l'éprouvette, dans la direction de la propagation de la fissure: ce qui réduit l'épaisseur de l'éprouvette de 40 %. Les entailles sont réalisées avec une scie à ruban d'épaisseur 1.5 mm. Elles sont ensuite

prolongées sur 5 mm avec une autre scie plus fine (environ 0.2mm d'épaisseur): ce qui assure en fond d'entaille un rayon de courbure suffisamment faible.

La mesure du déplacement d'ouverture de la fissure est assurée par un capteur inductif positionné à l'extrémité de l'éprouvette (figure1). La mesure du déplacement à cet endroit, et non pas au point d'application de la charge, modifie la valeur de la complaisance, mais pas sa variation ( $\delta C/\delta a$ ).



**Figure 1:** Géométrie et fixation du capteur de déplacement sur l'éprouvette Compact tension (CT)

Pour la mesure de la longueur de la fissure, la méthode de la complaisance s'est avérée à déconseiller [7] pour notre matériau, car les fibres de cellulose, partiellement déchaussées et qui forment un pont à travers la fissure, ont une influence sur la valeur de la complaisance: pour une même longueur de fissure, selon qu'elle est usinée ou qu'elle s'est propagée avec un pont de fibres, les complaisances ne sont pas

identiques. Pour tenir compte de la différence entre une fissure entaillée et une fissure qui s'est propagée, la mesure à tout instant de celle-ci est assurée par un cathétomètre (précision 0.02 mm). Lors d'un essai continu de chargement à vitesse de déplacement constante, nous distinguons 3 domaines sur la courbe charge - ouverture présentée ci dessous (figure 2).

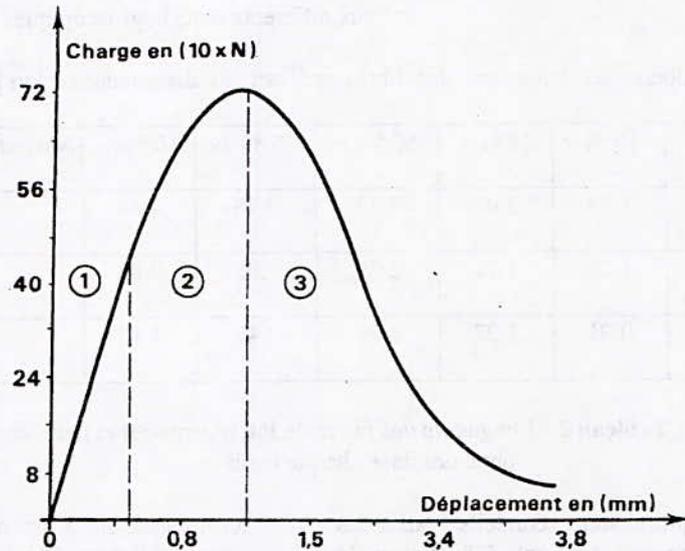


Figure 2: courbe charge-ouverture d'une éprouvette entaillée

- 1- un domaine parfaitement linéaire;
- 2- un domaine non linéaire traduisant une propagation lente et stable de la fissure à charge croissante;

- 3- enfin, après avoir atteint le maximum, la charge décroît graduellement avec, toujours, une propagation stable de la fissure.

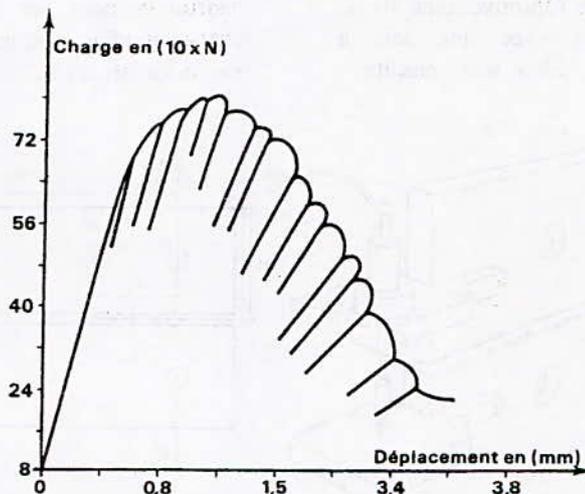


Figure 3 : courbe charge-ouverture d'une éprouvette soumise à des chargements et des déchargements

La mesure de la complaisance, à tout instant, est réalisée en utilisant la technique de chargement et de déchargement de l'éprouvette. Cette méthode d'essai permet de déterminer la complaisance en tenant compte de la déformation résiduelle due aux fibres partiellement déchaussées et qui ne rentrent pas totalement dans les trous de la matrice après déchargement, ou à des débris microscopiques de part et d'autres de la fissure.

Soit  $G_{non}$  l'énergie emmagasinée dans un matériau d'épaisseur totale  $B_1$ . Cette énergie va se relâcher pour créer une surface d'épaisseur  $B$ , donc:

$$G = G_{non} \times \frac{B_1}{B} \quad (1)$$

Pour un matériau isotrope et homogène, le taux de restitution d'énergie  $G$  et le coefficient d'intensité de contrainte  $K$  sont liés par la relation:

$$G = K^2 / E \quad \text{en contraintes planes} \quad (2)$$

avec  $E$ , le module d'Young

$$\text{d'où} \quad K = K_{non} \times \left(\frac{B_1}{B}\right)^{1/2} \quad (3)$$

$$\text{avec} \quad K_{non} = Y \times \frac{P}{B_1 \cdot w} \times (a)^{1/2} \quad (4)$$

$$\text{et} \quad K = Y \times \frac{P}{w} \times \left(\frac{a}{B_1 \cdot B}\right)^{1/2} \quad (5)$$

L'énergie de propagation unitaire est :

$$G = \frac{1}{2B} P^2 \times \frac{\delta C}{\delta a} \quad (6)$$

En remplaçant  $K$  et  $G$  par leurs expressions dans l'équation 2, on aura:

$$Y^2 \times \frac{P^2}{w^2} \times \frac{a}{(B_1 \cdot B)} = E \times \frac{1}{2B} \times P^2 \times \frac{\delta C}{\delta a} \quad (7)$$

$$\text{On trouve:} \quad \frac{2 \cdot Y^2}{E} \times \left(\frac{a}{w}\right) = B_1 \cdot w \times \frac{\delta C}{\delta a} \quad (8)$$

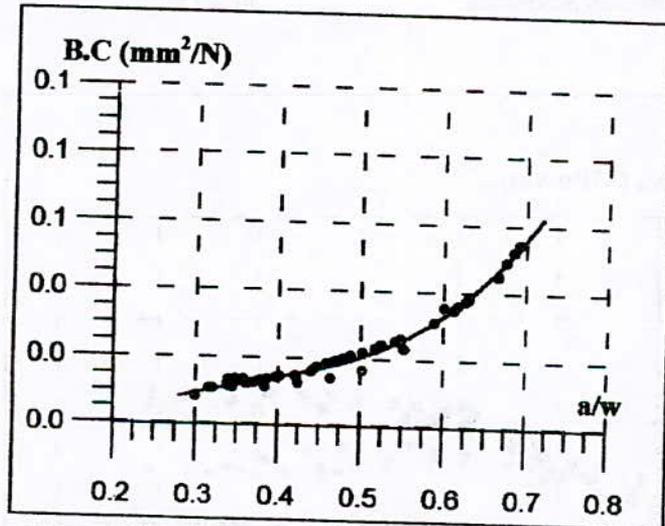


Figure 4: Complaisances théorique et expérimentale

••••• Complaisance théorique  
 ——— Complaisance expérimentale

Pour les éprouvettes utilisées, on dispose [11] d'un polynôme de calibration  $Y$ , défini pour des valeurs de  $a/w$  entre 0.3 et 0.6. Après intégration de cette équation, nous traçons la courbe théorique, de la complaisance en fonction de la longueur de la fissure, nous la comparons à la

courbe expérimentale (figure 4). Cette courbe montre l'accord parfait entre les valeurs des complaisances expérimentales et théoriques. Elle est obtenue pour le cas de déciments renforcés de fibres (ARRAUCO) à l'état ambiant avec un module d'Young  $E$  de 18 GPa.

### III. COMMENTAIRES DES RESULTATS

#### III. 1. Analyse des courbes R

Nous traçons les courbes R en facteurs d'intensité de contraintes critiques  $K_R$  (figure 5).

Nous distinguons différents stades de comportement de la résistance à la fissuration en fonction de la propagation de la fissure:

- au début de la propagation de la fissure, la résistance à la fissuration augmente fortement en fonction de l'accroissement de celle-ci. Pour des longueurs de fissures un peu plus grandes (de l'ordre de 50 mm), la résistance croît peu à peu

#### III. 2. Comparaison des courbes R

##### III.2.1. en fonction de l'état hygroscopique du matériau

Au cours des essais, on a pu vérifier que l'amorçage de la fissure correspond au début de non linéarité de la courbe charge-ouverture. A ce point, la matrice est déjà endommagée. Ce sont les fibres qui vont s'opposer à la propagation de la fissure.

Dans des études [2,3], on a pu suivre l'endommagement du composite lors d'un essai, par localisation de l'émission acoustique:

jusqu'à un maximum. Jusqu'à ce stade, tous les composites se comportent de la même manière. Après ce stade, les composites renforcés par différentes longueurs de fibres de cellulose à l'état ambiant voient leur résistance à la propagation de la fissure décroître graduellement pour atteindre une valeur constante. Cette variation ne s'est pas manifestée dans les autres cas. Pour chaque courbe R, on détermine le coefficient d'intensité de contrainte  $K_A$  à l'amorçage de la fissure et  $K_R$ , correspondant respectivement au début de non linéarité de la courbe charge-ouverture et à la valeur maximale  $K_R$ .

- détection d'un endommagement en avant du front de la fissure dans le domaine linéaire de la courbe charge - ouverture;

- au point de non linéarité, la fissure se propage sans que la zone de microfissuration atteigne sa taille maximale;

- au cours de la propagation stable de la fissure, la taille de la zone endommagée croît jusqu'à sa valeur maximale.

Les variations du facteur d'intensité,  $K_R$  en fonction de l'avancée de la fissure  $\Delta a$  pour différents états d'humidité sont présentées sur la figure 5.

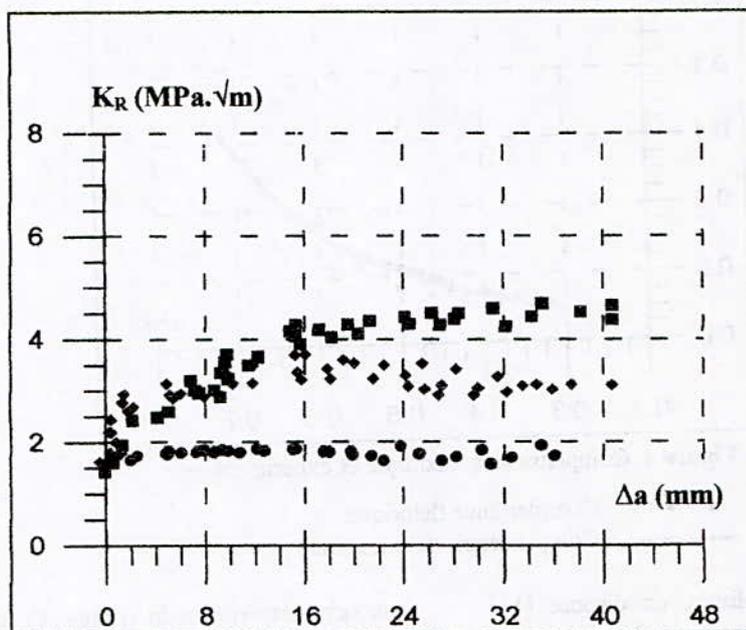


Figure 5 : Courbes  $K_R$  en fonction de  $\Delta a$  correspondant aux différents états d'humidité

$\bullet$  % H = 0    $\blacklozenge$  % H = 8    $\blacksquare$  % H = 25

Il se montre (figure 5) que l'initiation à la propagation de la fissure n'est pas sensible à l'état hygroscopique car elle se manifeste dans la matrice sans intervention des fibres. Par contre, l'eau a un effet sur la propagation de la fissure; qui se traduit par un plus fort accroissement de la résistance à la fissuration avec l'avancée de la fissure. Celui-ci est causé par le gonflement des fibres par l'eau, qui leur offre une grande ductilité de telle sorte que le mécanisme de déchaussement des fibres de la matrice devient de plus en plus lent, et par conséquent la fissure se propage

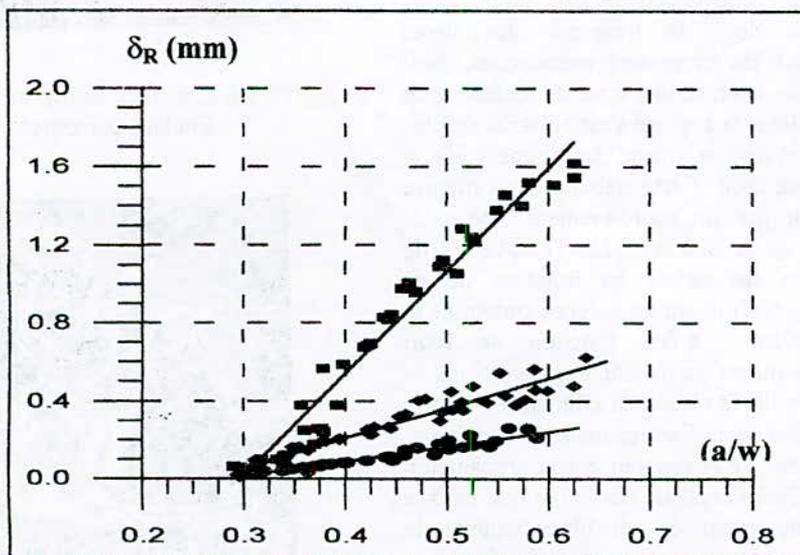
lentement au cours du temps. Les valeurs  $K_R$  trouvées sont comparables à celles trouvées par d'autres études [7] sur des éprouvettes DCB et à celles trouvées sur des éprouvettes CT "Compact Tension" [2]. Le phénomène de diminution de  $K_R$ , après avoir atteint un maximum, jusqu'à une valeur constante n'a pas été observé par DESCHRAYVER [2] sur des ciments renforcés de fibres de cellulose saturés en eau. Par contre, on l'a signalé dans les travaux de MAI et HAKEEM [7] et ceci quelque soit l'état hygroscopique du matériau.

Humidité en %	$K_A$ (MPa.m <sup>1/2</sup> )	$K_R$ (MPa.m <sup>1/2</sup> )
0	1.64	1.82
8	1.76	3.19
25	1.61	4.17

**Tableau 3 :** Caractéristiques du ciment - cellulose pour différents états d'humidité

De la figure 3, il apparaît, qu'en déchargeant l'éprouvette après extension de la fissure, une déformation de ses extrémités persiste. Les variations de l'ouverture résiduelle ( $\delta_r$ ), en

fonction de la longueur de la fissure ( $a$ ) pour différents états d'humidité, sont présentées sur la figure 6.



**Figure 6 :** Courbes  $\delta_r$  en fonction de  $\Delta a$  correspondant aux différents états d'humidité

● % H = 0    ◆ % H = 8    ■ % H = 25

Elle croit rapidement avec la longueur de la fissure pour les éprouvettes saturées en eau. Cette déformation est due, comme on l'a signalé

auparavant, aux fibres partiellement déchaussées et qui ne rentrent pas totalement dans les trous de la matrice après déchargement de

l'éprouvette et/ou à des débris microscopiques de part et d'autres de la fissure. Cette déformation devient de plus en plus importante avec l'état hygroscopique du matériau, car l'eau a un grand effet sur les propriétés de la fibre: une fibre humide est ductile. Elle s'allonge et s'étire facilement qu'une fibre sèche. Ceci engendre un travail inélastique et par conséquent une déformation permanent plus importante.

### III.2.4. visualisation des surfaces de rupture

Les surfaces de rupture, dans différents états d'humidité, des éprouvettes entaillées et rompues par traction, sont présentées sur les photos 1, 2 et 3. On remarque que le mécanisme de rupture en traction est identique à celui constaté en rupture par flexion [10]. Les surfaces de ruptures des éprouvettes, à l'état sec, montrent des fractures de fibres. Par contre celles des éprouvettes à humidité ambiante ou des éprouvettes saturées présentent un mécanisme associé de fibres fracturées et de fibres déchaussées avec prépondérance de ce dernier pour les éprouvettes saturées (les extrémités des fibres sont situées encore plus loin du plan de rupture).

### III 2.3. en fonction de la longueur des fibres

Dans notre précédente étude [9], nous avons montré l'effet de la longueur des fibres incorporées sur les propriétés mécaniques, ainsi que le mode de rupture des ciments renforcés de fibres de cellulose: la rupture s'est montrée de plus en plus stable et ductile quand la longueur de la fibre incorporée croît. Cette stabilité de la rupture se traduit par un accroissement de la résistance à la fissuration. Les courbes de résistance à la fissuration en fonction de ce paramètre (figure 7) montrent qu'elles varient de la même manière qu'en fonction de l'état hygroscopique du matériau: une augmentation de la longueur des fibres n'a aucun effet sur l'initiation à la propagation de la fissure, mais se traduit par un accroissement de la résistance à la propagation de la fissure. Ceci s'explique par le fait que dans le cas des ciments renforcés de fibres longues, la fissure ne se propage que par rupture des fibres: ce qui nécessite une grande énergie. Par contre dans le cas des composites renforcés de fibres courtes, la fissure ne trouve pas de difficulté à se propager; elle tend à éviter les fibres en les contournant.



Photo 1: surface de rupture d'une éprouvette entaillée correspondant à l'état sec



Photo 2: surface de rupture d'une éprouvette entaillée correspondant à l'état ambiant



Photo 3: surface de rupture d'une éprouvette entaillée correspondant à l'état saturé

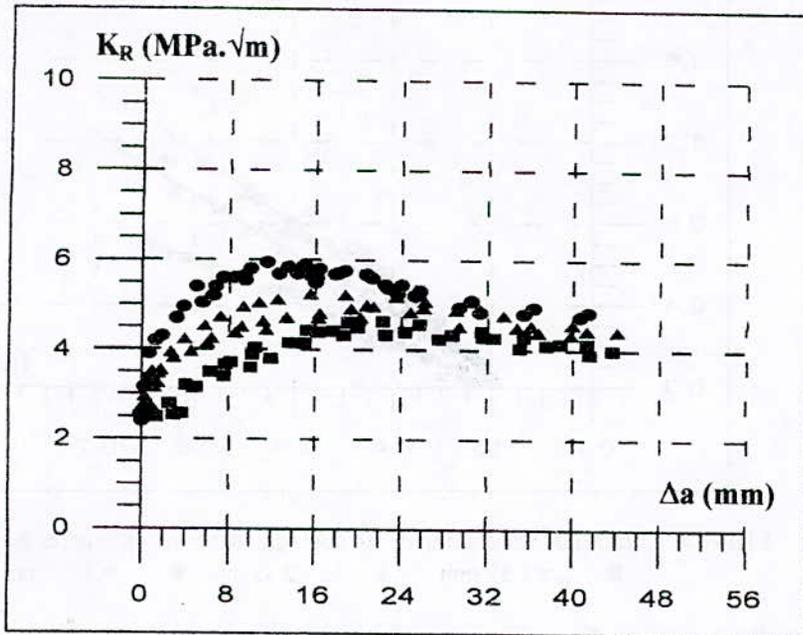


Figure 7: Courbes  $K_R$  en fonction de  $\Delta a$  correspondant aux différentes longueurs de fibres  
 ■  $L = 1.39$  mm    ▲  $L = 2.35$  mm    ●  $L = 3.14$  mm

Longueurs des fibres en (mm)	$K_A$ (MPa.m <sup>1/2</sup> )	$K_R$ (MPa.m <sup>1/2</sup> )
1.39	2.48	4.01
2.35	2.62	4.43
3.14	2.55	4.92

Tableau 4 : Caractéristiques du ciment cellulose pour différentes longueurs de fibres

Les variations du déplacement résiduel ( $\delta_R$ ) en fonction de la longueur de la fissure ( $a$ ) sont présentées sur la figure 8. Cette ouverture résiduelle varie linéairement avec la longueur de la fissure. Elle est plus importante quand la

longueur des fibres incorporées est grande car l'augmentation de celle-ci provoque une ductilité du matériau: ce qui engendre un travail inélastique et par conséquent une ouverture plus importante.

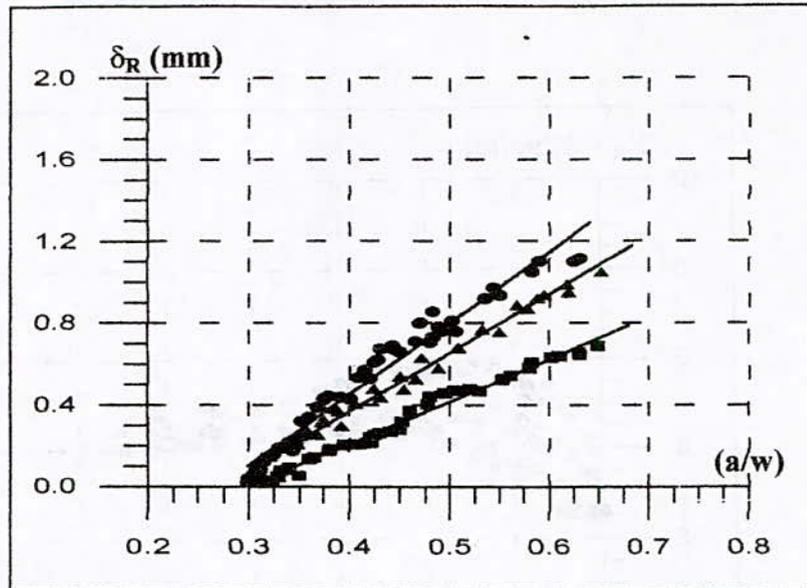


Figure 8: Courbes  $\delta_R$  en fonction de  $\Delta a$  correspondant aux différentes longueurs de fibres  
 ■ L = 1.39 mm    ▲ L = 2.35 mm    ● L = 3.14 mm

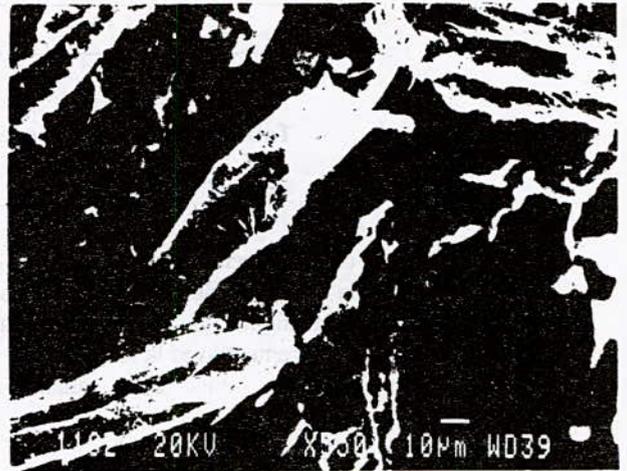
### III. 2.4. Visualisation des surfaces de rupture

Les surfaces de rupture des éprouvettes renforcées par différentes longueurs de fibres et entaillées, sont présentées sur les photos 4, 5 et 6. On assiste toujours aux mêmes mécanismes de rupture que dans le cas de la traction par flexion: pour les composites renforcés de fibres longues (L = 3.14 mm), on remarque une domination du mécanisme des fibres fracturées

(photo 4); la rupture des composites renforcés de fibres longues moyennes a lieu avec un mécanisme associé de fibres déchaussées et de fibres fracturées; enfin, les composites renforcés de fibres courtes montrent que les extrémités des fibres sont distantes du plan de rupture: ce qui indique leur déchaussement.

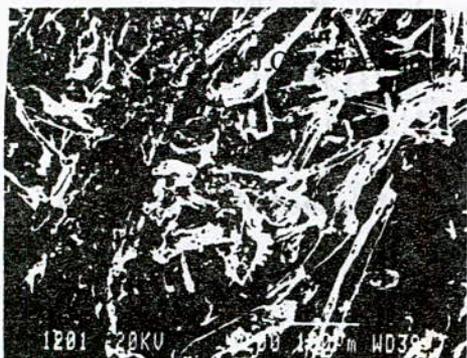


(a)



(b)

Photo 4: surface de rupture correspondant à une longueur de fibre L = 3.14 mm  
 (a) : x 100                      (b) : x 550



**Photo 5:** surface de rupture correspondant à une longueur de fibre  $L = 2.35$  mm



**Photo 6:** surface de rupture correspondant à une longueur de fibre  $L = 1.39$  mm

#### IV. CONCLUSIONS

L'étude de la résistance à la fissuration des ciments renforcés de fibres de cellulose en fonction de la teneur en eau dans le matériau et en fonction de la longueur des fibres incorporées montre une propagation stable de la fissure qui est due au renforcement apporté par les fibres de cellulose. L'augmentation de la teneur en eau ou de la longueur des fibres n'a aucune influence sur l'initiation de la fissure mais elle se traduit par un plus fort accroissement de la résistance à la fissuration avec l'avancée de la fissure. Cet accroissement est bien mis en évidence par le mode de rupture, observé, des fibres. Pour chaque courbe R, on a fait apparaître deux paramètres: la valeur du coefficient à l'amorçage de la fissure  $K_A$  et la valeur maximale atteinte  $K_R$ . Le déplacement résiduel en fonction de l'ouverture de la fissure ( $a$ ) augmente avec l'état hygroscopique et avec la longueur des fibres incorporées, car l'augmentation de ces deux paramètres provoque une ductilité du matériau: ce qui engendre un travail inélastique et par conséquent une ouverture plus importante

#### V. BIBLIOGRAPHIE

**1. J.H.BROWN**

'Measuring the fracture toughness of cement paste and mortar', Magazine Conc. Res. 24 (1972) pp 185-196

**2. L.DESCHRAYVER.**

'Résistance à la fissuration du composite fibre-ciment : rôle joué par les fibres', Thèse, Ecole des Mines de Paris (1989)

**3. J.C.LENAIN**

'Etude de la résistance à la fissuration d'un matériau composite à matrice fragile et fibres discontinues : l'amiante-ciment', Thèse de l'université de Technologie de Compiègne (1976)

**4. V. LI.,**

'Fracture resistances parameters for cimentitious

composites', NATO - ARW, September (1984) ed. by SHAH S.P. pp 431 - 449

**5. W.MAY.,**

'Fracture measurement of cimentitious composite', Application of fracture mechanics to cimentitious composites » NATO - ARW, September (1984) ed. by SHAH S.P. pp 399 - 429

**6. W.MAY.,**

'Strength and fractures properties of asbestos cement mortar - composites', Journal of Materials Science 14 (1974) pp 2091 - 2102

**7. W.MAY., and I.HAKEEM.,**

'Slow crack growth in cellulose fibre-cement', Journal of Materials Science 19 (1984) pp 501 - 508

**8. A.MAJUMDAR.,**

'Fracture process in fibres reinforced cements - sheets', Application of fracture mechanical to cimentitious composites., NATO - ARW. September (1984), ed. by SHAH S.P. pp 157 - 165

**9. KHENFER M.M et MORLIER P.**

'Effet de la longueur des fibres sur les propriétés mécaniques et physiques des ciments renforcés de fibres de cellulose', Journal Matériaux et Constructions, 1991, 24, pp 185-190

**10. KHENFER .M.M, P.MORLIER.,**

'Plâtres renforcés de fibres de cellulose' Publication acceptée et à paraître dans le journal Matériaux et Constructions.

**11. J.E.SRAWLEY., and B.GROSS,**

'Stress-intensity factors for bend and compact-tension', Engineering Fracture Mechanics (1972), Volume 4 pp 587 - 589.

## STABILISATION PHYSICO-CHEMIQUE D'UN SOL SABLEUX

\*Lakhdar AZZOUZ, Mohamed BOUHICHA et Mohamed M. KHENFER

Centre Universitaire de Laghouat  
Institut de Génie Civil

### ملخص

تعتبر التربة من بين المواد الأولية التي ساعدت و مازالت تساعد الانسا في اقامة منشاته فهي المنبع اللذي يمدد بمواد البناء و لذا كان من الضروري العمل على ابتداء طرق و وسائل جديدة لتحسين خصائص التربة فكان ان اسمحدثت عملية التثبيت. تهدف هذه العملية الى جعل التربة قابلة للاستعمال كمادة للبناء او في مجالات اخرى و هذا بتحسين خاصائصها الفيزيائية الكيميائية و الميكانيكية و كذا ديمومتها. و تحت هذا المبدأ يقوم هذ العمل بتقديم بعض التجارب و الدراسات المتعلقة بتاثير عملية التاثير الفيزيو-- كيميائية على تطور خصائص تربة رملية من منطقة الاغواط. و نحاول هذه الدراسة ايجاد حلول و اقتراحها من اجل استعمال هذه التربة بطريقة جيدة في ميدان الطرقات.

### ABSTRACT

The earth is a recyclable material wich offers considerable possibility in the production of the various components necessary in the construction. The objectif of earth treatment by stabilization is to improve the reological, physical, chemical and mechanical properties which render this material usable for construction. This survey presented herein tries to establish the influence of chemical and physical stabilization on the geotechnical and mechanical properties of a local soil in the region of Laghouat. The present work attempts to bring an answer to major problems encontered in of the upkeep of the road networks , in particular for basis and foundation layers of the pavements

### RESUME :

La terre est un matériau recyclable, offre le plus de possibilité dans la production des divers composants dans la construction. La stabilisation, en tant que traitement, a pour objet de rendre un matériau utilisable en améliorant ses caractéristiques rhéologiques, physico-chimiques, mécaniques et sa durabilité. Cette étude est consacrée à l'influence de la stabilisation physico-chimique sur l'évolution des caractéristiques géotechniques et mécaniques de sols locaux de la région de Laghouat. Le présent travail tente d'apporter une réponse aux problèmes majeurs de l'entretien des réseaux routiers, en particulier pour les couches de base et de fondations des chaussées.

## STABILISATION PHYSICO-CHIMIQUE D'UN SOL SABLEUX

\*Lakhdar AZZOUZ, \*Mohamed BOUHICHA et Mohamed M.KHENFER

### RESUME :

La stabilisation, en tant que traitement, a pour objet de rendre un matériau utilisable en améliorant ses caractéristiques rhéologiques, physico-chimiques, mécaniques et sa durabilité. Cette étude est consacrée à l'influence de la stabilisation physico-chimique sur l'évolution des caractéristiques géotechniques et mécaniques de sols locaux de la région de Laghouat. Le présent travail tente d'apporter une réponse aux problèmes majeurs de l'entretien des réseaux routiers, en particulier pour les couches de base et de fondations des chaussées.

Afin de discerner le rôle des différents paramètres de stabilisation, action du liant, action du compactage, teneur en eau de traitement de sol et les Conditions de conservation, nous avons accentué l'étude sur un sol sableux. A la suite des essais et analyses effectuées sur le sol stabilisé, nous avons pu avoir un certain nombre de résultats importants concernant :

- l'influence du dosage en liant sur les propriétés mécaniques et sur la teneur en eau.
- l'influence des conditions de conservation sur les propriétés finales du sol stabilisé
- la correspondance entre les résultats d'essais géotechniques et mécaniques.

**MOTS CLES :** Stabilisation physico-chimique, traitement, sol sableux, teneur en eau, liant, conservation, résistance.

### I - INTRODUCTION :

La stabilisation des sols aux liants hydrauliques est une technique ancienne, les chinois ont en effet construit leur "Grande muraille" de 6000 Km de long en ajoutant au sol de la chaux et du blanc d'oeuf. Elle s'est essentiellement développée, au début du XX<sup>ème</sup> siècle en technique routière et a connue une intensification pendant la seconde guerre mondiale lorsque les Allemands traitaient les pistes d'aérodromes au ciment pour diminuer la plasticité des sols des couche de bases. Les améliorations constatées sur les sols traités sur place ont permis d'envisager une stabilisation aux liants hydrauliques des terres destinées à la construction de logements (briques, blocs comprimés, etc...).

Dans notre travail, nous nous sommes attachés à étudier d'une part, l'amélioration des caractéristiques mécaniques d'un sol sableux stabilisé et, d'autre part, la tenue à l'eau de ce sol.

Deux liants sont utilisés: un ciment et de la chaux éteinte. Les essais préliminaires d'identification sont réalisés à l'aide du matériel géotechnique: limites d'Atterberg, essai PROCTOR, analyse granulométrique...

Un dispositif d'essai mécanique nous a permis de réaliser l'écrasement des éprouvettes cylindriques ayant subi des conditions de traitement et de conservations différentes.

Dans la partie expérimentale nous exposons les principaux résultats obtenus, en particulier l'évolution

des résistances à la compression pure du sol stabilisé par addition des liants utilisés.

Nous avons enfin proposé une loi de comportement liant - la résistance à la compression et le C.B.R. du sol stabilisé pour n'importe quel dosage en ciment.

### II- LA STABILISATION DE LA TERRE ET LES STABILISANTS

#### II.1 - Définition

Le terme "stabilisation" désigne un ensemble de procédés visant à améliorer les caractéristiques d'un sol en particulier sa résistance mécanique et sa durabilité sous l'effet des cycles humidité-dessiccation.

La stabilisation a pour but de :

- réduire le volume des vides entre les particules solides (augmenter la compacité)
- colmater les vides que l'on peut supprimer
- créer des liens et améliorer les liaisons existant entre particules (résistance mécanique).

Ces trois objectifs permettent d'améliorer la résistance mécanique, de diminuer la sensibilité à l'eau, de réduire le retrait et le gonflement et d'augmenter la résistance à l'usure[1].

Le but de la stabilisation peut se résumer ainsi :

"rendre un sol utilisable en améliorant ses caractéristiques rhéologiques, mécaniques, chimiques et sa durabilité" [2]; la stabilisation doit être bien entendu, irréversible.

## II.2 - Procédés de stabilisation

Parmi les procédés on peut citer le compactage, la dessiccation (briqueterie), la correction granulaire, l'adjonction de fibres végétales, d'armatures. La stabilisation chimique est le résultat du mélange - en faible proportion - d'un agent stabilisant (ciment, chaux, bitume, produits synthétiques industriels, sels et silicates) et d'un sol. Il reste entendu que la stabilisation chimique pure est théorique: le mortier et le béton ne sont pas le résultat d'une stabilisation chimique pure puisqu'ils subissent un compactage par damage ou par vibration; ce qui nous amène à parler d'une stabilisation d'ordre physico-chimique.

## II.3 - Les stabilisants

Dans le rapport du plan de construction [3] on peut lire :

"la liste des produits considérés ne peut être dressée de façon exhaustive, leur nombre étant considérable et le champ de leurs utilisations actuelles ou potentielles jusqu'à présent mal appréhendé. Ces produits sont issus de plusieurs secteurs de la production industrielle ou peuvent également être d'origine végétale ou animale... Ils doivent permettre a priori de concurrencer avantageusement les modes de construction conventionnels, en parpaings de ciment notamment".

Parmi ces produits stabilisants on peut distinguer :

- a) les liants classiques : le ciment, la chaux, les bitumes et émulsions, les liants pouzzolaniques...
- b) les sels et silicates : ce sont surtout des silico-aluminates, des sels de calcium, de sodium et potassium.
- c) les produits synthétiques industriels : ce sont les dérivés d'amines, les silicones, les aldéhydes, les composés fluorés, les époxydes, les polymères...
- d) les sous-produits et déchets industriels : constitués surtout des lignosulfites (pâte à papier), les cendres et les huiles de vidange
- e) les fibres : les fibres industrielles ou synthétiques, les fibres végétales (paille, sisal), les fibres animales (bouses) sont utilisables dans la fabrication des briques en terre crue.

## II.4 - Stabilisation par addition de liant

L'action des différents liants sur les sols est complexe car de très nombreux facteurs interviennent parmi lesquels :

- la nature du liant utilisé (ciments et chaux), son dosage.
- la nature du sol et sa teneur en eau.
- le mode de traitement.
- l'énergie de malaxage et de compactage.

Nous examinerons dans ce qui suit l'action physico-chimique des liants sur les sols.

## a) Cas du traitement au ciment [2], [4], [5]

Un ciment mélangé avec un sol va se dissoudre et s'hydrater si la quantité d'eau est suffisante pour donner naissance à un certain nombre de constituants hydratés bien connus dans la chimie des ciments. Il s'agit, dans le cas des ciments portlands :

- de silicate de calcium hydraté CSH provenant de silicates bi et tricalcique.

- de portlandite  $\text{Ca(OH)}_2$ .

- d'aluminate de calcium  $\text{C}_4\text{AH}_{13}$  provenant du  $\text{C}_3\text{A}$ .

- de sulfo-aluminate de chaux (par réaction du gypse avec  $\text{C}_3\text{A}$ ),

d'abord sous forme d'ettringite :  $\text{C}_3\text{ASO}_4\text{Ca}_3\text{H}_2\text{O}$

puis sous forme de monosulfoaluminate :

$\text{C}_3\text{ASO}_4\text{Ca}_2\text{H}_2\text{O}$ .

Au cours de la prise du ciment, la portlandite attaque les minéraux, processus qui amène à une stabilisation efficace. Les ciments contenant de fortes teneurs en laitier donnent des constituants un peu différents.

Si le sol est sableux les composés hydratés du ciment enrobent et relient les grains entre eux en formant des ponts solides. La portlandite  $\text{Ca(OH)}_2$  (chaux) formée par l'hydratation du ciment va attaquer le sol argileux et se combiner aux particules. Un traitement au ciment permet d'obtenir des résistances appréciables dès les premiers jours.

## b) Cas du traitement à la chaux [2], [6],[7],[8],[9]

L'action de la chaux sur les minéraux argileux se fait surtout par l'intermédiaire des ions  $\text{Ca}^{++}$  et  $\text{OH}^-$  en solution. Le traitement à la chaux vive  $\text{CaO}$  ou hydraté  $\text{Ca(OH)}_2$  (chaux éteinte) s'effectue dans le cas des sols fins contenant une certaine teneur en argile par exemple supérieure à 40 %.

La chaux vive s'utilise de préférence lorsque les sols sont très humides. Pour des sols assez secs on peut employer ou bien de la chaux vive ou bien de la chaux éteinte avec le complément d'eau nécessaire pour que les réactions chimiques aient lieu dans de bonnes conditions. L'addition de la chaux vive provoque en quelques heures une dessiccation et une floculation des argiles.

Les conséquences au point de vue des propriétés des sols traités sont les suivantes :

- augmentation de la cohésion, de la dureté, de la résistance au poinçonnement.
- augmentation du module de déformation, des résistances mécaniques, de la résistance au gel.
- diminution des variations volumiques (retrait, gonflement) et augmentation de la sensibilité à l'immersion sous l'eau.

**c) Cas d'un traitement mixte [2], [6], [8]**

Le traitement mixte est parfois effectué avec des sols argileux et qui consiste à utiliser d'abord de la chaux (2% par exemple) puis du ciment. Ces deux liants ne sont pas concurrents mais complémentaires puisque chacun apporte ses propriétés spécifiques :

- la chaux permet un assèchement du sol trop humide, une floculation de l'argile.
- le ciment permet l'obtention rapide de résistances mécaniques appréciables les tous premiers jours.

**III - ETUDE EXPERIMENTALE**

**III.1 - Introduction**

Le sol utilisé pour la stabilisation est un sol sableux "tuf", extrait d'une carrière située au sud de Laghouat (zone industrielle de Bouchaker). C'est un sol d'exploitation facile et a fait ses preuves depuis longtemps sur les routes nationales.

Les liants utilisés pour le traitement du sol sont le ciment C.P.A.325 et la chaux éteinte.

Les teneurs en liant sont tels que:

- ciment : 0 %, 2 %, 4 %, 6 %
- chaux : 2 %

Les principaux essais effectués au cours de cette étude sont:

- Analyse granulométrique :
  - \* Tamisage humide (sous l'eau)
  - \* Analyse sédimentométrique
- Limites D'Atterberg
- Essai PROCTOR
- Essai C.B.R.
- Essais mécaniques

**III.2 - Analyse granulométrique**

L'analyse granumométrique par tamisage humide a montré que le pourcentage des particules fines est très important, d'ou la nécessité de l'utilisation de l'analyse sédimentométrique.

D'après l'analyse sédimentométrique le sol d'étude est un sable argileux renfermant les constituants suivants :

Argile	:	26 %
Limon	:	9 %
Sable fin	:	20 %
Sable gros	:	17 %
Gravier	:	26 %

**III.3 - Limites d'ATTERBERG**

Les résultats des essais se résument à ce qui suit :

- limite de liquidité :  $W_L = 24,5 \%$
- limite de plasticité :  $W_P = 13,5 \%$
- indice de plasticité :  $I_P = 11 \%$

Etant donné que l'indice de plasticité est tel que  $I_P > 5$ , il n'est pas nécessaire de faire l'essai d'équivalent de sable.

**III.4 - Essai PROCTOR**

L'essai PROCTOR est effectué pour la détermination de la teneur en eau de traitement des différents sols traités.

Pour déterminer la teneur en eau de traitement nous avons procédé à des essais de recherche de densité sèche optimum sur les sols mélangés aux différents liants.

Le tableau I suivant résume les valeurs des teneurs en eau de traitement de chacun des traitement ainsi que les densités sèches optimales

Tableau I: Variation de la teneur en eau optimale en fonction du dosage en ciment

Dosage en ciment (%)	Teneur en eau optimale( $W_{opt}$ %)	Densité sèche $\gamma_s$
0	13,5	18
2	14,5	17,5
4	15,1	17,4
6	16	17,4

L'évolution de la teneur en eau optimale en fonction du dosage en ciment est représentée sur la figure 1. On observe une augmentation proportionnelle de la teneur en eau optimale en fonction du dosage en ciment.

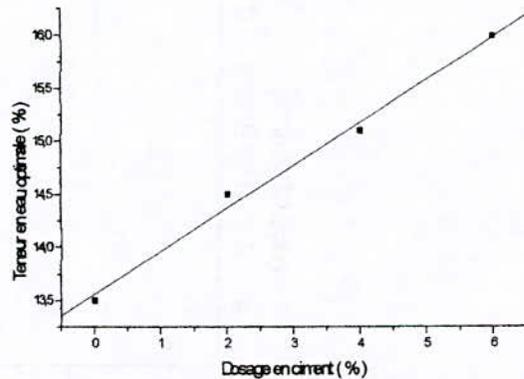


Figure 1 : Evolution de la teneur en eau en fonction du dosage en ciment

**III.5 - Essais C.B.R.**

Les essais C.B.R. sont effectués sur des échantillons "sol-ciment" conservés, pour la plupart, pendant 28 jours avec 4 jours d'imbibition. Les

échantillons ne contenant pas de ciment sont conservés pendant uniquement 4 jours d'imbibition.

Le tableau II ci-dessous regroupe les résultats des essais C.B.R. en fonction du dosage en liant.

L'évolution de l'indice portant en fonction du dosage en liant est représentée en figure 2.

Tableau II : Evolution de l'indice C.B.R. en fonction des paramètres de traitement

Dosage en liant (%)	Durée de conservation (jours)	Durée d'imbibition (jours)	Indice portant C.B.R				
			face	Enfoncement			
				2,5	5	max	moyen
0	1	0	1	17,14	12,00	17,14	17,14
			2	17,14	12,00	17,14	
0	0	4	1	31,43	27,62	31,43	30,00
			2	28,57	24,76	28,57	
2	28	4	1	122,86	135,24	135,24	124,76
			2	114,28	109,52	114,28	
4	28	4	1	260,00	217,14	260,00	223,60
			2	187,14	169,52	187,14	
6	28	4	1	342,85	289,52	342,85	321,43
			2	300,00	253,33	300,00	
6*	28	4	1	182,85	179,05	182,85	178,56
			2	174,24	165,71	174,28	

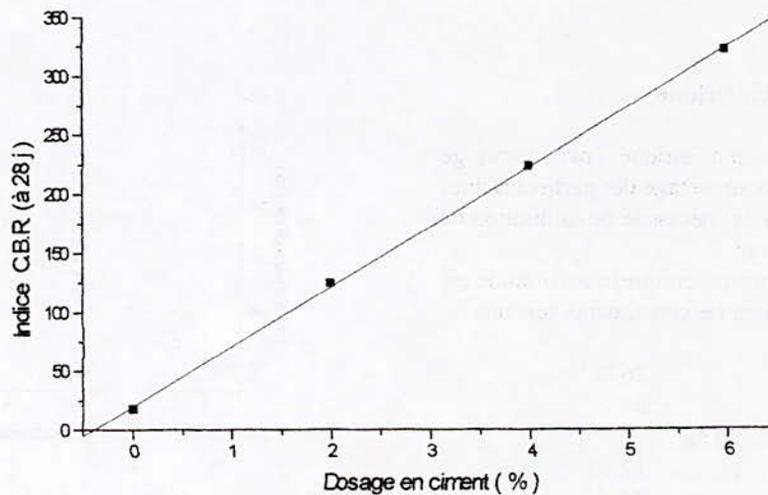


Figure 2 : Evolution de l'indice portant C.B.R. en fonction du dosage en ciment

### III.6 - Essais mécaniques

Les principaux essais effectués sont l'essai de compression simple et l'essai de traction par fendage.

La résistance à la compression simple  $R_c$  est déterminée sur des éprouvettes cylindriques ( Hauteur  $H = 5$  cm et Diamètre  $D = 5$  cm). Les moules ont été conçu sur place au laboratoire du C.U.Laghouat. Les résultats des essais sont très proches de ceux obtenus en utilisant des éprouvettes cylindriques ( $H = 104$  mm,  $D = 52$  mm ).

Le compactage du matériau en couches s'effectue à la dame PROCTOR suivant un nombre de coups bien déterminé et parés démoulage les

éprouvettes sont placées dans des sacs en plastic étanche puis recouvertes d'éclats de bois humide et 1 jour avant l'écrasement elles sont immergées dans l'eau à 20 °c.

L'évolution de la résistance à la compression en fonction du dosage en ciment et du mode de conservation est représentée en figure 3. Le tableau III ci-dessous regroupe les valeurs des résistances à la compression  $R_c$  et celles de l'indice portant C.B.R. en fonction du dosage en ciment.

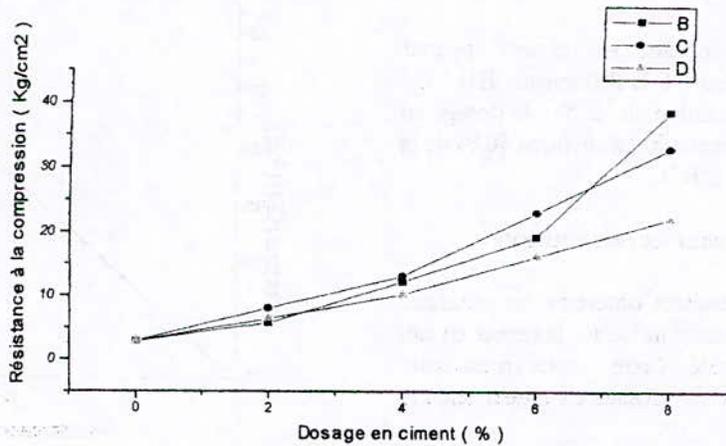


Figure 3 : Evolution de la résistance à la compression en fonction des paramètres de traitement

B: Rc28 immergé, C: Rc28 non immergé, D: Rc7 non immergé

TABLEAU III : Influence du dosage en ciment sur les propriétés du sol stabilisé

Dosage en ciment (%)	Résistances ( Kg / cm <sup>2</sup> )			Indice C.B.R. (%)
	à la compression	à l'essai C.B.R.	à la traction par fendage	
0	2,83	12		17,14
2	5,65	11,	1,7	124,76
4	12,13	156,5	2,42	223,57
6	19,18	224,7	3,23	321,42

## VI - INTERPRETATION DES RESULTATS

A la suite des nombreux essais et analyses effectuées sur le sol étudié nous avons pu avoir un certain nombre de résultats dont les plus importants sont décrits dans ce qui suit.

### VI.1 - Influence du dosage en ciment

#### A / Influence sur la résistance

Nous avons pu constater que le dosage en ciment influe directement sur la résistance du sol stabilisé que ce soit la résistance à la compression, la résistance de l'essai C.B.R. ou la résistance à la traction par fendage. Cette influence est observée même pour de faibles dosage en liant.

L'influence du dosage en ciment apparaît nettement sur la valeur C.B.R. (tableau III). On remarque qu'une augmentation de 2 % du dosage en ciment entraîne une augmentation d'environ 50 % de la valeur de l'indice portant C.B.R.

#### B / Influence sur la teneur en eau optimale

A partir des résultats obtenues on remarque que le pourcentage du ciment influe sur la teneur en eau optimale  $w_o^c$  du sol traité. Cette teneur en eau varie linéairement en fonction du dosage en ciment selon la loi suivante :

$$Woc = 13,57 + 0,4 p$$

### VI.2 - Influence de la durée de conservation

Nous avons constaté qu'à partir d'un certain pourcentage convenable du ciment ( $P > 6\%$ ) la résistance à la compression du sol stabilisé augmente avec la durée de conservation  $D_r$ .

Exemple : pour un pourcentage de ciment constant ( $P = 8\%$ ) la résistance à la compression varie avec la durée de conservation :

$R_c = 25 \text{ Kg/cm}^2$  pour  $D_r = 14$  jours

$R_c = 38,8 \text{ Kg/cm}^2$  pour  $D_r = 28$  jours

De plus l'influence des paramètres de conservation, durée et milieu ambiant (immergé et non immergé), est nettement observée lors des différents traitements

### VI.3 - Relation entre $R_c$ et C.B.R.

A la suite des essais effectués sur le sol sableux traité par addition du liant (essentiellement le ciment) on a pu établir une relation liant la résistance à la compression  $R_c$  et l'indice portant C.B.R. (qu'on note seulement C.B.R.). Cette loi est donnée par :

$$C.B.R. = 17,59 R_c - 3,29$$

Etant donné d'une part que l'essai C.B.R. n'est pas exact à 100 % (l'écart entre les valeurs mesurée et réelle est de l'ordre de 20 à 30 %) et d'autre part que la détermination de  $R_c$  est généralement simple et très pratique, nous pouvons affirmer que ce résultat est très important et simplifie beaucoup le travail sur les sols stabilisés. La variation de la résistance  $R_c$  avec l'indice portant C.B.R. est représentée en figure 4.

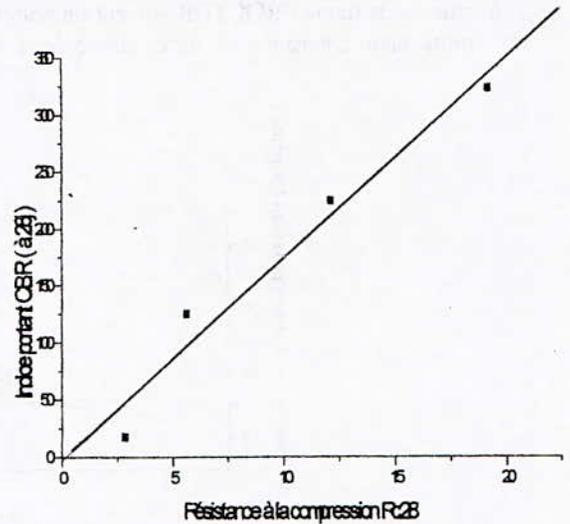


FIGURE 4 : Variation de l'indice C.B.R. avec la résistance à la compression  $R_c$

### VI.4 - Domaine d'application du sol étudié

D'après les valeurs obtenues pour la résistance et l'indice C.B.R. nous pouvons avancer ce qui suit :

a) Le sol stabilisé à 4 % de ciment ayant :

$R_{c28} = 12 \text{ Kg/cm}^2 > 10 \text{ Kg/cm}^2$  et C.B.R. = 224 %

pourra être utilisé pour la préparation des couches de fondation des chaussées.

b) Le sol stabilisé à 6 % de ciment ayant :

$R_{c28} = 20 \text{ Kg/cm}^2 > 20 \text{ Kg/cm}^2$  et C.B.R. = 321 %

pourra rentrer dans la préparation des couches de bases des chaussées des routes de catégorie II où pour les couches de fondation des chaussées des routes de catégorie I.

c) Le sol stabilisé à 8 % et de résistance  $R_{oc} = 40 \text{ Kg/cm}^2$  pourra servir pour la préparation des couches de bases des chaussées des routes de catégorie I.

## V - CONCLUSION

Cette étude a permis de préciser l'influence du traitement par stabilisation sur l'évolution des caractéristiques géotechniques et mécaniques du sol. Les méthodes utilisées nous ont permis de suivre le comportement du sol stabilisé en fonction du dosage en ciment.

Parmi les résultats obtenus nous pouvons conclure d'une part que le dosage en ciment influe directement et positivement sur les qualités du sol traité et d'autre part que la durée de conservation favorise l'amélioration de ces qualités. De plus on constate que la teneur en eau optimale est influencée par le dosage en ciment et présente un comportement linéaire. En outre l'interprétation des résultats nous a permis d'établir une relation liant la résistance à la compression  $R_c$  et l'indice portant C.B.R., cette relation pourra faciliter les études menées sur les sols et en particulier sur ceux stabilisés.

Enfin nous avons proposé des traitements à des dosages différents du sol étudié pour l'utilisation dans les chaussées des routes de faible et de fort trafic.

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES :

- [1] H. TAIBI (1985), Stabilisation des sols par des liants hydrauliques: Modélisation du comportement mécanique. Thèse de Dr-Ing. INSA de Lyon, 15 Mars 1985.
- [2] M. VENUAT (1980), Le traitement des sols à la chaux et au ciment. Edité par l'auteur (1ère Ed. 1980)
- [3] P. MICHEL et J. DEBOUVERE (Sept. 1983), Les liants et hydrophobants non classiques pour la construction économique dans les pays en développement. Plan Construction
- [4] J.B. CROFT (1967), The influence of soil mineralogical composition on cement stabilization. *Revue Géotechnique*. 17, 1967, pp 119-135.
- [5] F.G. BELL (1976), The influence of mineral content of clays on their stabilization by cement. *Assoc. Engng. Géol. Bull.* n° 4 - 1976
- [6] G. TESORIERE, B. CELAUD, O. GIUFFRÉ (1980), Caractère de la stabilisation à la chaux et au ciment d'un sol argileux très plastique. *Revue générale des routes et aérodromes* n° 570, Dec. 1980, pp. 67-74.
- [7] A. LEROUX (1969), Traitement des sols argileux par la chaux. *Bulletin de liaison labo. des Ponts et Chaussées*. Sept-Oct. 1969, n° 40, pp. 59-96.
- [8] J. ESTEOULE, P. PERRET (1979), Etude expérimentale des phénomènes de stabilisation des sols fins par la chaux. *Bull. Liaison labo. Ponts et Chaussées* n° 99, Janv.-Fev. 1979 pp. 97-118.

## -Préface-

La connaissance et la maîtrise des phénomènes physiques liés aux écoulements polyphasiques dans les milieux poreux sont d'une importance capitale dans différentes disciplines des sciences pour l'ingénieur. La récupération secondaire du pétrole, l'isolation thermique, l'hydrologie et l'agriculture en sont quelques exemples concrets de leur large domaine d'applications.

Il est important de souligner que les phénomènes (écoulements et phénomènes de transferts) qui se déroulent au sein d'un milieu poreux sont parfaitement décrits par les équations dites microscopiques de la thermodynamique des milieux continus et la détermination du champ des différentes variables en tout point de chacune des phases devrait a priori pouvoir être effectuée.

En raison de la complexité géométrique de l'espace poreux et des difficultés pour l'instant insurmontables, que pose la définition précise des domaines occupés par chacune des phases, la description microscopique, dont nous venons d'en parler, ne peut toutefois être mise en pratique, qu'après un changement d'échelle dont l'étape essentielle consiste à définir un volume élémentaire représentatif (V.E.R), permettant d'établir une équivalence entre le milieu dispersé réel et un milieu continu fictif.

Dans cette nouvelle échelle, les phénomènes sont décrits par des équations dont les variables et les paramètres constituent une représentation moyenne physique au sein du continuum poreux.

Lorsque l'on aborde l'étude des écoulements en milieu poreux, deux échelles s'imposent au choix de l'observateur pour analyser les phénomènes:

- l'échelle du pore ou des fissures, à l'intérieur de laquelle les grandeurs locales ou microscopiques peuvent largement varier,
- l'échelle du milieu poreux, ou macroscopiques, caractéristique de variations significatives de ces mêmes grandeurs, définies en moyenne, sur un certain volume de milieu poreux.

Dans ce numéro, deux articles traitent justement des aspects fondamentaux des processus de transfert dans les milieux poreux, un troisième est l'étude numérique de l'écoulement d'un fluide conducteur sur paroi poreuse en présence d'un champ magnétique transverse, suivant une méthode de quasi linéarisation qui conduit à la résolution de plusieurs problèmes aux valeurs initiales.

Un article simule numériquement le comportement de la lubrification thermohydrodynamique des paliers à patins oscillants en régime laminaire, dans les turboalternateurs, afin de déterminer l'effet de l'échauffement du fluide lubrifiant.

L'article "sur la relaxation chimique derrière l'onde de choc" étudie le phénomène de dissociation et d'ionisation induit par les écoulements hypersoniques.

La contribution à la quantification du vrillage des aubes longues de turbine à vapeur détermine le moyen d'augmenter la résistance à la flexion de ces dernières.

Enfin, une "Méthode de calcul des caractéristiques géométriques des aubes à action Stodola et à réaction", caractérise des aubes (à géométrie complexe) de turbines d'une manière complète et simple.

Le coordonnateur  
S.LARBI

## **ETUDE THEORIQUE ET VALIDATION EXPERIMENTALE DES MECANISMES DE TRANSFERT DE CHALEUR ET D'HUMIDITE DANS LES PAROIS DE CONSTRUCTION**

**S.LARBI, H.BELHANECHÉ**

Département de Génie Mécanique  
Ecole Nationale Polytechnique  
10, Av. Hassen Badi, El-Harrach, Alger

### **ملخص**

يهدف هذا العمل دراسة ظاهرة التكثف داخل الاوساط المسامية لمواد البناء، كما يهدف اساسا لفهم عدم فعالية النماذج الرياضية المبسطة المستعملة، و تبرير استعمال نموذج دوفري كنموذج تنبؤي لإنتقال الحرارة و الكتلة في هذه الاوساط.

### **ABSTRACT**

The present work analyses the wetting of capillary porous materials due to the condensation phenomena encountered in building materials. This analysis also allowed to understand the failures of simplified theoretical models and to validate, at least partially, the PHILIP-DE VRIES' model as descriptive tool.

### **RESUME**

Le présent travail a pour but l'étude de l'humidification par condensation de matériaux capillaires - poreux, tels qu'ils sont rencontrés dans les parois de construction. Cette analyse a également permis de comprendre les défaillances des modèles théoriques simplifiés et de justifier au moins partiellement, l'usage du modèle de PHILIP - DE VRIES en tant que modèle de description.

## 1. INTRODUCTION

La crise pétrolière des années soixante dix a incité les pays industrialisés à lancer des programmes de recherches de grande ampleur pour trouver des ressources d'énergie pouvant remédier au moins partiellement au déficit des réserves d'énergie traditionnelles qui se trouvent limitées et menacées d'épuisement. Trente pour cent environ de l'énergie mondiale est utilisée pour le chauffage des habitations et des locaux; ainsi, « la thermique du bâtiment » a pris une place très importante dans ces programmes.

Soumises aux conditions climatiques parfois sévères, les parois de constructions, de part leur structure poreuse, fixent l'humidité sous une forme liquide ou vapeur, entraînant ainsi une atténuation des propriétés thermiques et mécaniques des matériaux constituant ces parois.

L'appréciation des risques de condensation dans les parois de l'habitat est basée sur l'application de la loi de FICK, en considérant la perméabilité à la vapeur d'eau du matériau comme constante. GLASER [1] a développé un modèle mathématique fondé sur l'hypothèse que le mode de transfert dominant

est le transfert en phase vapeur; le transfert en phase liquide n'est pas pris en compte. Modifiée par VOS [10] puis par KRISHER [2] pour prendre en compte l'influence des effets capillaires sur la phase fluide condensée, cette modélisation a enfin été établie dans sa forme actuelle, faisant intervenir les effets de couplages entre transfert de masse et transfert de chaleur, respectivement par PHILIP et DE VRIES [3] en 1957 et LUIKOV [4] en 1958.

## 2. ETUDE THEORIQUE

Pour des raisons de commodité expérimentale et numérique, le système physique choisi pour notre étude est unidirectionnel et semi-ouvert. L'extrémité ouverte en  $z = 0$  est en contact avec un air régulé en température ( $T_i$ ) et en humidité ( $\phi_i$ ), l'extrémité fermée en  $z = d$  est maintenue à température constante ( $T_e$ ). La surface latérale du modèle est imperméable et adiabatique de sorte qu'il n'y ait aucun transfert thermique ou massique latéral et que les phénomènes puissent être considérés globalement unidirectionnels (Fig.1).

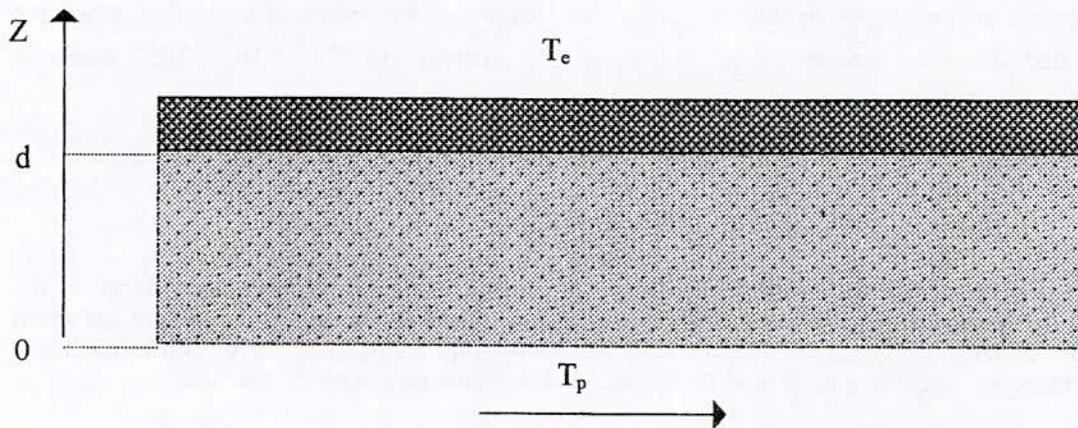


Figure 1. Modèle physique à étudier

Les modèles mathématiques qu'on se propose d'examiner sont : le modèle de GLASER [1] et le modèle de DE VRIES [3]; pour une analyse détaillée de ces modèles, le lecteur pourra consulter les références [9, 10, 11, 12].

### 2.1. Modèle de GLASER

Ce modèle est utilisé dans le domaine du bâtiment dans une perspective d'estimation des masses d'eau condensées. De part son

fondement assez simplifié, le calcul estimatif des masses d'eau condensées pour une structure poreuse donnée est immédiat. Le choix d'un modèle physique semi-ouvert et unidirectionnel a été fait afin de simuler une situation physique réelle se produisant dans un mur d'un local d'habitation.

Soumis intérieurement à une température et une humidité données (exemple dans une salle de bain ou dans une cuisine); l'extérieur étant imperméable et soumis à une température plus

basse que la température intérieure; le mur d'un local d'habitation peut être le siège d'un processus de condensation interne. Les masses d'eau condensées sont données par l'expression:

$$m_{cd} = \frac{\pi(P_{vi} - P_{vs}(T_v))}{d} St = \frac{\pi(\phi_i P_{vs}(T_i) - P_{vs}(T_v))}{d} St \quad (1)$$

où:

- $m_{cd}$  masse d'eau condensée;
- $P_{vi}$  Pression de vapeur intérieure;
- $\phi_i$  Humidité relative intérieure;
- $P_{vs}$  pression de vapeur saturante;
- $\pi$  Perméabilité à la vapeur du matériau;
- $d$  longueur de l'échantillon;
- $S$  section de passage de l'échantillon;
- $t$  temps.

Connaissant la perméabilité à la vapeur de l'échantillon, sa longueur, sa section de passage, ainsi que les conditions thermiques et hygrométrique ( $T$  et  $\phi$ ) à l'entrée et à la sortie; on peut estimer les masses d'eau condensées dans cet échantillon pour un temps  $t$  donné.

## 2.2. Modèle de DE VRIES

Le système d'équations décrivant les transferts couplés de chaleur et de masse en milieu poreux a été établi sous sa forme complète par DE VRIES [3]; dans le cas des transferts unidirectionnels étudiés ici, le système d'équations s'exprime par :

$$(1+\alpha) \frac{\partial \omega}{\partial t} + \eta \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ (a_1 + a_v) \frac{\partial \omega}{\partial z} + (a_1 \delta_1 + a_v \delta_v) \frac{\partial T}{\partial z} \right] \quad (2)$$

$$\rho_0 L \alpha \frac{\partial \omega}{\partial t} + (\rho_c^* + \rho_0 L) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ (\lambda^* + \rho_0 L a_1 \delta_1) \frac{\partial T}{\partial z} + \rho_0 L a_v \frac{\partial \omega}{\partial z} \right] \quad (3)$$

Dans ces équations représentant respectivement les bilans de masse (2) et d'énergie (3),  $t$  est le temps,  $\rho_0$  la masse volumique apparente du milieu poreux,  $\omega$  la teneur en eau pondérale en eau liquide,  $L$  l'enthalpie de changement de phase,  $\lambda^*$  et  $(\rho c)^*$  la conductivité thermique et la chaleur volumique effective du milieu poreux,  $T$  la température et  $a_1$ ,  $a_v$ ,  $\delta_1$ ;  $\delta_v$  des coefficients dépendant de la teneur en eau et de la température, traduisant les propriétés de transfert de masse du matériau [7].

Les coefficients  $\alpha$  et  $\eta$  résultent quant à eux de l'expression de  $\left( \frac{\partial \omega_v}{\partial t} \right)$ , avec  $\omega_v$  ( $\omega$ ,  $T$ ) teneur pondérale en vapeur d'eau, dans le bilan de

Comme les précédents, ces coefficients sont des fonctions compliquées de la teneur en eau, de la température et des caractéristiques de la microstructure du matériau considéré.

Concernant les conditions initiales et aux limites, elles correspondent à celles des essais, à savoir:

- milieu initialement sec porté à une température uniforme égale à celle de l'air circulant dans le veine. Les parois latérales étant supposées fermées et isolées afin qu'il n'y ait aucun transfert.

Du point de vue des conditions aux frontières, en  $Z = 0$  et  $Z = d$ , elles correspondent respectivement à une condition de flux de masse nul et une température constante en  $Z = d$ , et à la continuité des densités de flux de masse et une température constante en  $Z=0$ .

Compte tenu de ces éléments, les conditions aux limites utilisées pour la résolution du système d'équations (2) et (3) précédemment défini ont été les suivantes:

- Pour la partie ouverte ( $Z=0$ )

$$\left\{ \begin{array}{l} -(a_1 + a_v) \frac{\partial \omega}{\partial z} + (a_1 \delta_1 + a_v \delta_v) \frac{\partial T}{\partial z} = \dot{m}(t) = J_1 + J_v \quad (4) \\ T = T_p = T_i \end{array} \right.$$

où:  $\dot{m}(t) = \frac{1}{\rho_0 \cdot S} \frac{dM(t)}{dt}$

$$J_1 = -\rho_0 \left( a_1 \frac{\partial \omega}{\partial z} + a_1 \delta_1 \frac{\partial T}{\partial z} \right); J_v = -\rho_0 \left( a_v \frac{\partial \omega}{\partial z} + a_v \delta_v \frac{\partial T}{\partial z} \right)$$

avec  $M(t)$  : loi expérimentale donnant l'évolution des masses d'eau condensées au cours du temps.

- pour la partie fermée ( $Z = d$ )

$$\left\{ \begin{array}{l} (a_1 + a_v) \frac{\partial \omega}{\partial z} + (a_1 \delta_1 + a_v \delta_v) \frac{\partial T}{\partial z} = J_1 + J_v = 0 \quad (5) \\ T = T_e \end{array} \right.$$

Les conditions initiales relatives à la teneur en eau et à la température étant données quant à elles par:

$$t \leq 0; z \in [0, d] \quad \left\{ \begin{array}{l} \omega = \omega_0 = 0.02\% \\ T = T_e \end{array} \right. \quad (6)$$

Le système d'équations (2) et (3) associé aux conditions initiales et aux limites (4), (5) et (6) a été résolu numériquement en utilisant une méthode aux élément finis associée au critère de GALERKIN, dont la présentation a été faite dans la référence [6].

### 3. RESULTATS ET INTERPRETATION

Les résultats présentés concernent l'étude critique des modèles de description théorique GLASER [1], PHILIP-DE VRIES [3] et l'analyse physique des mécanismes mis en jeu au cours du processus de condensation en milieu macro-capillaire. Cette étude critique et cette analyse sont fondées pour une partie sur la comparaison expérience-calcul et pour une autre partie sur l'exploitation du code de calcul. Les résultats expérimentaux utilisés sont tirés de la référence [5].

#### 3.1. Comparaison du modèle de GLASER avec les résultats expérimentaux

Comme cela avait été montré par KOOI [9] dans le cas du béton cellulaire et, comme le confirment les résultats présentés dans le tableau 1, on peut constater que le modèle de GLASER [1] est un outil particulièrement grossier d'évaluation de la condensation dans les métaux capillaro-poreux.

Type de conditions expérimentales	Résultats expérimentaux	Résultats du modèle
type A $T_i=25^\circ\text{C}, T_e=5^\circ\text{C}, \phi_i=75\%$	2.34 g	0.96 g
type B $T_i=30^\circ\text{C}, T_e=10^\circ\text{C}, \phi_i=75\%$	2.57 g	1.08 g
type C $T_i=40^\circ\text{C}, T_e=10^\circ\text{C}, \phi_i=75\%$	3.7 g	2.03 g

Tableau 1. Masses d'eau condensées au cours de 16 jours. Comparaison expérience-modèle de GLASER [1].(LARBI et al [5])

Les écarts observés ont bien entendu pour origines essentielles :

- La non prise en compte de l'évolution de la conductivité thermique du matériau avec la teneur en eau;
- La non prise en compte de l'écoulement en phase liquide sous l'influence des forces capillaires.

Ces deux phénomènes ont pour effet dès lors qu'ils sont négligés, de sous estimer les masses d'eau condensées.

#### 3.2. Comparaison du modèle de DEVRIES avec les résultats expérimentaux

Les profils hydriques présentés sur la figure 3 montrent les distributions d'humidité à différents temps, obtenus par calcul, où l'on peut

noter la présence de deux de deux zones bien distinctes:

- Une zone sèche, comprise entre la face exposée en  $Z=0$  et l'interface de condensation et,
- Une zone humide, saturée en liquide condensé, comprise entre l'interface de condensation et la surface sous refroidie en  $Z=d$ .

Les profils thermiques présentés sur la figure 4 montrent les distributions de température à différents temps obtenus par calcul, où l'on peut noter la présence:

- de profils thermiques linéaires pour les premiers temps, et qui correspondent à l'établissement du régime de conduction pure,
- de profils thermiques avec changement de pente, pour les derniers temps; le changement de pente est d'autant plus accentué lorsque l'on considère la dépendance de la conductivité thermique avec la teneur en eau [7].

Le changement de pente des profils de température résulte quant à lui de l'influence des mécanismes de changement de phase, mais aussi, de l'évolution de la conductivité thermique du milieu avec la teneur en eau.

Comme nous l'avons évoqué précédemment à propos de l'hypothèse de GLASER [1], consistant à considérer un profil thermique de conduction linéaire, et comme les résultats suivants l'illustrent encore mieux, ces aspects thermiques et notamment l'évolution des profils de température, jouent un rôle tout à fait capital, non seulement sur la cinétique de la condensation mais aussi sur la localisation des zones de condensation au sein du matériau au cours du temps.

Les résultats de comparaison entre expérience et calcul numérique pour les profils hydriques et thermiques sont portés respectivement sur les figures 5 et 6. D'une manière générale, les résultats montrent nettement le caractère satisfaisant du modèle de DE VRIES [3] pour décrire les phénomènes observés expérimentalement.

Les écarts observés pour les fortes teneurs en humidité, peuvent être attribués à l'influence de la gravité, élément non pris en compte dans nos calculs [7].

Les distributions de densité de flux de masse en phase liquide sont représentés sur la figure 7. On notera tout d'abord que la densité de flux est toujours négative. Compte tenu de la

convention adoptée ; flux positif dirigé de l'extrémité ouverte en contact avec l'ambiance avec le milieu poreux, le liquide a donc tendance à envahir le milieu depuis la plaque froide, sur laquelle démarre la condensation, vers l'interface  $Z=0$ . Conformément à l'évolution des coefficients de transfert de masse, cette densité de flux est nulle dans la zone d'adsorption (extrémité ouverte) puis croît et passe par un maximum dans la zone de condensation.

Si l'on examine maintenant l'évolution des différentes composantes de ce flux, on note que la densité de flux induite par le gradient de température est positive et sensiblement plus faible, en valeur absolue, que celle négative, induite par le gradient d'humidité; Ce

phénomène a pour effet de ralentir la vitesse de la zone sèche par le front de condensation.

Les distributions de densité de flux de masse en phase vapeur sont portées sur la figure 8. On notera contrairement au cas précédent, que le flux en phase vapeur est positif et par conséquent dirigé de la face d'entrée vers la face froide imperméable; Il présente une allure quasi-constante tout au long de la partie sèche de l'échantillon, puis des variations dans la zone humide. La composante de la densité de flux due au gradient thermique est positive et sensiblement plus importante que la composante, négative, par le gradient d'humidité.

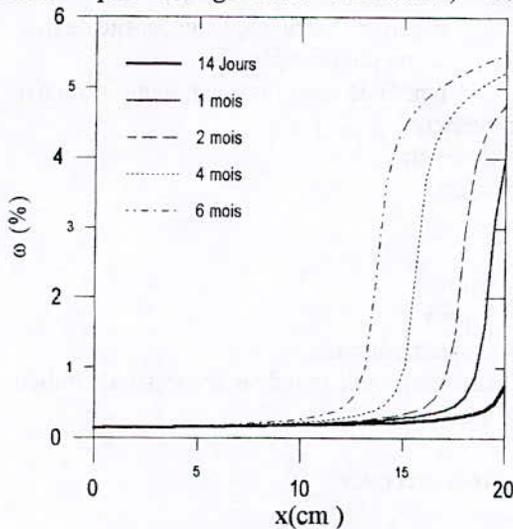


Figure 3. Distributions d'humidité (Calcul Numérique) type B de conditions expérimentales

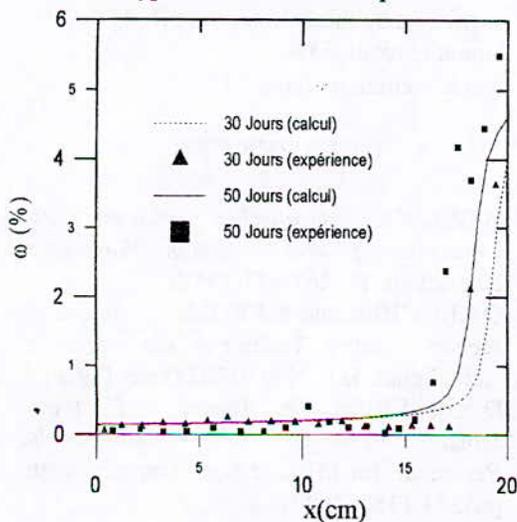


Figure 5. Distributions d'humidité (Comparaison Expérience - Calcul) type B de conditions expérimentales

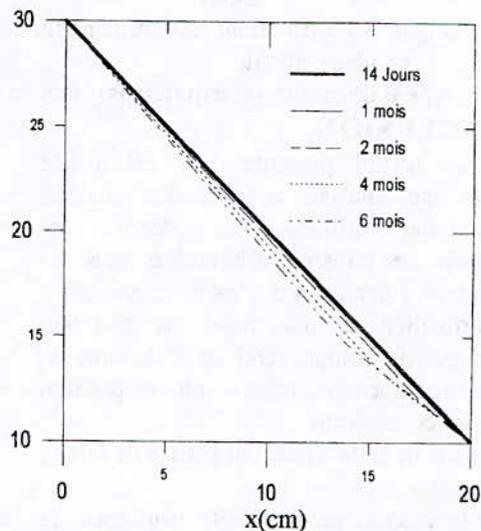


Figure 4. Distributions de température (Calcul Numérique) type B de conditions expérimentales

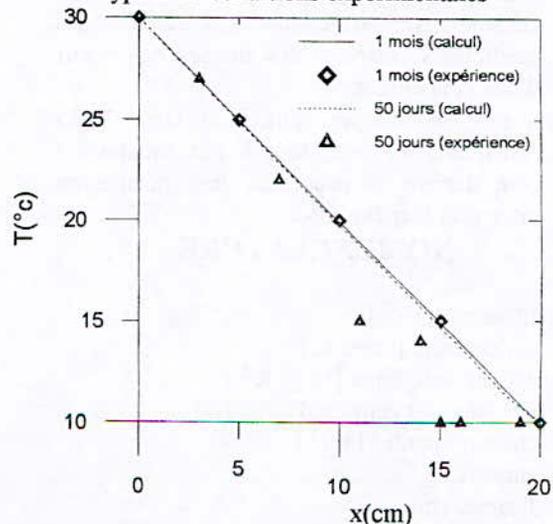


Figure 6. Distributions de température (Comparaison Expérience - Calcul) type B de conditions expérimentales

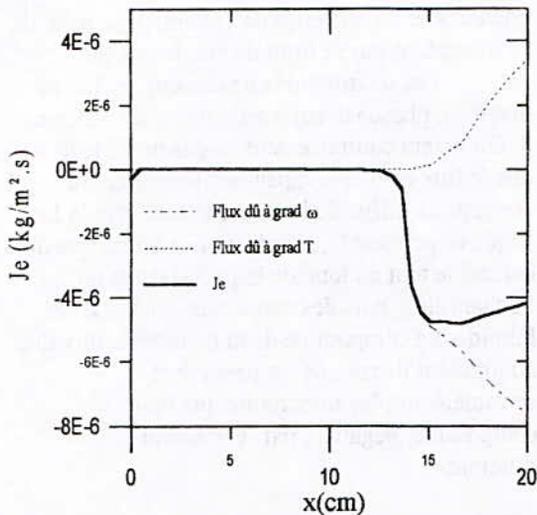


Figure 7. Distributions de densité de flux en phase liquide type B de conditions exp (temps = 6 mois)

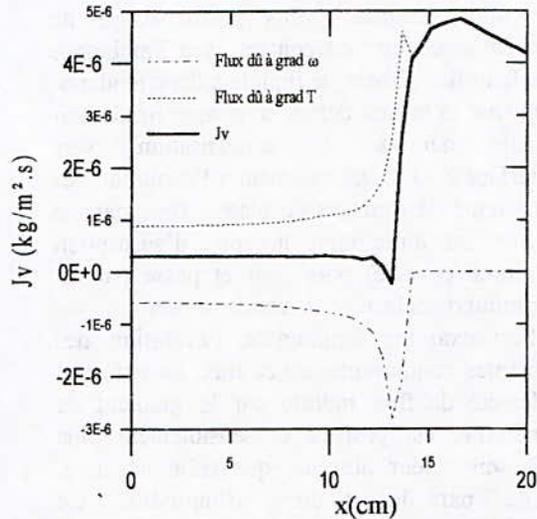


Figure 8. Distributions de densité de flux en phase vapeur type B de conditions exp (temps=6 mois)

#### 4. CONCLUSION

Le travail présenté dans cet article concerne une analyse critique des modèles mathématiques utilisés pour décrire les mécanismes de transfert d'humidité dans les structures de l'habitat. on s'est intéressé à un type particulier de matériaux, un matériau capillaro-poreux compte tenu de la banque de données expérimentales mise à notre disposition concernant ce matériau.

Les résultats de cette étude ont permis de mettre en évidence :

- que le modèle de GLASER négligeant le transfert en phase liquide, le couplage du transfert de masse avec le transfert de chaleur, et supposant les coefficients constants, ne permettait pas d'effectuer des prédictions correctes des masses de vapeur d'eau condensées.
- que le modèle de PHILIP et DE VRIES constituait un outil tout à fait satisfaisant pour décrire les processus de condensation interne et leur évolution.

#### NOMENCLATURE

- a : diffusion [ $m^2s^{-1}$ ]
- T : température [ $^{\circ}C$  ou K]
- c : chaleur spécifique [ $J.kg^{-1}K^{-1}$ ]
- d : longueur des cellules d'essai [m]
- L : chaleur latente [ $J.kg^{-1}$ ]
- t : temps [s]
- z : distance [m]

#### Indices

- 0 : matrice poreuse

- i : intérieur
- e : extérieur
- l : liquide

- p : parois
- v : vapeur
- vs : vapeur saturante
- \* : caractérise une grandeur apparente du milieu poreux

#### Lettres grecques

- $\alpha, \eta$  : coefficients
- $\lambda^*$  : conductivité thermique [ $W.m^{-1}K^{-1}$ ]
- $\omega$  : teneur en eau massique
- $\delta$  : coefficient de thermomigration [K-1]
- $\phi$  : humidité relative [%]
- $\rho$  : masse volumique [ $kg.m^{-3}$ ]

#### REFERENCES

1. H.GLASER, *Grafisches Vehren Zur Untersuchung Von Diffusion Vorgangen*, Kaptechnik 11, 467-477(1959).
2. O.KRISCHER and K.KROLL, *Technique du séchage*, centre Technique des industries Aérauliques, B.P. N09,91402 Orsay (1978).
3. D.A.de VRIES, *The Theory of Heat and Moisture Transfer in Porous Media Revisited*, Int.J.Heat Mass Transfer V:30, pp1343-1350 (1987).
4. A.V.LUIKOV, *Heat and Mass Transfer in capillary Porous Bodies*, Pergaman Press, Oxford (1966).

5. S.LARBI et S.BORIES, *Simulation Expérimentale d'un processus de condensation en milieu poreux*, 4<sup>ème</sup> journées Internationales de thermique, ALGER, ALGERIE (1989).
6. G.BACON, *Simulation Numérique des transferts de chaleur et de Masse dans un Milieu Poreux non Saturé*. Colloque sur les transferts de chaleur et de Masse en milieu poreux, Lausanne, Suisse (1982).
7. P.CRAUSSE, *Etude Fondamentale des Transferts couplés de chaleur et d'humidité en Milieu Poreux non Saturé*. Thèse de doctorat d'état, INP de Toulouse (1983).
8. J.BERTIER, *Diffusion de Vapeur au Travers des Parois - Condensation*. REEF.2, CSTB, Paris (1980).
9. J.V.D. KOOI, *Moisture Transport in Cellular Concrets Roofs*, Phd Thesis, Eindhoven Univ.of Technology, Walman, DELFT (1971).
10. B.H.VOS, *Internal Condensation in Structures*, Build. Science, Vol.8, pp.131-206, (1969).
11. B.H.VOS and E.Tammes, *Condensation in Structures (General Aspects)*, Build. International, Vol.8, pp.457-477 (1975).
12. B.H.VOS and E.Tammes, *Hygric Aspects of Solid, Stony, Flat roofs*, Build. International, Vol.8, pp.479-487 (1975).

## SIMULATION NUMERIQUE 2D DES MECANISMES DE TRANSFERTS DANS LES MILIEUX CAPILLARO-POREUX

S. LARBI, H. BELHANECHÉ, A. MAGHRAOUI

*Ecole Nationale Polytechnique  
Département de Génie Mécanique  
10, Avenue Pasteur. El-Harrach-Alger.*

### ملخص:

في وسط مسامي غير مشبع ، وجود الفرق الحراري الناتج عن سبب طبيعي أو اصطناعي يولد انتقال الرطوبة داخل هذا الوسط. الدراسة التجريبية للانتقال المزدوج للحرارة و الرطوبة تبينت صعوبة، بسبب الميزة الثنائية للأبعاد و أكثر منها للأبعاد الثلاثية لظواهر الانتقال. لذلك تبحت في إيجاد الحلول عن طريق التشابه الرقمي. العمل الحالي يهتم الدراسة الرقمية للانتقال المزدوج للحرارة و الرطوبة في وسط مسامي غير مشبع. هذه الدراسة ترتكز على نموذج نظري ل فليب و دو فريس. طبعاً ، هذا النموذج يأخذ بعين الاعتبار كل الظواهر الأساسية المعروفة لوسط متجانس و موحد الخواص قد تم تأييده تجريبياً على نحو ملائم. هذا النموذج سمح بانضاج نظام رقمي ثنائي الأبعاد ( إعدائيات تربيعية ) ، الذي يستعمل حل من نوع الفروق النهائية ( طريقة الاتجاهات الضمنية المتغيرة ) . استغلال هذا النظام سمح بدراسة الانتقال الكمي للرطوبة مزدوجة بالحرارة و اظهار بديهية تأثير الجاذبية.

### Abstract:

In unsaturated porous medium, the presence of temperature differences induced by a reason natural or artificial, develops a moisture movements into the medlum. The experimental study of simultaneous heat and mass transfer avers difficult, to reason of two dimensional in truth three dimensional character of the phenomenous of transfer. It is why we seek to make some numeric simulations. The present work concerns the numeric study of simultaneous heat and mass transfer in a unsaturated porous media. This study rests on the theoretical model of PHILIP-DE VRIES. Indeed, this model takes in counts all the acknowledged phenomenous like fundamental for a homogeneous and isotropic porous material, and it was appropriately validated experimentally. This model allowed to formulate a two dimensional numerical code, who uses a finite differences approximation ( A.D.I.). The exploitation of this code allowed to study the molature migration and of putting the traps of the gravity in evidence.

### Résumé:

Dans un milieu poreux non saturé, la présence d'un gradient thermique induit par une cause naturelle ou artificielle, développe un transfert d'humidité à l'intérieur du milieu. L'étude expérimentale des transferts couplés de chaleur et de masse s'avère difficile, à cause du caractère bidimensionnel voire tridimensionnel des phénomènes de transfert. C'est pourquoi on cherche à faire des simulations numériques. Le présent travail concerne l'étude numérique des transferts couplés de chaleur et de masse dans un milieu poreux non saturé. Cette étude s'appuie sur le modèle théorique de PHILIP-DE VRIES. En effet, ce modèle prend en compte tous les phénomènes reconnus comme fondamentaux pour un milieu homogène et isotrope, et il a été convenablement validé expérimentalement. Ce modèle a permis d'élaborer un code de calcul bidimensionnel ( coordonnées cartésiennes ), qui utilise une résolution de type différences finies A.D.I. L'exploitation de ce code a permis d'étudier la thermomigration et de mettre en évidence les effets de la gravité.

### Mots clés:

Milieu poreux - Différences finies - Transfert couplé de chaleur et de masse - thermomigration - effet de la gravité - Résolution numérique. 62

## 1. INTRODUCTION

Les transferts couplés de chaleur et de masse qui se développent dans les milieux poreux non saturés, sous l'influence de faibles gradients thermiques, jouent un rôle extrêmement important dans divers phénomènes naturels ou processus industriels. Il en est ainsi dans les échanges d'humidité entre le sol et l'atmosphère par suite des variations journalière et saisonnière de la température de surface, mais également dans certains domaines techniques : génie civil, séchage, voire technologique, où les transferts de masse sont simulés de façon naturelle ou artificielle par des gradients de température.

L'amélioration des connaissances concernant la physique de ces transferts, revêt par ailleurs une importance grandissante au moment où se pose avec acuité le problème d'une meilleure utilisation de l'énergie et de son stockage. Qu'il s'agisse de développer de nouvelles techniques de séchage, d'améliorer l'isolation thermique des bâtiments ou d'utiliser le sol comme source ou réservoir d'énergie; la question fondamentale à laquelle se trouve confronté l'élaboration de tout projet est en effet, celle de l'estimation des transferts de chaleur et de masse dans les structures poreuses correspondantes.

L'étude expérimentale des processus réels de transferts couplés de chaleur et de masse dans les milieux poreux pose énormément de difficultés à cause du caractère bidimensionnel voire même tridimensionnel de la répartition spatio-temporelle des champs thermiques et hydriques ainsi que des difficultés de mesures liées aux techniques expérimentales employées [3]. Ainsi, le recours à la simulation numérique de ces phénomènes devient une nécessité impérative [7,10].

Le travail présenté dans cet article, vise à mettre en évidence l'influence du potentiel gravitationnel sur les distributions d'humidité et de température pour un modèle physique de type fermé, c'est à dire un modèle de section rectangulaire sans transfert de masse sur ses faces, qui peuvent être isothermes et (ou adiabatique), ainsi que la localisation des zones de dépôt d'humidité et l'analyse de la compétition entre l'effet thermique et l'effet gravitationnel.

Les résultats obtenus [7] sont validés par comparaison à des résultats expérimentaux à une dimension d'espace [3] et à des résultats numérique à deux dimensions d'espace [10].

## 2. MODELE MATHEMATIQUE ET RESOLUTION NUMERIQUE

L'étude expérimentale des transferts couplés de chaleur et de masse avait déjà fait l'objet d'études antérieures [3,6] dans les situations de séchage et de condensation, en systèmes fermé et semi-ouvert, à une dimension d'espace.

Pour des raisons de commodité numérique, nous nous sommes intéressé au système fermé ( voir figure 1 ), compte tenu que les conditions aux limites peuvent être réalisées d'une manière rigoureuse, avec un bilan de masse conservatif.

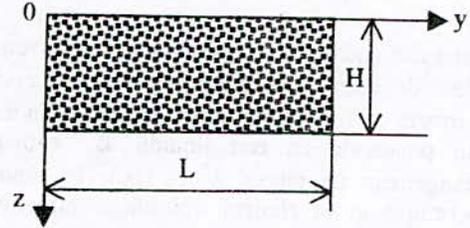


Figure 1. Système physique à étudier.

Dans ce système physique, la condition initiale ( $t=0$ ) est caractérisée par une teneur en eau ( $\omega=\omega_0$ ) et une température ( $T=T_0$ ) uniformes.

Les conditions aux limites sont caractérisées quant à elle, par une densité de flux de masse nulle ( $J_m=0$ ) sur toutes les faces (parois imperméables), par des parois adiabatiques ( $J_q=0$ ) sur les faces latérales ( $z=0$  et  $z=H$ ) et par des parois isothermes ( $T=T_1$  en  $y=0$  et  $T=T_2$  en  $y=L$ ) sur les faces verticales ( $y=0$  et  $y=L$ ).

Le principe de ce système est similaire au fonctionnement d'un caloduc. Bien que dans ce dernier, l'état des pressions et le mode de déplacement de la phase gazeuse soit différent.

### 2.1. Modèle mathématique et conditions aux frontières:

L'analyse théorique des écoulements polyphasiques dans les milieux poreux s'appuie sur les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie.

Cependant, la complexité de la géométrie du milieu poreux rend leur résolution impossible, la forme géométrique des limites n'étant pas accessible en pratique [2,5,8].

Pour palier cette difficulté, on est conduit à définir de nouvelles grandeurs dites "macroscopiques" ainsi que les " lois macroscopiques locales" quelles suivent à une échelle à définir, suffisamment grande par rapport à l'échelle des pores pour éviter le problème posé par leur géométrie et suffisamment petite par rapport à l'échelle du milieu poreux pour leur conférée un caractère local [1,11].

Dans le cadre des restrictions précisées dans [4], le modèle mathématique à deux dimensions d'espace utilisé, s'exprime sous la forme:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial y} \left[ (a_v + a_l) \frac{\partial \omega}{\partial y} + (a_l \delta_l + a_v \delta_v) \frac{\partial T}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ (a_v + a_l) \frac{\partial \omega}{\partial z} + (a_l \delta_l + a_v \delta_v) \frac{\partial T}{\partial z} - \frac{\rho_o}{\rho_l} K \right] \quad (1)$$

$$(\rho c)^* \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left[ (\lambda^* + \rho_o L a_v \delta_v) \frac{\partial T}{\partial y} + \rho_o L a_v \frac{\partial \omega}{\partial y} \right] + \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[ (\lambda^* + \rho_o L a_v \delta_v) \frac{\partial T}{\partial z} + \rho_o L a_v \frac{\partial \omega}{\partial z} \right]$$

Dans ces équations, représentant respectivement les bilans de masse (1) et d'énergie (2), t est le temps,  $\rho_o$  la masse volumique du milieu poreux,  $\omega$  la teneur en eau pondérale en eau liquide, L l'enthalpie de changement de phase,  $\lambda^*$  et  $(\rho c)^*$  la conductivité thermique et la chaleur volumique effectives du milieu poreux, T la température et  $a_l, a_v, \delta_l, \delta_v$  des coefficients dépendants de la teneur en eau et de la température traduisant les propriétés de transport de masse du matériau [3].

Les conditions aux limites retenues pour la résolution numérique du système d'équations (1) et (2) ont été les suivantes (Voir figure 1) :

- Pour  $y=0$  et  $z \in ]0, H[$ ,

$$\left. \begin{aligned} T &= T_1 = 55^\circ C \\ J_m &= -(a_l + a_v) \frac{\partial \omega}{\partial y} - (a_l \delta_l + a_v \delta_v) \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

- Pour  $y=L$  et  $z \in ]0, H[$ ,

$$\left. \begin{aligned} T &= T_2 = 21^\circ C \\ J_m &= -(a_l + a_v) \frac{\partial \omega}{\partial y} - (a_l \delta_l + a_v \delta_v) \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

- Pour  $z=0, y \in ]0, L[$  et  $z=H, y \in ]0, L[$ ,

$$\left. \begin{aligned} J_m &= -(a_l + a_v) \frac{\partial \omega}{\partial z} - (a_l \delta_l + a_v \delta_v) \frac{\partial T}{\partial z} - \frac{\rho_o}{\rho_l} K = 0 \\ J_q &= -(\lambda^* + \rho_o L a_v \delta_v) \frac{\partial T}{\partial z} - \rho_o L a_v \frac{\partial \omega}{\partial z} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Les conditions initiales relatives à la teneur en eau et à la température étant données quant à elles par :

$$t \leq 0 \quad \left( \begin{aligned} \omega &= \omega_o = 11.2\% \\ T &= T_o = 21^\circ C \end{aligned} \right) \quad (6)$$

## 2.2. Résolution numérique :

Le système d'équations (1) et (2), associé aux conditions initiale et aux limites (3), (4), (5) et (6), est résolu numériquement [7] en utilisant un schéma aux différences finies avec une méthode implicite des directions alternées. Le principe de la méthode est d'effectuer un balayage de maillage, horizontale par horizontale puis verticale par verticale alternativement, d'où l'appellation d'A.D.I [9]. Notre

domaine est rectangulaire et est discrétisé avec un pas d'espace constant ( $\Delta y = \Delta x = 1 \text{ cm}$ ) et un pas de temps  $\Delta t = 1 \text{ s}$ .

## 3. RESULTATS ET DISCUSSIONS

Les résultats présentés, concernent les isoteneurs en eau et les isothermes pour les conditions initiale et aux limites citées au paragraphe 2.

Les figures (2 à 4) et (5 à 7) montrent respectivement les isoteneurs en eau, sans et avec effet de la gravité, pour un rapport de forme H/L égal à l'unité. Pour les deux groupes de figures, on peut noter l'augmentation de la teneur en eau par rapport à la valeur initiale, suite à l'effet du gradient thermique. Pour les figures (5 à 7), les teneurs en eau sont beaucoup plus importantes (jusqu'à 18%) et leur répartition spatiale est différente par rapport à celles des figures (2 à 4), compte tenu de l'influence du potentiel gravitationnel sur l'accumulation d'humidité.

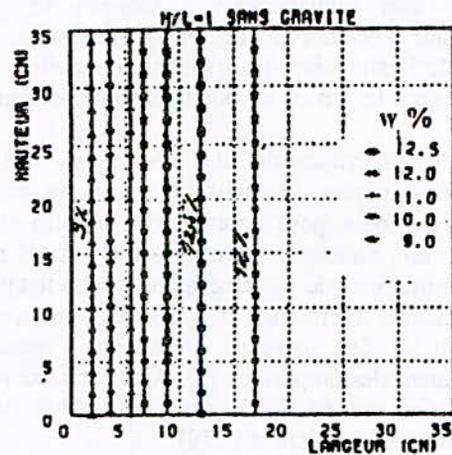


Figure 2. Isoteneurs en eau au temps  $t=30$  minutes. (Résultat sans effet de la gravité)

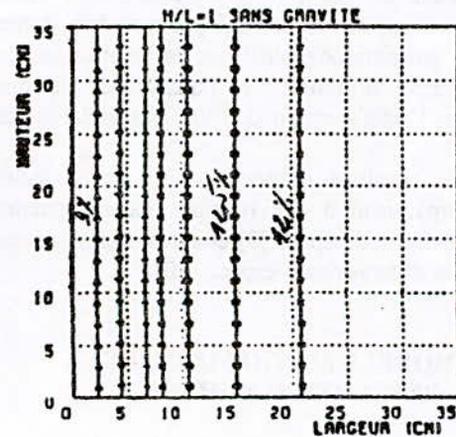


Figure 3. Isoteneurs en eau au temps  $t=45$  minutes. (Résultat sans effet de la gravité)

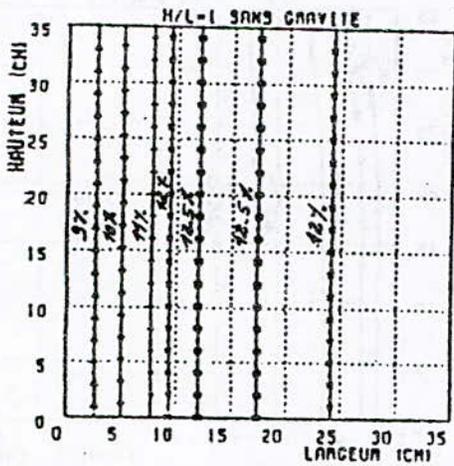


Figure 4. Isothermes en eau au temps  $t=60$  minutes. (Résultat sans effet de la gravité)

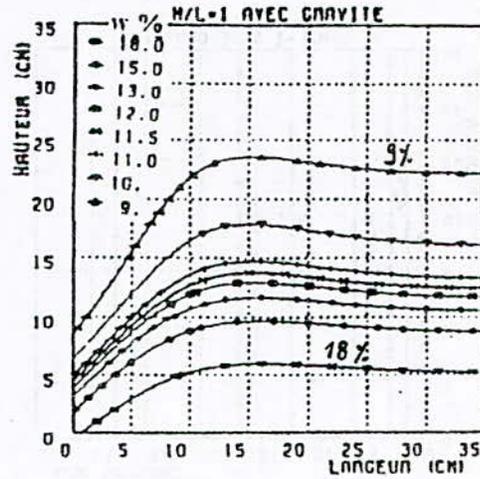


Figure 7. Isothermes en eau au temps  $t=60$  minutes. (Résultat avec effet de la gravité)

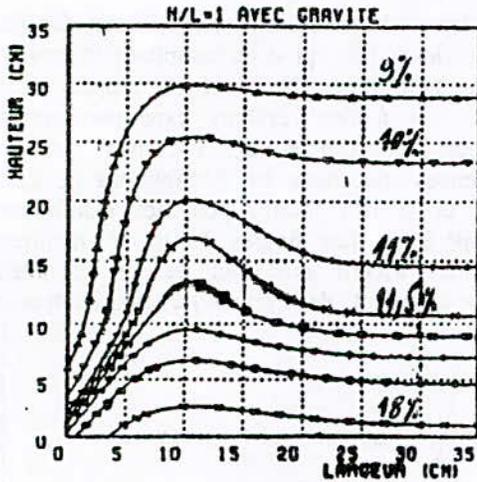


Figure 5. Isothermes en eau au temps  $t=30$  minutes. (Résultat avec effet de la gravité)

Les isothermes sans et avec effet de la gravité pour le même rapport de forme que précédemment sont respectivement données par les figures (8 à 10) et (11 à 13). Contrairement aux isothermes en eau, pour les isothermes il n'y a pas d'influence notable de la gravité sur la répartition spatiale de la température.

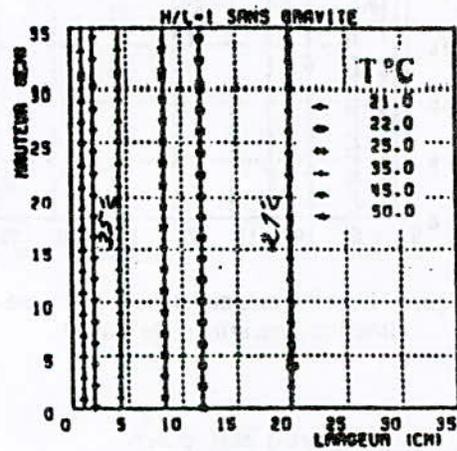


Figure 8. Isothermes au temps  $t=30$  minutes. (Résultat sans effet de la gravité)

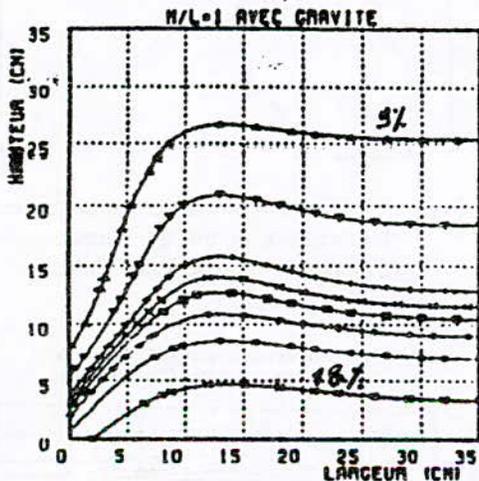


Figure 6. Isothermes en eau au temps  $t=45$  minutes. (Résultat avec effet de la gravité)

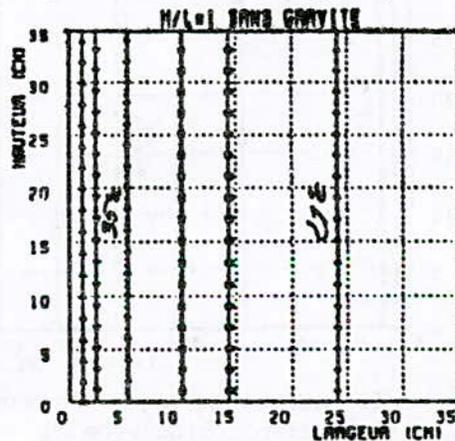


Figure 9. Isothermes au temps  $t=45$  minutes. (Résultat sans effet de la gravité)

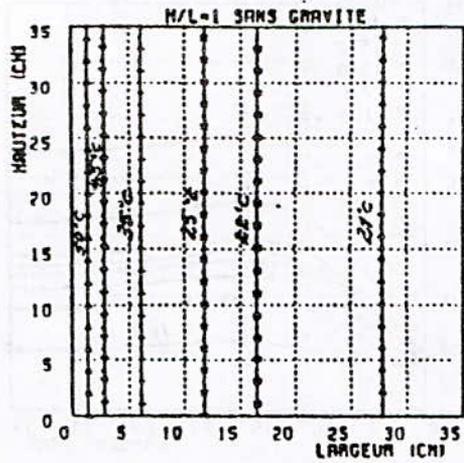


Figure 10. Isothermes au temps  $t=60$  minutes.  
(Résultat sans effet de la gravité)

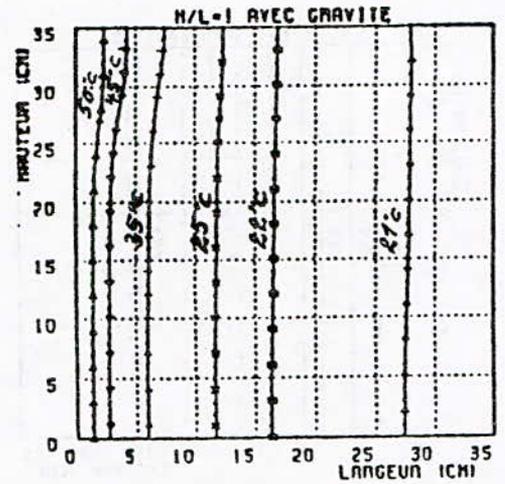


Figure 13. Isothermes au temps  $t=60$  minutes.  
(Résultat avec effet de la gravité)

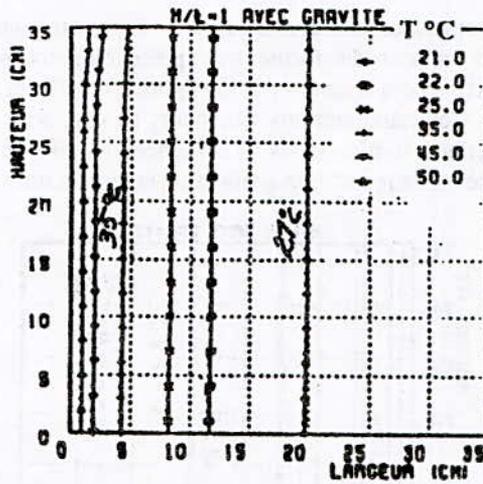


Figure 11. Isothermes au temps  $t=30$  minutes.  
(Résultat avec effet de la gravité)

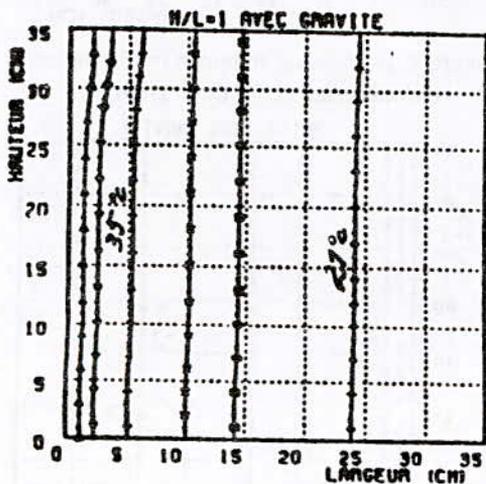


Figure 12. Isothermes au temps  $t=45$  minutes.  
(Résultat avec effet de la gravité)

La figure 14, illustre la comparaison des résultats numériques (sans prise en compte de la gravité, pour une durée d'une heure et un rapport de forme  $H/L=1/7$ ) à des résultats expérimentaux à une dimension d'espace [3]. L'examen des courbes obtenues concernent les distributions de teneur en eau et le bon accord pour les distributions de température. Les figures 15 et 16 montrent par contre, l'accord satisfaisant de nos résultats (avec prise en compte de la gravité) à ceux d'autres auteurs [10].

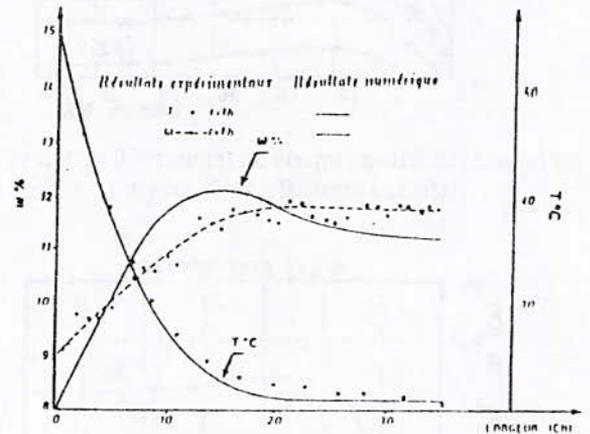


Figure 14. Distributions de teneur en eau et de température au temps  $t=1$  heure.  
(Comparaison Expérience-Calcul)

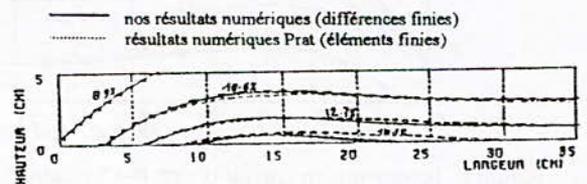


Figure 15. Isoteneurs en eau au temps  $t=1$  heure.  
(Comparaison de nos résultats numériques à ceux d'autres auteurs)

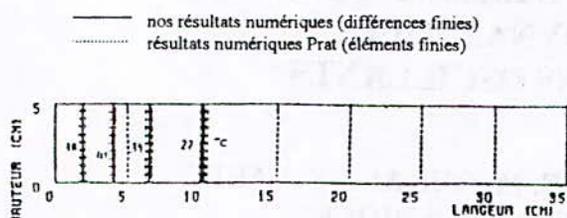


Figure 16. Isothermes au temps  $t=1$ heure.  
(Comparaison de nos résultats numériques à ceux d'autres auteurs)

#### 4. CONCLUSION

Le présent travail, a permis de mettre en évidence l'influence de la gravité sur la répartition spatio-temporelle des champs thermiques et hydriques dans un matériau capillaro-poreux préalablement mouillé et en système fermé. La validité des résultats obtenus est confirmée en les comparant à des résultats numériques et expérimentaux issus de la littérature.

#### REFERENCES

- [1] BAVEY, P. ET ESPOSITO, G. (1984). The operational significance of the continuum hypothesis in the theory of water movement through soils and aquifer. *Water Resource Research*. Volume n°20, page 521.
- [2] BEAR, J. (1982). Dynamics of fluids in porous media. (American Elsevier Publishing Company, Ed.).
- [3] CRAUSSE, P. (1983). Etude fondamentale des transferts couplés de chaleur et d'humidité en milieu poreux non saturé. *Thèse de Doctorat d'Etat, INP de Toulouse*.
- [4] DE VRIES, D.A. (1987). The theory of heat and moisture transfer in porous media revisited. *International Journal of heat and mass transfer*. (Pergamon Press, Ed.) Volume n°30, page n°1343.
- [5] KALAYDJIAN, F. (1987). A macroscopic description of multiphase flow in porous media involving space time evolution of fluid/fluid interface. *Chemical Engineering Science*. Volume n°6, page n°537.
- [6] LARBI, S. & al., (1995). Diffusion d'air humide avec condensation de vapeur d'eau en milieu poreux. *International Journal of heat and mass transfer*. (Pergamon Press, Ed.) Volume n°38, page n°2411.
- [7] MAGHRAOUI, A. (1997). Eléments d'analyse de la répartition bidimensionnelle des champs

thermiques et hydriques en milieu poreux. Thèse de Magistère, ENP d'Alger.

- [8] MARLE, C.M. (1984). Les écoulements polyphasiques en milieu poreux : de l'échelle des pores à l'échelle macroscopique. *Annales des mines*. Volume n°2, page n°1.
- [9] PEACEMAN, D.W. & RACHFORD, H.H. (1955). The numerical solution of parabolic and elliptic differential equations. *J. Soc. Indust. Appl. Math.* Volume n°3, page n°28.
- [10] PRAT, M. (1986). Analysis of experiments of moisture migration caused by temperature differences in insaturated porous medium by means of two dimensionnal numerical simulation. *International Journal of heat and mass transfer*. (Pergamon Press, Ed.) Volume n°29, page n°1033.
- [11] WHITAKER, S. (1977). Simultaneous heat, mass and momentum transfer in porous media. A theory of drying in porous media. *Advances in heat transfer*. Volume n°13, page n°119.

## **SIMULATION NUMERIQUE DE LA LUBRIFICATION THERMOHYDRODYNAMIQUE DES PALIERS A PATINS OSCILLANTS**

**M. S. BADAOU, H. BELHANECHÉ, M. OUKALI , S. LARBI  
DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE  
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE, EL-HARRACH ALGER**

ملخص

نعرض في هذه الدراسة طرقت عديدة لفهم وظيفة مسطحات ذات مز لقات اهتزازية للمستعملة في محركات التوربينات مع الأخذ بعين الاعتبار تأثير ارتفاع درجة حرارة السائل للمستعمل للدهن و انتشارها على المكونات الصلبة. مقارنة النتائج العددية المحصلة عليها في دراستنا مع نتائج الدراسات أخرى تبين مدى تأثير هذه الظواهر الفيزيائية البالغة الأهمية في تصميم و استعمال هذا النوع من المسطحات ذات مز لقات اهتزازية .

### **Abstract:**

In this study, we present the numerical simulation of the operating of tilting pad bearings used in turbo-alternators, taking into account the effect of the fluid lubricant overheating by shearing effect and its spreading toward the solid components. The comparison of the numerical results with those provided by certain authors indicates indeed, the significant influence of these phenomenon which represent a great importance in the design and the use of this type of bearings.

### **Résumé:**

Dans cette étude, nous présentons la simulation numérique du fonctionnement des paliers à patins oscillants en régime laminaire utilisés dans les turboalternateurs en tenant compte de l'influence de l'échauffement du fluide lubrifiant par effet de cisaillement et sa propagation vers les éléments solides. La comparaison des résultats numériques à ceux fournis par certains auteurs montrent en effet, l'influence considérable de ces phénomènes qui revêtent une grande importance lors de la conception et l'utilisation de ce type de palier.

## INTRODUCTION

L'existence d'un mouvement relatif entre les pièces mécaniques impose de s'intéresser aux problèmes du contact entre deux corps et tout particulièrement aux aspects thermiques liés à la dissipation de puissance à l'interface de deux pièces. En effet, il est bien connu que l'analyse thermique et mécanique est importante dans l'étude d'un contact lubrifié [1] où les paramètres dominants sont l'épaisseur du film d'huile, la charge appliquée et le débit, ces paramètres résultent directement de la distribution des températures.

On comprend alors la nécessité de développer des modèles mathématiques et numériques pour simuler le comportement thermique des pièces de machines dès leur conception, afin d'éviter au maximum les risques de grippage.

La théorie développée par Boncompain [2] qui repose sur une étude thermoélasto-hydrodynamique (T.E.H.D.) a été adaptée aux paliers à patins oscillants [3,4,5] similaires à ceux que l'on rencontre généralement dans les installations de turboalternateurs afin de prédire la distribution de température à travers les organes constituant le palier, et ce, en tenant compte de la variation tridimensionnelle de la viscosité du fluide lubrifiant.

Les résultats ainsi obtenus [12,13] visent à produire une base d'informations utile aux concepteurs et aux utilisateurs ainsi qu'à valider les modèles mathématiques proposés pour décrire et montrer la nécessité de prendre en compte les effets thermiques régnant au sein des paliers à patins oscillants.

## MODELES PHYSIQUES ET MATHÉMATIQUES

### — Modèle physique

Les paliers à patins oscillants (fig. 1) sont utilisés couramment pour le support des lignes d'arbre de turboalternateur. Leur choix est fait compte tenu de leur capacité de charge et à leur stabilité aux grandes vitesses par rapport aux autres paliers hydrodynamiques [2].

L'oscillation des patins leur permet une adaptabilité permanente en fonction de la position de l'arbre. L'avantage de ce type de palier est qu'il peut fonctionner à jeu réduit, ce qui limite la turbulence, et donc, la puissance dissipée par rapport aux paliers lisses [2].

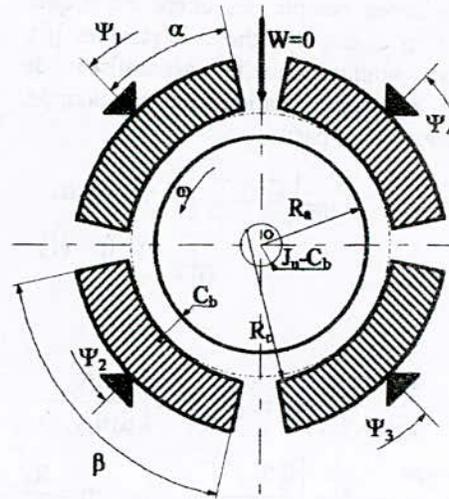


Figure 1 : Schéma d'un palier à patins oscillants non chargé

### — Modèle mathématique

Trois types de phénomènes physiques peuvent avoir lieu dans ce type de palier, elles portent sur la génération de pression, sur l'échauffement du lubrifiant et du massif, ainsi que la déformation.

### Génération de la pression hydrodynamique

Lorsque l'arbre est en rotation, son centre et celui du coussinet ne sont pas confondus. Il y a alors formation d'un convergent vers lequel est entraîné le fluide lubrifiant, générant ainsi un champ de pression (fig.2).

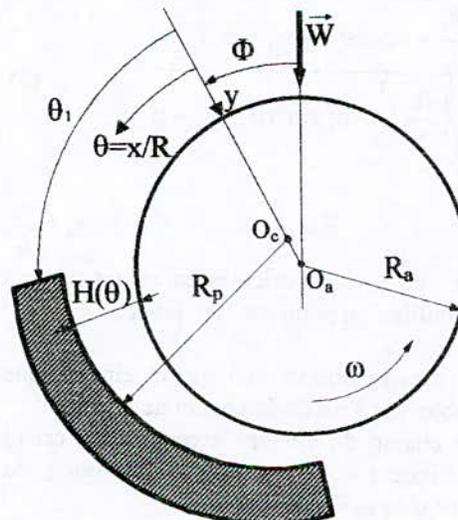


Figure 2 : Système de coordonnées

Par prise en compte des effets thermiques dans le film et des hypothèses classiques [6], l'équation adimensionnelle généralisée de Reynolds en régime stationnaire est donnée, pour chaque patin, par:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left( \bar{H}^3 \bar{G} \frac{\partial \bar{P}}{\partial \theta} \right) + \eta^2 \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left( \bar{H}^3 \bar{G} \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{z}} \right) = \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \cos \alpha \cdot \bar{H} \left[ 1 - \frac{\bar{I}_2}{\bar{J}_2} \right] \right) \quad (1)$$

avec :

$$\begin{aligned} \bar{I}_2(\theta, \bar{z}) &= \int_0^{\bar{y}} \frac{\bar{y}}{\bar{\mu}(\theta, \bar{y}, \bar{z})} d\bar{y} ; \bar{J}_2(\theta, \bar{z}) = \int_0^{\bar{y}} \frac{d\bar{y}}{\bar{\mu}(\theta, \bar{y}, \bar{z})} \\ \bar{G} &= \int_0^{\bar{y}} \frac{\bar{y}^2}{\bar{\mu}(\theta, \bar{y}, \bar{z})} d\bar{y} - \frac{[\bar{I}_2(\theta, \bar{z})]^2}{\bar{J}_2(\theta, \bar{z})} ; \quad \eta = \frac{R_a}{L} \\ \bar{P} &= \frac{P}{\left( \mu_0 \omega \left( \frac{R_a}{J_u} \right)^2 \right)} ; \alpha = \tan^{-1} \left( \frac{J_u \partial \bar{H}}{R_a \partial \theta} \right) ; \bar{H} = \frac{H}{J_u} \\ \theta &= \frac{x}{R_a} ; \quad \bar{y} = \frac{y}{H} ; \quad \bar{z} = \frac{z}{L} \end{aligned}$$

La viscosité dynamique dépend fortement de la température et faiblement de la pression régnant dans le lubrifiant [7]; elle est exprimée par:

$$\bar{\mu} = e^{-\lambda T_0 (\bar{T} - 1) + \gamma P_0 (\bar{P} - \bar{P}_{atm})} \quad (2)$$

où :

$$\begin{aligned} \lambda &= 0.034 \text{ K}^{-1} \\ \gamma &= [5.10^{-9} \div 40.10^{-9}] \text{ Pa}^{-1} \end{aligned}$$

L'épaisseur du film est donnée par :

$$\begin{aligned} \bar{H} &= \frac{R_p}{J_u} - \varepsilon_i \cos(\theta - \psi_i - \phi_i) \\ &\quad - \sqrt{\left( \frac{R_a}{J_u} \right)^2 - \varepsilon_i^2 \sin^2(\theta - \psi_i - \phi_i)} \quad (3) \end{aligned}$$

avec :  $\bar{H} = \frac{H}{J_u} ; \quad \varepsilon_i = \frac{e_i}{J_u}$

où  $\varepsilon_i$  et  $\phi_i$  sont calculés en tenant compte de l'équilibre du patin sur son pivot.

Les caractéristiques statique et cinématique sont obtenues à partir du champ de pression.

Le champ de vitesses nécessaire au calcul énergétique est déduit par la résolution du système d'équations ci-dessous :

$$\begin{cases} \bar{u}(\theta, \bar{y}, \bar{z}) = \bar{H}^2 \left[ \frac{\partial \bar{P}(\theta, \bar{z})}{\partial \theta} - \frac{\bar{y}}{\bar{H}(\theta, \bar{z})} \frac{\partial \bar{H}(\theta, \bar{z})}{\partial \theta} \frac{\partial \bar{P}(\theta, \bar{z})}{\partial \bar{y}} \right] \\ \quad \left( \bar{I}(\theta, \bar{y}, \bar{z}) - \frac{\bar{I}_2(\theta, \bar{z})}{\bar{J}_2(\theta, \bar{z})} \bar{J}(\theta, \bar{y}, \bar{z}) \right) + \frac{\bar{J}(\theta, \bar{y}, \bar{z})}{\bar{J}_2(\theta, \bar{z})} \\ \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{y}^2} = -\bar{H} \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left( \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial \theta} - \frac{\bar{y}}{\bar{H}} \frac{\partial \bar{H}}{\partial \theta} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} \right) + \eta \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{z}} \right) \quad (4) \\ \bar{w}(\theta, \bar{y}, \bar{z}) = \eta \bar{H}^2 \left[ \frac{\partial \bar{P}(\theta, \bar{z})}{\partial \bar{z}} \right] \left( \bar{I}(\theta, \bar{y}, \bar{z}) - \frac{\bar{I}_2(\theta, \bar{z})}{\bar{J}_2(\theta, \bar{z})} \bar{J}(\theta, \bar{y}, \bar{z}) \right) \end{cases}$$

avec

$$\bar{I}(\theta, \bar{y}, \bar{z}) = \int_0^{\bar{y}} \frac{\xi}{\bar{\mu}(\theta, \xi, \bar{z})} d\xi ; \quad \bar{J}(\theta, \bar{y}, \bar{z}) = \int_0^{\bar{y}} \frac{d\xi}{\bar{\mu}(\theta, \xi, \bar{z})}$$

### Génération de flux de chaleur

L'analyse du fonctionnement du palier à patins oscillants montre que l'énergie dissipée dans le fluide élève sa température en diminuant sa viscosité, ainsi que celle des parois solides.

Lorsque les effets thermiques deviennent importants, le modèle isotherme devient non satisfaisant [2], et il est nécessaire de prendre en compte les transferts de chaleurs dans les calculs. Ces phénomènes de transfert sont modélisés par :

- l'équation adimensionnelle de l'énergie dans le fluide [8] donnée par :

$$\begin{aligned} Pe \left( \bar{u} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \theta} + \left( \frac{\bar{v}}{\bar{H}} - \bar{u} \frac{\bar{y}}{\bar{H}} \frac{\partial \bar{H}}{\partial \theta} \right) \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{y}} + \eta \bar{w} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{z}} \right) \\ = \frac{1}{\bar{H}^2} \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{y}^2} + Nd \frac{\bar{\mu}}{\bar{H}^2} \left[ \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} \right)^2 + \left( \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{y}} \right)^2 \right] \quad (5) \end{aligned}$$

avec :  $Pe = \frac{\rho_0 C_p \omega J_u^2}{K_f} ; \quad Nd = \frac{\mu_0 R_a^2 \omega^2}{T_0 K_f}$

- l'équation adimensionnelle de la chaleur dans l'arbre et les patins [8], exprimée par :

$$\left[ \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{r}^2} + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{r}} + \frac{1}{\bar{r}^2} \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \theta^2} + \eta^2 \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{z}^2} \right] = 0 \quad (6)$$

L'épaisseur du fluide lubrifiant étant très faible devant les dimensions de l'arbre et des patins, nous pouvons alors négliger le transfert de chaleur par convection dans l'équation de la chaleur au niveau de l'arbre par rapport à celui dû à la conduction.

## METHODES NUMERIQUES DE RESOLUTION:

Les équations, de Reynolds généralisée, de l'énergie dans le film et de la chaleur dans l'arbre et le coussinet, forment un système d'équations aux dérivées partielles non linéaires et couplées dont la solution nécessite la résolution simultanée de toutes ces équations en tenant compte des conditions aux limites appropriées et dépendant des conditions de fonctionnement.

L'équation de Reynolds généralisée est une équation aux dérivées partielles de type elliptique dont l'inconnue principale est la pression. Nous avons utilisé la méthode des différences finies centrées associée à la méthode de Gauss-Seidel avec coefficient de sur-relaxation.

L'équation de l'énergie est une équation aux dérivées partielles de type parabolique à valeur initiale dans laquelle la coordonnée angulaire  $\theta$  joue le rôle du temps dans les problèmes non stationnaires. Nous avons utilisé une méthode de différences finies avec schéma implicite, le calcul est effectué en utilisant un algorithme mis au point par Richtmyer [9].

Les équations de la chaleur dans les patins et dans l'arbre sont des équations aux dérivées partielles de type elliptiques. Dans les patins, l'équation de la chaleur est tridimensionnelle; dans l'arbre, cette équation est bidimensionnelle. Pour ces deux équations, un schéma aux différences finies centrées identique à celui utilisé pour l'équation de Reynolds est utilisé pour la résolution numérique.

## PRESENTATION DES RESULTATS ET INTERPRETATION

Les résultats présentés à partir des caractéristiques du palier (Table ci-dessous), ainsi que pour un régime de fonctionnement ( $N=4000$  tr/mn,  $W=10\ 000$  N) donné, nous montrent qu'il est possible de déterminer, et ce, à priori les effets thermiques sur l'épaisseur du film lubrifiant (fig. 3) et par conséquent sur le champ de pression (fig. 4) dont la pression maximale atteint 4,7 MPa au niveau des patins inférieurs pour une épaisseur minimale de 26

$\mu\text{m}$  En régime T.H.D. (thermohydro-dynamique) et 42  $\mu\text{m}$  en régime Isotherme.

En effet, lorsqu'on tient compte de la relation viscosité - température, on s'aperçoit que l'épaisseur au niveau des deux patins inférieurs (fig. 3) décroît alors que celle des patins supérieurs, elle, croît. Ceci s'explique par le fait qu'avec l'augmentation de la température dans le palier, et particulièrement au niveau des patins les plus chargés (fig. 4), la viscosité de l'huile diminue selon une loi exponentielle (éq.2), ce qui diminue l'effet de la portance hydro-dynamique, d'où un déplacement de l'arbre suivant la direction de la charge.

Table 1 Caractéristiques du palier fig.1 [11]

Rayon de l'arbre	$R_a = 49.886 \cdot 10^{-3}$ m
Rayon du patin	$R_p = 50 \cdot 10^{-3}$ m
Epaisseur du patin	$R_d = 20 \cdot 10^{-3}$ m
Longueur du palier	$L = 70 \cdot 10^{-3}$ m
Précharge géométrique à 20 °C	$m = 0.47$
Jeu d'usinage	$C_b = 79 \cdot 10^{-6}$ m
Amplitude angulaire du patin	$\beta = 75^\circ$
Position du pivot /patin	$\alpha/\beta = 0.5$
Positions angulaires des patins	$\psi_1=45^\circ; \psi_2=135^\circ$ $\psi_3=225^\circ; \psi_4=315^\circ$
Température d'alimentation	$T_0 = 40$ °C
Pression d'alimentation	$P_0 = 5 \cdot 10^4$ Pa
Viscosité de référence à 40 °C	$\mu_0 = 0.0277$ Pa.s
Masse volumique à 40 °C	$\rho_0 = 860$ Kg.m <sup>-3</sup>
Conductivité thermique du fluide	$K_f = 0.13$ W/m.°C
Conductivité thermique du Patin	$K_p = 45$ W/m.°C
Conductivité thermique de l'arbre	$K_a = 45$ W/m.°C
Coefficient de convection	$H_p = 100$ W/m <sup>2</sup> .°C
Chaleur spécifique du lubrifiant	$C_{p0} = 2000$ J/kg.°C

Nous pouvons noter qu'il y a une assez bonne concordance entre les résultats théoriques de Fillon et Frêne [10] et ceux obtenus par notre étude. On peut remarquer, cependant une légère différence de pente au niveau des patins moins chargés (fig. 3) et que cet écart est imperceptible sur les plus sollicités. Cette différence qui est donc proportionnelle à l'épaisseur du film lubrifiant, provient de la prise en compte de termes incluent dans l'expression de l'épaisseur du film (éq. 3) et qui sont souvent négligés dans la plus part des études dans un souci de simplification.

La figure 4 qui présente la distribution de pression à travers les quatre patins suivant la direction angulaire nous permet de distinguer l'influence des effets thermiques sur l'arbre, particulièrement au niveau des patins les moins chargés.

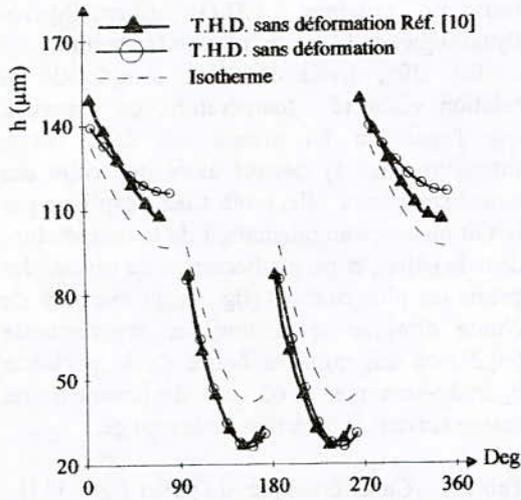


Figure 3 : Epaisseur du film lubrifiant à travers la circonférence du palier.

On peut voir sur la figure 5 que la forme parabolique du film lubrifiant (fig.5) au niveau du patin chargé est composée en majeure partie d'un convergent, limitant ainsi le risque de rupture du film d'huile présent dans la zone divergente tout en favorisant l'accroissement progressif de la pression suivant la direction circonférentielle. Ce gradient de pression qui traduit la distribution du profil de vitesse passe par un optimum  $\frac{\partial P}{\partial \theta} = 0$  où l'écoulement est conforme à celui de Couette, pour changer de

signe  $\frac{\partial P}{\partial \theta} < 0$  donnant ainsi au profil de vitesse sa forme convexe à la sortie du patin.

Dans le cas où le patin serait fortement chargé, il se produit souvent un phénomène d'écoulement inverse (fig. 5) à l'amont du patin, ceci étant dû à un gradient de pression élevé dans cette zone.

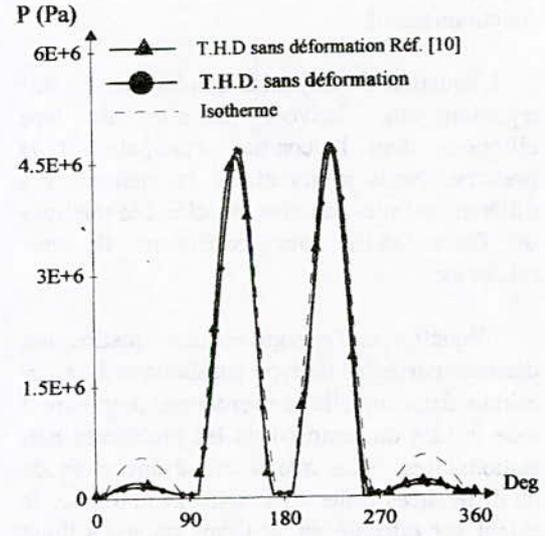


Figure 4 : Champ de pression à travers la circonférence du palier.

H ( $\mu\text{m}$ )

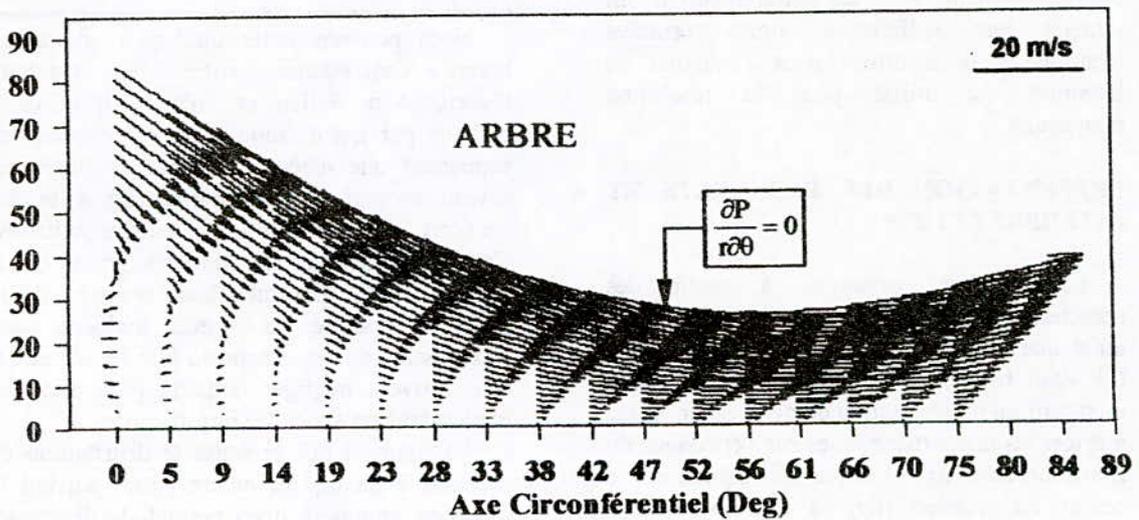


Figure 5 : Champ de vitesse au niveau du patin N°2

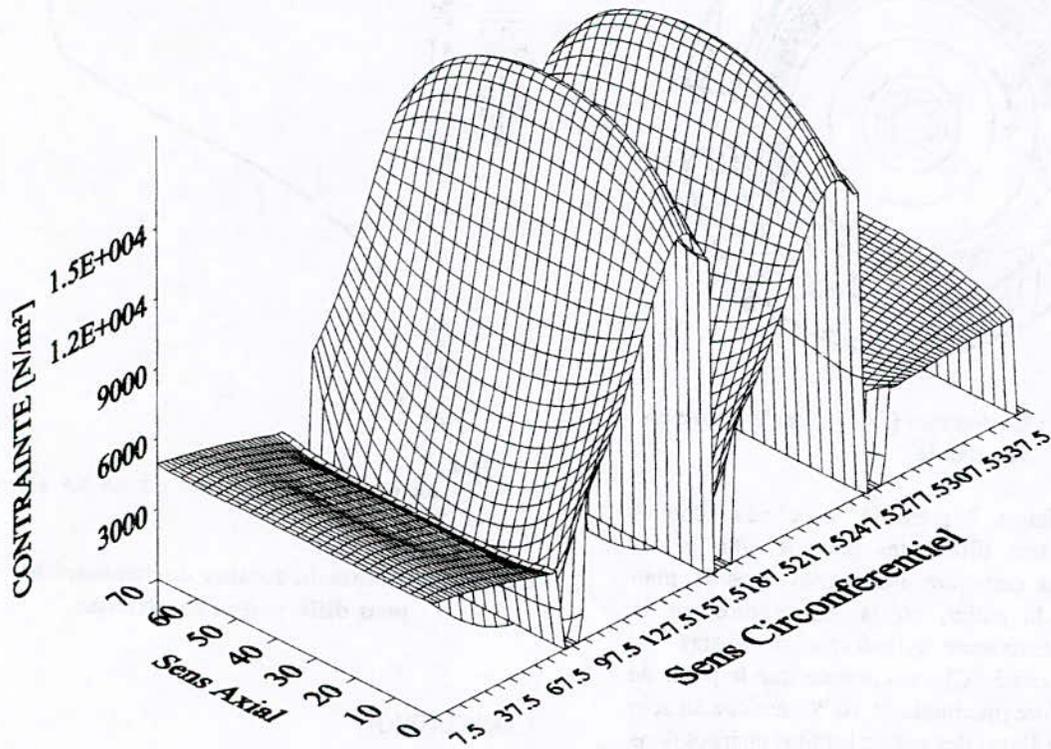


Figure 6 : Contrainte de cisaillement circonférentielle du fluide au niveau des patins

La figure 6 montre la distribution de la contrainte circonférentielle de cisaillement au niveau de l'interface fluide-patin. Elle présente la particularité d'avoir une symétrie par rapport à la direction de la charge (voir fig. 1).

On peut voir que la contrainte varie considérablement sur les patins les plus chargés

et atteint la valeur de 18.340 N/m<sup>2</sup> au niveau de la zone de maximum de pression.

On peut distinguer la variation relativement importante de cette contrainte au niveau des bords latéraux des patins, résultant d'un faible coefficient de conduction du fluide lors de l'échange thermique sur ces faces latérales.

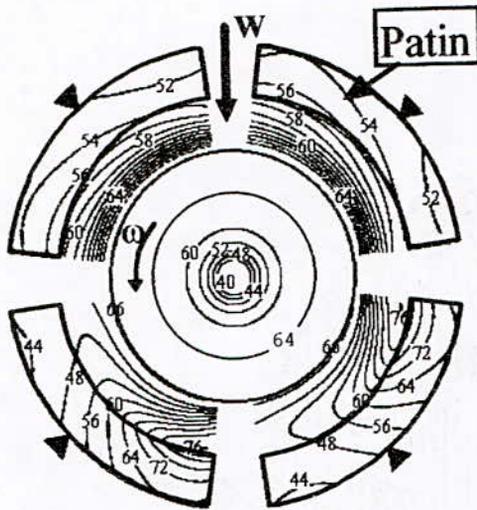


Figure 7 : Isothermes (°C) dans le palier en vue axiale.

La figure 7 présente, avec des échelles radiales très différentes pour le film et les patins, la carte des isothermes dans le plan médian du palier, où la température sur la surface extérieure cylindrique de l'arbre est imposée (65,5 °C), on constate que le point de température maximale de 76 °C se situe au sein du film à l'aval des patins les plus chargés dans la zone d'épaisseur minimale et est proche du patin. On voit clairement d'après les courbes isothermes la propagation de l'énergie thermique de cette source de température maximale vers les éléments solides à travers le fluide lubrifiant contrairement aux deux patins supérieurs qui sont beaucoup moins chargés où c'est l'arbre qui représente sur l'arc correspondant au patin la source de chaleur la plus importante

Nous pouvons distinguer l'allure concentrique de la distribution de température au sein de l'arbre due au fait que nous avons négligé le gradient circonférentiel de température dans l'équation de la chaleur dans l'arbre en accord avec les résultats expérimentaux de Dowson [14]

La figure 8 montre que la variation du chargement pour la configuration à quatre patins oscillants, est élevée aux excentricités extrêmes, représentant une source d'instabilité importante.

Cette courbe qui comporte une partie quasi linéaire à faible tangente pour des excentricités relatives comprise entre 0,4 et 0,8 est une représentation typique de la variation du chargement par rapport à l'excentricité relative

de l'arbre pour les paliers rencontrés dans l'industrie.

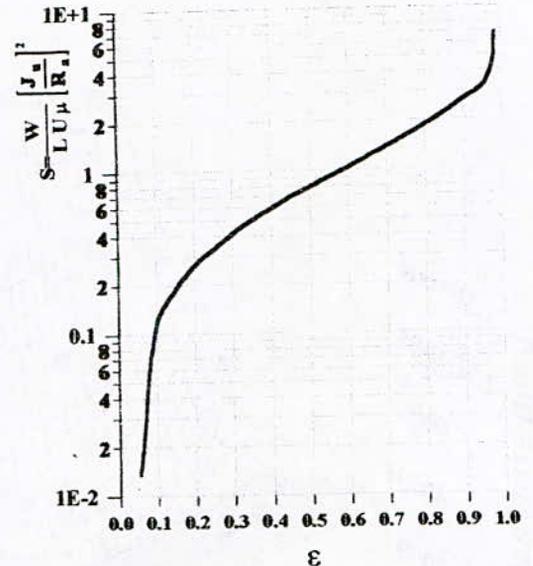


Figure 8 : Valeurs du nombre de Sommerfeld pour différentes excentricités.

## CONCLUSION

Cette étude met l'accent sur la modélisation mathématique des effets thermiques en lubrification hydrodynamique dans les paliers à patins oscillants.

Les résultats montrent l'influence importante du champ de température sur les caractéristiques statiques et de fonctionnement de ce type de palier.

La comparaison de ces résultats avec ceux obtenus par Fillon et Frêne [10] a permis de montrer la validité de la simulation numérique.

Cependant l'analyse thermohydrodynamique seule n'est pas suffisante pour prédire les performances des paliers à patins oscillants.

Les déplacements de tous les éléments du palier (patins et arbre) doivent être pris en compte, car ils ont pour conséquence la diminution de l'épaisseur du film sur tous les patins, ce qui augmente la pression et la température dans le palier.

Enfin, il serait avantageux d'étendre cette étude à la modélisation des phénomènes de turbulence ainsi qu'aux aspects dynamiques pouvant survenir lors du fonctionnement à des régimes particuliers.

**NOMENCLATURE**

$\bar{T}$	Température adimensionnelle;
$\bar{P}$	Pression adimensionnelle;
$\bar{H}$	Epaisseur adimensionnelle du film lubrifiant;
$\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$	Vitesses adimensionnelles d'un point du milieu fluide;
$R_a$	Rayon de l'arbre;
$R_p$	Rayon interne du patin;
$J_u$	Jeu d'usinage;
$C_b$	Jeu d'assemblage;
$C_p$	Chaleur spécifique;
$L$	Longueur du palier;
$Pe$	Nombre de Peclet;
$Nd$	Nombre de dissipation;
$K_f$	Coefficient de conduction du fluide;
$\bar{G}, \bar{I}_2, \bar{J}_2$	Intégrales adimensionnelles
$\theta, \bar{y}, \bar{z}$	Cordonnées adimensionnelles;
$\alpha$	Position angulaire du pivot sur le patin;
$\beta$	Amplitude angulaire du patin
$\epsilon_i$	Excentricité relative du patin i;
$e_i$	Excentricité absolue du patin i;
$\phi_i$	Angle de calage du patin i;
$\bar{\mu}$	Viscosité dynamique adimensionnelle;
$\lambda, \gamma$	Coefficient de thermo. et piezo-viscosité;
$\omega$	Vitesse de rotation de l'arbre;
$\psi_i$	Position angulaire du pivot sur le palier;
$o$	Symbole de référence.

**REFERENCES**

- [1] **Boncompain R., Fillon M., Frêne J.**, "Analysis of thermal effects in hydrodynamic bearings", Transactions of the A. S. M. E., Journal of Tribology, April 1986, Vol. 108, pp. 219-224.
- [2] **Boncompain R.**, "les paliers lisses en régime thermohydrodynamique. Aspects théoriques et expérimentaux", Thèse de Doctorat d'état es-science ( Université de Poitiers) 1984 .
- [3] **Abdul - Wahed M. N.**- "Les Paliers à Patins Oscillants, détermination des Caractéristiques Statiques et Dynamiques", Mécanique Matériaux Electricité, revue G. A. M. I., N° 354, 1979, pp. 236-244.
- [4] **Barresi F., Bouchoule C., Fillon M., Nicolas D.**, "Experimental Study of Thermal Effects in Tilting - Pad Journal Bearings at High Operating speeds", Transaction of the A. S. M. E., Journal of Tribology, Jul. 1996, Vol. 118, pp. 532-538.
- [5] **Chan-Hew-Wai, C., Desbordes H., Fillon M., Frêne J.**, "Etude non linéaire des paliers à patins oscillants - influence des déformations élastiques des patins", 11<sup>ème</sup> Congrès Français de Mécanique, Vol. 5, pp. 257 - 260, Lille - Villeneuve d'Ascq 1993.
- [6] **Berthe D., Degueurce B., Frêne J., Godet M., Nicolas D.**, "Lubrification hydrodynamique - Paliers et butées", Edition EYROLLES, 1990.
- [7] **Batchelor A., W. Stachowiak G. W.**, "Engineering Tribology", Tribology series, 24, Edition ELSEVIER, 1993.
- [8] **Fillon, M., Souchet, D., Frêne, J.**, "Influence of Bearing Element Displacements on Thermohydrodynamic Characteristics of Tilting - Pad Journal Bearings", proceeding of the Japan international Tribology conference Nagoya 1990, Japan, pp. 635-639.
- [9] **Richtmyer R. D.** - "Difference methods for initial value problems." Intersciences Publications Inc. P. 101, 1957.

- [10] **Fillon, M., Frêne, J.**, "Numerical simulation and Experimental Results on thermoelasto - Hydrodynamic Tilting - Pad Bearings", I. U. T. A. M. Symposium on Numerical simulation of non - Isothermal Flow of Viscoelastic Liquids, Kerckrade, Neederland, Nov. 1993, Kluver Academic Publr., Dordrecht, pp. 85 - 99.
- [11] **Belhaneche H., Oukali M., Badaoui M. S., Larbi S., Lahmar M.**, "Impact de l'Equation de Reynolds dans la Lubrification Hydro- dynamique - Application aux Paliers", 1<sup>er</sup> Congrès Arabe de Mécanique 1-3 Juin 1997, Damas SYRIE.
- [12] **Badaoui M. S., Belhaneche H., Oukali M., Larbi S.**, "Modélisation mathématique de la lubrification thermohydrodynamique des paliers à patin oscillants utilisés dans les turboalternateurs", soumis aux 3<sup>èmes</sup> Journées scientifiques et techniques JST3, Alger, 19 / 22 / Avril 1998.
- [13] **Belhaneche H., Badaoui M. S., Oukali M., Larbi S.**, "Analyse de la lubrification thermohydrodynamique des paliers à patin oscillants", soumis aux Quatrièmes Journées Maghrébines sur la Mécanique JMM' 98 Sidi-Bel-Abbes, 25 et 26 Octobre 1998.
- [14] **Dowson D., Hudson, Hunter, March :**, "An experimental investigation of the thermal equilibrium of steadily loaded journal bearing", Proc. Inst. Mech. Engs., vol. 181, Pt 3B, p 70-80 (1966).

## ETUDE DE LA RELAXATION CHIMIQUE DERRIERE UN CHOC FORT DETACHE

**F. Mezaour, B. Benkoussas**  
**Département de Génie Mécanique**  
**Ecole Nationale Polytechnique**  
**(Alger)**

### ملخص

كخطوة أولية لدراسة الانسياب حول مركبة الفضاء عند دخولها الغلاف الجوي، درسنا مشكلة السريان المتفاعل الفائق السرعة و الغير لزج ذي الاتجاه الواحد في حالة اللاتوازن كيميائي خلف صدمة قوية منفصلة حيث نعتبر القيم الحركية للهواء خلف الصدمة ثابتة.

### Abstract

As a first step of study of the flow over a space shuttle, we studied, at chemical nonequilibrium, a one dimensional unviscid flow behind a normal strong shock wave. The modelling of the chemical phenomena is made with 18 chemical reactions. The aerodynamics quantities were taken fixed behind the shock.

### Résumé

Comme premier pas de l'étude du phénomène de l'entrée atmosphérique des engins spatiaux, nous avons étudié un écoulement unidimensionnel non visqueux en non équilibre chimique derrière un choc fort détaché. Un système à 18 réactions a été utilisé pour modéliser le phénomène chimique tandis que les quantités aérodynamiques seront prises constantes en aval du choc.

## 1-INTRODUCTION

L'étude du phénomène d'entrée atmosphérique, par exemple l'entrée d'une navette spatiale dans l'atmosphère, fait intervenir la physique de la dynamique des gaz et la cinétique chimique. Ainsi, la navette atteint la couche mésosphère avec une vitesse hypersonique pour laquelle l'échauffement de l'air, après passage du choc fort qui est formé en amont du corps, est suffisante pour dissocier les molécules de l'air. Une indication sur la manière dans laquelle elle peut affecter le champ d'écoulement à travers le corps, est obtenue en notant que l'énergie de dissociation des molécules d'oxygène et de l'azote est comparable à l'énergie cinétique moyenne due à la vitesse relative des molécules d'air approchant le véhicule à une vitesse hypersonique. S'il n'y a pas de dissociation, cette énergie se manifestera par une augmentation de la température de l'air en aval de l'onde de choc. Il est bien évident que l'effet de la dissociation est de réduire les températures, étant données que les réactions de dissociation sont endothermiques. L'énergie de dissociation moléculaire indique les conditions sous lesquelles la dissociation est insignifiante. Pour les vitesses hypersoniques pour lesquelles le nombre de Mach est au-dessous de 10, les températures générées après le choc sont telles que l'énergie cinétique moyenne des molécules de l'air est au-dessous de l'énergie de dissociation. Les mêmes arguments appliqués à des vitesses, pour lesquelles le nombre de Mach est au dessus de 10, donnent des températures et des taux de dissociations très importants.

C'est ainsi qu'une simulation numérique de l'écoulement décrivant avec précision les champs de températures, donnée essentielle pour le constructeur, doit tenir compte des phénomènes de la dissociation chimique.

Il existe de nombreuses méthodes pour résoudre ce type de problèmes. Rappelons brièvement certains des principaux travaux effectués dans ce domaine; Rakich et al. [1] ont utilisé une méthode des caractéristiques pour résoudre la portion supersonique des écoulements bidimensionnels et tridimensionnels en non-équilibre chimique. Le modèle à 5 espèces et 18 réactions chimiques qu'ils décrivent a été employé par de nombreux auteurs. Brun et al. [2] ont étudié entre autres l'influence des phénomènes du non-équilibre chimique sur les paramètres macroscopiques de l'écoulement monodimensionnel derrière un choc fort détaché. Enfin Desideri et al. [3] ont résolu numériquement un problème d'écoulement

monodimensionnel modélisant les phénomènes de dissociation chimique derrière un choc fort détaché.

Notre approche sera de considérer un écoulement subsonique uniforme unidimensionnel résultant du passage à travers une onde de choc droite d'un écoulement hypersonique. Le passage à travers l'onde de choc cause une forte augmentation de la température, ainsi la partie subsonique sera le siège de réactions de dissociations. Ce sont ces dissociations et leur influence sur la température que nous aurons à étudier. Les résultats que nous obtiendrons nous permettront de localiser la portion de l'espace où les réactions de dissociation sont importantes.

## 2-EQUATIONS D'EVOLUTIONS

La figure ci-dessous schématise l'écoulement que nous avons à étudier. Les réactions de dissociation auront lieu en amont du choc droit provoqué par l'obstacle. Nous prendrons l'origine des abscisses sur le choc droit. Ainsi, nous devons déterminer pour  $X > 0$  la composition de l'air et sa température.

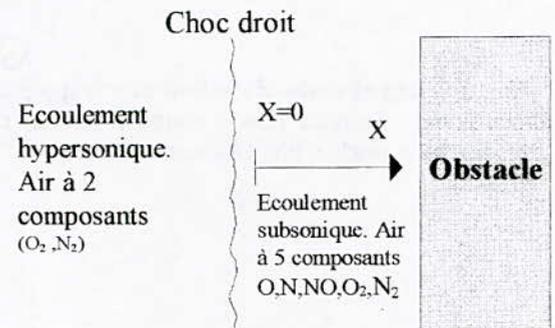


Fig.2-1: Schéma de l'écoulement.

Si l'on néglige les effets de la viscosité, dans les équations de bilan de conservation de la quantité de mouvement, les équations d'EULER peuvent fournir de nombreux renseignements sur la distribution de la pression et de la température à l'extérieur de la couche limite.

### 2.1- EQUATION DE CONSERVATION DES ESPECES CHIMIQUES

On note  $Y_i$  la fraction massique de l'espèce chimique  $i$ , en présence d'un champ de vitesse  $V$ , la loi de conservation de  $Y_i$  est exprimée par l'équation :

$$\frac{\partial \rho y_i}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V} Y_i) = \Omega_i \quad (1)$$

La quantité  $\Omega$  est le taux de génération de ces espèces chimiques par unité de volume. Cette génération est causée par la réaction chimique, la valeur de  $\Omega_i$  est positive (resp. négative) si la réaction à un instant donné, produit (resp. consomme) l'espèce chimique; elle est nulle lorsque l'espèce  $i$  n'entre pas en réaction.

La proportion du gaz non dissocié est uniforme en espace et en temps. On se placera ainsi dans une situation, où la proportion d'atomes d'oxygène et d'azote est constante pour un volume de contrôle donnée; elle est celle du gaz non dissocié. L'équation de bilan des espèces chimiques pour l'air peut s'écrire:

$$\begin{aligned} Y_{O_2} &= \frac{24}{103} - Y_O - \frac{8}{15} Y_{NO} \\ Y_{N_2} &= \frac{79}{103} - Y_N - \frac{7}{15} Y_{NO} \end{aligned} \quad (2)$$

Où Y: Fraction massique.

### 2.3- EQUATION DE CONSERVATION DE L'ENERGIE

A l'état stationnaire et avec la satisfaction de l'équation de continuité, l'équation d'énergie se réduit à:

$$\vec{V} \cdot \nabla H = 0 \quad (3)$$

On en déduit que l'enthalpie totale est constante le long d'une ligne de courant. Si toute les lignes de courant proviennent d'un même écoulement uniforme, H est constante partout, par conséquent l'équation de conservation de l'enthalpie est explicitée par:

$$H = \text{Constante} \quad (4)$$

On établit le système modélisant l'écoulement stationnaire suivant:

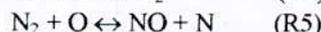
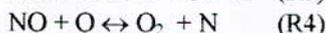
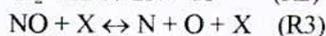
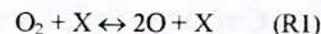
$$\left\{ \begin{aligned} \vec{V} \cdot (\rho \vec{V} Y_i) &= \Omega_i \quad i = 1, 2, 3 \\ H_\infty - \frac{1}{2} V^2 - \sum_{i=1}^3 Y_i h_i^0 \\ T &= \frac{\sum_{i=1}^3 Y_i (c_p)_i}{\sum_{i=1}^3 Y_i (c_p)_i} \\ Y_4 &= \frac{24}{103} - Y_1 - \frac{8}{15} Y_3 \\ Y_5 &= \frac{79}{103} - Y_2 - \frac{7}{15} Y_3 \end{aligned} \right. \quad (5)$$

Les espèces chimiques (O,N,NO,O<sub>2</sub>,N<sub>2</sub>) sont numérotées respectivement (1,2,3,4 et 5)

### 2.4- CALCUL DU TERME SOURCE

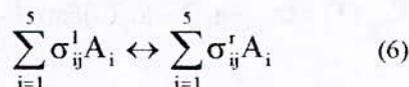
On reproduit ici le modèle proposé par Rakich [1] que nous avons utilisé pour déterminer les taux de générations dans notre étude monodimensionnelle. Nous allons expliquer comment calculer les termes sources à partir d'un modèle de réaction.

Soit le modèle à 18 réactions suivantes:



X pouvant être soit O,N,NO,O<sub>2</sub>,N<sub>2</sub>

On considère donc  $i$  espèce ( $i=1,5$ ) et  $j$  réactions ( $j=1,6$ ). D'une façon générale les 18 réactions s'écrivent sous la forme:



pour une espèce donnée  $A_i$  et à partir du système ci-dessus, le taux de génération de cette espèce est:

$$\Omega_i = m_i \rho \sum_{j=1}^6 (\sigma_{ij}^1 - \sigma_{ij}^r) V_j \quad (7)$$

Où:

$\sigma_{ij}^1$  et  $\sigma_{ij}^r$ : Coefficients stœchiométriques de gauche et de droite

$m_i$ : Masse molaire (Kg/Mole)

$V_j$  (mol/Kg s): Vitesse totale de la réaction.

$V_j$  est donnée par:

$$V_j = K_{rj}(T) \left[ K_{eqj}(T) \prod_{i=1}^5 (\rho q_i)^{\sigma_{ij}^1} - \prod_{i=1}^5 (\rho q_i)^{\sigma_{ij}^r} \right] \quad (8)$$

Rakich et al [1] ont déterminé expérimentalement (Tab 2-1, 2-2 et 2-3) les taux de réactions inverse  $K_{rj}$  et les constantes d'équilibre  $K_{eqj}$  des trois premières réactions du modèle, ils les ont explicité sous la forme ci-dessous.

\* Calcul des  $K_{rj}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Pour } j = 1,2,3 \\ K_{rj}(T) = \sum_{i=1}^5 K_{ji}(T)q_i \\ \text{Où } K_{ji}(T) = b_j T^{I_j} \text{Exp}\left(-\frac{D_j}{KT}\right) \\ q_i = \frac{Y_i}{m_i} : \text{Concentration de l'espèce } i \\ \text{Pour } j = 4,5,6 \\ K_{rj}(T) = b_j T^{I_j} \text{Exp}\left(-\frac{D_j}{KT}\right) \end{array} \right. \quad (9)$$

j	i	$b_i$	$I_i$	$-D_i/K$
1	1	$4.14 \cdot 10^{18}$	-1	-171.5
	2	$4.14 \cdot 10^{18}$	-1	-171.5
	3	$1.38 \cdot 10^{18}$	-1	-171.5
	4	$1.38 \cdot 10^{18}$	-1	-171.5
	5	$1.38 \cdot 10^{18}$	-1	-171.5
2	1	$9.0 \cdot 10^{14}$	0	500
	2	$9.0 \cdot 10^{14}$	0	500
	3	$3.0 \cdot 10^{14}$	0	500
	4	$3.0 \cdot 10^{14}$	0	500
	5	$3.0 \cdot 10^{14}$	0	500
3	1	$1.28 \cdot 10^{17}$	-0.5	0
	2	$1.28 \cdot 10^{17}$	-0.5	0
	3	$0.64 \cdot 10^{17}$	-0.5	0
	4	$0.64 \cdot 10^{17}$	-0.5	0
	5	$0.64 \cdot 10^{17}$	-0.5	0

Tab2-3: Coefficients pour le calcul de  $K_{ji}$  pour  $j=1,2,3$

\* Calcul des  $K_{eqj}$   
pour  $j=1,2,3$

$$K_{eqj}(T) = (a_{1j} + a_{2j}T + a_{3j}T^2) \text{Exp}\left(-\frac{\Delta H_j}{RT}\right) \quad (10)$$

Cependant, connaissant les constantes d'équilibre des réactions chimiques R1, R2 et R3 à une température donnée, on en déduit celles des réactions binaires, en utilisant les relations suivantes:

$$\left\{ \begin{array}{l} K_{eq4}(T) = \frac{K_{eq3}(T)}{K_{eq1}(T)} \\ K_{eq5}(T) = \frac{K_{eq2}(T)}{K_{eq1}(T)} \\ K_{eq6}(T) = \frac{K_{eq1}(T)K_{eq2}(T)}{K_{eq3}^2(T)} \end{array} \right. \quad (11)$$

j	$a_{1j}$	$a_{2j}$	$a_{3j}$	$\Delta H_j/R$
1	28.736	$-2.624 \cdot 10^{-3}$	$9.89 \cdot 10^{-8}$	59500
2	21.324	$-1.23 \cdot 10^{-3}$	$1.109 \cdot 10^{-7}$	113000
3	6.1007	$-5.105 \cdot 10^{-4}$	$2.957 \cdot 10^{-8}$	57500

Tab2-1: Coefficients pour le calcul de  $K_{eqj}$  pour  $j=1,2,3$

j	$K_{ri}$
4	$1.015 \cdot 10^{10} \text{Exp}(-3096/T)$
5	$1.6 \cdot 10^{13}$
6	0

Tab2-2: Coefficients  $K_{rj}$  pour  $j=4,5,6$

### 3- RESOLUTION DU PROBLEME

Pour résoudre le système (5), qui modélise les phénomènes de la dissociation et de la relaxation chimique derrière un choc fort détaché, il nous faut résoudre 3 équations différentielles ordinaires non linéaires, pour cela on utilise la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 très adapté pour résoudre les équations différentielles ordinaires non linéaires

On définit ainsi, le vecteur W des densités partielles:

$$W = \rho \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{pmatrix} \quad (12)$$

et l'on réécrit le système sous la forme d'un système d'équations différentielles ordinaires d'ordre un.

$$\frac{\partial W}{\partial X} = G(W, T, \rho) \quad (13)$$

Connaissant la valeur de W au nœud j d'abscisse  $X_j$ , on calcule la valeur de W au nœud j+1 d'abscisse  $X_{j+1}$ , en appliquant le schéma explicite à quatre pas suivant :

$$W_{j+1} = W_j + \frac{h}{6}(K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4) \quad (14)$$

Où,  $K_i$  sont les coefficients de Runge-Kutta.

$$\begin{cases} K_1 = G(W_j, T_j, \rho) \\ K_2 = G\left(W_j + \frac{h}{2}K_1, T_j, \rho\right) \\ K_3 = G\left(W_j + \frac{h}{2}K_2, T_j, \rho\right) \\ K_4 = G(W_j + hK_3, T_j, \rho) \end{cases} \quad (15)$$

Les trois composantes étant calculées, les autres inconnues  $Y_4$ ,  $Y_5$  et  $T$  sont déduites à l'aide du système (5) et l'on réitère le processus pour couvrir tout le domaine d'étude.

#### 4- RESULTATS

Nous présentons dans cette partie les résultats numériques, sous forme graphiques, obtenues en utilisant la méthode de Runge-Kutta. Ces résultats sont issus d'un programme de simulation que nous avons mis au point.

Les solutions obtenues pour des nombre de Mach 15, 20 et 25 sont présentés. Sur le premier graphe (Fig. 4-1) nous avons présenté les résultats obtenus par notre calcul numérique et nous l'avons comparé au résultats de Désideri et al. [3]. On notera la bonne concordance entre les deux résultats obtenus.

Pour  $M=25$  (Fig. 4-1) des phénomènes, très rapides, sont localisés immédiatement derrière le choc; la température varie brutalement de  $28000^\circ\text{K}$  à  $15000^\circ\text{K}$  puis atteint lentement la valeur d'équilibre de  $7200^\circ\text{K}$ . La dissociation de  $\text{N}_2$  est très importante (Fig. 4-4) et elle produit essentiellement de l'azote monoatomique  $\text{N}$ ,  $\text{NO}$  étant présent en très petite quantité à l'état d'équilibre. La dissociation de  $\text{O}_2$  est complète et se produit en moins de  $0.5\text{cm}$ . La production d'oxygène monoatomique  $\text{O}$  est importante mais  $\text{N}$  est, dans ce cas, l'espèce produite la plus dominante.

Pour  $M=20$  (Fig. 4-3), les phénomènes sont moins rapides que dans le cas précédent. La température derrière le choc est plus faible que pour  $M=25$  et les phénomènes chimiques sont différents. La dissociation de  $\text{N}_2$  est moins importante et elle ne produit plus exclusivement du  $\text{N}$ ,  $\text{NO}$  est présent en quantité non négligeable. La quantité d'oxygène  $\text{O}$  ainsi créée est presque identique à celle du cas précédent mais devient l'espèce produite majoritaire.

Pour  $M=15$  (Fig. 4-2), les phénomènes sont moins importants et la variation totale de la température est d'environ  $4000^\circ\text{K}$ . La dissociation

de  $\text{N}_2$  est très faible et produit du  $\text{NO}$  en quantité importante;  $\text{N}$  n'est présent qu'à l'état de traces.  $\text{O}_2$  n'est plus complètement dissocié mais la quantité d'oxygène  $\text{O}$  produite est très proche des cas précédents.

Nous représentons ensuite (Fig. 4-5) la variation de la température en différents points d'abscisse  $X$  en fonction du nombre de Mach à l'infini amont. On constate d'abord que plus on est proche du choc plus la température est élevée. Ceci s'explique par le fait que lorsqu'on est proche du choc droit les réactions de dissociation qui sont endothermiques sont à peine amorcées, la chaleur n'a pas encore été absorbée. En effet le graphe (Fig. 4-6) montre que pour  $X=10^{-6}$  la dissociation de  $\text{O}_2$  est quasi-nulle et pour  $X=10^{-1}$  la dissociation est à peine amorcée.

Enfin nous représentons la variation des fractions massiques de  $\text{O}$ ,  $\text{N}$  et  $\text{NO}$  en fonction du nombre de Mach en différents point d'abscisse  $X$  (Fig. 4-7 à Fig4-10), ces courbes présentent des cassures, celle-ci sont dues à la discrétisation. On constate (Fig4-7) que la quantité de  $\text{N}$  est dominante à  $X=10^{-6}$  mais la valeur de la fraction massique  $0.04$  est encore très faible.

Les graphes (Fig4-9 et Fig4-10) montrent bien que c'est seulement à partir d'un nombre de Mach à l'infini amont supérieur à  $10$  qu'apparaît le phénomène de dissociation. En effet pour  $M < 10$  les fractions massiques de  $\text{O}$ ,  $\text{NO}$ ,  $\text{N}$  sont inférieures à  $0.025$ . On constate également que  $\text{O}_2$  se dissocie plus facilement que  $\text{N}_2$ . Ceci est due au fait que l'énergie nécessaire à la dissociation de  $\text{O}_2$  est plus faible que celle nécessaire à la dissociation de  $\text{N}_2$ . En effet l'énergie de formation de  $\text{O}$  est de  $15.58.10^6\text{J/Kg}$  tandis que celle de  $\text{N}$  est de  $33.76.10^6\text{J/Kg}$ .

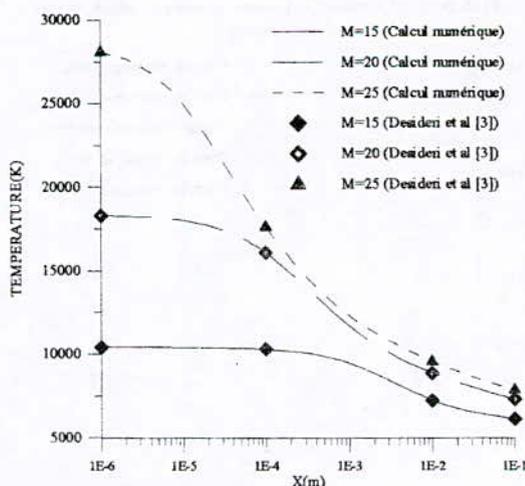


Fig 4-1: Variation de la température de l'air en fonction de l'abscisse  $X$  pour différents nombre de Mach  $M$  (Étude comparative)

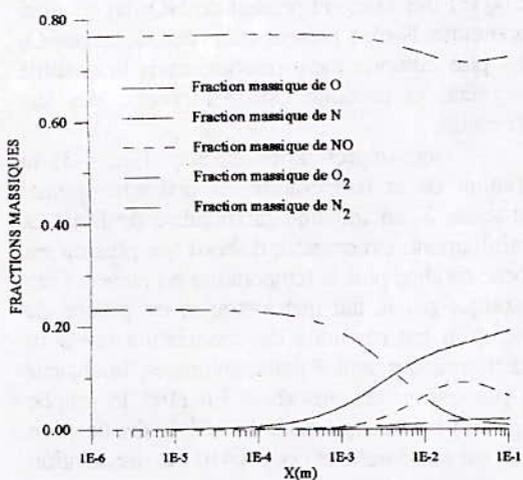


Fig 4-2: Variations des fractions massiques de O,N,NO,O<sub>2</sub>,N<sub>2</sub> en fonction de l'abscisse X, pour un nombre de Mach M=15 (Calcul numérique)

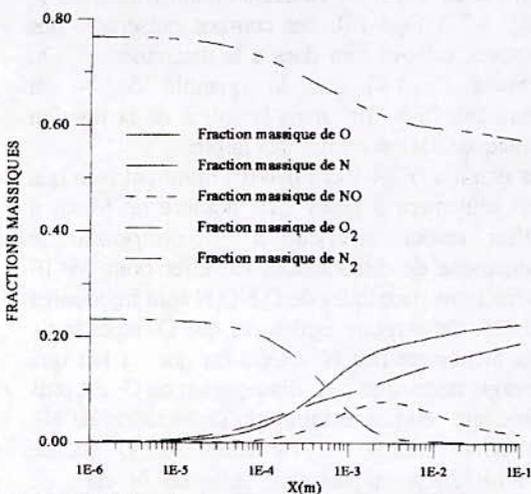


Fig 4-3: Variations des fractions massiques de O,N,NO,O<sub>2</sub>,N<sub>2</sub> en fonction de l'abscisse X, pour un nombre de Mach M=20 (Calcul numérique)

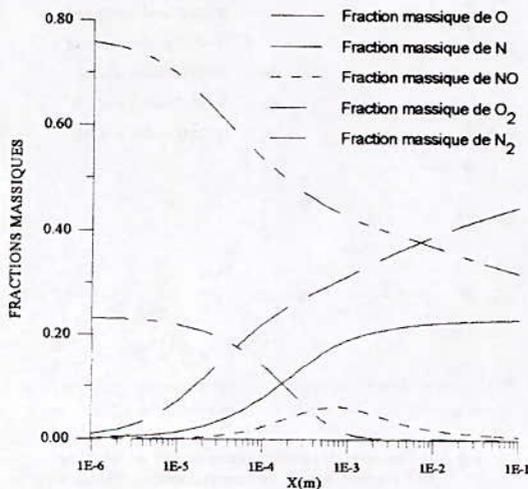


Fig 4-4: Variations des fractions massiques de O,N,NO,O<sub>2</sub>,N<sub>2</sub> en fonction de l'abscisse X, pour un nombre de Mach M=25 (Calcul numérique)

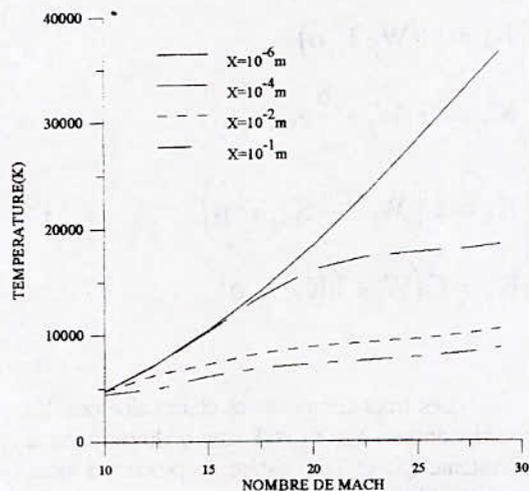


Fig 4-5: Variation de la température en fonction du nombre de Mach en différents points d'abscisse X

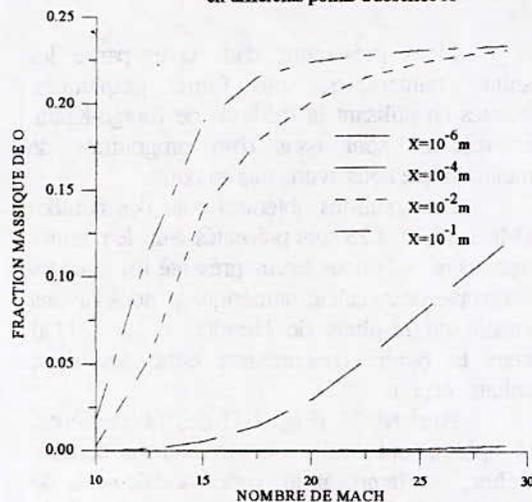


Fig 4-6: Variation de la fraction massique de O en fonction du nombre de Mach en différents points d'abscisse X

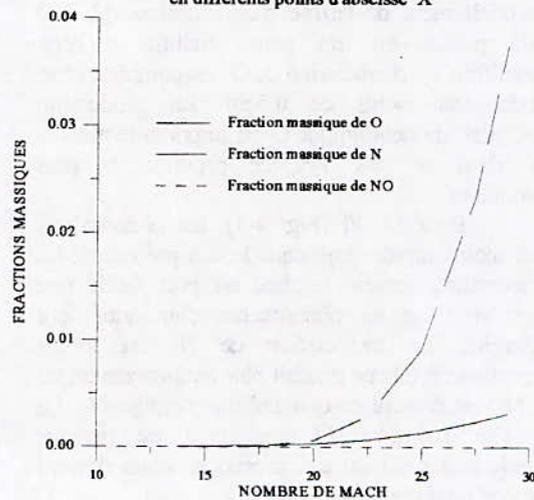


Fig 4-7: Variation des fractions massiques de O,N,NO en fonction du nombre de Mach au point d'abscisse X=10<sup>-6</sup> m

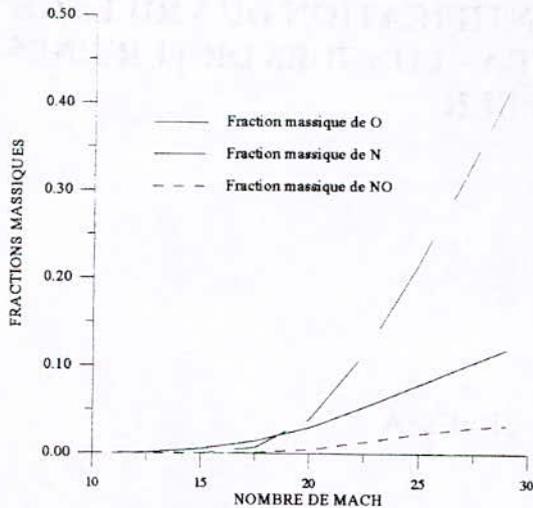


Fig 4-8: Variation des fractions massiques de O,N,NO en fonction du nombre de Mach au point d'abscisse  $X=10^{-4}$  m

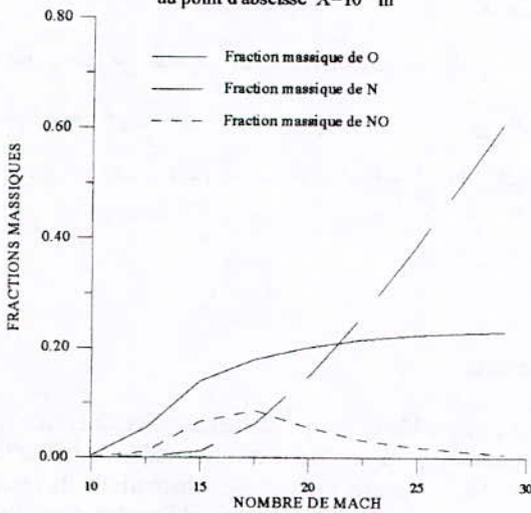


Fig 4-9: Variation des fractions massiques de O,N,NO en fonction du nombre de Mach au point d'abscisse  $X=10^{-2}$  m

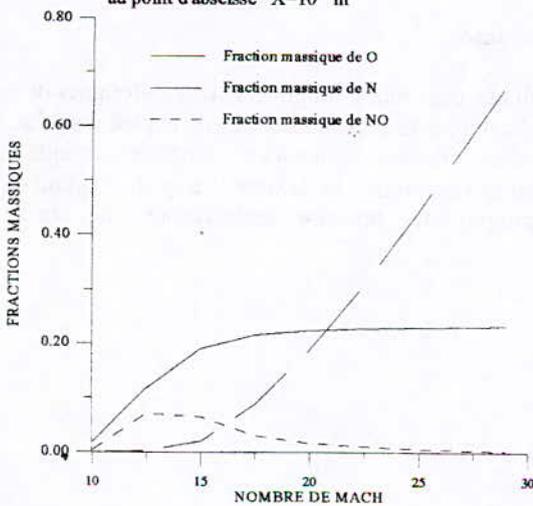


Fig 4-10: Variation des fractions massiques de O,N,NO en fonction du nombre de Mach au point d'abscisse  $X=10^{-1}$  m

## 5-CONCLUSION

les résultats obtenus ont montré que le phénomène de dissociation devient important à partir d'un nombre de Mach de 15. De plus nous avons pu selon la valeur du nombre de Mach à l'infini amont localisé la région où la dissociation aura lieu. Ces résultats seront d'un apport considérable pour le choix du maillage dans l'étude bidimensionnelle de l'écoulement. Les résultats seront aussi importants pour le choix des valeurs de démarrage utilisées par les méthodes pseudo-instationnaires (Méthodes itératives) utilisées dans l'étude d'un écoulement bidimensionnel réactif.

## NOMENCLATURE

$\rho$	Masse volumique ( $\text{Kg/m}^3$ )
$(c_p)_i$	Chaleur spécifique à pression constante ( $\text{J/Kg K}$ )
$\Omega_i$	Taux de génération de l'espèce $i$ ( $\text{Kg/S m}^3$ )
$\sigma_{ij}^l, \sigma_{ij}^r$	coefficients stoechiométriques de gauche et droite de l'espèce $i$ dans la $j^{\text{ème}}$ réaction
$H$	Enthalpie totale par unité de masse ( $\text{J/Kg}$ )
$h_i^0$	Enthalpie de formation de l'espèce $i$ par unité de masse ( $\text{J/Kg}$ )
$K_{eqj}$	Constante d'équilibre de la $j^{\text{ème}}$ réaction
$m_i$	Masse molaire ( $\text{Kg/mol}$ )
$q_i$	Concentration de l'espèce $i$ ( $\text{mol/Kg}$ )
$t$	Temps (S)
$V$	Vitesse du fluide (m/S)
$V_j$	Vitesse totale de la $j^{\text{ème}}$ réaction ( $\text{mol/Kg S}$ )
$X$	Abscisse (m)
$Y_i$	Fraction massique de l'espèce $i$

## REFERENCES

- [1] RAKICH J.V., BAHEY H.E., PARK C., Computation of nonequilibrium 3-D inviscid flow over blunt nosed bodies flying at hypersonic speeds AIAA paper 75-835, 1975
- [2] BRUN R., COLAS P., GUEBERNATIS P., ZEITOUN D., Etude théorique du non-équilibre physico-chimique à l'aval d'un choc fort, contrat d'étude et de recherche AMD.BA, N° 5-RDMF 86, rapport final, Juin 1987
- [3] DESIDRI J.A., GLINSKY N., HETTENA E., Hypersonic reactive flow computations, computers and fluids, Vol. 18 N° 2, p.p 15-182, 1990.

## CONTRIBUTION A LA QUANTIFICATION DU VRILLAGE DES AUBES LONGUES ET EXTRA - LONGUES DE TURBINES A VAPEUR

Samir Daghboudj, Abderrahmane Gahmousse  
Département de génie mécanique  
Institut de technologie et de sciences exactes  
Centre Universitaire de Cheikh Larbi Tebessi - TEBESSA

### ملخص

هذه الدراسة تبحث عن ظاهرة 'إلتواء' الجنيحات الطويلة و الطويلة جدا للنفثة البخارية ( التربينه ) و الذي يمثل في الواقع إلتواء جسم الجنيح حول المحور الشعاعي من المنبت الى الرأس. لقد جعلت لهذا الغرض السرعة المطلقة ثابتة على كل ارتفاع الجنيح. مما يؤدي الى تحسين المقاومة ضد الانحناء. قدر أخيرا الإلتواء بواسطة برنامج يأخذ بعين الإعتبار ظروف العمل و أشكال الجنيح المتغيرة.

### Abstract

This study treats the phenomena of long and extra long turbine blade twist. It consists physically in a torsion of the blade body around the radial axis from the bottom to the tip. It has been conditioned by keeping the steam absolute velocity constant all along the blade height; this permits to increase substantially its resistance to bending. Blade twist is quantified numerically by a program able to counter variable working conditions and blade geometries.

### Résumé

L'étude présentée s'intéresse au phénomène du vrillage des aubes longues et extra - longues de turbines à vapeur. Celui-ci constitue une torsion du corps de l'aube autour de l'axe radial depuis le pied jusqu'au sommet. On a choisi de le conditionner par le maintien de la vitesse absolue de la vapeur constante sur toute la hauteur de l'aube ce qui permet d'augmenter considérablement sa résistance à la flexion. La quantification du vrillage est finalement faite numériquement par un programme pouvant tenir compte de conditions de fonctionnements et de géométrie variables.

## 1-INTRODUCTION.

Le vrillage est un phénomène qui constitue physiquement une rotation partielle du corps de l'aube autour de son axe radial, depuis son pied jusqu'au sommet dans le but d'avoir un écoulement de vapeur dans notre cas à vitesses absolues constantes (sachant que certains constructeurs ont opté pour un produit  $r.V_{1u}$  constant [1] ce qui engendre des angles de vrillage trop importants [2] et d'augmenter la rigidité des aubes surtout longues et extra-longues.

## 2-VRILLAGE

Les aubes longues, droites sont exposées à des conditions de travail pénibles, vu leurs dimensions et volumes importants (forces centrifuges excessivement grandes, contraintes thermiques,... etc.) [3]. Ceci nous oblige à prévoir certaines conditions que l'on impose au préalable pour atténuer les contraintes qu'elles subissent. Un écoulement de vapeur uniforme sur toute la hauteur de l'aube permet une meilleure régularité des efforts tout au long de son hauteur, ce qui offre la possibilité de bien contrôler les problèmes mécaniques et vibratoires. On peut obtenir cet écoulement en maintenant, par exemple, constante la vitesse absolue de la vapeur à l'entrée et à la sortie, du pied au sommet de l'aube.

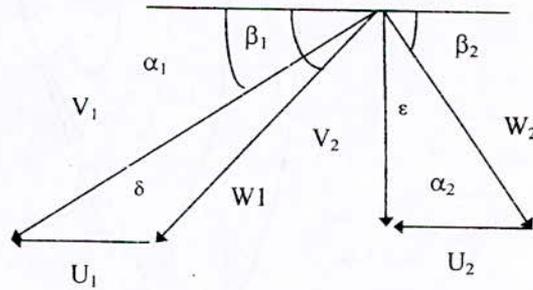
Lors du fonctionnement de la turbine, le courant de vapeur provient du distributeur avec une vitesse  $\vec{V}$  et arrive au niveau des aubes mobiles

tournant avec une vitesse périphérique  $\vec{U}$  donnée. De la combinaison de ses deux vitesses absolue et périphérique est déduite la vitesse relative.

$$\vec{W} = \vec{V} - \vec{U} \quad (1)$$

Les directions et les valeurs des ces vitesses à l'entrée et la sortie des aubes mobiles sur toutes

leurs hauteurs, sont données grâce aux triangles de vitesses figure (1).



indice 1, entrée du rotor.  $V$  : vitesse absolue  
 indice 2, sortie de l'aube  $W$  : vitesse relative.  
 $U$  : Vitesse d'entraînement.

**Fig.1 - Triangles de vitesse à l'entrée et à la sortie de l'aube.**

l'équation vectorielle simple entre les différentes vitesses :

$$\vec{V} = \vec{W} + \vec{U} \quad (2)$$

on déduit la relation algébrique :

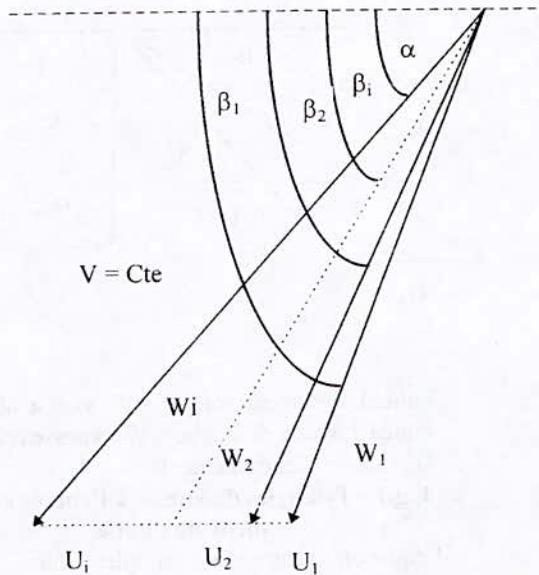
$$V^2 = W^2 + U^2 - 2 U \cdot W \cdot \cos(\beta_k) \quad (3)$$

Puisque les triangles de vitesses peuvent être construits depuis le pied jusqu'au sommet de l'aube, on pourra généraliser cette équation si on maintient la vitesse absolue de la vapeur à l'entrée ou à la sortie de l'aube constante ; on obtient ainsi la relation suivante indiquant la variation des angles ( $\beta_k$ ) depuis le pied de l'aube jusqu'à son sommet .

$$V^2 = W_i^2 + U_i^2 - 2.U_i.W_i \cdot \cos(\beta_k) \quad (4)$$

Ainsi, pour les différentes vitesses périphériques ( $U_i$ ) des aubes mobiles variant en fonction du rayon, on obtient différentes valeurs des vitesses relatives ( $W_i$ ) pour une vitesse absolue constante. Si on superpose les triangles des vitesses depuis le pied d'aube jusqu'à son sommet, on constate clairement la variation des angles ( $\beta_k$ ), ce qui implique une variation

des angles  $(\beta_k)$ , ce qui implique une variation obligatoire de la géométrie de l'aube. Cette variation n'est en fait qu'une torsion du sommet de l'aube par rapport à sa base dite Vrillage dans le domaine des turbines (voir figure 2).



V : Vitesse absolue de la vapeur maintenue constante.  
 $\beta_i$  : Angles de vrillage.

**Fig.2-Vrillage conditionné par un écoulement à vitesse absolue constante**

### 3- APPLICATION

Pour bien interpréter le phénomène du vrillage on a réalisé un calcul type pour un étage à basse pression (BP) munie d'aubes longues [1], et qui sera par la suite généralisé grâce à un programme de calcul que nous avons complètement développé, afin d'éliminer facilement les répétitions de calcul à travers les différents étages, en partant des données suivantes d'une turbine à vapeur à contre pression où :

- 1- vitesse de rotation du rotor de la turbine en [tr/min],  $N = 3000$ .
- 2- hauteur de l'aube en [m],  $L = 0,32$ .
- 3- vitesses absolues  $V_1, V_2$  à l'entrée et à la sortie de l'aube, maintenues constantes en [m/s],  $V_1 = 315,75$   $V_2 = 68,93$

- 4- diamètre au pied de l'aube en [m],  $d = 1,2$ .
- 5- Température de la vapeur à l'entrée du rotor,  $T = 673^\circ \text{K}$ .
- 6- Angles  $\alpha_1, \alpha_2$  en degré à l'entrée et à la sortie de l'aube, déduits à partir des triangles de vitesses au niveau du pied de l'aube.  
 $\alpha_1 = 14^\circ$   $\alpha_2 = 130,75^\circ$

On peut alors calculer les valeurs des angles  $(\beta_k)$  représentant le vrillage sur toute la hauteur de l'aube pour un pas de variation fixé et choisi. Remarque :

Pour cette étude les vitesses sont maintenues subsoniques, pour cela le nombre de Mach doit à chaque fois vérifier la condition  $M < 1$ . Ainsi on procédera dans tout le programme de calcul à une vérification de toutes les vitesses données ou calculées en chaque point de l'aube. Les vitesses périphériques de l'aube sont données par la relation suivante:

$$U_i = \omega_i \cdot r_i = \omega_i \frac{d_i}{2} \quad (5)$$

Pour le calcul, on utilise un pas de variation  $\delta r = 4 \text{ cm}$  le long de la hauteur de l'aube. On pourra calculer pour chaque pas de variation les vitesses périphériques ( $U_i$ ), les vitesses relatives ( $W_i$ ) et cela grâce aux triangles de vitesses :

- Entrée de l'aube

$$W_i^2 = U_i^2 + V^2 - 2 \cdot U_i \cdot V \cdot \cos(\alpha_1) \quad (6)$$

- Sortie de l'aube

$$W_i^2 = U_i^2 + V^2 - 2 \cdot U_i \cdot V \cdot \cos(\pi - \alpha_2) \quad (7)$$

Avec un pas de variation  $\delta r = 4 \text{ cm}$ , les différentes valeurs des vitesses  $U_i$  correspondant aux variations du rayon  $r$  seront d'après la relation (5) :

Position	1	2	3	4	5
$U_i$ [m/s]	188.49	201.05	213.62	226.18	238.75
Position	6	7	8	9	
$U_i$ [m/s]	251.32	263.88	276.45	289.01	

La construction graphique des triangles de vitesses permet de calculer les vitesses relatives

$W_i$ , grâce aux relations (6) et (7) :

A l'entrée de l'aube on trouve :

Position	1	2	3	4	5
Wi[m/s]	140.50	130.14	120.20	110.80	102.08
Position	6	7	8	9	
Wi[m/s]	94.23	87.29	82.13	78.44	

les angles du vrillage sont ainsi déduits un à un d'après les triangles de vitesses grâce aux relations :

$$(\beta_i) = \alpha_i + \delta_i \quad (8)$$

Et

$$U_i^2 = V_i^2 + W_i^2 - 2 \cdot W_i \cdot V_i \cdot \cos(\delta_i) \quad (9)$$

Donc

$$\cos(\delta_i) = \frac{(V_i^2 + W_i^2 - U_i^2)}{2 \cdot W_i \cdot V_i} \quad (10)$$

Les valeurs des angles caractérisant le vrillage sont portées ainsi sur le tableau suivant

Position	1	2	3	4	5
$\beta_1$ (°)	32.98	35.99	39.51	43.64	48.52
Position	6	7	8	9	
$\beta_1$ (°)	54.26	60.95	68.64	77.21	

De la même façon à la sortie de l'aube Les calculs donnent les différentes vitesses  $W_i$ :

Position	1	2	3	4	5
Wi[m/s]	140.50	130.14	120.20	110.80	102.08
Position	6	7	8	9	
Wi[m/s]	94.23	87.29	82.13	78.44	

Et les angles du vrillage sont alors:

$$(\beta_{2i}) = \alpha_{2i} - \epsilon_i \quad (11)$$

Avec

$$U_i^2 = V_2^2 + W_i^2 - 2 \cdot W_i \cdot V_2 \cdot \cos(\epsilon_i) \quad (12)$$

Donc

$$\cos(\epsilon_i) = \frac{(V_2^2 + W_i^2 - U_i^2)}{2 \cdot W_i \cdot V_2} \quad (13)$$

On obtient ainsi les valeurs des angles caractérisant le vrillage à la sortie comme suit :

Position	1	2	3	4	5
$\beta_2$ (°)	20.00	18.51	17.22	16.08	15.09
Position	6	7	8	9	
$\beta_2$ (°)	14.21	13.43	12.72	12.09	

#### 4- VRILLAGE ET AMELIORATION DE LA RESISTANCE A LA FLEXION.

A cause de leurs hauteurs importantes, les aubes extra - longues des derniers étages (BP) de turbines à vapeur sont les plus exposées aux efforts de flexion. On peut résoudre ce problème techniquement par plusieurs façons, tel que l'emploi de matériaux possédant une grande résistance à la flexion. Généralement ces types de matériaux sont très coûteux . Sachant que d'une façon générale les barres tordues présentent une meilleure résistance à la flexion que les barres droites, on utilise le vrillage du corps de l'aube par rapport à son centre de masse depuis le pied jusqu'à son sommet pour améliorer la résistance à la flexion.

L'aube est soumise à l'action d'un effort  $\vec{F}$  dû à l'écoulement de la vapeur qui agit sur sa face interne. L'effet de cet effort  $\vec{F}$  augmente avec la longueur. Sachant que la condition de résistance à la flexion est donnée par la relation

$$\sigma = \frac{|M_{fl\ max}|}{\left(\frac{I}{y}\right)} \leq \sigma_{ad} \quad (14)$$

Avec :

$$M_{fl\ max} = F \cdot d \quad (15)$$

Où :

$\sigma_{ad}$  : Contrainte admissible caractérisant le matériau .

$I$  : Moment d'inertie de l'aube par rapport a son centre de gravité .

$y$  : Distance entre le plan des fibres neutres et le point le plus éloigné .

$d$  : Bras du levier .

$F$  : Effort de flexion.

$M_{max}$  : Moment fléchissant maximal .

Si on vrille l'aube avec un angle ( $\beta$ ) par rapport à un plan passant par son centre de gravité au niveau de son pied, on remarque que la face interne de l'aube (intrados) ne serait soumise qu'à l'action de l'effort  $F_1$  tel que :

$$F_1 = F \cdot \cos(\beta) \quad (16)$$

Ce qui implique que le moment fléchissant devient :

$$M_{\max} = F_1 \cdot d = F \cdot \cos(\beta) \cdot d \quad (17)$$

D'où la condition de résistance devient :

$$\sigma = \frac{F \cdot d \cdot \cos(\beta)}{\left(\frac{I}{y}\right)} \leq \sigma_{ad} \quad (18)$$

On remarque que pour la même section d'aube, le vrillage engendre la diminution de  $\sigma$ , car  $F_1 = F \cdot \cos(\beta) < F$  on peut donc conclure qu'une aube vrillée résiste mieux à la flexion qu'une aube droite non vrillée.

#### 4-MODELE ET PROGRAMMATION

Cette méthode de quantification du vrillage a été en outre numérisée par un programme tenant compte de conditions de fonctionnements et de géométries d'aubes variables. Les auteurs ont abouti à un modèle mathématique [5] performant sous forme de fonction compacte du type

$$\beta_k = C \cdot r^b$$

Où :

$\beta_k$  : Angles de vrillage.

$k = 1$ , entrée de l'aube.

$k = 2$ , sortie de l'aube.

C : Constante tenant compte d'autres paramètres influant sur le processus

b : Coefficient indiquant le degré d'influence du facteur r.

r : Distance radiale.

Avec :

$$b = \frac{n \sum_{i=1}^n r_i \cdot \beta_i - \sum_{i=1}^n r_i \cdot \sum_{i=1}^n \beta_i}{n \sum_{i=1}^n (r_i)^2 - \left(\sum_{i=1}^n r_i\right)^2}$$

Et :

$$C' = \frac{\sum_{i=1}^n \beta_i \cdot \sum_{i=1}^n (r_i)^2 - \sum_{i=1}^n r_i \cdot \sum_{i=1}^n r_i \cdot \beta_i}{n \sum_{i=1}^n (r_i)^2 - \left(\sum_{i=1}^n r_i\right)^2}$$

$$C = \text{Ln}(C')$$

Le modèle donne par exemple pour la même application ci dessus :

$$\beta_1 = 87,0475 \cdot r^{1,9991} \quad \text{et} \quad \beta_2 = 10,9375 \cdot r^{-1,1779}$$

#### 5-CONCLUSION

Le vrillage des aubes est d'une grande importance dans l'industrie des turbines spécifiquement dans la réalisation pratique des prototypes d'aubes par des machines à commande numérique avant la production en série par moulage par exemple et leurs utilisation en soufflerie. En outre, il influe sur la géométrie des aubes, permet une régularité de distribution des efforts tout au long de la hauteur de celles-ci, comme il permet aussi d'augmenter leurs rigidité (résistance à la flexion).

#### NOMENCLATURE

V Vitesse absolue de la vapeur [m/s].

W Vitesse relative de la vapeur [m/s].

U Vitesse d'entraînement de la vapeur [m/s].

$(\beta_k)$  Angles du vrillage.

$k = 1$ . entrée du rotor.

$k = 2$ . sortie de l'aube.

#### REFERENCES

[1] L. Vivier, Turbine à vapeur et à gaz, Edition Albin Michel, 1965.

[2] Revue ABB, Turbine à vapeur à basse pression - résultat d'un développement continu ciblé, 08/09/1989.

[3] P.G. Hill & C.R. Peterson Mechanics and thermodynamics of propulsion Addison - Wesley Publishing Company

[4] J. Kryszynski, Turbomachines théorie générale, O.P.U, 1994.

[5] S. Daghboudj Contribution à l'étude des aubes des turbines à vapeur. Vrillage, Structure & vibration, Thèse de Magister. Génie mécanique université de Annaba Décembre 1997

## METHODE DE CALCUL DES CARACTERISTIQUES GEOMETRIQUES DES AUBES A ACTION STODOLA ET A REACTION

Samir Daghboudj\*, Abderrahmane Gahmousse\*\*  
Département de génie mécanique  
Institut de technologie et de sciences exactes  
Centre Universitaire de Cheikh Larbi Tebessi - TEBESSA

Mots clés: caractéristiques géométriques, aube à action, aube à réaction.

### ملخص

تتعلق هذه الدراسة أساسا بتحديد الخصائص الهندسية الأساسية (المقطع , مركز الثقل , العزم التربيعي) لجنيحات 'الفاعل' (من نوع ستودولا) و 'رد الفاعل' للتربينات البخارية وهذا نظرا لأهميتها القصوى في كل حسابات المقاومة. لهذا الغرض إستعملنا طريقة هندسية تحليلية في حالة جنيحات الفاعل (ستودولا) و طريقة عددية تحليلية لجنيحات 'رد الفاعل'. في كلتا الحالتين دعمت الدراسة ببرامج حسابية تأخذ بعين الإعتبار مختلف الأشكال للجنيحات مع التغلب على مشكل تكرار الحسابات اليدوية.

### Abstract

This paper treats essentially of the rapid determination of the main characteristics (section, center of gravity, quadratic moments) of impulse type blades (stodola) as well as reaction type blades of steam turbines. These characteristics stay primordial in all blade resistance evaluation. A geometrical-analytical method was adopted for the impulse blades, and an analytical-numerical method was preferred for the reaction blades. Numerical programs were produced to cover different blade geometries and eliminate manuel and repetitive calculations.

### Résumé

L'étude présentée concerne essentiellement la détermination des caractéristiques géométriques principales (section, centre de gravité, moments quadratiques) des aubes à action (type Stodola), et à réaction dont la connaissance reste primordiale dans tout calcul de vérification à la résistance. Nous avons adopté une méthode géométrique-analytique pour les aubes à action. Pour les aubes à réaction nous avons eu recours à une méthode analytico numérique. Des programmes adéquats sont produits pour répondre aux conditions variables de géométries d'aubes et d'éliminer les méthodes manuelles et répétitives de calculs.

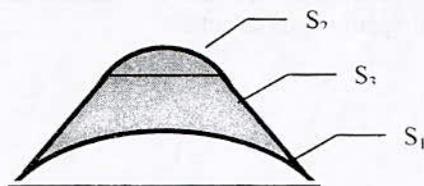
Samir Daghboudj\*, Abderrahmane Gahmousse\*\*

## 1- INTRODUCTION

La connaissance du moment quadratique des aubes et des caractéristiques géométriques tels que le centre de gravité et la section sont d'une grande importance pour tout calcul de résistance des aubes soumises à différentes sollicitations imposées lors du fonctionnement de la turbine. Pour les aubes à action du type Stodola [1], la régularité du profil composé d'un ensemble adéquat de droites et d'arcs de cercles permet d'adopter une méthode géométrique analytique pour déterminer leurs caractéristiques géométriques. D'un autre côté une méthode analytico-numérique est préférée pour les aubes à réaction dont le profil particulier est souvent donné point par point suite aux études aérodynamiques théoriques et expérimentales. Les deux types de profil peuvent changer chaque fois que les conditions d'entrée turbine sont changées pour répondre à des exigences précises de puissance et de fonctionnement [2]. Cette étude propose des méthodes de calcul des caractéristiques géométriques principales des aubes. Les logiciels produits répondent alors aux conditions de géométries variables des aubes et éliminent, du coup, les calculs manuels et répétés lors du prédimensionnement des multiples étages de turbines à vapeur.

## 2- AUBE A ACTION (TYPE STODOLA)

Pour les aubes à action (profil Stodola), on partage le profil de l'aube en trois sections régulières, un trapèze et deux segments de cercles (figure.1).



$S_1$  : Section du 1<sup>er</sup> segment

$S_2, S_3$  : sections des 2<sup>ème</sup> et 3<sup>ème</sup> segments

Fig. 1 Décomposition de l'aube à action Stodola .

Pour déterminer le moment quadratique de l'aube à action, sa section et son centre de

gravité, on utilise souvent des données représentant les caractéristiques géométriques, à savoir :

$\beta_1$  : Angle que forme  $W_1$  avec U.

$\beta_2$  : Angle que forme  $W_2$  avec U.

La : Pied de l'aube.

Pa : Pas de l'aube.

Le profil Stodola qui correspond à la section de cette aube est donné sur la figure 2. On décompose la section de ce profil [ACFB] en trois sections :

1- un trapèze [ACFB]

2- un segment de cercle [ $0_1$  AB]

3- un segment de cercle [ $0_2$  CF]

Le profil de l'aube [ACFB] a les caractéristiques géométriques suivantes :

Le rayon de courbure est obtenu par la relation analytique [1] :

$$\rho = r_1 = \frac{OA}{(\cos\beta_1 + \cos\beta_2)} \quad (1)$$

L'angle  $\alpha$  est obtenu à partir des triangles ( $0_2$  CE) et ( $0_1$  AE) par la relation géométrique :

$$\alpha = \frac{(\pi - \beta_1 - \beta_2)}{2}$$

Les angles  $\gamma$  et  $\delta$  sont obtenus à partir des triangles (AOB) et (AO<sub>1</sub>E) par les relations :

$$\gamma = \frac{\beta_1 - \beta_2}{2} \quad \text{et} \quad \delta = \frac{\beta_1 + \beta_2}{2}$$

### 2.1 - Calcul de la section de l'aube à action.

On partage la section de l'aube en trois parties, un trapèze et deux segments de cercles dont les sections sont obtenues analytiquement par les relations géométriques suivantes [3].

$$S_1 = \frac{r_1^2 (2\alpha - \sin 2\alpha)}{2} \quad (2)$$

$$S_2 = \frac{r_2^2 (2\alpha - \sin 2\alpha)}{2} \quad (3)$$

$r_1$  : rayon de courbure du grand segment de cercle.

$r_2$  : rayon de courbure du petit segment de cercle.

$$r_1 = 0_1 A, \quad r_2 = 0_2 C$$

Considérons les triangles  $(O_1EA)$  et  $(O_2EC)$  respectivement rectangles en A et C, on peut écrire

$$\frac{O_1A}{O_2C} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{AE}{CE}$$

Le point E comme indiqué sur la figure 2 représente l'intersection des deux droites  $(y_1)$  et  $(y_2)$  :

$$E = y_1 \cap y_2$$

Rapportons le profil [ACFB] à un repère orthogonal  $(Oxy)$  et déterminons les coordonnées du point E par rapport à ce repère (figure 2).

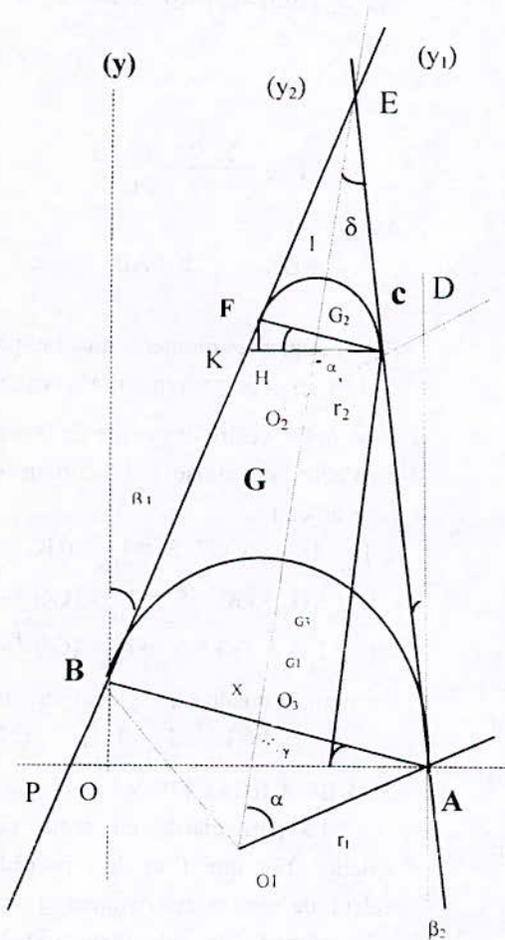


Fig. 2 Profil de l'aube à action (Stodola).

Les deux droites  $(y_1)$  et  $(y_2)$  d'équations respectives :  $y_1 = a_1 x + b_1$

et  $y_2 = a_2 x + b_2$  se coupent en E.

D'après le triangle  $(OAB)$ :

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{OB}{OA} \Rightarrow OB = OA \cdot \operatorname{tg} \gamma$$

Si  $a_1, a_2$  représentent les pentes des droites  $(y_1)$  et  $(y_2)$  alors :

$$a_1 = \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{2} - \beta_1 \right)$$

$$a_2 = \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{2} - \beta_2 \right)$$

Après analyse géométrique on obtient:

$$x_E = \frac{(-a_2 \cdot OA - OB)}{(a_1 - a_2)}$$

$$y_E = a_1 x_E + OB = a_1 \cdot \frac{(-a_2 \cdot OA - OB)}{(a_1 - a_2)} + OB$$

Sachant que:

$$(AE)^2 = (x_A - x_E)^2 + (y_E - y_A)^2$$

Alors :

$$AE = \sqrt{(x_A - x_E)^2 + (y_E - y_A)^2}$$

D'après la figure 2 nous avons:

$$AC = AD \cdot \cos \beta_2 = Pa \cdot \cos \beta_2$$

Et puisque:

$$EC = AE - AC$$

On a finalement:

$$r_2 = r_1 \cdot \frac{EC}{AE} = \frac{AE - AC}{AE}$$

### 2.1.1 Calcul des sections des segments $S_1$ et $S_2$

Si  $r_1$  est donné d'après la relation (1) et  $r_2$  calculé, on pourra alors calculer les sections des segments de cercles  $S_1$  et  $S_2$  en appliquant les formules (2) et (3).

### 2.1.2 Calcul de la section du trapèze [ACFB]

Soit  $S_3$  la section du trapèze [ACFB], comme montrée sur la figure 2, on partage la surface du trapèze [ACFB] en cinq aires telles que :

$$S [ACFB] = S [KCAP] + S [KFH] + S [FHC] - S [POB] - S [AOB]$$

Après calculs se basant sur différentes relations géométriques [4], on obtient l'expression de la section du trapèze [ACFB] :

$$S_3 = S_4 + S_5 + S_6 - S_7 - S_8$$

Finalement la section totale de l'aube S est donnée par la relation:

$$S = S_2 + S_3 - S_1 \quad (4)$$

**2.2 Calcul des coordonnées du centre de gravité de l'aube à action :**

Pour les segments de cercle  $S_1$  et  $S_2$  les centres de gravités sont donnés par les formules[3] :

$$O_1 G_1 = \frac{4 r_1 \cdot \sin^3 \alpha}{3(2\alpha - \sin 2\alpha)} \quad (5)$$

et :

$$O_2 G_2 = \frac{4 r_2 \cdot \sin^3 \alpha}{3(2\alpha - \sin 2\alpha)} \quad (6)$$

De la section  $S_3$  du trapèze [ABCF], comme il est montré sur la figure 2, on déduit que

$$O_3 G_3 = \frac{(AB + 2FC)}{3(AB + FC)} \cdot O_3 I \quad (7)$$

Avec :

$$\begin{aligned} O_3 I &= O_2 O_3 + O_2 I \\ O_2 O_3 &= O_1 O_2 - O_1 O_3 \end{aligned}$$

**2.3 Calcul des moments quadratiques partiel et global de l'aube :**

**2.3.1 Calcul du moment quadratique  $I_{xx}$  des sections  $S_1$  et  $S_2$  .**

Pour les segments de cercles  $S_1$  et  $S_2$ , on utilise les relations mathématiques qui donnent les valeurs de leur moment quadratique  $I_{xx}$  par rapport à un système de coordonnées choisi convenablement.

A cause de la symétrie des segments de cercle  $S_1$  et  $S_2$  on peut écrire que :

$$I_{xx} = 2 \int_{y_1}^{y_2} y^2 dx dy = 2 \int_{y_1}^{y_2} y^2 dy \int_0^{\sqrt{R^2 - y^2}} dx = 2 \int_{y_1}^{y_2} y^2 \sqrt{R^2 - y^2} dy \quad (8)$$

On pose :

$$y = R \cos \theta \quad \text{alors} \quad dy = -R \sin \theta d\theta$$

si  $y_1 \leq y \leq y_2$  donc  $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$

Et

$$I_{xx} = -2 \int_{\theta_1}^{\theta_2} R^2 \cos^2 \theta \cdot R \sin \theta \cdot r \sin \theta d\theta = -2 \int_{\theta_1}^{\theta_2} R^4 \sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta d\theta$$

$$I_{xx} = \frac{R^4}{4} \left[ \frac{\theta}{8} - \frac{\sin 4\theta}{32} \right]_{\theta_1}^{\theta_2} \quad (9)$$

Pour le segment  $S_1$ ,  $R = r_1$  :

et pour le segment  $S_2$ ,  $R = r_2$  :

**2.3.2 Calcul du moment  $I_{3xx}$  de la section  $S_3$  .**

Pour le trapèze [ACFB] le moment quadratique est donné par la relation suivante :

$$I_{3xx} = 2 \int \int y^2 dx dy = 2 \int_0^{y_1} y^2 dy \int_0^{\frac{(c-y)}{2c}} dx = 2 \int_0^{y_1} y^2 \cdot \frac{(c-y)}{2c} \cdot b dy \quad (10)$$

Soit:

$$I_{3xx} = \frac{y_1^3 \cdot b}{3} - \frac{y_1^4 \cdot b}{4c} \quad (11)$$

Avec:

$$y_1 = O_3 I \quad b = AB \quad c = O_3 E$$

Pour calculer les moments quadratiques des sections  $S_1$ ,  $S_2$  et  $S_3$  par rapport à un axe passant par le point G, centre de gravité de la section totale de l'aube, on utilise le théorème de Hygènes pour obtenir

$$\begin{aligned} I_{1G} &= I_{1G} + GG_1^2 \cdot S_1 = I_{1xx} + (GG_1^2 - O_1 G_1^2) \cdot S_1 \\ I_{2G} &= I_{2G} + GG_2^2 \cdot S_2 = I_{2xx} + (GG_2^2 - O_2 G_2^2) \cdot S_2 \\ I_{3G} &= I_{3G} + GG_3^2 \cdot S_3 = I_{3xx} + (GG_3^2 - O_3 G_3^2) \cdot S_3 \end{aligned}$$

Le moment quadratique global sera donc:

$$I = I_{3G} + I_{2G} - I_{1G} \quad (12)$$

**3 AUBE A REACTION.**

La particularité du profil de l'aube à réaction fait que l'on doit procéder lors du calcul de ses caractéristiques géométriques à une méthode de calcul spécifique que nous développons maintenant :

**3.1 Mise en équation du profil de l'aube à réaction :**

On décompose le profil de l'aube en deux courbes (figure 3) qu'on note :  $(y_1)$  représentant la fonction mathématique de la face externe de l'aube (extrados) et  $(y_2)$

représentant la face interne de l'aube (intradós). Pour chacune on détermine un modèle mathématique liant les abscisses aux ordonnées correspondantes par rapport à un système de coordonnées cartésien choisi convenablement.

On peut utiliser la méthode des moindres carrés, sous condition de connaître un nombre assez grand de points pour assurer une corrélation mathématique adéquate. Souvent le nombre de points livrés par l'étude énergétique est relativement réduit ; pour cela nous avons opté pour une technique d'interpolation par les fonctions splines cubiques sur des sous-intervalles convenables. Pour chaque fonction ainsi déterminée, on calcule un nombre de points aussi élevé que l'on désire permettant de mettre en équations les courbes ( $y_1$ ) et ( $y_2$ ) avec une grande précision. Dans ce cadre, des programmes de calcul sont réalisés pour chacune des méthodes numérique utilisées [4].

Remarques:

- Pour des commodités de calcul , on partage le profil de l'aube en plusieurs tranches de telle sorte que l'on ait à chaque fois une série de points , croissante ou décroissante seulement.

Les programmes de calcul donnent les équations des deux courbes ( $y_1$ ) et ( $y_2$ ) du profil de l'aube sous la forme:

$$y_i = C \cdot x^b \quad (13)$$

$i = 1$  pour l'extrados

$i = 2$  pour l'intradós

### 3.2-Calcul de la section de l'aube à réaction:

Pour calculer la section de l'aube à réaction, on procède à une intégration simple des deux courbes ( $y_1$ ) et ( $y_2$ ). La section de l'aube est alors l'aire comprise entre les deux courbes (figure3); l'aire (A) comprise entre les courbes ( $y_1$ ) et ( $y_2$ ) est donnée par la relation suivante:

$$S = A = \int_a^b y_1 \cdot dx - \int_a^b y_2 \cdot dx \quad (14)$$

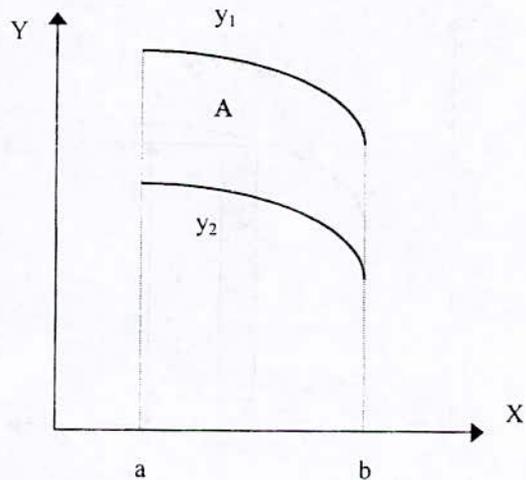


Fig. 3 - Aire comprise entre les courbes ( $y_1$ ) et ( $y_2$ ).

En se basant sur cette méthode , on arrive à calculer numériquement , de façon très rapide, la section de toute aube à réaction quelque soit la complexité de son profil.

### 3.3 Calcul du moment quadratique $I_{xx}$ de l'aube à réaction :

On définit le moment quadratique  $I_{xx}$  par rapport à un système de coordonnées cartésien , comme étant la quantité suivante [5]:

$$I_{xx} = \iint_{(s)} y^2 \cdot ds \quad (15)$$

$ds$ : représente un élément de surface.

$y$ : distance entre l'élément ( $ds$ ) et l'axe ( $xx$ ).

$I_{xx}$ : moment quadratique par rapport à ( $xx$ ).

Une fois que le profil de l'aube est modélisé mathématiquement , le moment quadratique de celle-ci pourrait être alors calculé facilement si on choisit une bande mince élémentaire parallèle à l'axe de référence ( $yy$ ). On calcule ainsi le moment quadratique élémentaire  $dI_{xx}$  de la bande en l'assimilant à un rectangle dont les côtés sont respectivement ( $dx$ ) et ( $y$ ) , (figure 4) .

Si on note que  $dI_{xx}$  est le moment élémentaire de la bande mince assimilée à un rectangle alors:

$$dI_{xx} = \frac{1}{3} y^3 \cdot dx \quad (16)$$

La sommation de tous les moments élémentaires donne alors le moment quadratique global  $I_{xx}$  :

$$I_{xx} = \sum_{i=1}^n dI_{xx} = \int_a^b dI_{xx} = \int_a^b \frac{1}{3} y^3 dx \quad (17)$$

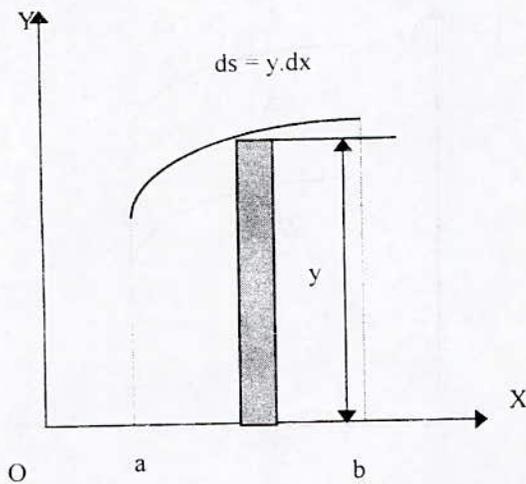


Fig. 4 -Moment quadratique élémentaire  $dI_{xx}$ .

### 3.4- Calcul du moment quadratique $I_{yy}$ de l'aube à réaction.

Comme dans le calcul du moment quadratique  $I_{xx}$  on choisit une bande élémentaire mince de dimensions (y) et (dx), (figure 4). Le moment quadratique élémentaire par rapport à l'axe (yy) sera alors donné par la relation :

$$dI_y = x^2 \cdot ds = x^2 \cdot y \cdot dx \quad (18)$$

Le moment quadratique global sera donc:

$$I_{yy} = \sum_{i=1}^n dI_i = \int_a^b dI_i = \int_a^b y_i \cdot x^2 \cdot dx \quad (19)$$

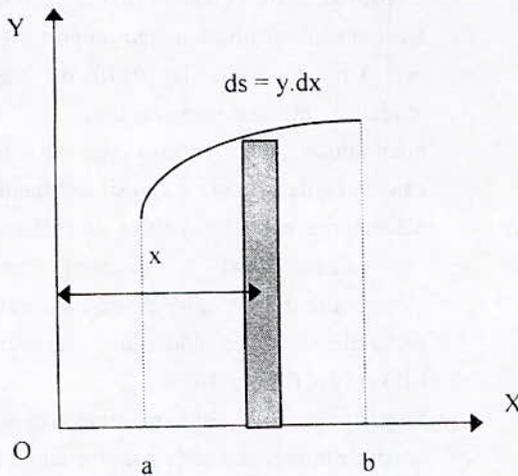


Fig. 5 Moment quadratique élémentaire  $dI_y$ .

En se basant sur cette technique, on a produit les logiciels permettant de calculer les moments quadratiques  $I_{xx}$  et  $I_{yy}$  des aubes à réaction de turbines à vapeur.

### 3.5 Calcul des coordonnées du centre de gravité de l'aube à réaction.

Les coordonnées du centre de gravité ( $x_G$ ,  $y_G$ ) d'une aire délimitée par une courbe géométrique se calculent d'après les relations suivantes [5]:

$$x_G \cdot S = \int x \cdot ds \quad (20)$$

$$y_G \cdot S = \int y \cdot ds \quad (21)$$

Si l'élément de surface (ds) est assimilé à un rectangle de côtés respectivement (dx) et (y) on procède à une intégration double par rapport à x et y. Cependant ceci peut être simplifié par une simple intégration en choisissant convenablement comme élément de surface (ds) une bande rectangulaire mince. Les coordonnées du centre de gravité de la surface en question sont alors obtenues en exprimant que le moment statique de cette surface par rapport aux axes de références est égale à la somme des moments statiques de tous les sous éléments par rapport aux mêmes axes, avec :

$$\bar{X}_{ele} = x$$

$$\bar{Y}_{ele} = 0,5 y \quad , \text{ où}$$

$\bar{X}_{ele}$  : représente l'abscisse du centre de gravité de l'élément (ds).

$\bar{Y}_{ele}$  : représente l'ordonnée du centre de gravité de l'élément (ds).

Par cette méthode nous avons aussi élaboré un programme, permettant de calculer avec précision les coordonnées du centre de gravité de n'importe quelle section d'aube à réaction de turbine à vapeur [4].

#### 4-PROGRAMATION ET METHODES NUMERIQUES.

La répétition des calculs à travers les étages multiples et variés des turbines nous force à recourir éventuellement à des programmes de calcul permettant de déterminer les valeurs des moments quadratique des aubes, leurs sections ainsi que les centres de gravité pour des conditions variables de géométrie des aubes. Pour l'aube à action un premier programme calcule rapidement les différentes caractéristiques géométriques en se basant sur la méthode géométrique présentée. L'aube à réaction, quant à elle, vu la non régularité de son profil, a nécessité l'élaboration d'un deuxième programme utilisant la méthode analytique numérique ci dessus [4]. Les deux programmes donnent des résultats très satisfaisants [4].

#### 6- CONCLUSION

La connaissance des caractéristiques géométriques des aubes de turbines à vapeur reste primordiale dans tout calcul de vérification à la résistance. Pour les aubes à action nous avons considéré le type Stodola caractérisé par sa géométrie régulière ; cette composition de droites et d'arcs de cercles a orienté notre choix vers l'utilisation de méthodes basées sur des

analyses géométriques. L'aube à réaction ayant un profil particulier donné point par point, suite aux études énergétiques, fait que des méthodes de calculs analytiques et numériques sont simultanément nécessaires.

#### REFERENCES

[1] **L.Vivier**, Turbine à vapeur et à gaz, Edition Albin Michel, Paris 1965.

[2] **Revue ABB**, Turbine à vapeur à basse pression - résultat d'un développement continu ciblé, 08/09/1989.

[3] **M.Delanette, H.Dubois**, Mécanique théorique et appliquée, Edition Delagrave 1983.

[4] **S. Daghboudj** Contribution à l'étude des aubes de turbines à vapeur. Vrillage, Structure & vibration. Thèse de Magister, Université de Annaba. Décembre 1997.

[5] **P.B. Ferdinand, E.J Russell** Mécanique à l'usage des ingénieurs-Statique. Mc. Graw -Hill Editeurs.

## **ETUDE NUMERIQUE DE L'ECOULEMENT D'UN FLUIDE CONDUCTEUR EN PRESENCE D'UN CHAMP MAGNETIQUE**

**André DESSEAUX**

Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Energétique

Université de Valenciennes

Le Mont Houy - B. P. 311 - 59304 VALENCIENNES Cedex - FRANCE

E. Mail : Andre.Desseaux@univ-valenciennes.fr

Mots clés : Couche limite - Similitude - Quasilinearisation -  
Fluide newtonien conducteur - Transfert thermique

### **ABSTRACT**

We consider the laminar boundary layer on a porous plate for a conducting newtonian fluid in a transverse magnetic field. The governing equations for the dynamic heat transfer have been reduced into a set of ordinary non-linear differential equations using an usual similarity transformation. A quasilinearization scheme is employed and needs to resolve different initial value problems. Numerical integration is then applied to obtain those solutions which have not been reported previously for the influences of the power law of the external velocity used as characteristic velocity and the dissipation function on the heat transfer.

### **RESUME**

Nous considérons une couche limite laminaire dynamique et thermique qui se développe sur une paroi poreuse en présence d'un champ magnétique transverse. Pour cet écoulement, les équations générales de la thermo-dynamique sont transformées, par similitude, en un ensemble d'équations différentielles non linéaires. L'emploi d'une méthode de quasilinearisation conduit à la résolution de plusieurs problèmes aux valeurs initiales. Ces solutions étant obtenues, on présente des résultats complémentaires à ceux publiés antérieurement concernant l'influence de la loi de puissance de la vitesse caractéristique ainsi que de la fonction de dissipation.

## INTRODUCTION

Les problèmes liés à la magnéto-convection (sous entendu l'étude de l'écoulement d'un fluide conducteur avec transfert thermique en présence d'un champ magnétique) ont été étudiés sous différentes formes durant les dernières décennies. Ces problèmes de M.H.D. ont, pour la plupart, un intérêt important pour des applications industrielles notamment en ce qui concerne le refroidissement de certains réacteurs nucléaires et de certains générateurs. Pour ces problèmes de magnéto-convection les travaux les plus récents sont ceux de Umavathi [2] qui analyse un écoulement entre deux plaques parallèles verticales (une analyse précédente date de 1961 : Osterle et Young [3]), tandis que Chamka [4] ou Watanabe et Pop [5] considèrent un écoulement d'un fluide conducteur en présence d'une frontière poreuse constitué par un cône ou par un dièdre.

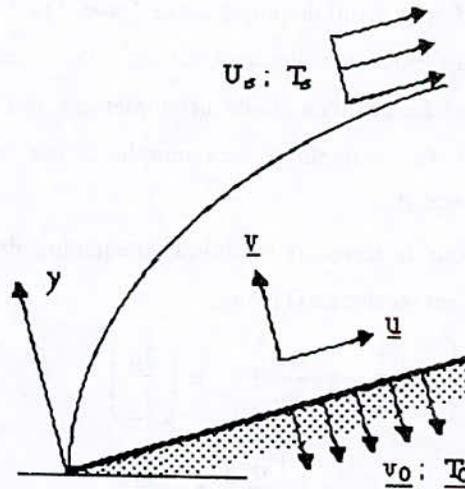
L'influence d'un soufflage ou d'une aspiration au travers d'une paroi poreuse a fait l'objet de divers travaux tant mathématiques que mécaniques. Le contrôle de la couche limite par un transfert de masse est bien connu (Schlichting [1]). En complément à ces travaux, le fluide étant électriquement conducteur, soumis à un champ magnétique nous, nous proposons d'apporter quelques résultats numériques concernant l'étude de la couche limite laminaire se développant sur une surface poreuse dont la température est différente de celle de l'écoulement extérieur.

Sous certaines conditions, l'ensemble du problème peut être transformé en un système d'équations différentielles non-linéaires couplées. La résolution de ce système, compte tenu des conditions à respecter, nécessite l'utilisation d'un outil numérique performant. Nous montrons

qu'une des méthodes accessibles, à la fois simple, peu onéreuse et très sensible, demeure la quasilinearisation. Nos résultats seront comparés principalement à ceux de Chandran *et al.* [6].

## FORMULATION DU PROBLEME

Soient un écoulement laminaire d'un fluide conducteur dans un domaine limité par une paroi poreuse et, agissant sur le fluide, une induction magnétique  $B$ . Cette induction est perpendiculaire à la surface tandis que le champ électrique  $E$  est parallèle à la direction principale de l'écoulement.



Les équations aux couches limites dans la théorie de la magnéto-hydrodynamique pour des fluides conducteurs ont été établies notamment par Pavlov [7]. En complément à l'équation de continuité (les quantités soulignées sont dimensionnées) :

$$\frac{\partial \underline{u}}{\partial \underline{x}} + \frac{\partial \underline{v}}{\partial \underline{y}} = 0 \quad (1)$$

avec les estimations classiques des ordres de grandeur des variables physiques au sein d'une couche limite, on observe que la pression demeure sensiblement constante (cf [1] - chap. VII) :

$$\frac{\partial p}{\partial y} \approx 0 \quad (2)$$

De celà, le problème considéré se trouve traduit par l'équation de bilan de quantité de mouvement, valide pour tout fluide conducteur :

$$\underline{u} \cdot \frac{\partial \underline{u}}{\partial \underline{x}} + \underline{v} \cdot \frac{\partial \underline{u}}{\partial \underline{y}} = \frac{K}{\rho} \cdot \frac{\partial}{\partial \underline{y}} \left\{ \left| \frac{\partial \underline{u}}{\partial \underline{y}} \right|^{n-1} \cdot \frac{\partial \underline{u}}{\partial \underline{y}} \right\} \quad (3)$$

$$- \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial \underline{x}} - \frac{\sigma}{\rho} \cdot B \cdot (\underline{u} \cdot B + E)$$

Dans l'équation (3) les paramètres K et n représentant les constantes rhéologiques du fluide ([8], chap. 1). Le fluide est dit dilatant si  $n > 1$  et pseudo-plastique si  $n < 1$  (approche analytique sous forme de loi de puissance de Oswald et de Waele). Nous nous limitons, dans la suite de cet exposé au cas d'un fluide newtonien :  $n = 1$ . Ainsi, la constante K sera remplacée par la viscosité  $\mu$ .

Pour le transfert thermique, l'équation de bilan est reprise de [1]. Soit :

$$\rho \cdot c_p \left( \underline{u} \cdot \frac{\partial T}{\partial \underline{x}} + \underline{v} \cdot \frac{\partial T}{\partial \underline{y}} \right) = \mu \cdot \left( \frac{\partial \underline{u}}{\partial \underline{y}} \right)^2 \quad (4)$$

$$+ k \cdot \left( \frac{\partial^2 T}{\partial \underline{x}^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial \underline{y}^2} \right)$$

Considérant un mur fixe poreux, les conditions aux limites applicables sont

(i) à la paroi  
 $\underline{y} = 0 : \underline{u} = 0 ; \underline{v} = \underline{v}_0 ; T = T_0 \quad (5)$

(ii) le raccordement avec l'écoulement extérieur se traduit par :

$$\lim_{\underline{y} \rightarrow \infty} \underline{u} = U_e ; \lim_{\underline{y} \rightarrow \infty} T = T_e \quad (6)$$

Dans le cas d'une paroi poreuse défilante, nous pourrions comparer nos solutions numériques avec celles exposées en [6] en permutant les conditions sur la vitesse parallèle à la paroi. Les deux problèmes seront

équivalents par un simple changement d'origine des mesures de distance  $\underline{y}$ .

A l'aide de la vitesse  $U_e$  de l'écoulement extérieur, on peut exprimer le gradient de pression longitudinal et, compte tenu de (2) :

$$-\frac{1}{\rho} \cdot \frac{dp}{d\underline{x}} = U_e \cdot \frac{dU_e}{d\underline{x}} \quad (7)$$

Ensuite, on transforme le champ électrique E au travers de la relation (Osterle & Young [3])

$$E = -B \cdot U_e \quad (8)$$

L'équation de quantité de mouvement devient :

$$\underline{u} \cdot \frac{\partial \underline{u}}{\partial \underline{x}} + \underline{v} \cdot \frac{\partial \underline{u}}{\partial \underline{y}} = U_e \cdot \frac{dU_e}{d\underline{x}} + \underline{v} \cdot \frac{\partial^2 \underline{u}}{\partial \underline{y}^2} \quad (9)$$

$$+ \frac{\sigma}{\rho} \cdot B^2 \cdot (U_e - \underline{u})$$

## REDUCTION DES EQUATIONS

L'équation (9) possède une forte analogie avec l'équation d'une couche limite à deux dimensions (cf Schlichting [1], chap. IX). Alors, la similitude peut-être obtenue en exprimant la vitesse  $U_e$  et le champ magnétique B sous la forme de lois de puissance

$$U_e = c \cdot \underline{x}^m ; B = b \cdot \underline{x}^{(m-1)/2} \quad (10)$$

Comme en [1], nous introduisons une fonction annexe F dépendant de la variable de similitude  $\eta$  dans la fonction de courant  $\Psi$  :

$$\Psi = \sqrt{\frac{2}{m+1}} \sqrt{vc} \sqrt{\underline{x}^{m+1}} \cdot F(\eta) \quad (11)$$

$$(\underline{u} = \partial \Psi / \partial \underline{y} ; \underline{v} = -\partial \Psi / \partial \underline{x}) \text{ et}$$

$$\eta = \underline{y} \cdot \sqrt{\frac{m+1}{2}} \cdot \sqrt{\frac{v}{c}} \cdot \sqrt{\underline{x}^{m-1}} \quad (12)$$

En utilisant (11) et (12), l'équation (9) est réduite à l'équation différentielle :

$$F''' + F \cdot F'' + \beta \left\{ 1 - F'^2 \right\} + M \left\{ 1 - F' \right\} = 0 \quad (13)$$

où  $\beta$  est donné par  $\beta = 2m/(m+1)$  tandis que les paramètres M et N caractéristiques du

champ inductif valent respectivement :  
 $M = (2 - \beta) \cdot N$  et  $N = \sigma \cdot b^2 / \rho \cdot c$ . Dans le cas où l'induction magnétique est nulle, l'équation (13) est identique à l'équation de Falkner-Skan : il s'agit d'un problème classique de couche limite.

Pour traduire l'équation de l'énergie, on introduit une température réduite  $\theta$  ne dépendant que de la variable  $\eta$  telle que :

$$\theta = \frac{(T - T_e)}{(T_0 - T_e)} \quad (14)$$

Alors, en utilisant cette température réduite, l'équation (4) devient :

$$\theta'' = -Pr \cdot \left[ F \cdot \theta' + Ec \cdot (F'')^2 \right] \quad (15)$$

dans laquelle on trouve les nombres de Prandtl et d'Eckert :

$$Pr = \frac{\mu \cdot c_p}{k} ; \quad Ec = \frac{U_e^2}{c_p \cdot (T_0 - T_e)} \quad (16)$$

Les conditions sur la vitesse longitudinale se transforment en :

$$F'(0) = 0 ; \quad \lim_{\eta \rightarrow \infty} F' = 1 \quad (17)$$

Compte tenu de ces conditions, la vitesse de débit au travers de la paroi devient :

$$v_0 = -\sqrt{\frac{m+1}{2}} \cdot \sqrt{vc} \cdot \sqrt{x}^{m-1} \cdot F(0) \quad (18)$$

Nous supposons que l'intensité du débit  $v_0$  s'exprime également sous forme de loi de puissance ou bien que l'exposant  $m$  soit égal à 1 (la vitesse caractéristique  $U_e$  est alors linéaire et le débit réel est constant). Dans ces cas, une des condition (5) se réduit à une constante :

$$F(0) = v_0 \quad (19)$$

Pour la température, on utilise la transformation (14) et les conditions (5) et (6).

Nous obtenons :

$$\theta(0) = 1 ; \quad \lim_{\eta \rightarrow \infty} \theta = 0 \quad (20)$$

### SCHEMA NUMERIQUE

Il s'agit de la méthode de quasilinearisation [9] appliquée conjointement à un schéma d'ordre 4 du type Runge-Kutta. Cette méthode linéarise l'équation (13) autour d'une solution approchée (itération d'ordre  $k$ ). On considère le vecteur constitué de la fonction-solution et de ses dérivées. Avec la notation :

$$\Phi = [F, F', F''] = [\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3] \quad (21)$$

une solution à l'itération  $(k+1)$  vérifiera l'équation (21) :

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi_3^{(k+1)}}{d\eta} = & -\varphi_1^{(k+1)}\varphi_3^{(k)} - \varphi_3^{(k+1)}\varphi_2^{(k)} \\ & + \varphi_2^{(k+1)}(2 \cdot \beta \cdot \varphi_2^{(k)} + M) \\ & + \left\{ \varphi_1^{(k)}\varphi_3^{(k)} - \beta \cdot (\varphi_2^{(k)})^2 - \beta - M \right\} \end{aligned} \quad (22)$$

On y remarque une première partie homogène, linéaire et une partie complémentaire qui ne dépend que de l'itération précédente ( $k$ ) connue.

Pour s'affranchir d'une méthode de tir, simple ou multiple (cf [10]), longue et coûteuse, la solution de (22) peut être calculée au travers de la détermination de la solution de deux problèmes aux valeurs initiales.

Le premier est constitué par la résolution de la partie homogène de l'équation (22) pour lequel les conditions initiales sont toutes nulles sauf la dernière, choisie arbitrairement égale à 1. :

$$\Phi_h(0) = [0, 0, 1] \quad (23)$$

L'objet du second problème consiste en une solution particulière de l'équation (22) avec des conditions initiales (17) et (19) et complétées par une valeur initiale pour la dérivée seconde qui est déterminée lors d'une approximation antérieure :

$$\Phi_p(0) = [v_0, 0, \varphi_3^{(k)}(0)] \quad (24)$$

Considérant la combinaison linéaire :

$$\Phi^{(k+1)} = \Phi_p + \lambda \cdot \Phi_h \quad (25)$$

on obtient une meilleure estimation de la solution si la pondération  $\lambda$  est telle que la seconde condition (17) soit vérifiée. Soit :

$$\lim_{\eta \rightarrow \infty} F' = 1 \Rightarrow \lambda = \frac{1 - \lim_{\eta \rightarrow \infty} \phi_{2p}}{\lim_{\eta \rightarrow \infty} \phi_{2h}} \quad (26)$$

Pour les calculs entrepris, dépendant des critères de convergence choisis, une solution de l'équation (13) peut s'obtenir en 3 à 6 itérations. Compte tenu de la linéarité, un seul calcul est nécessaire pour la résolution de l'équation (15). Dans un souci de vérification des résultats, à l'issue de ce dernier calcul une combinaison du type (25) est néanmoins opérée.

## RESULTATS

### 1 Analyse de certains valeurs caractéristiques

Nous avons pu montrer par ailleurs (cf [9]) la rapidité de convergence de l'algorithme numérique employé. Notre première vérification a été de comparer nos résultats à ceux publiés antérieurement. Pour une telle comparaison, nous remarquons que l'équation (13) devient celle de Falkner-Skan dans le cas d'une induction nulle. Pour ce problème classique de couche limite, nous observerons les résultats publiés en [6] et [8]. Les résultats présentés dans le tableau 1 sont relatifs à nos solutions de cette équation.

Comparaison avec [8] : équation de Falkner-Skan				avec [6] : étude sur une paroi défilante		
$\beta$	$F''(0)$	$\delta^*$	$\delta^{**}$	$v_0$	$F''(0)$	$\delta^*$
0.0	0.46960	1.21678	0.46960	-0.2	-0.51553	8.7227
0.3	0.77476	0.91099	0.38574	-0.1	-0.57000	8.7917
1.	1.23259	0.64790	0.29235	0.0	-0.62756	8.8574
				0.1	-0.68811	8.9198
				0.2	-0.75153	8.9788

Tableau 1 : Comparaison des résultats dans deux cas spécifiques -  $N=0$

Par rapport aux résultats obtenus en [8], les 5 chiffres décimaux sont exacts. Dans la partie droite du tableau, les quatre premières décimales de nos résultats concernant le frottement pariétal sont exactement les mêmes comparés à ceux de [6], pour la même table de flux. En complément, nous donnons les valeurs des épaisseurs de déplacement  $\delta^*$  et de quantité de mouvement  $\delta^{**}$ . Ces deux dernières caractéristiques ont été déterminées par intégration de la solution en utilisant la méthode des trapèzes. Ces résultats confirment la fiabilité et la sensibilité de notre processus numérique.

### 2 Influence du flux à la paroi $v_0$

Le débit réel  $v_0$  et la constante  $v_0$  sont reliés par les égalités (18) et (19). Ainsi, une injection (réciproquement aspiration) correspond à une valeur négative (ou positive) de  $v_0$ .

Nous considérons un fluide pour lequel le nombre de Prandtl vaut 0.714 et le nombre d'Eckert positif est égal à 0.1. Pour un profil de la vitesse caractéristique tel que  $m = \beta = 1$ , nos résultats numériques sont exposés dans le tableau 2 où apparaît la quantité  $q^*$  représentant la pente à l'origine de la température. Cette grandeur  $q^*$  est une indication pour le flux de

chaleur à la paroi et le nombre de Nusselt. La variation de  $q^*$  est faible avec  $N$ . Elle s'annule pour un débit massique tel que  $-2.3 < v_0 < -2.2$ .

Induction $N = 0$					Induction $N = 2$			
$F''(0)$	$\delta^*$	$\delta^{**}$	$q^*$	$v_0$	$F''(0)$	$\delta^*$	$\delta^{**}$	$q^*$
0.1997	2.9391	1.1301	0.0008	-5.	0.5567	1.4275	0.6371	0.0051
0.2490	2.3908	0.9291	0.0015	-4.	0.6701	1.1981	0.5378	0.0083
0.3295	1.8581	0.7357	0.0030	-3.	0.8313	0.9810	0.4442	0.0123
0.4758	1.3616	0.5571	-0.0070	-2.	1.0660	0.7828	0.3588	-0.0057
0.7566	0.9450	0.4058	-0.1226	-1.	1.4057	0.6120	0.2848	-0.1385
1.2326	0.6479	0.2923	-0.4578	0.	1.8735	0.4748	0.2245	-0.4706
1.8893	0.4593	0.2150	-0.9635	1.	2.4700	0.3713	0.1781	-0.9650
2.6701	0.3422	0.1639	-1.5532	2.	3.1744	0.2958	0.1435	-1.5477
3.5266	0.2671	0.1298	-2.1815	3.	3.9596	0.2412	0.1180	-2.1731
4.4289	0.2166	0.1062	-2.8286	4.	4.8019	0.2013	0.0990	-2.8195
5.3595	0.1811	0.0892	-3.4860	5.	5.6837	0.1715	0.0847	-3.4770

**Tableau 2 :** Valeurs du frottement pariétal réduit  $F''(0)$ , des épaisseurs de déplacement  $\delta^*$  et de quantité de mouvement  $\delta^{**}$ , du flux de chaleur à la paroi  $q^*$  pour deux valeurs d'induction et différents débits  $v_0$  à la paroi

$v_0 = - 0.5$				$N = 3.0$	$v_0 = + 0.5$			
$F''(0)$	$\delta^*$	$\delta^{**}$	$q^*$	m	$F''(0)$	$\delta^*$	$\delta^{**}$	$q^*$
2.2414	0.4228	0.2049	-0.3524	0.0	2.7525	0.3472	0.1692	-0.7942
2.1789	0.4316	0.2085	-0.3507	0.1	2.6922	0.3530	0.1716	-0.7928
2.1255	0.4394	0.2117	-0.3492	0.2	2.6409	0.3580	0.1737	-0.7915
2.0794	0.4463	0.2146	-0.3478	0.3	2.5966	0.3624	0.1756	-0.7903
2.0391	0.4525	0.2171	-0.3466	0.4	2.5580	0.3664	0.1772	-0.7893
2.0036	0.4582	0.2193	-0.3456	0.5	2.5240	0.3699	0.1787	-0.7884
1.9720	0.4633	0.2214	-0.3446	0.6	2.4938	0.3731	0.1800	-0.7876
1.9438	0.4679	0.2232	-0.3437	0.7	2.4669	0.3760	0.1811	-0.7869
1.9184	0.4722	0.2249	-0.3429	0.8	2.4427	0.3786	0.1822	-0.7862
1.8953	0.4761	0.2264	-0.3422	0.9	2.4209	0.3810	0.1832	-0.7856
1.8744	0.4797	0.2279	-0.3415	1.0	2.4010	0.3832	0.1841	-0.7850

**Tableau 3 :** Valeurs du frottement pariétal réduit  $F''(0)$ , des épaisseurs de déplacement  $\delta^*$  et de quantité de mouvement  $\delta^{**}$ , du flux de chaleur à la paroi  $q^*$  pour deux valeurs  $v_0$  : comparaison entre injection et aspiration

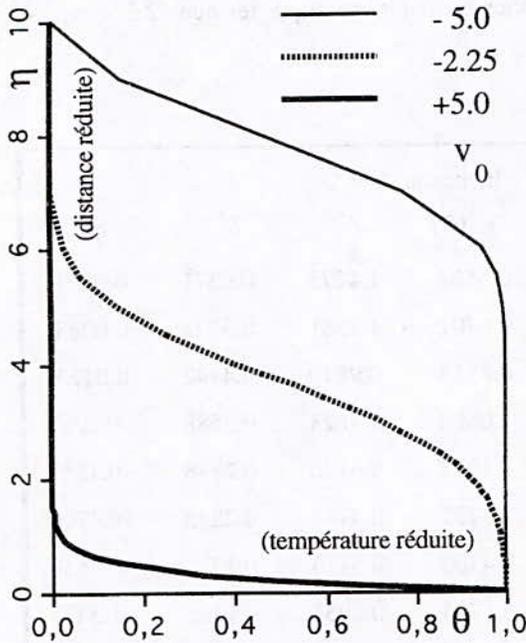


Fig. 1 : Evolution de la température pour différents coefficients de débit à la paroi  $v_0$

En complément aux valeurs du tableau 2, nous pouvons tracer des profils de température en fonction du débit de paroi  $v_0$ . On remarquera que l'épaisseur de la couche limite thermique diminue dans le cas d'une aspiration.

L'utilisation du soufflage d'un fluide réfrigérant au travers d'une paroi poreuse est préférable au refroidissement de la paroi par l'extérieur (cf [11]). Dans tous les cas d'aspiration, les profils de température présentent un point d'inflexion (on observe le même phénomène pour un profil de vitesse). Ce point est important pour une étude de transition (cf [1] - chap. XIV).

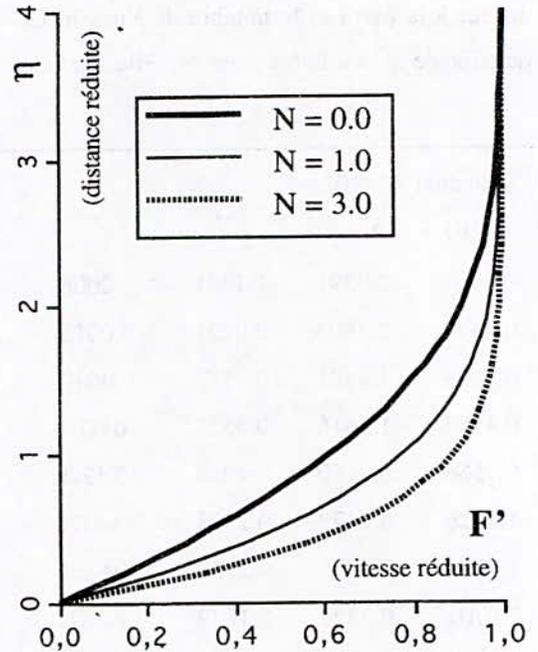


Fig. 2 : Profils de la vitesse pour différentes valeurs du paramètre d'induction  $N$

Les valeurs du tableau 3 correspondent au passage de l'écoulement sur une plaque plane  $m=0$  à l'écoulement aux abords d'un point d'arrêt  $m=1$ ). Elles montrent une diminution du frottement pariétal tandis que les épaisseurs de déplacement et de quantité de mouvement augmentent.

### 3 Influence de l'induction $N$

Certaines valeurs numériques obtenues sont classées dans le tableau 4. L'intensité de l'induction varie de  $N = 0$ . (cas classique de l'équation de Falkner-Skan) à  $N = 3$ .

$F''(0)$	$m = 0$		$Ec = +0.1$		$m = 1$			
	$\delta^*$	$\delta^{**}$	$q^*$	$N$	$F''(0)$	$\delta^*$	$\delta^{**}$	$q^*$
0,8579	0,8398	0,3579	-0,6660	0.	1,5418	0,5423	0,2497	-0,6956
1,7623	0,5109	0,2411	-0,6981	1.	1,8772	0,4683	0,2203	-0,7007
2,3166	0,4053	0,1956	-0,7026	2.	2,1566	0,4191	0,1997	-0,7026
2,7525	0,3472	0,1692	-0,7016	3.	2,4010	0,3832	0,1841	-0,7029

Tableau 4 : Influence de l'induction dans le cas de la plaque plane et pour l'étude du point d'arrêt

Toutes choses étant égales par ailleurs, une induction croissante tend à diminuer les épaisseurs de déplacement et de quantité de mouvement. En ce qui concerne le transfert thermique, on remarque la faible influence de l'induction. Un point plus important est l'augmentation du coefficient de frottement exprimé au travers de la dérivée seconde à l'origine de la fonction-solution. Ce paramètre est mis en évidence sur la figure 2 par la pente à l'origine.

Sur la figure 3, on remarque une influence de l'induction (qui passe de 0.0 à 1.0) similaire à la diminution du débit d'aspiration. Une forte aspiration nécessite, pour les calculs numériques une augmentation de la borne  $\eta$  correspondant à l'infini. Imposer une induction diminuée l'épaisseur de la couche limite dynamique. Les influences de l'induction et d'une aspiration sont opposées. L'influence de l'induction peut permettre un meilleur contrôle de la transition.

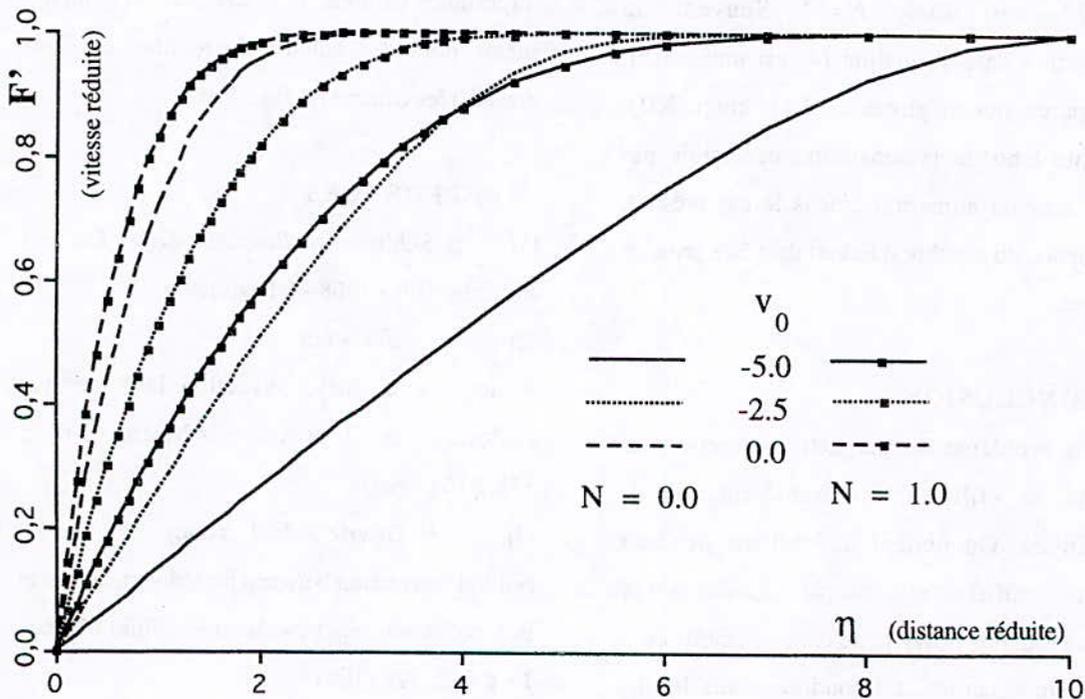


Fig. 3 : Profils de la composante réduite de la vitesse parallèle à la paroi - Influence des coefficients d'induction  $N$  (fluide conducteur ou non) et du débit d'aspiration  $v_0$

$N$	$Ec = 0.0$		$Ec = -0.1$	
	$m = 0$	$m = 1$	$m = 0$	$m = 1$
0.	-0,6971	-0,7497	-0,7283	-0,8037
1.	-0,7572	-0,7654	-0,8163	-0,8302
2.	-0,7803	-0,7765	-0,8580	-0,8505
3.	-0,7942	-0,7850	-0,8869	-0,8672

Tableau 5 : Influence du nombre d'Eckert sur le flux de chaleur à la paroi  $q^*$

#### 4 Influence du nombre d'Eckert $Ec$

Dans ce cas, on peut analyser les variations du gradient de température  $q^*$  sur la surface poreuse en ajoutant les résultats figurant dans le tableau 4 à ceux du tableau 5. Pour une variation  $\Delta(Ec) = 0.2$ , ce coefficient d'échange passe, par exemple, de -0.6660 à -0.7283 ( $m=0$  ;  $N=0$  ; variation relative de 9%). Cette variation augmente avec l'induction qui favorise les échanges de chaleur. Cette augmentation est encore plus favorable dans le cas d'un point d'arrêt (la variation de  $|q^*|$  passe de 0.7029 à 0.8672, soit 23%,  $N=3$ ). Souvent, la dissipation dans l'équation (4) est omise ([5], [6]) parce que négligeable ([1], chap. XII). Compte tenu de la sensibilité accessible par notre schéma numérique, dans le cas présent, l'influence du nombre d'Eckert doit être prise en compte.

#### CONCLUSION

Un problème de magnéto-convection est étudié en utilisant une transformation de similitude. On obtient un système de deux équations différentielles couplées. La complexité de ce problème provient de la non linéarité de la première équation, des conditions aux limites rejetées sur deux frontières et de la multiplicité des paramètres physiques. L'ensemble de ces difficultés sont levées par l'usage de la méthode de quasi-linéarisation. Cette méthode simple dans son implantation fournit des résultats fiables, d'une haute sensibilité.

Un des paramètres de l'étude présente est l'utilisation d'un fluide conducteur. Pour ce qui concerne la variation de l'épaisseur de déplacement, une induction magnétique joue le même rôle qu'un soufflage au travers de la paroi

poreuse. Il est montré que l'utilisation d'un fluide conducteur soumis à un champ inductif améliore les échanges thermiques et mieux encore lorsqu'il s'agit de refroidir un milieu par injection de fluide.

Il apparaît que les formulations du problème concernant la vitesse et la température au sein de la couche limite peuvent être différentes de celles exprimées par ailleurs. Nous montrons l'importance de la fonction de dissipation dans l'équation de l'énergie. Dans notre cas, l'apport de chaleur par friction, sans être d'une importance capitale, doit être pris en compte, même pour des valeurs du nombre d'Eckert considérées comme négligeables.

#### REFERENCES

- [1] H. Schlichting : *Boundary-Layer Theory* - McGraw-Hill - 1968 - 6th edition
- [2] J. C. Umavathi  
A note on magnetoconvection in a vertical enclosure - *Int. J. Non-Linear Mech.* - 31 - p 371, 376 (1996)
- [3] J. F. Osterle & F. J. Young  
Natural convection between heated vertical plates in a horizontal magnetic field - *J. Fluid Mech.* - 1 - p 512, 518 (1961)
- [4] A. J. Chamka  
Non-Darcy hydromagnetic free convection from a cone and a wedge in porous media - *Int. Comm. Heat Mass Transfer* - 23 - p 875, 887 (1996)
- [5] T. Watanabe & I. Pop  
Magneto-hydrodynamic free convection flow over a wedge in the presence of a transverse magnetic field - *Int. Comm. Heat Mass Transfer* - 20 - p 871, 887 (1993)

[6] P. Chandran, N. C. Sacheti & A. K. Singh

Hydrodynamic flow and heat transfer past a continuously moving porous boundary - Int. Comm. Heat Mass Transfer - 23 - p 889, 898 (1996)

[7] K. B. Pavlov : *Magnitn. Gidrodinan* - vol 1 - p 33,38 - 1979

[8] F. M. White : *Viscous Fluid Flow* - McGraw-Hill - 1974

[9] M. Bellalij & A. Desseaux  
Convergence of Quasilinearization for a viscous flow near a sliding pad - Society of Engineering Science - 33th Annual Technical Meeting - Arizona State University (Tempe - U. S. A.) - 20/23 octobre 1996

[10] J. Stoer & R. Bulirsch : *Introduction to numerical analysis*- Springer-Verlag - 1980

[11] B. Brown  
Exact solutions of the laminar boundary layer equations for a porous plate with variable fluid properties and a pressure gradient in the main stream. - Proc. 1st US Nat. Cong. Appl. Mech. - p 843,852 - 1951

variables sans dimension

$F$	fonction de courant réduite (11)
$\eta$	variable de similitude (12)
$\theta$	température (14)
$v_0$	débit sur la paroi poreuse
$\delta^*$	épaisseur de déplacement
$\delta^{**}$	épaisseur de quantité de mouvement
$Pr$	nombre de Prandtl - cf (16)
$Ec$	nombre d'Eckert - cf (16)
$q^*$	coefficient de flux thermique
$N$	coefficient d'induction
$\beta$	demi-angle au sommet d'un dièdre

caractéristiques physiques du fluide

$c_p$	chaleur spécifique	[J / kg. ° K]
$\mu$	viscosité dynamique	[kg / m. s]
$\nu$	viscosité cinématique	[m <sup>3</sup> / s]
$\rho$	masse volumique	[kg / m <sup>3</sup> ]
$k$	conductivité thermique	[J / m. s. ° K]
$\sigma$	conductivité électrique	

## NOMENCLATURE

variables dimensionnées

$u ; v$	composante de la vitesse
$x ; y$	distance longitudinale et normale à la paroi
$\Psi$	fonction de courant
$p$	pression
$T$	température
$U_e ; T_e$	vitesse et température de l'écoulement
$\phi$	à potentiel
$v_0 ; T_0$	vitesse et température à la paroi
$B$	champ magnétique

# GESTION OPTIMALE DES RESERVOIRS D'UN RESEAU HYDRAULIQUE URBAIN

## Cas du réseau de la ville de Béjaïa

D. AISSANI, B. DAHMANI  
LAMOS

Laboratoire de Modélisation et d'Optimisation des Systèmes  
Université de Béjaïa (Algérie)

### ملخص

ان الهدف من هذا البحث هو الازاح طريقة لتساعد اتخاذ القرارات التي تسمح الوفاية و التوزيع الجدرى للماء بواسطة شبكة الري المدنى . و هذا بالاستغلال الافضل لامكانيات التخزين .

### Résumé

L'objet de cet article est de proposer une approche d'aide à la décision qui permet la préservation et la distribution rationnelle de l'eau dans un réseau hydraulique urbain et ce, en exploitant au mieux les capacités de stockage des réservoirs.

Il s'agit de maximiser les volumes à stocker dans les réservoirs à la fin de chaque période, sous les contraintes physiques du réseau. Le problème a été formulé en terme de programmation linéaire. La méthode du simplexe en variables bornées a été appliquée au réseau de Fouka (Béjaïa). Les résultats obtenus montrent qu'il est possible de maximiser les réserves pour réduire les apports et garantir ainsi les distributions, en respectant toutes les contraintes fixées au départ.

### Abstract

In this paper, we present a decision making approach (for preserving and rational distribution of water) applied to an urban hydraulic network, while the storage capacity of the reservoirs is best exploited.

**Mots clés:** Réseau hydraulique urbain, gestion optimale, programmation linéaire, méthode du simplexe en variables bornées, gestion des réservoirs.

## Introduction

L'extension rapide des espaces urbains pose aux gestionnaires des problèmes de plus en plus complexes [4]. L'un des plus importants est certainement l'utilisation rationnelle des ressources hydriques. En effet, les conséquences (sociales, économiques, sanitaires,...) d'une gestion inadéquate sont incalculables, particulièrement dans un pays comme l'Algérie où persiste une situation socio-économique défavorable.

## 1 Position du problème

L'approvisionnement en eau potable de la ville de Béjaïa se fait par le biais des puits et forages des nappes superficielles de Oued Djemaâ, Oued Zitouna et Oued Agrioun [3]. La topographie de la ville fait que son réseau d'adduction est étagé. Les réservoirs situés au dessus des points d'alimentation présentent un avantage du point de vue régulation de la pression et du débit. Par contre, l'alimentation du réseau par le point le plus bas présente un inconvénient dans la continuité de son fonctionnement. Ainsi, une panne au niveau de la station centrale peut mettre la totalité du réseau hors d'état de fonctionnement.

Le système comprend trois réseaux principaux ; réseau de Fouka, réseau d'Ihaddaden et réseau de Sid Ahmed. La station centrale constitue le pivot de la répartition (voir figure). La particularité du système est la dépendance de certains réservoirs entre eux.

Ainsi, on remarque que certains sont alimentés par transvasement (cas des réservoirs 1, 4, 5, 8 et 12) alors que d'autres le sont par l'intermédiaire de stations de pompes [2].

## 2 Formulation mathématique du problème de gestion des réservoirs

Soit un réseau de stockage  $i$  ayant une capacité maximale  $S_{imax}$  destiné à régulariser la distribution en eau potable d'un quartier. Le vo-

lume d'eau apporté (apport) au réservoir  $i$  pendant une période  $j$  peut être exprimé par la relation linéaire suivante [1]:

$$r_{ij} = S_{ij} - b_{ij} \quad i = \overline{1, I}, \quad j = \overline{1, J} \quad (1)$$

où,

$r_{ij}$  est l'apport au réservoir  $i$  pendant la période  $j$ ;

$S_{ij}$  est le volume d'eau stocké à la fin de la période  $j$ ;

$b_{ij}$  est un facteur d'ajustement qui tient compte de la distribution pendant une période  $j$  et le reste de la période  $j - 1$ .

A la fin de chaque période, l'équation de continuité est donnée sous la forme suivante:

$$S_{ij} = S_{ij-1} - d_{ij} + r_{ij} \quad (2)$$

où  $d_{ij}$  est la consommation pendant la période  $j$ .

De (1) et (2) nous avons,

$$r_{ij} = b_{ij+1} - b_{ij} + d_{ij+1} \quad (3)$$

L'examen des relations (1) et (3) montre que les  $b_{ij}$  peuvent prendre des valeurs positives ou négatives. Soit  $x_{ij}$  l'écart entre la capacité maximale du réservoir  $i$  et le volume stocké à la fin de la période  $j$ .

$$x_{ij} = S_{imax} - S_{ij}$$

$$r_{ij} = S_{imax} - x_{ij} - b_{ij}$$

où

$r_{ij} = x_{ij-1} - x_{ij} + d_{ij}$  pour les réservoirs indépendants.

Il s'agit donc ici de maximiser les volumes à stocker dans les réservoirs à la fin de chaque période, de garantir les distributions et de réduire les apports des périodes futures.

Maximiser  $S_{ij}$  revient à minimiser les écarts  $x_{ij}$ . La fonction objective devient :

$$W = \min \sum_i \sum_j x_{ij}$$

Sous les contraintes suivantes :

a) **Capacité maximale du réservoir:**

$$S_{ij} \leq S_{imax}$$

b) Contraintes dues aux pompes et aux conduites:

$$r_{ij} \leq f_i$$

$$r_{ij} \leq q_{ij}$$

où,

$f_i$  - contraintes dues aux conduites;

$q_{ij}$  - contraintes dues aux pompes (elles peuvent varier de périodes en périodes).

c) Contraintes dues à la continuité de l'approvisionnement:

$$r_{ij} \leq R_{d_{ij}}$$

où  $R_{d_{ij}}$  est le volume d'eau alloué à un quartier dans le cas d'un partage.

d) Contrainte de non négativité de  $r_{ij}$

$$r_{ij} \geq 0$$

e) Pour le volume  $S_{ij}$

$$S_{imin} \leq S_{ij} \leq S_{imax}$$

où,

$S_{imin}$  est la quantité d'eau qui doit rester dans le réservoir.

$$a_j = (a_{1j}, a_{2j}, \dots, a_{mj})^t,$$

$J_c$  - complémentaire de  $J_{ap}$ .

**Critère optimal:**

$x$  est une solution optimale du problème (P) si et seulement si il existe  $J_{ap}$  telle que :

$$1) \Delta_j \geq 0, \text{ si } x_j = \beta_j$$

$$2) \Delta_j \leq 0, \text{ si } x_j = \alpha_j, j \in J_c$$

$$3) \Delta_j = 0, \text{ si } \alpha_j < x_j < \beta_j$$

**Critère  $\xi$ - optimal:**

En notant  $x^*$  la solution optimale,

$$C^t x^* - C^t x \leq \gamma(x, J_{ap})$$

$$\begin{aligned} \gamma(x, J_{ap}) = & - \sum_{\Delta_j < 0, j \in J_c} \Delta_j (\beta_j - x_j) \\ & - \sum_{\Delta_j > 0, j \in J_c} \Delta_j (\alpha_j - x_j) \geq 0 \end{aligned}$$

où  $(x, J_{ap})$  est une solution d'appui.

### 3 Résolution du problème

#### 3.1 Méthode du simplexe en variables bornées

(cf. par exemple [5])

$$\sum_{j=1}^n o_j x_j \rightarrow \max$$

$$(P) \begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i, i = 1, 2, \dots, m \\ \alpha_j \leq x_j \leq \beta_j, j = 1, 2, \dots, n \end{cases}$$

On note  $J = \{1, 2, \dots, n\}$ . L'ensemble  $J_{ap} = \{j_1, j_2, \dots, j_m\} \subseteq J$  est une base d'appui si :

$\det A(I, J_{ap}) \neq 0$ , où  $A(I, J_{ap}) = (a_{ij_i})$ ,  $i = 1, \dots, m$ ;  $j_i \in J_{ap}$

Supposons que l'on a une base d'appui  $J_{ap}$  et une matrice d'appui  $A_{ap} = A(I, J_{ap})$ .

Calculer le vecteur  $\lambda^t = C^t(J_{ap}) A_{ap}^{-1}$ , où  $\lambda^t$  est le transposé de  $\lambda$

Calculer les estimations :

$$\Delta_j = \lambda^t a_j - C_j, j \in J_c = J \setminus J_{ap}$$

**Algorithme:**

Supposons que l'on a une solution d'appui  $(x, J_{ap})$

(1) Calculer  $\gamma(x, J_{ap})$

Si  $\gamma(x, J_{ap}) \leq \xi$ , alors  $x$  est solution  $\xi$ -optimale, STOP.

Sinon, passer à (2).

(2) Trouver  $L = \{l_j, j \in J\}$  -le vecteur de direction :

$$l_j = \beta_j - x_j, \text{ si } \Delta_j < 0$$

$$l_j = \alpha_j - x_j, \text{ si } \Delta_j > 0, j \in J_c$$

$$l_j \in (\alpha_j - x_j, \beta_j - x_j) \text{ si } \Delta_j = 0$$

$$L(J_{ap}) = -A_{ap} A(L, J_c) L(J_c)$$

(3) Calculer la valeur de déplacement par la direction  $L(J)$  :

$$\theta_0 = \min\{1, \theta_{i_0}\}, \theta_{i_0} = \min_{i \in J_{ap}} \theta_i$$

$$\theta_i = \begin{cases} (\beta_i - x_i)/l_i, & \text{si } l_i > 0 \\ (\alpha_i - x_i)/l_i, & \text{si } l_i < 0, i \in J_{ap} \\ \infty, & \text{si } l_i = 0 \end{cases}$$

Calculer  $\bar{x} = x + \theta L$

Si  $\theta_0 = 1$ , alors  $\bar{x}$  est solution optimale, STOP.

Si  $(1 - \theta_0)\gamma(x, J_{ap}) \leq \xi$ , alors  $\bar{x}$  est solution  $\xi$ -optimale, STOP.

Sinon on passe à (4).

(4) Changer la base d'appui.

Calculer  $\delta(J_c) = \omega a_{i_0}^{-1} A(I, J_c)$ , où  $a_{i_0}^{-1}$  est la  $i_0$ -ème ligne de  $A_{ap}^{-1}$

$$\omega = \begin{cases} 1, & \text{si } \bar{x}_{i_0} = \beta_{i_0} \\ -1, & \text{si } \bar{x}_{i_0} = \alpha_{i_0} \end{cases}$$

$$J_c^* = \{j \in J_c / \Delta_j = 0 \text{ et } \delta_j > 0 \text{ si } \bar{x}_j < \beta_j \text{ ou } \delta_j < 0 \text{ si } \bar{x}_j > \alpha_j\}$$

Si  $J_c^* \neq \emptyset$ , prendre  $j_0 \in J_c^* : \bar{J}_{ap} = J_{ap} \setminus i_0 \cup j_0$

Retourner à (1) avec solution d'appui nouvelle

$\{\bar{x}, \bar{J}_{ap}\}$

si  $J_c^* = \emptyset$ , calculer

$$\omega_{j_0} = \min_{j \in J_c \setminus J_c^*} \omega_j \text{ où}$$

$$\omega_j = \begin{cases} -\Delta_j / \delta_j, & \text{si } \Delta_j < 0 \\ \infty, & \text{si } \Delta_j \geq 0 \end{cases}$$

Poser  $\bar{J}_{ap} = J_{ap} \setminus i_0 \cup j_0$ . Retourner à (1) avec  $\{\bar{x}, \bar{J}_{ap}\}$

### 3.2 Application au réseau de Fouka

#### 3.2.1 Position du problème:

$$\text{minimiser } W = \sum_i \sum_j x_{ij}$$

Sous les contraintes suivantes :

$$x_{ij-1} - x_{ij} \geq -d_{ij} \text{ pour tous les réservoirs indépendants } i = \overline{1,5}, j = \overline{1,7}$$

$$x_{1j-1} - x_{1j} + x_{2j-1} - x_{2j} \geq -(d_{1j} + d_{2j})$$

$$\sum_{i=1}^6 (x_{ij-1} - x_{ij}) \geq -\sum_{i=1}^7 d_{ij}$$

$$\sum_{i=1}^7 (x_{ij-1} - x_{ij}) \geq -\sum_{i=1}^7 d_{ij} \text{ avec } d_{6j} = 0$$

$$\sum_{i=1}^7 (x_{1j-1} - x_{ij}) \leq R_{d_{7j}} - \sum_{i=1}^7 d_{ij},$$

$$0 \leq x_{ij} \leq S_{imax} \text{ pour } i = \overline{1,7}; j = \overline{1,7}$$

$$\text{où } x_{10} = 1500, x_{20} = 2500, x_{30} = 2024, x_{40} = 3165,56$$

$$x_{50} = 100, x_{60} = 2000, x_{70} = 2598,08(m^3).$$

Nous obtenons ainsi un système à 56 équations et 49 inconnues.

#### 3.2.2 Présentation du programme de calcul

La méthode du simplexe en variables bornées ainsi définie au paragraphe 3.1, où les coefficients  $a_{ij}$  prendront les valeurs 1 ou 0 et les  $o_j$  de la fonction objective sont tous égaux à -1 (puisque'il s'agit de minimiser la fonction).

$$\alpha_i = 0 \text{ et } \beta_i = S_{imax} \text{ pour } i = \overline{1,7}.$$

$R_{d_{7j}} = 12000m^3$  environ pour tous les jours de la semaine considérée.

L'approche proposée a été appliquée au réseau de Fouka à l'aide d'un programme en Basic. L'introduction des données se fait par des DATA, en commençant par donner le nombre de variables ( $n = 49$ ), le nombre de contraintes ( $m = 56$ ) les coefficients  $a_{ij}(1,0)$ , le signe de la contrainte pour chaque ligne (-1 si c'est négatif, +1 si c'est positif), les coefficients  $o_{ij}$  de la fonction objective avec les bornes inférieures et supérieures de chaque variable  $x_{ij}$ .

### 4 Présentation des résultats.

Les résultats obtenues sont les écarts  $x_{ij}$ . Nous avons calculé les volumes stockés à la fin de chaque période par  $S_{ij} - S_{imax} - x_{ij}$  et les apports  $r_{ij}$

Les facteurs d'ajustement sont calculés à partir de la relation suivante  $b_{ij} = S_{ij-1} - d_{ij}$ .

Nous avons présenté les variations de volumes et les valeurs de l'apport  $r_{ij}$  sous forme de courbes. Les facteurs d'ajustements sont don-

nés sous forme de tableau pour chaque réservoir en fonction du temps  $T$ .

On peut interpréter les résultats comme suit:  
a) La variation des volumes dans un réservoir est à la fois fonction des volumes stockés à la fin et au début de la période et les volumes entrants et sortants pendant la même période.

On remarque dans les courbes que pour chaque réservoir on a l'équilibre des masses (c'est à dire les équations de continuité sont toutes vérifiées). Pour ces courbes, le 3<sup>ème</sup> jour est le jour où tous les réservoirs sont à leurs capacités maximales (ceci signifie que le stockage débute en début de semaine).

A part la courbe des apports du réservoir 7 qui présente une augmentation au début de la semaine puis décroît pour atteindre zéro au sixième jour, celle des autres présentent des variations arbitraires.

b) Comme il a été déjà défini, les facteurs d'ajustement  $b_{ij}$  sont calculés pour examiner la possibilité d'alimenter un quartier en utilisant la réserve du jour précédent. Ainsi:

- Si  $b_{ij} > 0$ , alors la réserve est suffisante et la valeur de  $b_{ij}$  donne l'excès en volume après distribution.

- Si  $b_{ij} < 0$ , le stock de la fin de la période  $j - 1$  n'est pas suffisant pour distribution de la période  $j$  et la valeur de  $b_{ij}$  donne le déficit.

- Si  $b_{ij} = 0$ , la réserve est égale à la distribution.

## 5 Commentaires et conclusion

Les réseaux hydrauliques urbains sont en général des systèmes larges et complexes. Leurs modélisations nécessitent l'utilisation de modèles de grandes tailles (en raison notamment du nombre de paramètres importants qui y interviennent).

De plus, les consommations dépendent à leur tour d'autres paramètres tels que les phénomènes naturels et le comportement socio-politique des consommateurs.

Dans ce travail, nous avons montré qu'il était possible d'utiliser des méthodes mathématiques (ici, la méthode du simplexe à variables bornées) pour résoudre le problème de la gestion optimale

des réservoirs d'un réseau hydraulique. Les résultats obtenus sur le réseau de Fouka montrent qu'il est possible de minimiser les réserves pour réduire les apports et garantir ainsi la distribution en respectant toutes les contraintes fixées au départ.

Les garanties des distributions sont données par les facteurs d'ajustement ( $b_{ij}$ ) qui sont presque tous positifs et la décroissance des apports, de jour en jour au niveau de la source (réservoir 7), montre la réduction des apports.

## Références

- [1] Aissani (D.). - *Cours d'Hydraulique Numérique*. - Institut d'Hydraulique, Béjaïa, 1991.
- [2] Aissani (D.), Dahmani (B.) et Tri (Bui Min). - Gestion optimale des réservoirs du réseau hydraulique de la ville de Béjaïa. In: *Procédings du quatrième colloque Maghrébin sur les modèles numériques de l'ingénieur*. pp. 01-06. - U.S.T.H.B, Alger, 1993.
- [3] Dahmani (B.). - Gestion optimale des réservoirs d'un réseau hydraulique urbain. - Thèse, Institut d'Hydraulique, Béjaïa, 1992.
- [4] Dupont (A.). - *Hydraulique urbaine*. - Eyrolles Ed., 1979.
- [5] Sakarovitch (M.). - *Optimisation combinatoire*. - Harman Ed., 1984.

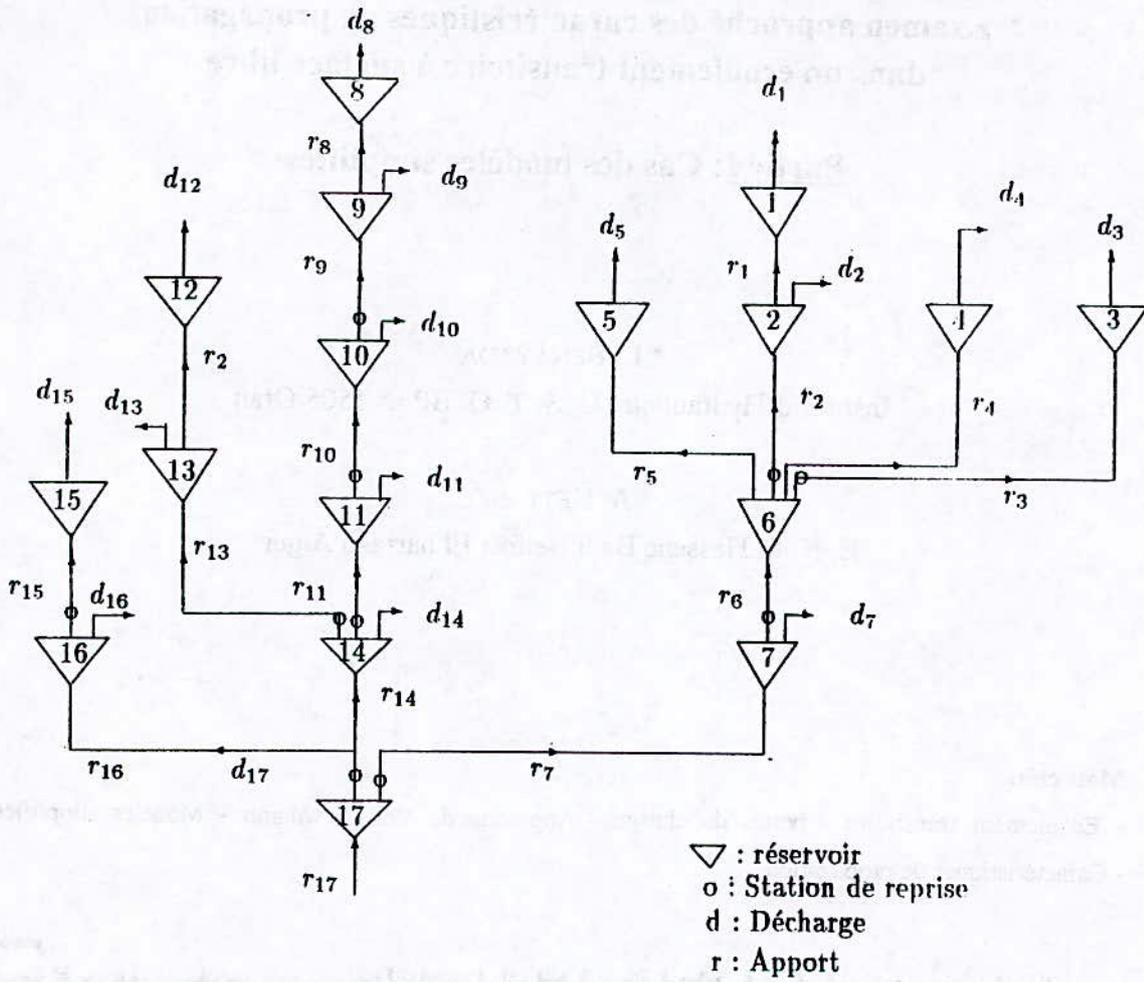


Schéma du réseau des réservoirs hydrauliques de la ville de Béjaia.

## Examen approché des caractéristiques de propagation dans un écoulement transitoire à surface libre

### Partie I: Cas des modèles simplifiés

\* L. BENAYADA

Institut d'Hydraulique U. S. T. O. BP n° 1505 Oran

A. KETTAB

E. N. P. Hassene Badi Belfort El harrach Alger

#### Mots clés:

- Ecoulement transitoire - pertes de charge - Approche de Von Newmann - Modèles simplifiés
- Caractéristiques de propagation

ملخص:  
حسب تقريب فان نيومان يتم فحص مواصفات الانتشار للنماذج المبسطة المتصلة بالجريان الحر الذي يمتد بنظام دائم.  
ان العلاقات المتحصل عليها تبرهن على تأثير الضياع في العمولة على خصائص الانتشار.  
و في الحالة الخاصة للجريان المثالي تنتشر الموجة دون تشوه و بسرعة مرتبطة فقط بعدد فرود الابتدائي.

#### Abstract:

Using Von Newmann approach, examination of propagation characteristics related to the simplified models of transient flow with free surface where the initial flow is steady is presented. It shows the influence of the friction on the propagation characteristics. In the particular case of ideal flow, the wave propagate without not deformation, where the celerity is only function of Froude number.

#### Résumé:

Selon L'approche de Von Newmann, l'examen des caractéristiques de propagation des modèles simplifiés de l'écoulement transitoire à surface libre initialement en régime permanent est présenté. Ainsi, il ressort à travers les expressions analytiques l'influence des pertes de charge sur la célérité et le décrétement logarithmique. Dans le cas particulier de l'écoulement idéal, l'onde se propage sans déformation, avec une célérité dépendant seulement du nombre de Froude initial.

## I. Introduction

L'écoulement transitoire à surface libre est régi par un système d'équations de type non linéaire dont la solution analytique n'existe pas. Par conséquent, différentes méthodes numériques se sont développées dont la finalité est de résoudre ce système avec plus ou moins de succès [1, 4, 6, 9]. L'expérience montre que ces méthodes numériques déforment la réalité mathématique de manière fallacieuse, par l'introduction de la diffusion numérique [2, 3, 4, 8].

Afin de disposer d'une solution de référence, plusieurs auteurs se sont intéressés à l'étude analytique de la propagation des ondes de crues. Liggett et Cunge [6] ont étudié le cas lié à l'absence de perte de charge. Ponce et Simons [7] ont examiné l'influence des pertes de charge, à partir de la relation de Chézy, dans le cas où l'écoulement porteur est uniforme.

Conformément à la réalité physique, nous nous sommes engagés, d'une part, à examiner les effets d'une expression globale des pertes de charge. Cette expression permet l'étude concomitante de l'influence respective des relations de Chézy et de Strickler. Cette dernière est plus répondue dans l'étude des écoulements à surface libre. D'autre part, la prise en compte de l'influence de l'écoulement porteur permanent sur les caractéristiques de propagation est analysée.

## II. Equations de base

Les équations régissant l'écoulement transitoire à surface libre, élaborées pour la première fois

par Saint Venant [5], peuvent être formulées comme suit:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + V \frac{\partial S}{\partial x} + S \frac{\partial V}{\partial t} = 0 \quad (1.II)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + g \frac{\partial H}{\partial x} = g(I - J) \quad (2.II)$$

où, x, abscisse le long de l'écoulement; t, temps; H, hauteur moyenne de l'eau; S, section mouillée; V, vitesse moyenne de l'eau; I, pente du fond; J, pente de la ligne d'énergie; g, accélération de la pesanteur.

Pour les pertes de charge, nous avons regroupé les expressions de Strickler et de Chézy caractérisant les pertes en écoulement permanent sous la forme habituelle suivante [2, 12]:

$$J = \frac{V^2}{K^2 H^{2m}} \quad (3.II)$$

avec,

- K coefficient dépendant de la nature des parois et du fond;

- m = 2/3 pour Strickler et m = 1/2 pour Chézy.

Afin d'alléger les développements mathématiques, sans pour autant réduire le champ d'application de notre étude, nous considérons le cas d'un écoulement dans un canal de section rectangulaire où l'écoulement porteur est en régime permanent caractérisé par la vitesse  $V_0$  et la hauteur  $H_0$ . A l'amont, l'écoulement sera soumis à une excitation échelon tel que  $V(0, t) = V_0 + v_0$  ( $v_0$  représente excitation constante). A l'aval, la hauteur sera maintenue constante ce qui peut représenter un débouché dans un réservoir.

La linéarisation du système de Saint Venant aux alentours du régime porteur permanent conduit en variable adimensionnel au système suivant:

$$\frac{\partial u}{\partial X} + \frac{\partial y}{\partial T} + F_0 \frac{\partial y}{\partial X} = 0 \quad (4.II)$$

$$l \frac{\partial u}{\partial T} + a F_0 \frac{\partial u}{\partial X} + p \frac{\partial y}{\partial X} = 2 k E \left( m y - \frac{l}{F_0} u \right) \quad (5.II)$$

où,  $u = v/v^*$ ;  $v = V - V_0$ , écart de vitesse;  $y = h/h^*$ ;  $h = H - H_0$ , écart de hauteur;  $X = x/x^*$ ;  $T = t/t^*$ ;  $v^* = v_0$ ;  $h^* = v_0/\sqrt{g H_0}$ ;  $x^* = H_0/l$ ;  $t^* = H_0/l \sqrt{g H_0}$ ;  $E = J_0/l$ ;  $F_0 = V_0/\sqrt{g H_0}$ , nombre de Froude.

La pondération de l'équation de conservation de la quantité de mouvement par les coefficients  $l$ ,  $a$ ,  $p$ ,  $k$  dont la valeur numérique est 0 ou 1 permet l'étude des différents modèles obtenus à partir de la dégénérescence des équations de Saint Venant [2, 7].

Suivant le cheminement de Von Neumann, la solution peut être recherchée sous la forme de série de Fourier comme suit:

$$u = u^* e^{i(\sigma X - \beta T)} \quad (6.II)$$

$$y = y^* e^{i(\sigma X - \beta T)} \quad (7.II)$$

où,  $u^*$  et  $y^*$  amplitudes respectives de vitesse et de hauteur;  $\beta = \beta_r - i \beta_i$ , facteur de propagation de valeur complexe;  $\beta_r = (2 \pi / T_p) t^*$ ;  $T_p$ , période;  $\beta_i$ , amplitude de propagation;  $\sigma = (2 \pi / L_0) x^*$ , nombre d'onde adimensionnel;  $L_0$ , longueur d'onde;  $i = \sqrt{-1}$ .

Par conséquent, la célérité adimensionnelle sera donnée par la relation suivante:

$$c = \frac{L_0 / T_p}{V_0} = \frac{l \beta_r}{F_0 \sigma} \quad (8.II)$$

Comme l'onde se propage avec une atténuation selon une loi exponentielle, la variation de son amplitude sera caractérisée par un facteur noté  $\delta$  dont l'expression peut être réduite à ce qui suit [2, 7]:

$$\delta = 2 \pi \frac{\beta_i}{|\beta_r|} \quad (9.II)$$

Finalement, l'étude des caractéristiques de propagation à savoir la célérité  $c$  et le décrement logarithmique  $\delta$ , se réduit à l'évaluation du facteur de propagation  $\beta$ . Ce dernier dépend des caractéristiques physiques que sont les nombres  $F_0$ ,  $E$  et  $\sigma$  ( $2 \pi H_0 / L_0 I$ ).

Pour cela, faisons une substitution des relations (6.II) et (7.II) dans le système (4.II) et (5.II):

$$\sigma u^* + (F_0 \sigma - \beta) y^* = 0 \quad (10.II)$$

$$2 k E / F_0 + i (a F_0 \sigma - l \beta) u^* + (i p \sigma - 2 k m E) y^* = 0 \quad (11.II)$$

La solution non triviale correspond à l'annulation du déterminant, c'est-à-dire:

$$i l \beta^2 - i \sigma^2 (p - a F_0^2) + 2 k (1 + m) E \sigma - (2 k E / F_0) \beta - i \sigma \beta (a + 1) F_0 = 0 \quad (12.II)$$

Sous cette forme générale, la relation (12.II) est assez difficile à analyser. Par conséquent, dans la suite nous examinerons selon les valeurs des paramètres  $l$ ,  $a$ ,  $p$  et  $k$  (0 ou 1) le comportement des différents modèles utilisés pour l'étude de la propagation des ondes de crue.

### III. Etude critique des modèles de propagation d'onde de crue

#### III. 1. Cas d'un écoulement très graduellement varié dans le temps

Dans le cas d'un écoulement très graduellement varié dans le temps  $l=0$  et  $a=p=k=1$ ,

l'expression (12.II) conduit alors à:

$$\beta_r = - \frac{\sigma F_0 [4 E^2 (1+m) - \sigma^2 F_0^2 (1-F_0^2)]}{4 E^2 + \sigma^2 F_0^4} \quad (1.III)$$

$$\beta_1 = - \frac{2 E \sigma^2 (1+m F_0^2) F_0}{4 E^2 + \sigma^2 F_0^4} \quad (2.III)$$

A partir des relations (8.II), (9.II), (1.III) et (2.III), nous pouvons aboutir aux expressions respectives suivantes de la célérité et du décrétement logarithmique:

$$c = 1 + \frac{4 m E^2 - \sigma^2 F_0^2}{4 E^2 + \sigma^2 F_0^4} \quad (3.III)$$

$$\delta = -4 \pi \frac{E (1+m F_0^2) \sigma}{4 E^2 (1+m) - \sigma^2 F_0^2 (1-F_0^2)} \quad (4.III)$$

Il existe une seule onde liée à l'écoulement très graduellement varié dans le temps, dont les caractéristiques sont fonctions des nombres  $F_0$ ,  $E$  et  $\sigma$ . Comme la dérivée  $\partial c / \partial E$  est toujours positive, l'augmentation des pertes de charge traduite par une augmentation de  $E$  entraîne un accroissement de la célérité.

#### III. 2. Cas d'un écoulement idéal

Dans le cas où les termes de frottement et de pente du fond sont négligeables devant les termes d'inertie, le modèle est dit à inertie prépondérante, l'écoulement est idéal et  $l=a=p=1$  et  $k=0$ . Par conséquent, l'équation caractéristique conduit aux deux valeurs suivantes de  $\beta$ :

$$\beta_1 = \sigma (F_0 + 1) \quad (5.III)$$

$$\beta_2 = \sigma (F_0 - 1) \quad (6.III)$$

Comme  $\beta_1$  et  $\beta_2$  sont réels, nous obtenons:

$$c_1 = 1 + 1/F_0 \quad (7.III)$$

$$c_2 = 1 - 1/F_0 \quad (8.III)$$

$$\delta_1 = \delta_2 = 0 \quad (9.III)$$

Les ondes liées à l'écoulement idéal se propagent le long de deux caractéristiques différentes. En écoulement fluvial, la première onde se propage de l'amont vers l'aval avec une célérité  $c = V_0 + \sqrt{g H_0}$  et la seconde onde se propage de l'aval vers l'amont avec une célérité de  $c' = V_0 - \sqrt{g H_0}$ . En écoulement critique,  $c = 2 V_0$  et  $c' = 0$ . En écoulement torrentiel, les deux ondes se propagent de l'amont vers l'aval avec,  $c = V_0 + \sqrt{g H_0}$  et  $c' = V_0 - \sqrt{g H_0}$ . Dans ce cas seul le nombre de Froude intervient sur les caractéristiques de propagation.

#### III. 3. Cas du modèle de l'onde cinématique

Le modèle de l'onde cinématique correspond au cas où l'on néglige les forces d'inertie et ceux liées à la pression, ainsi  $l=a=p=0$  et  $k=1$ , par conséquent il vient:

$$\beta = \sigma F_0 (1+m) \quad (10.III)$$

Ceci mène aux expressions suivantes de la célérité et du décrétement logarithmique:

$$c = 1 + m \quad (11.III)$$

$$\delta = 0 \quad (12.III)$$

Si l'on considère, respectivement, les expressions de perte de charge de Strickler et de Chézy, la célérité passe de la valeur  $5/3$  à la valeur  $3/2$ . Le décrétement logarithmique reste toujours nul. Ce résultat classique prouve que l'onde, unique, se propage de l'amont vers l'aval sans déformation et avec une célérité constante.

Les caractéristiques physiques  $F_0$ ,  $E$  et  $\sigma$  n'interviennent pas sur les caractéristiques de propagation.

#### III. 4. Cas du modèle de l'onde diffusante

Dans le modèle de l'onde diffusante seules les forces d'inertie sont négligées, c'est-à-dire  $l = a = 0$  et  $p = k = 1$  d'où l'on déduit:

$$\beta = \sigma F_0 (1+m) - i \frac{F_0}{2E} \sigma^2 \quad (13.III)$$

ce qui permet de déduire les deux relations ci-dessous:

$$c = 1 + m \quad (14.III)$$

$$\delta = -\pi \frac{\sigma}{1+m} \quad (15.III)$$

Dans le modèle de l'onde diffusante, la célérité de propagation est constante, elle est la même que celle relative au modèle de l'onde cinématique. En revanche, cette onde qui se propage de l'amont vers l'aval, est accompagnée d'une atténuation qui croît avec la valeur de  $\sigma$ .

#### IV. Conclusion

Selon L'approche de Von Neumann, l'examen des caractéristiques de propagation des modèles simplifiés de l'écoulement transitoire à surface libre initialement en régime permanent est présenté.

L'analyse des différents modèles élaborés par dégénérescence des équations linéarisées de Saint Venant conduit à des constatations diverses.

Pour l'écoulement très graduellement varié dans le temps, l'augmentation des pertes de charge entraîne un accroissement de la célérité.

Dans le cas d'un écoulement idéal et selon la nature de l'écoulement, fluvial ou torrentiel, les deux ondes existantes se propagent sans déformations à des vitesses de  $c = V_0 + \sqrt{gH_0}$  et  $c' = V_0 - \sqrt{gH_0}$ . Seul le nombre de Froude de l'écoulement porteur influe sur les caractéristiques de propagation  $c$  et  $\delta$ .

Dans le cas du modèle de l'onde cinématique, l'onde unique se propage sans déformation. L'écoulement porteur n'a aucune influence sur les valeurs de  $c$  et  $\delta$ . En revanche, le choix de l'expression de perte de charge est directement lié à la valeur de  $c$ . Enfin, dans le cas du modèle de l'onde diffusante, nous sommes en présence d'une seule onde qui se propage avec déformation dont les caractéristiques sont étroitement liées à la valeur de  $m$ .

#### V. Références bibliographiques

- [1] M. Amein, H. L. Chu, " Implicit modeling of unsteady flows ", Journal of Hydraulics Division, ASCE, Vol. 101, No. 6, June, 1975, pp. 717-732.
- [2] L. Benayada, " Construction d'une solution analytique et critique d'algorithmes numériques afférent aux équations de Saint Venant en vue d'application aux écoulements transitoires sur fond mobile ", Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, France, Janvier, 1994.
- [3] L. Benayada, " Critique des modèles numériques d'écoulement transitoire à surface libre par une méthode dite analogique ", Premier Séminaire National sur l'Hydraulique, Biskra, Algérie, Décembre, 1994, pp. 180-191.

- [4] J. A. Cunge , " On the subject of a flood propagation computation method (Muskingum method) ", Journal of Hydraulic Research, ASCE, Vol. 7, No. 2, 1969, pp. 205-230.
- [5] B. De Saint Venant, " Théorie du mouvement non permanent des eaux avec application aux crues des rivières et à l'introduction des marées dans leur lit ", Comptes rendus hebdomadaire des séances de l'académie des sciences, Paris, Vol. 73, 1877, pp. 148-154.
- [6] J. A. Liggett, J. A. Cunge " Numerical methods of solution of the unsteady flow equations ", chapitre 4 de Unsteady flow in open channels, Edité par K. Mahmood et V. Yevjevich, Water resources publications, Fort collins, Colorado, USA, Volume I, 1975, pp. 89-182.
- [7] V. M. Ponce and D. B. Simons, " Shallow wave propagation in open channel flow ", Journal of Hydraulics Division, ASCE, Vol. 103, No. 12, December, 1977, pp. 1464-1467.
- [8] V. M. Ponce, Y. H. and D. B. Simons, " Unconditional stability in convection computations ", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 105, No. 9, September, 1979, pp. 1079-1086.
- [9] R. K. Price " Comparison of four numerical methods for flood routing ", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 100, No. 7, July, 1974, pp. 879-899.
- [10] T. Strelkoff " One dimensional equations of open channel flow ", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 95, No. 3, Mai, 1969, pp. 861-876.
- [11] C. Thirriot and L. Benayada " Essai critique sur la diffusion numérique dans un algorithme d'écoulement transitoire à surface libre, " La Houille Blanche, No. 8, 1993, pp. 527-537.
- [12] C. Thirriot " De l'intumescence à l'onde de crue: étude de l'influence de la perte de charge par l'examen des modes propres, " C. R. Acad. Sci., T. 317, Série II, Paris, 1993, pp. 317-343.

## Examen approché des caractéristiques de propagation dans un écoulement transitoire à surface libre

### Partie II: Cas du modèle complet

\* L. BENAYADA

Institut d'Hydraulique U. S. T. O. BP n° 1505 Oran

A. KETTAB

E. N. P. Hassene Badi Belfort El harrach Alger

#### Mots clés:

- Ecoulement transitoire - pertes de charge - Approche de Von Neumann - Modèle complet
- Caractéristiques de propagation

ملخص:  
تغطي الدراسة التحليلية الدقيقة لمواصفات الانتشار للمودج الكامل لسان فيضان في حالة الجريان الذي يبتدئ بنظام دائم. هذه الدراسة تبين انتشار موجتين مع تشوه له علاقة بالجريان القاهدي. مع ازدياد عدد الموجة فإن تصرف المودج المشابه للموجة الحركية حيث السرعة ثابتة يصبح مشابها لتصرف المودج المثالي للجريان أين سرعة الموجة ترتبط فقط بعدد فروه الابتدائي.

#### Abstract:

The propagation characteristics related to Saint Venant equations which takes into account friction slope is analysed in detail in this paper. This study concerns the case of initial steady flow. It shows propagation of two waves with deformation in relation to the initial flow. When wave number increase, a similar behaviour to wave kinematic where the celerity is constant, become analogous to ideal flow where celerity is only function to Froude number.

#### Résumé:

L'examen analytique des caractéristiques de propagation du modèle complet de Saint venant est présenté dans le cas d'un écoulement initial permanent. Ce travail fait ressortir la propagation de deux ondes avec déformations en relation avec l'écoulement porteur. Lorsque la valeur du nombre d'onde augmente, un comportement du modèle complet similaire à celui du modèle de l'onde cinématique, où la célérité est constante, devient analogue à celui d'un écoulement idéal où la célérité dépend uniquement du nombre de Froude.

**I. Introduction**

Comme la théorie générale de l'examen des caractéristiques de propagation d'un écoulement transitoire à surface libre à déjà fait l'objectif de développements intenses dans la première partie, le but de ce travail est l'analyse particulière des caractéristiques de propagation du modèle complet de Saint Venant.

**II. Examen du modèle complet**

Dans le cas où toutes les forces en présence sont du même ordre de grandeur, il est impératif de prendre en considération l'ensemble de ces dernières afin de bien représenter le phénomène physique. A cet effet,  $l = a = p = k = 1$  et nous obtenons alors:

$$\beta_{1,2} = \sigma F_0 (1 - i E \zeta) \pm \sigma F_0 \left[ (1/F_0^2 - E^2 \zeta^2) + 2 i m E \zeta \right]^{1/2} \quad (1.II)$$

avec,

$$\zeta = 1/\sigma F_0^2$$

Tout bien considéré, les expressions finales de  $\beta_1$  et  $\beta_2$  se réduisent à ce qui suit:

$$\beta_1 = \sigma F_0 (1 + G_1) - i \sigma F_0 (E \zeta - G_2) \quad (2.II)$$

$$\beta_2 = \sigma F_0 (1 - G_1) - i \sigma F_0 (E \zeta + G_2) \quad (3.II)$$

où,

$$G_1 = [(C+A)/2]^{1/2}; \quad G_2 = [(C-A)/2]^{1/2};$$

$$C = (A^2 + B^2)^{1/2}; \quad A = 1/F_0^2 - E^2 \zeta^2;$$

$$B = 2 m E \zeta.$$

Finalement il vient:

$$c_1 = 1 + G_1 \quad (4.II)$$

$$c_2 = 1 - G_1 \quad (5.II)$$

$$\delta_1 = -2 \pi \frac{E \zeta - G_2}{|1 + G_1|} \quad (6.II)$$

$$\delta_2 = -2 \pi \frac{E \zeta + G_2}{|1 - G_1|} \quad (7.II)$$

Pour le modèle complet, il y a deux ondes qui se propagent dont les caractéristiques dépendent de tous les paramètres physiques. Dans le cas d'un écoulement fluvial, la première onde se propage de l'amont vers l'aval, la seconde onde se propage de l'aval vers l'amont. Lorsque l'écoulement est torrentiel, ces deux ondes se propagent dans la même direction amont aval.

**III. Tableau synthétique**

Dans le tableau (III.1), nous avons procédé à une comparaison synthétique des caractéristiques de propagation du modèle complet et ceux relatifs aux modèles simplifiés par l'introduction du nouveau paramètre suivant:

$$c_r = c - 1 \quad (1.III)$$

		Célérité $c_r$	décroissement $\delta$
Ecoulement très graduellement varié dans le temps		$\frac{4mE^2 - \sigma^2 F_0^2}{4E^2 + \sigma^2 F_0^4}$	$\frac{-4\pi E(1 + mF_0^2)\sigma}{4E^2 M - \sigma^2 F_0^2 N}$ $M = 1 + m$ $N = 1 - F_0^2$
Onde cinématique		m	0
Onde diffusante		m	$-\pi \frac{\sigma}{1 + m}$
Ecoulement idéal	1 <sup>er</sup> Onde	$+1/F_0$	0
	2 <sup>ème</sup> Onde	$-1/F_0$	0
équation de Saint Venant	1 <sup>er</sup> Onde	$+G_1$	$-2\pi \frac{E \zeta - G_2}{ 1 + G_1 }$
	2 <sup>ème</sup> Onde	$-G_1$	$-2\pi \frac{E \zeta + G_2}{ 1 - G_1 }$

Tab. III.1 Comparaison des caractéristiques de propagation des différents modèles.

Par ailleurs, nous avons regroupé dans les tableaux (III.2) et (III.3) les différents comportements asymptotiques, du modèle complet, en fonction de la longueur d'onde ( $\sigma$ ) et du nombre de Froude ( $F_0$ ).

$\sigma$	Première Onde		Seconde Onde	
	$c_{1r}$	$\delta_1$	$c_{2r}$	$\delta_2$
0	m	0	-m	$-\infty$
↓	+G <sub>1</sub>	$-2\pi \frac{E \zeta - G_2}{ 1+G_1 }$	-G <sub>1</sub>	$-2\pi \frac{E \zeta + G_2}{ 1-G_1 }$
+∞	+1/F <sub>0</sub>	0	-1/F <sub>0</sub>	0

Tab. III.2 Evolution des caractéristiques de propagation du modèle complet en fonction de  $\sigma$ .

Il est important de constater que, lorsque le nombre d'onde  $\sigma$  évolue de  $0 \rightarrow \infty$ , la célérité relative  $c_{1r}$  du modèle complet évolue de m vers la valeur  $1/F_0$ . D'autre part, le décrement logarithmique de la première onde  $\delta_1$  démarre à zéro pour revenir à cette même valeur. Ces deux valeurs limites coïncident avec celles données par les modèles de l'onde cinématique et de l'onde liée à l'écoulement idéal respectivement. En conséquence, du point de vue caractéristiques de propagation, le modèle complet représente la transition du modèle cinématique, où la célérité est constante, vers le modèle idéal où la célérité dépend uniquement du nombre de Froude.

$\sigma$	Première Onde		Seconde Onde	
	$c_1$	$\delta_1$	$c_2$	$\delta_2$
$F_0 < 1$	+	-	±	-
$F_0 = 1$	+	-	+	-
$F_0 = 1/m$	+G <sub>1</sub>	1+m	0	1-m
$F_0 > 1/m$	+	+	+	+

Tab. III.3 Evolution des caractéristiques de propagation du modèle complet en fonction de  $F_0$ .

#### I.V. Examen approfondi

Pour mettre en évidence l'importance respective des différents caractéristiques physiques. Nous proposons quelques exemples d'illustrations qui permettront, sans l'ombre d'un doute d'examiner l'influence du caractère permanent de l'écoulement porteur initial ainsi que le choix de l'expression de perte de charge.

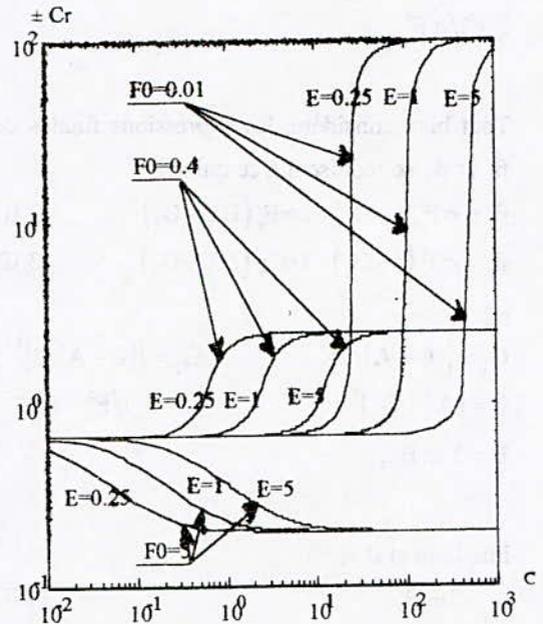


Fig. I.V.1 Evolution de la célérité en fonction de la longueur d'onde pour différents écoulements permanents.

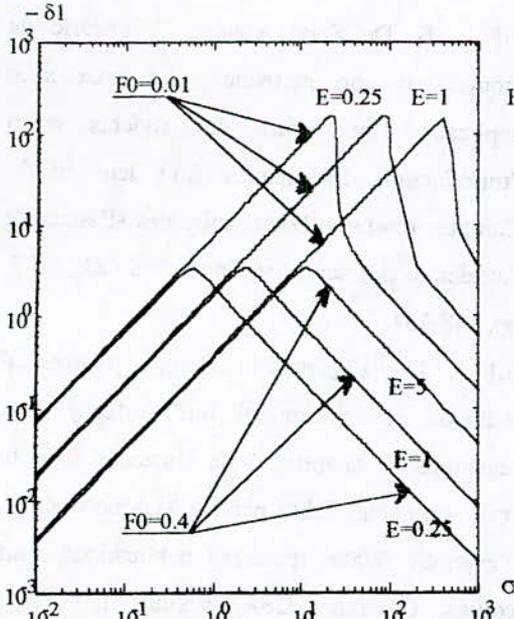


Fig. IV.2. Evolution de  $-\delta_1$  en fonction de la longueur d'onde pour différents écoulements permanents.

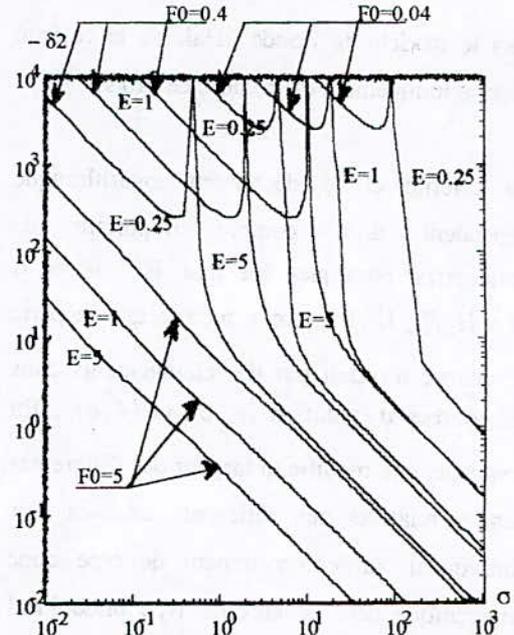


Fig. IV.4. Evolution de  $-\delta_2$  en fonction de la longueur d'onde pour différents écoulements permanents.

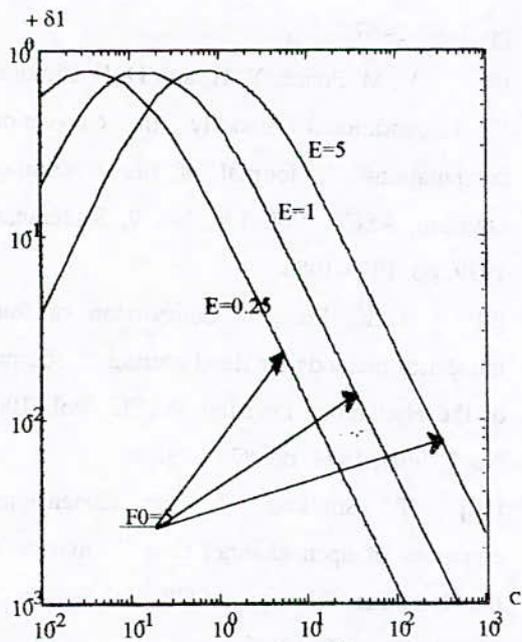


Fig. IV.3. Evolution de  $+\delta_1$  en fonction de la longueur d'onde pour différents écoulements permanents.

A partir des figures (IV.1) à (IV.4), nous pouvons déduire que la variation de  $E$  n'induit pas de changement d'allure dans les plan  $(c, \sigma)$  et  $(\delta, \sigma)$  et. En revanche, elle agit sur la longueur des différentes longueurs de bandes définies où le comportement reste similaire. Ce fait est important, en effet, lorsque la valeur de  $E$  augmente, un comportement initialement similaire à celui de l'onde cinématique devient similaire à celui de l'onde idéale.

**V. Conclusion**

Sur la base d'une décomposition de Fourier, l'examen analytique des caractéristiques de propagation du modèle de Saint Venant est présenté. Cette étude montre la propagation de deux ondes avec déformations. Les caractéristiques de propagation du modèle complet représentent la transition du modèle de l'onde cinématique, où la célérité est constante,

vers le modèle de l'onde idéal, où la célérité dépend uniquement du nombre de Froude.

La célérité et le décrement logarithmique dépendent d'un nombre important de paramètres physiques tel que  $F_0$ ,  $E$  et  $\sigma$  ( $2\pi H_0/L_0 I$ ). L'examen montre que la perte de charge n'induit par des changements dans les courbes d'évolution  $(c_r, \sigma)$  et  $(\delta, \sigma)$ . En revanche, elle modifie la largeur des différentes bandes relatives aux différents modèles. Par conséquent, un comportement de type onde cinématique peut devenir de type onde idéal suite à l'augmentation de  $E$ .

#### V. Références bibliographiques

- [1] M. Amein, H. L. Chu, " Implicit modeling of unsteady flows ", Journal of Hydraulics Division, ASCE, Vol. 101, No. 6, June, 1975, pp. 717-732.
- [2] L. Benayada, " Construction d'une solution analytique et critique d'algorithmes numériques afférent aux équations de Saint Venant en vue d'application aux écoulements transitoires sur fond mobile ", Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, France, Janvier, 1994.
- [3] L. Benayada, " Critique des modèles numériques d'écoulement transitoire à surface libre par une méthode dite analogique ", Premier Séminaire National sur l'Hydraulique, Biskra, Algérie, Décembre, 1994, pp. 180-191.
- [4] J. A., Cunge, " On the subject of a flood propagation computation method (Muskingum method) ", Journal of Hydraulic Research, ASCE, Vol. 7, No. 2, 1969, pp. 205-230.
- [5] B. De Saint Venant, " Théorie du mouvement non permanent des eaux avec application aux crues des rivières et à l'introduction des marées dans leur lit ", Comptes rendus hebdomadaire des séances de l'académie des sciences, Paris, Vol. 73, 1877, pp. 148-154.
- [6] J. A. Liggett, J. A. Cunge " Numerical methods of solution of the unsteady flow equations ", chapitre 4 de Unsteady flow in open channels, Edité par K. Mahmood et V. Yevjevich, Water resources publications, Fort collins, Colorado, USA, Volume I, 1975, pp. 89-182.
- [7] V. M. Ponce and D. B. Simons, " Shallow wave propagation in open channel flow ", Journal of Hydraulics Division, ASCE, Vol. 103, No. 12, December, 1977, pp. 1464-1467.
- [8] V. M. Ponce, Y. H. and D. B. Simons, " Unconditional stability in convection computations ", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 105, No. 9, September, 1979, pp. 1079-1086.
- [9] R. K. Price " Comparison of four numerical methods for flood routing ", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 100, No. 7, July, 1974, pp. 879-899.
- [10] T. Strelkoff " One dimensional equations of open channel flow ", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 95, No. 3, Mai, 1969, pp. 861-876.
- [11] C. Thirriot and L. Benayada " Essai critique sur la diffusion numérique dans un algorithme d'écoulement transitoire à surface libre, " La Houille Blanche, No. 8, 1993, pp. 527-537.

## PREFACE

Les matériaux interagissent avec leur environnement au niveau de leur surface externe et sont chimiquement corrodés ou mécaniquement abrasés. La mise en place de couches protectrices chimiquement inertes ou mécaniquement résistantes peut donc en consommant de faibles quantités d'une matière éventuellement chère, modifier profondément ces interactions avec l'extérieur et allonger considérablement la durée de vie de matériaux plus ordinaires et, donc, moins coûteux. Les techniques de protection, permettent actuellement d'offrir à l'utilisateur un large choix de procédés dont certains n'ont probablement pas encore atteint tous leurs domaines d'applications potentielles.

Les articles proposés, s'insèrent justement dans cette optique et présentent des solutions qui répondent aux problèmes posés par un matériau exposé à un environnement agressif.

Ainsi, des revêtements en acier inoxydable Z10C13 réalisés par torche plasma à arc semi-transféré (P.T.A), sont utilisés pour protéger la surface des cylindres de laminage. Ces outils, lors du laminage à chaud, subissent des sollicitations thermomécaniques responsables d'une dégradation par fatigue thermique. Une modélisation des sollicitations périodiques est réalisée et les différents paramètres de la loi du comportement ont été identifiés grâce à des essais isothermes de fatigue oligocyclique et de relaxation. Grâce aux techniques de diffraction X et neutronique, un meilleur suivi de l'évolution des contraintes (générées par ce procédé) est assuré.

Les traitements de surface électrolytiques ou électrochimiques permettent de couvrir le plus grand nombre de problèmes relatifs aux ensembles d'industries, en assurant une diminution notable des pertes par frottement, une diminution substantielle de l'usure par abrasion et donc une meilleure protection en augmentant la durée de vie du matériau ainsi réalisé.

Dans le cas du chromage dur de l'alliage 30NCD16 (acier de construction), l'identification des paramètres critiques agissant sur la qualité des couches superficielles obtenues a montré la complexité des phénomènes contrôlant l'évolution des contacts et la diversité des comportements. En effet, le chrome dur obtenu sur l'acier 30NCD16, présentait à la température ambiante une dureté superficielle élevée et un faible coefficient de frottement. Aussi, le rôle de la fonte GS 38-15 (frottant) comme lubrifiant a été mis en évidence.

Le coordinateur  
N. MESRATI

## MODELISATION DU COMPORTEMENT THERMOMECHANIQUE D'UN REVETEMENT DU TYPE Z10C13, DEPOSE PAR TORCHE PLASMA A ARC SEMI-TRANSFERE, SOLLICITE EN FATIGUE THERMIQUE

K. NECIB<sup>\*</sup>, P. REVEL<sup>+</sup>, H. MICHAUD<sup>++</sup>, A. LODINI<sup>\*\*</sup>, V. COLMART<sup>\*\*</sup>

<sup>\*</sup> Laboratoire Génie des Matériaux, E.M.P. (ex: E.N.I.T.A), B.P. 17C, Bordj-El-Bahri - Algérie.

<sup>+</sup> LG2mS, URA CNRS 1505, UTC, B. P. 649, 60205 - Compiègne cedex (France).

<sup>++</sup> IRSID-UNIEUX, B. P. 50, 42702 - Firminy cedex (France).

<sup>\*\*</sup> Université de Reims-IFTS, 08000 - Charleville-Mézières (France).

### ملخص :

تتعرض اسطوانات الدرفلة على الساخن لتأثيرات دورية [ميكانيكية وحرارية] تسبب لها ما يسمى بلإجهاد الحراري. وتعتبر الغلافات من الصلب الكرومي أو غيرها من أنجع الوسائل لحماية سطحها الخارجي من هذه التأثيرات.

في هذا الإطار تتطرق هذه الدراسة لفهم السلوك الميكانيكي - الحراري لصلب من النوع الذي لا يصدأ [Z10C13] وضع بواسطة الشعلة البلاسمية فوق صلب غير سبيكي [25CD4] في إطار سلسلة من التجارب حول الإجهاد الحراري تحت صنف معين من الحرارة [20° - 500°C] لنموذج مصغرمثل آلة الدرفلة على الساخن. ولتشكيل السلوك الميكانيكي - الحراري للصلب [Z10C13] قمنا باستدراج عناصر قانون السلوك المتبنى له عن طريق سلسلة تجارب حول الإجهاد الدوري والإرخاء تحت نفس الصنف من الحرارة.

**RÉSUMÉ :** Les cylindres de laminoir à chaud subissent des sollicitations périodiques (mécaniques et thermiques) ; ils se dégradent par fatigue thermique. Pour les protéger en surface, on a recours à des revêtements en aciers au chrome ou aux superalliages (base nickel ou cobalt) élaborés par des moyens appropriés. La présente étude porte sur un revêtement en acier inoxydable, (Z10C13), déposé par torche plasma à arc semi-transféré sur un substrat en acier peu allié (25CD4). La modélisation de son comportement thermomécanique est réalisée, à la suite d'une série d'essais de fatigue thermique menée dans la gamme de températures (20° -500°C), à l'aide d'un code de calcul par éléments finis en tenant compte des différents paramètres de la loi de comportement adoptée pour le matériau. Ceux-ci ont été identifiés à la suite d'essais isothermes de fatigue oligocyclique et de relaxation menés dans la gamme de températures (20° -500°C).

**ABSTRACT :** The rolling mill cylinders are subjected to thermal cycling loading called thermal fatigue ; in order to protect their surface, a coating (Z10C13) was deposited by a semi-transferred plasma arc technique. The purpose of this paper is the modelisation of the thermomechanical behaviour of this coating under thermal fatigue. From experimental measurements, a temperature map of the structure was built. Then, the anisothermal behaviour law parameters are, after their identification, introduced into the numerical procedure, which allows the calculation of the mechanical behaviour of the cylinder under thermal fatigue.

**MOTS CLE :** Revêtement - Fatigue thermique - Eléments finis - Modélisation numérique - Fatigue oligocyclique - Relaxation.

## INTRODUCTION

Dans l'industrie sidérurgique, les cylindres de laminoir à chaud subissent en service des conditions thermiques et mécaniques sévères qui provoquent l'apparition à leur surface des réseaux de fissures, (faïençage thermique), caractéristiques de la fatigue thermique. Cette dégradation affecte non seulement la qualité du produit, mais peut provoquer également la rupture du cylindre ce qui entraîne un arrêt du train de laminage. Un revêtement en acier inoxydable, (Z10C13), est utilisé ici pour le protéger et lui conférer des propriétés adéquates. Il a été déposé en plusieurs couches sur un substrat en acier peu allié, (25CD4), à l'aide d'une torche plasma à arc semi-transféré (P.T.A) [1].

L'objectif de cette étude est de modéliser le comportement thermomécanique du revêtement en acier Z10C13 de la structure cyclée thermiquement. Pour ce faire, un essai de simulation de la fatigue thermique a été mis au point, suivant des conditions expérimentales bien définies, et complété par des essais auxiliaires de fatigue oligocyclique et de relaxation, en conditions isothermes, dans la gamme des températures de l'essai de fatigue thermique. Une simulation numérique des effets thermiques est menée, à l'aide d'un code de calcul par éléments finis, en tenant compte des paramètres de la loi de comportement adoptée pour le Z10C13.

## PROCÉDURES EXPÉRIMENTALE ET NUMÉRIQUE

### 1- Matériau

Le matériau étudié est un revêtement en acier inoxydable martensitique à 12% Cr, correspondant à la norme AFNOR Z10C13. Son analyse dispersive en énergie, réalisée au microscope électronique à balayage, à l'état de poudre a fourni la composition suivante :

C	Cr	Ni	Mo	Mn	Si	Nb	V
0.12	12.5	2.	1.2	1.	0.5	0.22	0.15

Composition chimique de l'acier Z10C13.  
(% en poids)

### 2- Etude du comportement mécanique en conditions isothermes

Le comportement mécanique cyclique exprimé en termes contrainte-déformation est étudié et modélisé numériquement en adoptant le modèle viscoplastique de J.L. CHABOCHE [2] ; celui-ci est bien adapté pour les sollicitations cycliques et permet de décrire l'écroutissage cinématique et isotrope du matériau.

Ses paramètres au nombre de douze, ont été identifiés à la suite d'essais mécaniques isothermes effectués dans la gamme de température (20°-500°C), à l'aide d'un outil informatique : le logiciel d'identification et d'optimisation SiDoLo [3].

Les essais mécaniques de fatigue oligocyclique et de relaxation ont été menés, à l'aide d'une machine servo-hydraulique Mayes d'une capacité de 5 tonnes, aux températures de 20°C, 300°C, 450°C, 500°C, à déformation plastique imposée, pour les premiers et à 300°C, 450°C, 500°C à déformation totale imposée pour les seconds. Les détails concernant les éprouvettes utilisées ainsi que les conditions expérimentales choisies ont été décrits lors d'une publication antérieure [4].

### 3- Etude en fatigue thermique

#### 3.1 Procédure expérimentale

La pièce simulant un cylindre de laminoir est en acier 25CD4, évidée suivant son axe central et revêtue en surface d'un dépôt de 2mm d'épaisseur de Z10C13. Celle-ci est cyclée thermiquement à raison d'un tour en 55 secondes ; le chauffage est assuré par un inducteur de type « pan-cake » permettant d'obtenir sur une partie de son pourtour une température maximale fixée à 500°C. Le refroidissement est obtenu par des buses à air comprimé dirigées sur deux génératrices ; par ailleurs, une circulation d'eau est assurée suivant son axe central [5]. Les mesures de températures d'un cycle stabilisé ont été effectuées d'une part, à l'aide de thermocouples placés dans un insert à différentes profondeurs, (fig.1), et d'autre part au moyen de la pyrométrie infrarouge à la surface du cylindre. Les valeurs mesurées ont été approchées au plus près des mesures faites précédemment sur le site industriel.

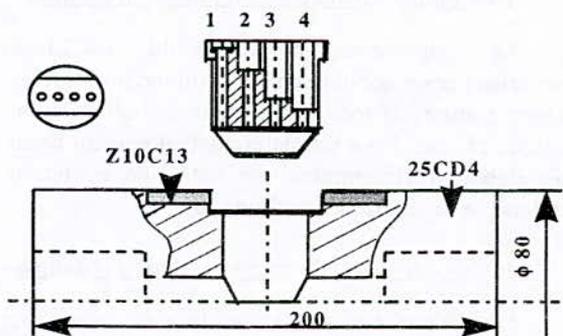


Figure 1. Vue du cylindre instrumenté en thermocouples.

#### 3.2 Simulation numérique

Les outils numériques utilisés sont le code de calcul par éléments finis ZéBuLoN [6] et le logiciel d'identification SiDoLo ; les deux codes sont reliés par une interface numérique qui assure le transfert des données.

Le champ de température dans la pièce est déterminé par la résolution d'un problème inverse [7] ; celui-ci nécessite d'identifier les coefficients d'échange  $h_i$  entre l'air et la surface du cylindre et entre l'eau en circulation et le centre du cylindre, ainsi que la puissance induite  $qv_i$  par l'inducteur (fig.2).

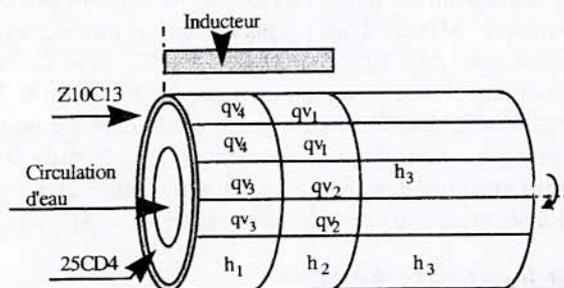


Figure 2. Zones d'application du flux thermique. (demi-cylindre)

Dans un premier temps le calcul par éléments finis est fait sur un disque d'épaisseur unitaire représentant la tranche centrale du cylindre. Le logiciel d'optimisation fait évoluer la valeur des paramètres du modèle en fonction de l'écart observé entre les résultats calculés et les mesures expérimentales par l'intermédiaire de l'interface. Le calcul anisotherme de la structure par la méthode des éléments finis est effectuée en utilisant le chargement thermique résultant de l'optimisation et la loi de comportement viscoplastique.

## RÉSULTATS ET DISCUSSION

### 1- Fatigue oligocyclique

#### 1.1 Comportement d'accommodation cyclique

Le comportement mécanique du Z10C13 se caractérise par un adoucissement cyclique pour toutes les températures et tous les niveaux de déformation plastique choisis. Pour un matériau analogue au notre mais élaboré différemment, on note une évolution identique de la contrainte cyclique [8].

#### 1.2 Modélisation du comportement mécanique

Une simulation satisfaisante des essais de relaxation et des essais de fatigue est obtenue en considérant, pour ces derniers, un cycle de démarrage et un cycle correspondant à un niveau de contrainte stabilisé. Dans le tableau 1, nous avons résumé l'évolution des coefficients du modèle en fonction de la température d'essai.

	20°C	300°C	450°C	500°C
E (GPa)	205.	188.	178.	168.
k (MPa)	577.	476.	462.	395.
K (MPa.s <sup>-n</sup> )	50.	194.	277.	441.
n	20.	10.20	7.7	5.35
C <sub>1</sub> (GPa)	252.	220.	262.	248.
C <sub>2</sub> (MPa)	15892.	17647.	6468.	6323.
$\gamma_0$	571.	493.	644.	652.
$\gamma_s$	625.	702.	456.	657.
b	2.19	4.82	2.6	1.51
$\beta$	2.64	4.37	9.2	11.72
Q (MPa)	-173.	-91.	-119.	-211.
v	0.3	0.3	0.3	0.3

Tableau 1. Identification des paramètres de la loi de comportement adoptée pour le Z10C13.

Le module E et la limite du domaine élastique k baissent en fonction de la température, les coefficients K et n relatifs à la viscosité prennent des valeurs significatives à haute température. Les paramètres liés à l'écroutissage cinématique : C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub>,  $\gamma(p)$  et ceux relatifs à l'écroutissage isotrope : Q, b varient sensiblement pour la température la plus élevée : 500°C ; à cette température, la variable isotrope R baisse de façon plus importante que la variable cinématique X.

### 2- Fatigue thermique

#### 2.1 Résultats expérimentaux

Le cycle stabilisé est obtenu après environ 15 cycles pendant lesquels le chauffage est augmenté progressivement ; la température maximale (500°C) est atteinte en surface à la sortie de l'inducteur ; la circulation d'eau permet de maintenir le centre du cylindre à environ 40°C. Dix mesures de température effectuées, soit en surface à l'aide des pyromètres, soit grâce aux thermocouples à différents instants de leur rotation, permettent d'établir une carte des températures au cycle stabilisé (fig.3). Ces dix points servent de base expérimentale pour l'identification des paramètres de la loi de Fourier : coefficients de convection  $h_i$  et puissance de chaleur induite  $qv_i$ .

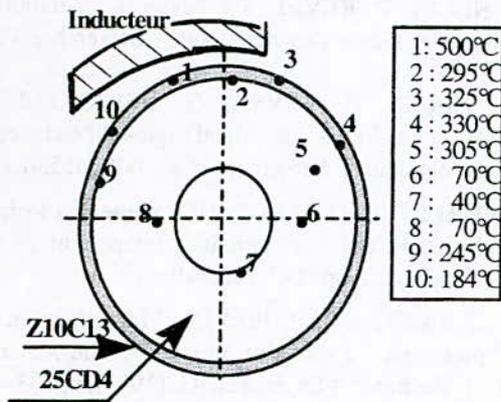


Figure 3. Relevé des températures expérimentales (cycle stabilisé)

2.2 Résultats de la simulation numérique

2.2.1 Calcul thermique

Une carte des températures optimisée est donnée à la figure 4.

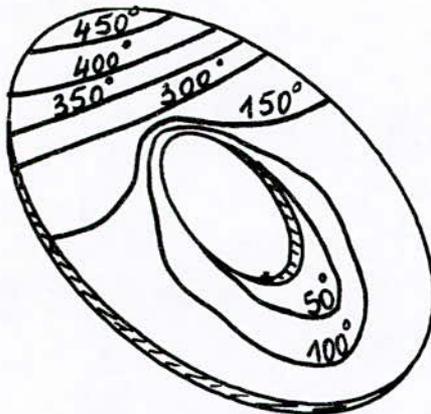


Figure 4. Carte des températures optimisée (°C) - tranche du cylindre ; à t=3s.

La température de la plupart des 10 points expérimentaux choisis pour l'optimisation est approchée à la suite de la simulation numérique ; les meilleurs résultats sont obtenus pour les points situés à la surface du cylindre, ainsi que pour ceux proches de son axe central. Les paramètres  $qv_i$  et  $h_i$  ayant des poids respectivement, élevés et faibles, sur l'évolution de la carte, il est nécessaire d'augmenter ou de diminuer le nombre de secteurs où une puissance  $qv_i$  est induite.

De plus, le phénomène d'induction est difficile à maîtriser, notamment en raison de la profondeur de pénétration du flux induit dans la pièce ; celui-ci peut être modélisé dans le calcul numérique, soit sous forme d'un flux surfacique, soit comme un flux volumique ; nous avons choisi ici la première solution.

2.2.2 Calcul mécanique

Le chargement imposé au cylindre est uniquement thermique ; il est constitué des fichiers contenant les cartes de températures successives calculées précédemment. Deux conditions aux limites ont été fixées :

\* une des faces de la tranche est considérée comme étant dans le plan de symétrie du cylindre ; les points de celle-ci voient leur déplacement imposé identique dans la direction de l'axe du cylindre,

\* tous les points de la seconde face, (prise également dans le plan de symétrie du cylindre), sont laissés libres de leur déplacement.

Les résultats du calcul thermomécanique sont donnés sous forme de cartes d'isovaleurs : contrainte de von Mises à  $t = 3$  s pour chacune des deux conditions aux limites (fig.5,6).

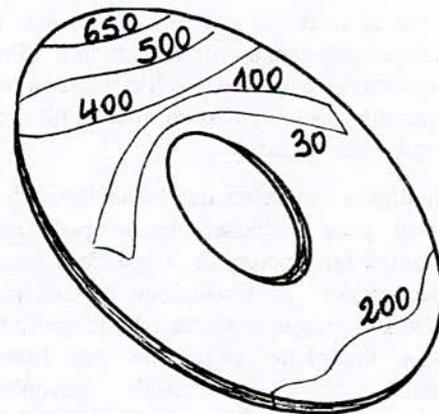


Figure 5. Contraintes de von Mises à t=3s [MPa]. (Première condition aux limites)

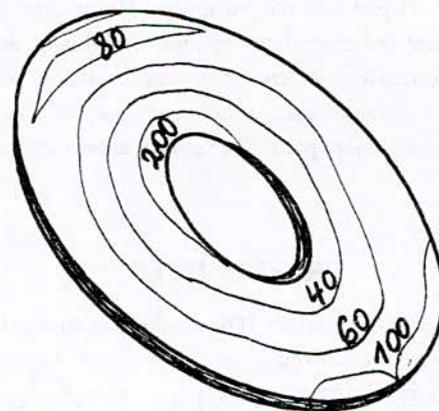


Figure 6. Contraintes de von Mises à t=3s [MPa]. (Seconde condition aux limites)

Le maximum de déformation viscoplastique équivalente avec la première condition limite est à l'interface du revêtement avec une amplitude de contrainte variant de 657 à 30MPa ; avec la seconde condition aux limites, elle est nulle, car le niveau des contraintes est plus faible (amplitude de contrainte variant de 213 à 21MPa).

Ce dernier résultat a été, par ailleurs, confirmé par un calcul en 3D mené sur la moitié du cylindre délimitée par la zone centrale située sous l'inducteur à hauteur du plan de symétrie [9].

### CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Cette étude nous a permis de modéliser de façon satisfaisante le comportement anisotherme du revêtement Z10C13 et de calculer les champs thermomécaniques d'une structure sollicitée en fatigue thermique. Les niveaux des déformations viscoplastiques obtenus sont très faibles pour pouvoir plastifier le matériau à la température de 500°C car, les contraintes calculées sont inférieures à la limite d'élasticité du matériau à cette température. Elles ont, néanmoins, mis en évidence la sollicitation en traction du revêtement ; sa compression étant limitée par le substrat qui lui est adjacent.

Il faut souligner également que l'association de deux codes, l'un pour optimiser, l'autre pour calculer semble tout à fait appropriée. Cependant, ce calcul peut être amélioré en considérant l'interaction des phénomènes de fatigue avec ceux de fluage du fait de l'activation thermique engendrée par l'effet de température. Ainsi, le modèle viscoplastique considéré serait simplifié, ce qui permettrait de réduire le nombre de paramètres de la loi de comportement et, par conséquent, les coûts de calcul.

Enfin il est prévu, à moyen terme, d'introduire dans le revêtement les contraintes résiduelles initiales dues au mode de dépôt et de comparer leur évolution au cours des cycles thermiques ; celles-ci ont été mesurées expérimentalement par diffractions X et neutronique [9].

### RÉFÉRENCES

- [1] J. HERNANDEZ. Thèse de Doctorat. INSA-Lyon, Novembre 1986.
- [2] J.L CHABOCHE, Int. J. Plast., 5 (1989) pp. 247-302.
- [3] P. PILVIN, Thèse de Doctorat. Université Pierre et Marie Curie, Paris VI, (1990).

[4] K. NECIB, P. REVEL, La Revue de Métallurgie-CIT/Science et Génie des Matériaux - Septembre 1994, N°9, p. 1333.

[5] K. NECIB, P. REVEL, G. BERANGER, H. MICHAUD, La Revue de Métallurgie-CIT/Science et Génie des Matériaux - Septembre 1992, N°9, p. 538.

[6] H. BURLET, G. CAILLETAUD, Numerical technics for cyclic plasticity at variable temperature, Eng. computations vol. 3, pp. 143-153, (1986).

[7] G. CAILLETAUD, P. PILVIN, " Identification and inverse problems : a modular approach ". The American Society of Mechanical Engineers, 43, (1993), pp. 33-45.

[8] G. DEGALLAIX, J.B. VOGT, J. FOCT, Mémoires et Etudes Scientifiques. Revue de Métallurgie. Janv. (1990), pp. 47-57.

[9] K. NECIB, Thèse de Doctorat. Université de Technologie de Compiègne, Janvier 1995.



# OPTIMISATION DE LA MISE EN OEUVRE DE RECHARGEMENTS PAR LE PROCÉDE PLASMA TRANSFERRED ARC (P.T.A). CARACTERISATION DES CONTRAINTES RESIDUELLES PAR DIFFRACTIONS X ET NEUTRONIQUE

K. NECIB \*, P. REVEL\*\*, H. MICHAUD\*\*, M. CERETTI°, A. LÖDINI °

\* Laboratoire Génie des Matériaux, E.M.P(ex: E.N.I.T.A), B. P. 17C, Bordj-El-Bahri - Algérie.

\*\* LG2mS, URA CNRS 1505, UTC, BP 649, 60205 - Compiègne cedex (France).

\*\* IRSID-UNIEUX, BP 50, 42702 - Firminy cedex (France).

° Laboratoire Léon Brillouin, CE-Saclay, 91191 - Gif - Sur - Yvette cedex (France).

## ملخص :

أثناء الدرفلة على الساخن تتعرض أداة الدرفلة للتأثيرات الميكانيكية والحرارية تسبب في تجريد سطحها الخارجي بما يسمى بالإجهاد الحراري.

من أجل حماية هذا السطح الخارجي بدأ منذ عدة سنوات استخدام الغلافات الصلبة عن طريق وسائل مختلفة نخص منها الشعلة البلازمية. في هذا المجال نخص هذه الدراسة صلبا من النوع الذي لا يصدأ [Z10C13] وضع بواسطة الشعلة البلازمية فوق صلب غير سبيكي [25CD4] لتغليف سطح آلة الدرفلة وحمايته من الإجهاد الحراري.

غير أن وسيلة التغليف المتبناة تسبب في ظهور الإجهادات المتبقية المؤثرة على سلوك أداة الدرفلة. لذا استلزم تقييمها عمليا عن طريق تقنيات أشعة "X" والنترونات وإدراجها عن طريق سلسلة تجارب نخص مفهوم السلوك الميكانيكي - الحراري للصلب [Z10C13].

**RÉSUMÉ :** Lors du laminage à chaud, les cylindres de laminoirs sont soumis à des sollicitations thermomécaniques qui amènent une dégradation progressive de leur état de surface par fatigue thermique. Si leur rectification périodique s'avère fastidieuse, le recours aux revêtements métalliques tend, depuis quelques années, à se généraliser. La présente étude porte sur un revêtement en acier inoxydable, (Z10C13), déposé par torche plasma à arc semi-transféré (P.T.A) sur un substrat en acier peu allié (25CD4). Cependant, ce procédé de dépôt génère des contraintes résiduelles qui ne sont pas sans conséquences sur le comportement en fatigue thermique des cylindres ; il est alors, nécessaire de développer des essais qui permettent un suivi de l'évolution de ces contraintes, grâce aux techniques de diffraction X et neutronique notamment et par là, d'améliorer le procédé de dépôt.

**ABSTRACT :** The deterioration of the rolling mill cylinders can be attributed to many factors : mechanical contacts, corrosion, abrasion and also thermal cycling. To protect their surface, a coating of stainless steel (Z10C13) is deposited by the Plasma Semi-transferred Arc (P.T.A) process on a ferritic steel (25CD4). However, this deposition process can induce the presence of an important residual stress field which can play a very important part in the thermal fatigue behaviour. The purpose of this study is, firstly, to evaluate the residual stresses in the coating and the substrate after the PTA process and secondly, to compare their evolutions under thermal fatigue with experimental measures obtained by X rays and neutronic diffractions.

**MOTS CLE :** Fatigue thermique- Revêtement- Torche Plasma- Contraintes résiduelles- Diffraction des rayons X- Diffraction neutronique.

## INTRODUCTION

Lors du laminage à chaud, il est fréquent pour les cylindres de laminoirs de rencontrer des endommagements dus à des contraintes d'origine thermomécanique. Les sollicitations engendrées par effet de synergie de ces contraintes, conduisent à un endommagement par fatigue thermique. Un revêtement en acier inoxydable est utilisé ici pour les protéger en surface ; il a été déposé en plusieurs couches sur un substrat en acier peu allié, du type 25CD4, à l'aide d'une torche plasma à arc semi-transféré (P.T.A). Dans ce procédé de dépôt, l'apport énergétique se fait par deux arcs électriques superposés (fig.1). Le principal apport d'énergie (90%) a lieu avec l'arc transféré (arc entre la buse d'injection de gaz plasma et le substrat) ; l'arc soufflé (arc entre la buse et le support de la torche) ne joue qu'un rôle de stabilisation de l'arc précédent permettant ainsi, de maîtriser la dilution du substrat dans le dépôt [1].

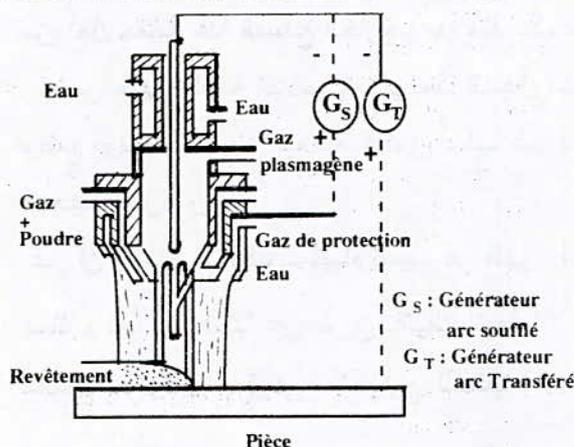


Figure 1. Principe de rechargement par le procédé P.T.A.

Cependant, compte tenu du caractère périodique des sollicitations rencontrées par les cylindres et surtout du degré de leur sévérité, on assiste le plus souvent à une dégradation du revêtement déposé à la surface. Ce phénomène peut être également favorisé ou limité par la présence de contraintes résiduelles induites par le procédé de dépôt ; leur caractérisation par les techniques de diffractions X et neutronique à l'état initial et surtout le suivi de leurs évolutions, à la suite du cyclage thermique, a nécessité la mise au point d'un banc d'essai de fatigue thermique suivant des conditions expérimentales bien définies.

## PROCÉDURE EXPÉRIMENTALE

### 1- Matériau

Le matériau considéré est un acier inoxydable martensitique Z10C13 (norme française). Sa composition chimique en % massique est donnée dans le tableau 1.

Compte tenu de sa composition, BRIGGS et PARKER [2] le situent dans la classe II des "supers 12% Cr".

C	Cr	Ni	Mo	Mn	Si	Nb	V
0.12	12.5	2.	1.2	1.	0.5	0.22	0.15

Tableau 1. Composition chimique de l'acier Z10C13. (% en poids)

### 2- Banc d'essai de fatigue thermique

La pièce simulant un cylindre de laminoir est en acier 25CD4, évidée suivant son axe central et revêtue en surface d'un dépôt de 2 mm d'épaisseur de Z10C13. Le chauffage est assuré par un inducteur de type "pan - cake" qui permet d'obtenir sur une partie de son pourtour une température maximale fixée à 500°C. Le refroidissement est obtenu par des buses à air comprimé, dirigées sur deux de ses génératrices ; par ailleurs une circulation d'eau est assurée suivant son axe central [3].

### 3- Mesure des contraintes résiduelles

Pour la mesure des contraintes résiduelles induites par le procédé de dépôt, nous avons mis en œuvre les méthodes de diffractions X et neutronique ; cette dernière, outre son caractère non destructif, présente l'avantage de permettre l'analyse d'un volume important de matière (quelques mm<sup>3</sup>), et ce, grâce au pouvoir de pénétration des neutrons dans la matière.

#### 3-1 Diffraction des rayons X

À l'aide d'un tube à rayons X et d'un détecteur linéaire, on mesure l'angle  $\theta_\psi$  de diffraction de Bragg pour différentes incidences  $\psi$ . La loi de Bragg nous permet alors d'avoir pour un plan de diffraction (hkl) donné, les variations des différentes distances interréticulaires  $d_\psi$  en fonction de l'angle d'incidence  $\psi$ . À partir des valeurs de  $d_\psi$  on détermine les déformations  $\varepsilon_\psi = (d_\psi - d_0/d_0)$  que l'on relie par la mécanique des milieux continus aux contraintes  $\sigma$  [4, 5].

L'appareil utilisé est un SETX développé par l'ENSAM (Paris). Le tube à rayons X et le détecteur linéaire sont placés dans un boîtier solidaire d'une crémaillère curviligne permettant le balayage des angles d'incidence  $\psi$ . L'ensemble est monté sur un goniomètre dont la rotation permet le balayage des angles  $\phi$  [5].

Une chaîne d'acquisition permet la saisie, par des canaux divers, des intensités définissant les pics de diffraction  $\theta_\psi$  sur une plage angulaire donnée par la rotation du goniomètre. Les échantillons sont placés dans un berceau permettant leur translation (mesures axiales) et éventuellement leur rotation (mesures angulaires).

### 3-2 Diffraction des neutrons

Le principe de mesure est analogue à celui des rayons X : la source de neutrons est le réacteur de Recherches ORPHEE du site de Saclay d'une puissance de 14 Mégawatts générant un flux de neutrons thermiques de  $3 \cdot 10^{14}$  neutrons.cm<sup>-2</sup>.s<sup>-1</sup>. Les mesures de contraintes ont été réalisées, en considérant la réflexion des plans (200) du fer- $\alpha$  pour une longueur d'onde  $\lambda=1.98\text{\AA}$  sélectionnée avec les plans (111) du monochromateur (fig.2).

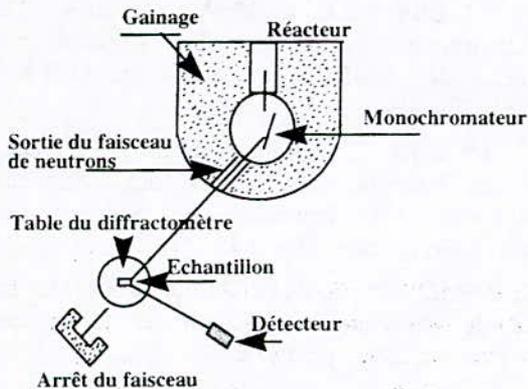


Figure 2. Vue schématique du Diffractomètre.

## RÉSULTATS ET DISCUSSION

### 1- Diffraction des rayons X

L'état des contraintes résiduelles, dans le revêtement en Z10C13, a été caractérisé d'une part, à la suite du dépôt (mesures réalisées en surface) et d'autre part à la suite de deux séries de cycles de fatigue thermique (respectivement 50 et 100 cycles). Pour ces dernières séries, les mesures ont été effectuées par enlèvements de matière (mesures en profondeur) sur le pourtour du cylindre avec des corrections dues à l'effet de relaxation propres à l'usinage. Sur la figure 3, une vue schématique du cylindre est représentée avec le repère des contraintes dans les directions radiale, longitudinale et tangentielle.

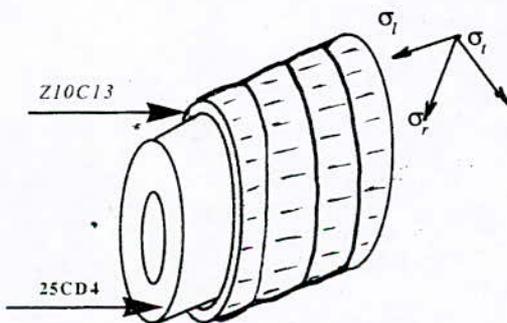


Figure 3. Représentation schématique du cylindre avec les directions des contraintes mesurées.

Le calcul de la distribution des contraintes (moyennes circonférentielles) a permis de mettre en évidence la compression du revêtement, à l'état initial, sur toute l'épaisseur du dépôt ; les contraintes tangentielles  $\sigma_t$ , mesurées se situent dans une fourchette de - 440 à - 540 MPa, par contre, les contraintes radiales  $\sigma_r$  restent globalement faibles ( $\approx 30\text{MPa}$ ).

L'influence du cyclage thermique se traduit au niveau du calcul des contraintes par une relaxation de celles-ci sur une épaisseur d'environ 50  $\mu\text{m}$  (fig.4) ; compte tenu du mode de chauffage (induction) et donc de la faible pénétration du flux induit dans la pièce, cette relaxation peut paraître vraisemblable [6].

Les largeurs de cordes déterminées à mi-hauteur des pics correspondant aux points de mesures ont été corrélées aux mesures de dureté effectuées dans l'épaisseur du revêtement, la zone affectée thermiquement (Z.A.T) et le substrat ; ces dernières s'étendaient, à l'état initial, respectivement de 400 à 500Hv dans le revêtement, de 300 à 350Hv dans la Z.A.T et de 200 à 250Hv dans le substrat. À la suite de deux séries de cycles thermiques (50 et 150 cycles), les mesures ont montré une baisse sensible de leurs valeurs traduisant ainsi l'adoucissement du matériau sous l'effet de la température (fig.6) [7].

### 2- Diffraction des neutrons

Si dans le cas de la diffraction des rayons X, la profondeur affectée par la diffraction est de quelques microns dans l'acier, cela permet de considérer que la contrainte  $\sigma_z$  perpendiculaire à la surface est nulle dans la couche du revêtement et donc la connaissance de  $d_0$  (distance interréticulaire en l'absence de contrainte) n'est pas indispensable pour évaluer le tenseur des contraintes. Par contre, dans le cas de la diffraction des neutrons la pénétration des neutrons dans l'acier est plus importante ; dans ce cas l'hypothèse  $\sigma_z \approx 0$  n'a pas lieu d'être et donc la connaissance de  $d_0$  est indispensable pour évaluer les contraintes. Dans le cas de notre étude, les valeurs de  $d_0$  relatives au revêtement en acier Z10C13, le substrat en acier 25CD4 et l'interface revêtement-substrat sont les suivantes :

$$d_{0 \text{ revêtement}} = (1.4365 \pm 0.0004) \text{\AA}$$

$$d_{0 \text{ substrat}} = (1.4331 \pm 0.0002) \text{\AA}$$

$$d_{0 \text{ interface}} = (1.4339 \pm 0.0002) \text{\AA}$$

Les points de mesure ont été choisis successivement dans le revêtement, le substrat et l'interface pour différentes valeurs de  $\psi$  (angle entre la normale à la pièce et le faisceau réfléchi).

En utilisant la méthode des "sin<sup>2</sup> $\psi$ " avec les valeurs appropriées du module d'Young et du coefficient de Poisson, les contraintes radiales  $\sigma_r$  et tangentielles  $\sigma_t$  sont calculées aussi bien à l'état initial qu'à la suite du cyclage thermique.

Les figures 6 et 7 résument l'évolution des contraintes en fonction des points de mesure : nous avons, pour la composante tangentielle, une compression du revêtement sur toute son épaisseur avec un léger adoucissement à la suite de la première série de cyclage thermique ; dans la direction radiale, l'état des contraintes est essentiellement de traction. Certains écarts sont, toutefois notés à l'interface revêtement-substrat ; ceci peut être attribué à l'hétérogénéité de cette zone du fait de la dilution successive des couches déposées et surtout à la difficulté de choisir la valeur de  $d_0$  adéquate dans cette zone [8]. On remarquera également que les mesures faites à l'aide de cette technique sont en concordance avec celles réalisées par diffraction des rayons X (fig.8) [9].

### CONCLUSION

Au terme de ce travail, deux points sont à souligner :

- \* les essais de fatigue thermique menés, en laboratoire, ont reproduit de manière satisfaisante la sollicitation thermique que nous voulions prendre en compte,

- \* les contraintes résiduelles, induites par le procédé de dépôt, aussi bien à l'état initial qu'à la suite de deux séries de cycles thermiques (50 et 150 cycles) sont essentiellement de compression dans le revêtement et de traction dans le substrat.

Cependant, leur relaxation relative à la suite des deux séries de cycles thermiques peut être liée à une évolution microstructurale du revêtement sous l'effet d'un processus thermiquement activé auquel on peut associer une énergie d'activation représentant une barrière de potentiel que les atomes doivent franchir afin de diffuser dans le réseau cristallin. En effet, le franchissement de cette barrière d'énergie permet une mobilité atomique qui, par l'intermédiaire d'un réarrangement cellulaire des dislocations, entraîne la relaxation des contraintes.

Enfin, il est à souligner que dans l'état actuel de nos investigations, la mesure de fortes contraintes de compression nous apparaît comme un facteur plutôt bénéfique pour la tenue du revêtement en fatigue thermique.

Cependant, nous devons tenir compte du fait que ces mesures ont été moyennées de façon à s'affranchir d'un effet local dû aux jonctions entre les couches déposées ; or, il apparaît dans l'industrie que ces zones peuvent être une source importante d'amorçage de fissures ; d'ailleurs un procédé récemment mis au point (torche plasma "multibuses") tend à limiter ce type d'effet par un meilleur recouvrement des couches déposées.

### RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] P. REVEL, R. PENELLE, T. BAUDIN, H. MICHAUD. La Revue de Métallurgie-CIT/Science et Génie des Matériaux - Décembre 1993, pp. 1691-1701.
- [2] J.Z. BRIGGS, T.D. PARKER. The Super 12% Cr steels. Climax Molybdenum Company Pub. Michigan (1965).
- [3] K. NECIB, P. REVEL, V. COLMART, A. LODINI, H. MICHAUD, 33<sup>ème</sup> Journées du Cercle d'Etudes des Métaux, Tome XVI, n°8, (St-Etienne), Mai 1994.
- [4] G. MAEDER, J.L. LEBRUN, J.M. SPRAUEL. "Caractérisation mécanique des surfaces par Diffraction X". Matériaux et Techniques, Avril-Mai 1981, pp. 139-149.
- [5] G. MAEDER. "Les traitements de précontrainte dans les couches superficielles des Matériaux Métalliques". 2<sup>ème</sup> Séminaire des Sciences des Matériaux. Constantine. Mai 1985.
- [6] L. BARALLIER, G. BARREAU, J. BARRALIS. La Revue de Métallurgie-CIT/Science et Génie des Matériaux, Mai 1993, pp. 637-649.
- [7] M. CERETTI. Thèse de Doctorat de l'Université de Reims Champagne Ardenne, Septembre 1993.
- [8] D. JUUL, T. LORENTZEN. Proc. of International School of Physics "E. Fermi" of Industrial Application of Neutrons, Lerici (ITALY), June 1990.
- [9] A. LODINI, M. PERRIN, H. MICHAUD, P. REVEL. 9<sup>ème</sup> Colloque International organisé par le Cercle d'Etudes des Métaux, Tome XVI, n°8, (St-Etienne), Novembre 1993.

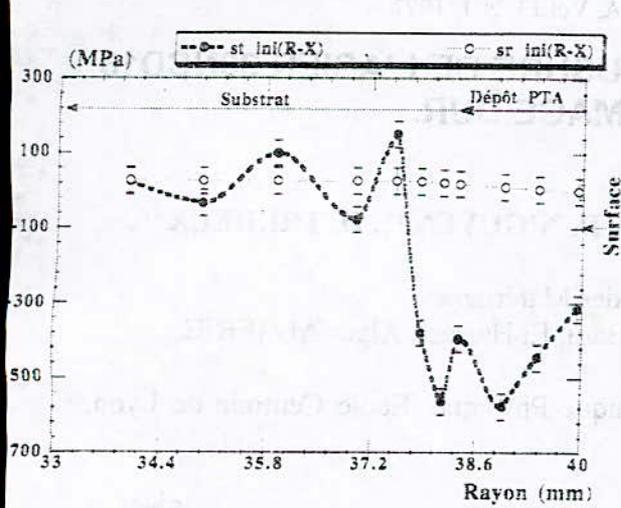


Figure 4. Distribution des contraintes initiales. (Rayons X)

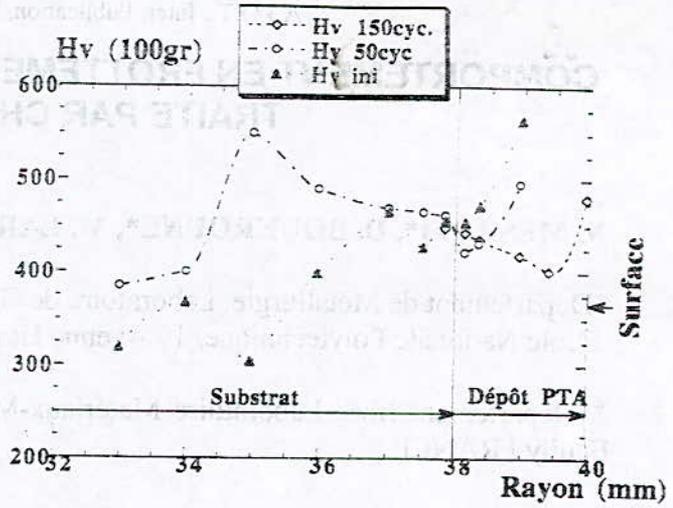


Figure 5. Evolution de la dureté avec le cyclage thermique (Rayons X).

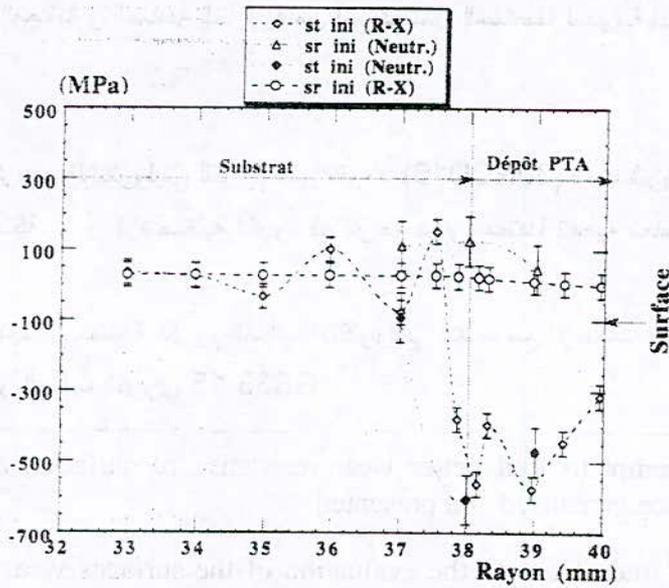


Figure 8. Corrélation entre les rayons X et les neutrons.

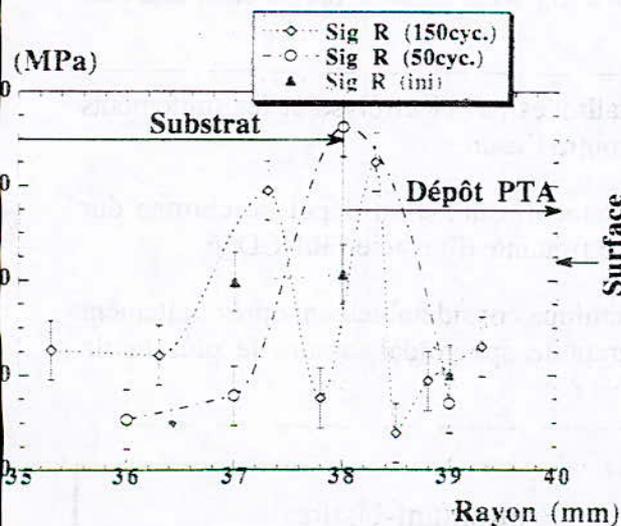


Figure 6. Influence du cyclage thermique sur l'évolution des contraintes radiales.

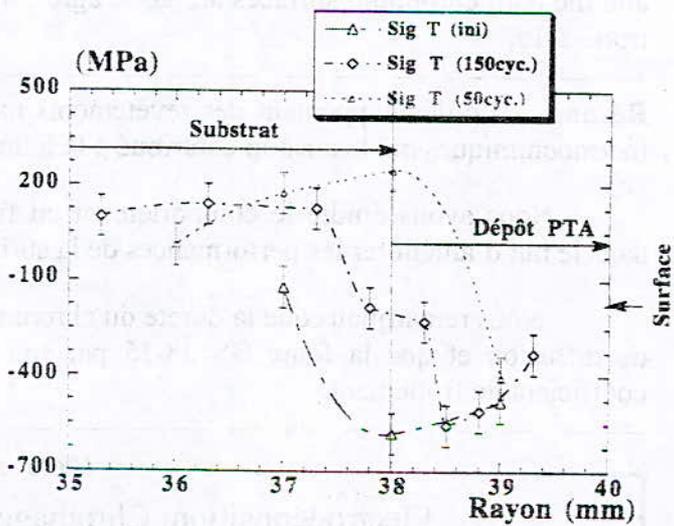


Figure 7. Influence du cyclage thermique sur l'évolution des contraintes tangentielles.

Notations : st, Sig T et  $\sigma_t$  (contraintes tangentielles) ; sr, Sig R et  $\sigma_r$  (contraintes radiales).

## COMPORTEMENT EN FROTTEMENT-USURE DE L'ACIER 30NCD16 TRAITE PAR CHROMAGE DUR.

N. MESRATI\*, D. BOUKROUNE\*, M. LARIBI\*, D. N'GUYEN\*\*, D. TREHEUX\*\*.

\*Département de Métallurgie, Laboratoire de Génie des Matériaux.  
Ecole Nationale Polytechnique, 10 Avenue Hassen Badi, El Harrach Alger ALGERIE.

\*\*Département IfoS, Laboratoire Matériaux-Mécanique Physique, Ecole Centrale de Lyon,  
Ecully FRANCE.

### ملخص

تعد التغطية المعدنية و المعاملة الحرارية من أهم الوسائل المستعملة لمقاومة التآكل و لتخفيض  
معامل الإحتكاك.

لقد درسنا الترسيب الإلكتروليتي للكروم على الفولاذ (30NCD16) تحت شروط مختلفة بهدف  
إيجاد أحسن مساحة محتكة، و أن قوة صلابة الكروم في درجة حرارة معتدلة تعطيه معامل إحتكاك ضعيف.

في النتيجة، نجد أن مساحة الكروم الصلب الإلكتروليتي تتلاءم مع الإحتكاك الجاف على مساحات  
من الفولاذ 100C6 و الصلب الكروي GS38-15.

**Abstract.** In an attempt to find better wear resistance of surfaces, a hard electroplating chromium layer surface is realised and presented.

A parametric study leads to the evaluation of the surfaces wear coefficient obtained with the electroplating chromium of the 30NCD16 steel substrate.

At last, we concluded that the chromium hardness decreases after a diffusion treatment and the hard chromium surfaces are good agree with a dry wear against 100C6 steel and cast iron 38-15.

**Résumé.** Le développement des revêtements métalliques par électrolyse et les traitements thermochimiques ont beaucoup contribué à la lutte contre l'usure.

Nous avons étudié le comportement en frottement-usure d'un dépôt de chrome dur dans le but d'améliorer les performances de la surface frottante d'un acier 30NCD16.

Nous remarquons que la dureté du chrome diminue considérablement après traitement de diffusion et que la fonte GS 38-15 par son graphite sphéroïdal, assure le plus faible coefficient de frottement.

### Mots clés

Electrodéposition; Chromage dur; Frottement-Usure.

## 1- INTRODUCTION.

Les transformations de surfaces frottantes par traitements électrolytiques ou électrochimiques, présentent un développement considérable.

La lutte contre l'usure a fait aussi des progrès avec le développement des revêtements métalliques par électrolyse. Sachant qu'une telle démarche fait intervenir tous les aspects couvrant les domaines de la mécanique, de la chimie et de la physique.

La qualité fondamentale de chrome dur, déposé par électrolyse est sa grande dureté qui est de l'ordre de 900-1000 Hv. Par ailleurs, on a souvent associé au chiffre de dureté, les qualités remarquables de résistance à l'usure et notamment de résistance à l'abrasion.

## 2- APPROCHE FONDAMENTALE.

### 2.1- Application des lois de l'électrolyse.

D'après la loi de Faraday, 96490 coulombs rompent une valence gramme. Si on applique cette loi au cas du dépôt de chrome à partir de la solution d'acide chromique où le chrome de poids atomique 52 est hexavalent, on trouve que 96 4900 coulombs provoqueront un dépôt de  $\frac{52}{6} = 8,7$  grammes de chrome. C'est à dire qu'un courant de 1 Ampère déposerait en 1 heure:  $\frac{8,7 \times 3600}{96490} = 0,32$ g de chrome [1-2].

### 2.2- Mécanismes de déposition.

Il existe deux groupes de théories : celles qui expliquent la déposition par réduction directe du chrome hexavalent en chrome métallique, et celles qui supposent des réductions successives par divers états de chrome trivalent, divalent... etc.

### 1°/ Dépôt à partir du chrome trivalent.

Le dépôt ne peut se faire qu'à partir du chrome trivalent, ce dernier est réduit partiellement à l'état de chrome divalent qui se décharge sur la cathode pour donner du chrome métallique [3].

### 2°/ Formation d'un film $CrOHCrO_4$ .

Un film de protection ( $CrOH$ ,  $CrO_4$ ) se forme sur la cathode. Ce film peut subir une dissolution électrostatique en se laissant traverser par les ions  $H^+$  à partir d'un certain potentiel. Cette dissolution se produit en présence d'un acide étranger, par exemple  $H_2SO_4$  suivant la formule :



La réduction du chrome hexavalent en chrome trivalent peut ainsi avoir lieu dès que le potentiel de pénétration est atteint. En même temps par l'endommagement du film le chrome qui est passif, devient actif et la réaction  $Cr^{6+} \rightarrow Cr^{3+}$ , peut surmonter la force électromotrice de la réaction  $Cr^{2+} \leftrightarrow Cr$  métallique; les deux réactions  $Cr^{6+} \rightarrow Cr^{3+} \rightarrow Cr$  métallique ont lieu simultanément. Le chrome trivalent formé dans la première réaction peut donc être réduit jusqu'au chrome métallique dans la seconde [4].

## 3- TECHNIQUES ET METHODES EXPERIMENTALES.

### 3.1- Dispositif expérimental.

Nous avons réalisé un dispositif expérimental utilisé pour l'étude de la déposition électrolytique du chrome dur. Celui-ci, comporte un redresseur de courant dont la puissance peut aller jusqu'à 2 ampères alimentant la cuve électrolytique (figure 1) qui se trouve dans un bain thermostatique réglé à 50°C.

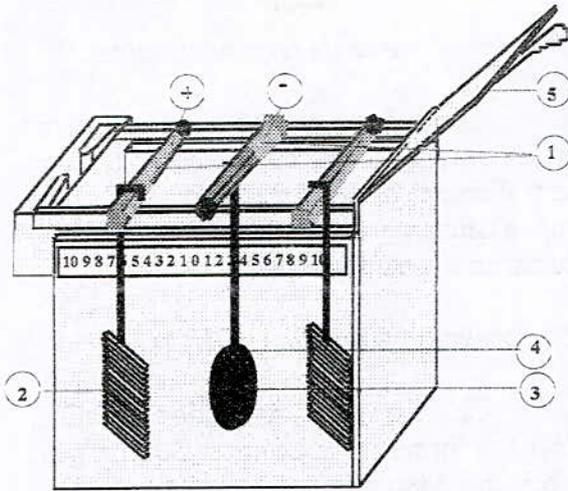


Figure 1 : Cuve électrolytique pour chromage.

1: barreaux anodiques et cathodiques, 2: anode en Plomb-Antimoine Pb-Sb, 3: pièce nue, 4: protection en cire, 5: couvercle.

### 3.2- Matériaux utilisés.

Nous avons utilisé comme substrat, un acier de construction faiblement allié de nuance 30NCD16. Cet acier a une grande intensité de trempe et une excellente résistance à la fatigue et aux chocs répétés [5].

L'analyse chimique de l'échantillon a révélé la composition suivante:

Elément Chimique	C	Mn	Si	Ni	Cr	Mo
Concent. en % Poids	0.28	0.42	0.5	3.81	1.22	0.43

Tableau 1: Composition chimique du substrat.

### 3.3- Préparation des substrats.

Les substrats se présentent sous deux formes:

a/ pastilles cylindriques de 20 mm<sup>2</sup> de diamètre et de 5 mm d'épaisseur. La face préparée pour recevoir le dépôt de chrome est une face plane. La surface latérale cylindrique non préparée est cependant protégée par une couche de cire lors du chromage. Cette forme d'échantillons, satisfait aux conditions géométriques

rencontrées lors des essais d'abrasion, et au test d'adhérence.

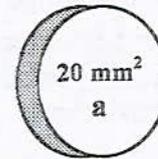


Figure 2: Echantillon sous forme de pastille cylindrique.

b/ parallélépipède 15 X 20 X 5 mm<sup>3</sup> cette forme d'échantillons, permet de satisfaire avec fidélité les conditions géométriques exigées par le tribomètre plan-plan.

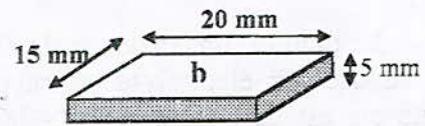


Figure 3: Echantillon sous forme de parallélépipède.

### 3.4- Traitements thermiques et caractéristiques mécaniques du substrat.

Après polissage grossier et fin, tous les échantillons ont subi un traitement de trempe à l'huile effectué à partir de 850°C et un revenu à 550°C pendant 45 mn. Le test de dureté sur quatre de ces derniers a révélé une valeur moyenne de dureté H<sub>RC</sub>= 36.4.

Les caractéristiques mécaniques d'un acier AUBERT et DUVAL type 30NCD16, ayant subi une trempe et revenu à 550°C sont portées sur le tableau suivant.

Trempe (Th <sub>850°C</sub> ) & Rv <sub>550°C</sub>	Rest. à la Rup. Kg/mm <sup>2</sup>	Limite élastiq. Kg/mm <sup>2</sup>	Allongement %	Resist. UF Kg/Cm <sup>2</sup>
	120	107	16	9

Tableau 2: Caractéristiques mécaniques d'un acier AUBERT & DUVAL type 30NCD16.

L'examen au microscope optique (figure 4) après le traitement thermique a révélé la formation de la structure sorbitique (perlite fine).

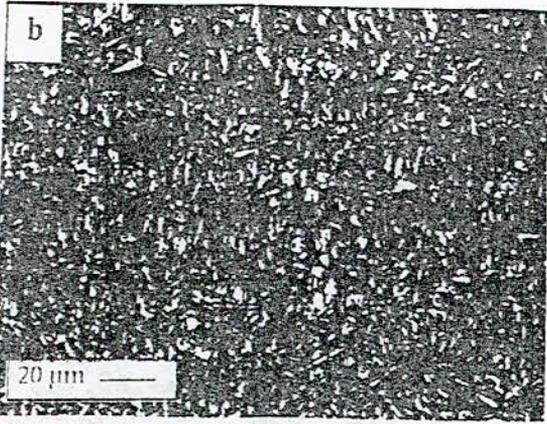


Figure 4: Microstructure du substrat après trempé à l'huile et revenu à 550°C.

### 3.5- Chromage dur de l'acier 30NCD16.

Après trempé, polissage mécanique et revenu à 550°C, les échantillons ont subi successivement les opérations suivantes:

- a- lavage au détergent
- b- immersion dans l'essence trichloréthylène
- c- dégraissage chimique dans la solution basique suivante:
  - Na<sub>3</sub>PO<sub>4</sub> ..... 30÷70 g/l
  - Na<sub>2</sub>CO<sub>3</sub> ..... 20÷25 g/l
  - NaOH ..... 5÷15 g/l
 sous une température de 60°C pendant 1mn.
- d- lavage à l'eau chaude.
- e- nous avons isolé, avec une cire, les parties non concernées par le chromage.
- f- dégraissage électrochimique sous les conditions portées sur le tableau 3.

Composition chimique			Temps de Trait. en (mn).	T= °C	Conditions électrolytiques du travail	
NaCN (g/l).	NaOH (g/l)	Na <sub>2</sub> CO <sub>3</sub> (g/l)			Tension en Volts (V).	Densité cathodique A/dm <sup>2</sup> .
40	55	20	10	≤15	7	10

Tableau 3: Composition chimique et conditions opératoires du dégraissage électrolytique utilisé pour nos échantillons.

- g- lavage à l'eau.
- h- décapage électrochimique dans une solution d'acide sulfurique:

- H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> ..... 50 %
- Densité de courant . . . i= 7 A/dm<sup>2</sup>

i- chromage dans un bain d'acide chromique de composition suivante:

- CrO<sub>3</sub> ..... 250 g/l
- H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> ..... 2.5 g/l

L'opération est effectuée pour tous les échantillons à 50°C.

j- rinçage à l'eau courante

k- élimination de la cire

## 4- RESULTATS ET DISCUSSIONS.

### 4.1- Influence de l'intensité de courant sur les caractéristiques du dépôt de chrome.

La figure 5, montre qu'une augmentation de l'intensité de courant, entraîne un accroissement de l'épaisseur moyenne du dépôt de chrome.

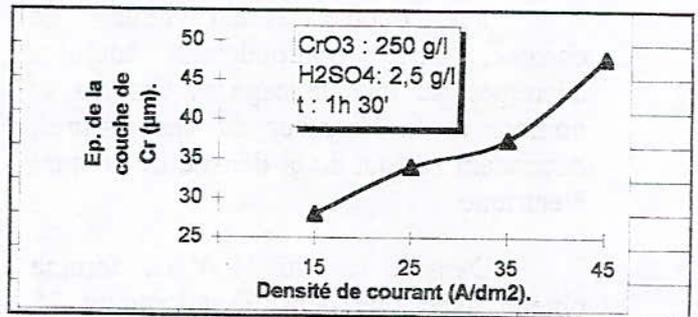


Figure 5: Variation de l'épaisseur du chrome en fonction de la densité du courant.

Nous avons constaté:

- un dégagement gazeux de plus en plus intense quand la densité de courant augmente.
- la répartition du dépôt n'est pas uniforme, ceci provoque la formation de surépaisseur aux bords des substrats. Ce phénomène devient de plus en plus accentué lorsque nous augmentons la densité de courant (35 A/dm<sup>2</sup>, 45 A/dm<sup>2</sup>).

Aussi, nous avons suivi l'évolution du rendement cathodique en fonction du temps d'un bain d'électrolytique, contenant 250 g/l de CrO<sub>3</sub> et 2.5 g/l de H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>, fixé à une température de 50°C. Le graphe de la figure 6, montre la variation du rendement

pour deux densités de courant  $35 \text{ A/dm}^2$  et  $45 \text{ A/dm}^2$ . Nous remarquons la faible valeur du rendement cathodique pour les deux densité de courant. Néanmoins, le rendement obtenu avec une densité de courant de  $45 \text{ A/dm}^2$ , demeure plus élevé que celui obtenu avec  $35 \text{ A/dm}^2$ .

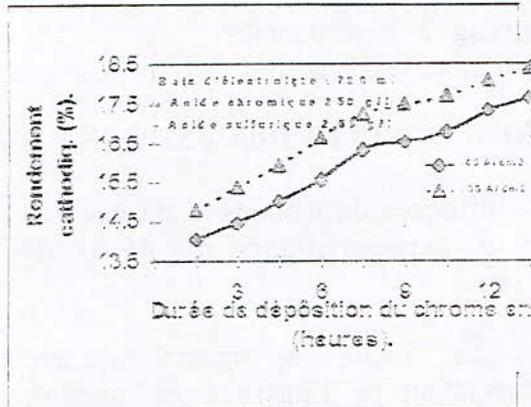


Figure 6: Rendement en fonction de la durée de dépôt du chrome dur.

Les dépôts électrolytiques de chrome, sont pratiquement toujours découpés par un faïencage de fissures, le nombre et la longueur de ces fissures, dépendent surtout de la densité de courant électrique.

Dans le cas du dépôt de chrome obtenu avec une densité de courant  $35 \text{ A/dm}^2$ , les fissures ont la forme d'un réseau à mailles serrées, à motif fin et ramifié. Par contre, les fissures obtenues sous une densité de courant  $45 \text{ A/dm}^2$ , sont longues, moins nombreuses et peu ramifiées.

L'inversion de courant pendant la déposition du chrome, entraîne un élargissement des anciennes fissures, l'apparition d'autres fissures plus fines et ramifiées ainsi que la disparition des bourgeons (figure 7).

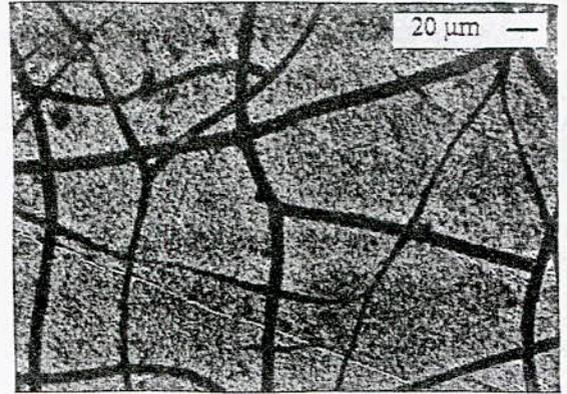


Figure 7: Surface du dépôt de chrome obtenu à  $50^\circ\text{C}$  sous une densité de courant  $35 \text{ A/dm}^2$ , après une inversion de courant d'une durée de 60 secondes.

Les fissures des dépôts de chrome, si elles se présentent en réseau faïencé sur coupe parallèle à la surface du substrat, se montrent au contraire continues sur coupe orthogonale avec des orientations quelque peu variables autour de la normale au substrat. Les fissures et les canaux ne pénètrent que partiellement dans l'épaisseur du chrome dur.

Nous observons en outre la grande dureté du dépôt, les fissures n'aboutissent pas jusqu'à la surface du substrat. Cet aspect, laisse présumer que ces fissures ne sont que des canaux, plus en moins longs dont un certain nombre peut déboucher en surface en formant un réseau de fissures (figure 8).

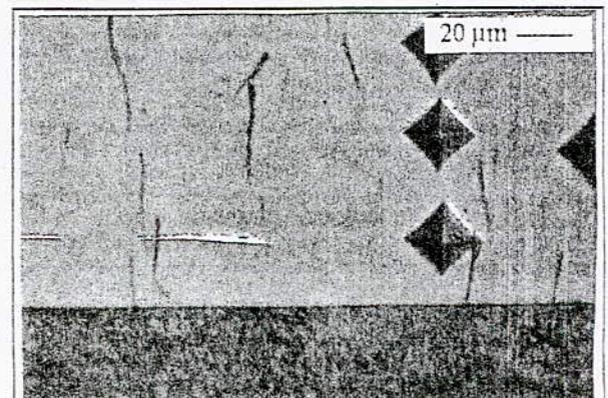


Figure 8: Coupe orthogonale du dépôt de chrome obtenu avec  $45 \text{ A/dm}^2$ .

## 4.2- Adhérence et caractéristiques du couple Cr-30NCD16

Pour évaluer le degré d'adhérence de nos dépôt après les traitements de diffusion, nous avons effectué des essais d'arrachement (collage, soudage) normalisés selon ISO 2819.

Cet essai, vise à effectuer une séparation revêtement-métal de base par arrachement du dépôt perpendiculairement au substrat (figure 9). La technique utilisée est le collage par une résine synthétique à prise rapide de type treebond, l'équipement est un appareil de traction. L'observation de la localisation de la rupture (à l'interface revêtement-métal de base, dans le revêtement ou dans le métal de base) fournit une indication sur le degré d'adhérence du dépôt sur son substrat.

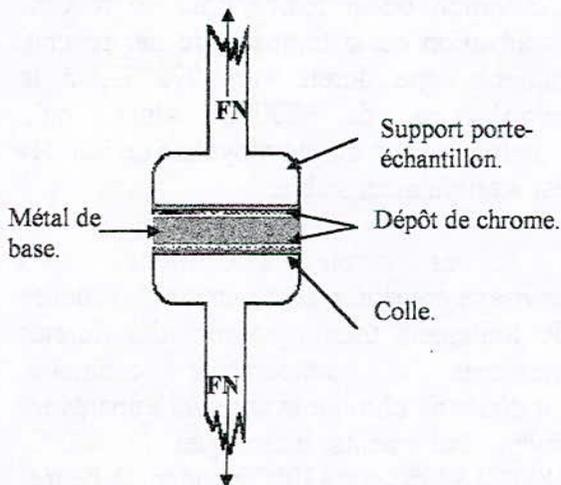


Figure 9: Représentation schématique de l'essai d'arrachement.

Plusieurs échantillons ont subi ce test. Notamment sur quatre (04) échantillons ayant avant chromage, subi toutes les opérations de préparation de la surface, présentent après chromage à 35 A/dm<sup>2</sup> une résistance au décollement supérieure à celle de la colle. Tandis que sur cinq (05) échantillons obtenus sous les mêmes conditions mais avec une densité de courant de 45 A/dm<sup>2</sup>, nous avons observé un décollement du dépôt sur quatre (04) échantillons par une force normale moyenne égale à 24 Kgf/mm<sup>2</sup>.

### 4.2.1- Influence de l'état de surface sur l'adhérence du dépôt.

Pour pouvoir justifier l'influence de l'état de surface, nous avons testé trois (03) échantillons, n'ayant pas été décapé électrolytiquement avant chromage sous 35 A/dm<sup>2</sup>. Nous avons observé un décollement du dépôt à partir d'une force normale moyenne appliquée égale à 19.5 Kgf/mm<sup>2</sup>.

### 4.2.2- Influence du traitement thermique sur l'adhérence du dépôt.

Le traitement thermique semble améliorer la tenue du dépôt de chrome. Sur les échantillons sans traitement thermique (Tableau 4), le dépôt de chrome se détache nettement, alors que sur les échantillons ayant subi des traitements thermiques, nous avons observé une adhérence plus soutenue. Ces observations ont été faites d'une part sur des dépôts de chrome obtenus sous 45 A/dm<sup>2</sup> après traitement thermique à 430°C, pendant 3 heures, d'autre part sur des dépôts de chrome obtenus sous 35 A/dm<sup>2</sup> (sans décapage électrolytique), après traitement thermique à 320°C pendant 3 heures.

La comparaison des valeurs trouvées de l'adhérence du tableau 4, montre qu'il est possible d'obtenir une bonne adhérence si la surface a été bien soignée avant l'électrodéposition. Cette adhérence peut être renforcée par un traitement thermique après chromage.

Résistance au décollement (Kgf/mm <sup>2</sup> )	Etat		Dépôt obtenu sous 35 A/dm <sup>2</sup>	Dépôt obtenu sous 45 A/dm <sup>2</sup>
		Sans traitement thermique		≥ 28,7
	Sans décapage électrolytique avant chromage.		≤ 20	-
	Traitement thermique	430 °C 3 heures	-	>29
	après chromage.	320 °C 3 heures	> 29.1	-

Tableau 4: Valeurs des résistances aux décollements, obtenues lors de l'essai d'arrachement sur différents échantillons.

#### 4.2.3- Influence de la température du traitement thermique sur la structure et la dureté du dépôt.

Le dépôt de chrome déposé par électrolyse, présente en surface un réseau de fissures qui s'élargissent au fur et à mesure que la température du traitement augmente. Si le dépôt est mince, certaines fissures peuvent se propager vers l'intérieur jusqu'à atteindre la surface du substrat (figure 10).

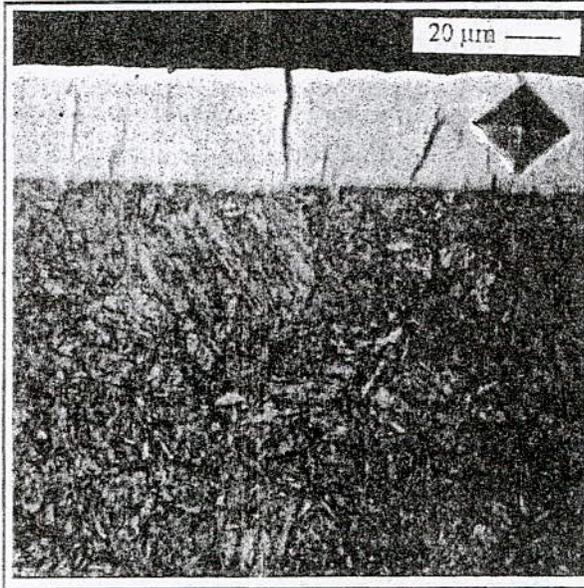


Figure 10: Coupe orthogonale du dépôt de chrome après un revenu de 2 heures à 320°C.

Ce phénomène est probablement dû à la contraction du chrome, par suite d'une expulsion d'hydrogène occlus et à la relaxation des contraintes internes.

Les traitements thermiques pratiqués industriellement concernent en général des températures de 100 à 250°C, la durée du traitement étant de l'ordre de 1 à 2 heures.

Des mesures de duretés effectuées sur des échantillons chromés à 50°C dans un bain contenant 250 g/l d'acide chromique et 2.5 g/l d'acide sulfurique sont représentées sous forme de graphe dans la figure 11.

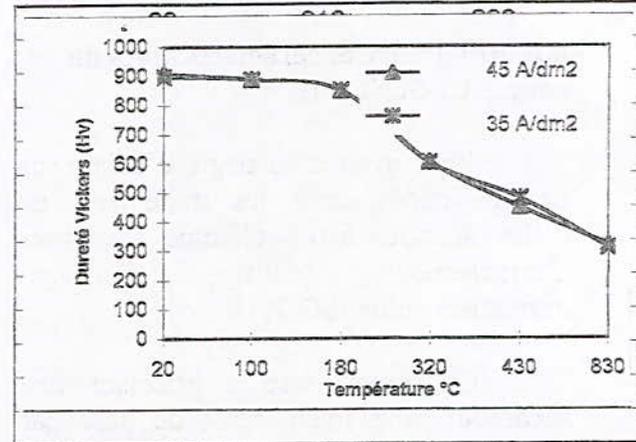


Figure 11: Variation de la dureté de la couche de chrome obtenue à 50°C dans un bain de 250 g/l d'acide chromique et 2.5 g/l d'acide sulfurique en fonction de la température de revenu et de la densité de courant.

Nous remarquons qu'à la température ambiante, la valeur de la dureté du dépôt est proportionnelle à l'intensité du courant et diminue avec l'élévation de la température de revenu. L'élévation de la température par revenu, ramène cette dureté vers 290 Hv à la température de 830°C alors qu'à l'ambiante, une dureté moyenne de 900 Hv est pratiquement stable.

Les duretés que nous avons envisagé précédemment quant à l'influence du traitement thermique sont des duretés mesurées à température ordinaire. Le dépôt de chrome ayant subi auparavant divers traitements thermiques (à 100°C, 180°C, 320°C, et 430°C pendant 2 heures et à 830°C pendant 20 heures).

#### 4.3- Caractérisation tribologique.

Nous avons utilisé un tribomètre plan-plan (figure 12). Dans notre étude, le frottant est une bille en acier 100C6 ou un parallélépipède en fonte G.S.38-15, animé d'un mouvement de translation sur le substrat en acier 30NCD16 chromé et maintenu fixe.

La charge normale appliquée (2 daN) sur les éprouvettes est assurée par un vérin à ressort. Le mouvement est transmis

directement de l'arbre moteur à la broche porte-éprouvette.

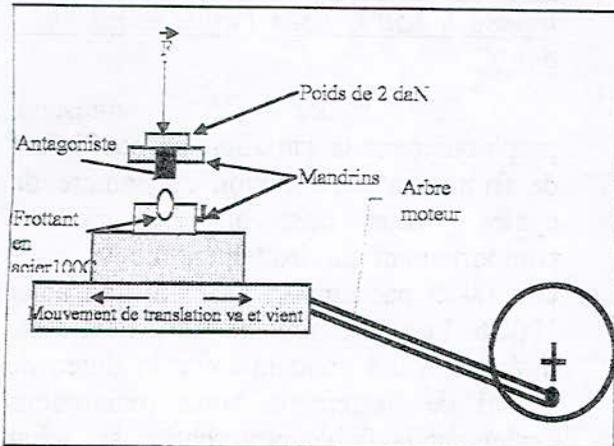


Figure 12: Représentation schématique du tribomètre plan-plan.

La force tangentielle ainsi que la charge appliquée sont enregistrées en continu par l'intermédiaire de capteurs de force. Ceci, permet de suivre les variations du coefficient de frottement  $\mu$ , tout au long de l'essai.

Nous avons opté pour les frottants suivants :

- a- frottant en acier à roulement 100C6 (bille de diamètre 10 mm).
- b- frottant en fonte G.S.38-15 préparé sous forme d'un parallélépipède de 10X10X5 mm<sup>3</sup>. Selon l'analyse au spectromètre à étincelle d'une médaille (prélevée pendant la coulée), la composition chimique de la fonte G.S.38-15 est la suivante (Tableau 5).

C%	Si%	Mn%	S%	P%	Mg%	Ni%	Cr%	Mo%	Al%
3.60	2.53	0.275	0.007	0.026	0.039	0.066	0.072	0.024	0.016

Tableau 5: Composition chimique du frottant en fonte G.S 38-15.

La structure microscopique de cette fonte après attaque au nital est représentée dans la figure 13.

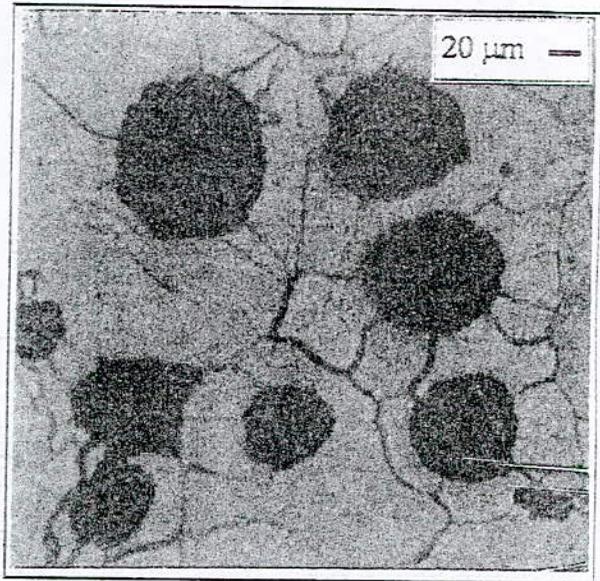


Figure 13: Microstructure du frottant en fonte G.S 38-15.

La figure 13, présente une structure à graphite sphéroïdale dispersé uniformément dans une matrice ferritique.

Tout au long de cette étude, la charge et la vitesse de glissement sont maintenues constantes (2 daN; 20trs/ mn). La durée de glissement est de 43 minutes.

Avant l'opération de frottement, nous avons mesuré la rugosité de toutes les éprouvettes grâce à un rugosimètre mécanique à palpeur type perthen C5D.

En outre, les courbes que nous donnons sont la moyenne de plusieurs essais, dans une condition donnée. La dispersion des mesures est faible, c'est pourquoi nous n'indiquerons pas de zones d'erreurs sur les courbes que nous présentons ultérieurement.

#### 4.3.1- Evolution générale du coefficient de frottement.

L'évolution des coefficients de frottement enregistrés en cours d'essais ont tous une période courte de transition qui correspond à l'accommodation des surfaces, suivi par une période caractérisée par des instabilités transitoires qui

correspondent à la création et à l'élimination du 3<sup>ème</sup> corps crée à l'interface.

**4.3.1.1- Evolution du coefficient de frottement sur un antagoniste en acier 30NCD 16.**

La rugosité de la surface de l'antagoniste est représentée sur la figure 14.

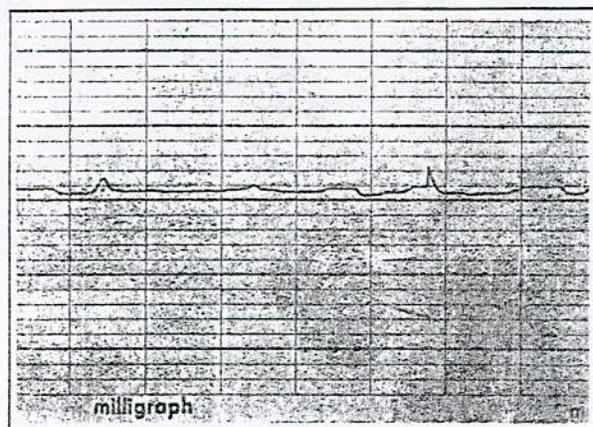


Figure 14: Rugosité de la surface avant frottement.

**a/ couple acier 100C6 - acier 30 NCD 16 trempé à 850°C dans l'huile et revenu à 600°C**

La figure 15, donne la courbe du coefficient de frottement en fonction du nombre de cycles. La valeur initiale de  $\mu=0.78$ , croit avec l'augmentation du nombre de cycle. Aux environs de 1000 cycles, la courbe atteint la valeur  $\mu=0.84$ .

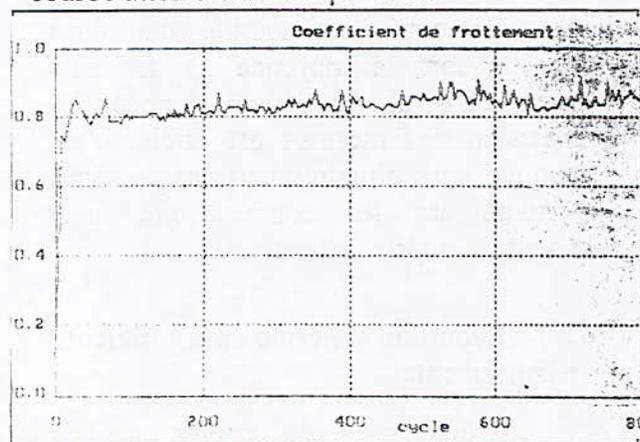


Figure 15: Couple acier 30NCD16 ( $T_{h850^{\circ}C}$ ,  $R_{v600^{\circ}C}$ ) - Bille en acier 100C6.

**b/ couple fonte GS 38-15 - acier 30NCD16 trempé à 850°C dans l'huile et revenu à 600°C**

La figure 16, représente graphiquement la variation du coefficient de frottement en fonction du nombre de cycles. Nous observons le meilleur comportement au frottement de la fonte G.S.38-15 par rapport à la bille en acier 100C6. Le coefficient de frottement reste inférieur à 0.4 pendant toute la durée de l'essai de frottement. Nous remarquons également la faible perturbation au début de l'essai jusqu'à 600 cycles.

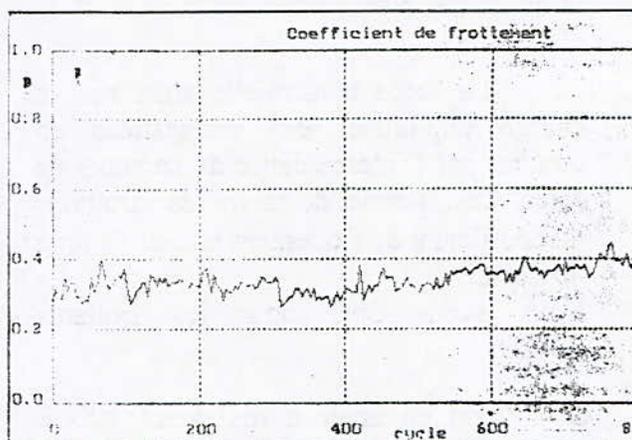


Figure 16: Couple acier 30NCD16 ( $T_{h850^{\circ}C}$ ,  $R_{v600^{\circ}C}$ ) - Fonte G.S.38-15.

**4.3.1.2- Evolution du coefficient de frottement sur un antagoniste en acier 30NCD 16 chromé.**

La figure 17, représente la rugosité avant frottement de la surface chromée de l'antagoniste, avec une densité de courant  $i_d = 35A/dm^2$ .

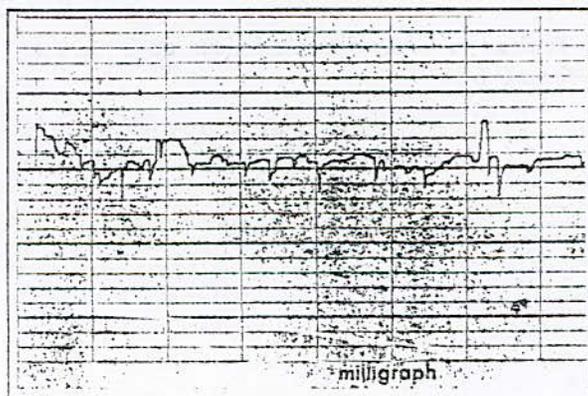


Figure 17: Rugosité de la surface avant frottement.

Nous remarquons que la rugosité moyenne  $R_a = 0.006$  du dépôt de chrome est plus élevée que celle du substrat nu  $R_a = 0.019$  (figure 17). Cette différence de rugosité est due à la qualité de la surface du dépôt de chrome qui présente des bourgeons (nodules) formés d'une façon successive lors de la déposition électrolytique du chrome. Le nombre et la hauteur de ces bourgeons s'avèrent dépendre de la densité de courant. L'utilisation d'un courant  $i_d = 45A/dm^2$ , augmente le volume et la hauteur des nodules d'où la rugosité moyenne sera  $R_a = 0.112$ .

a/ couple bille en acier 100C6 - acier 30NCD 16 chromé avec une densité de courant  $i_d = 35A/dm^2$

L'évolution du coefficient de frottement en fonction du nombre de cycle est illustrée sous forme de graphe dans la figure 18. L'allure de la courbe est croissante, elle commence avec un coefficient de frottement  $\mu = 0.43$  et augmente d'une façon monotone avec le nombre de cycle jusqu'à  $\mu = 0.58$  correspondant à 1200 cycles. Entre 1200 cycles et 1600 cycles, la courbe connaît une perturbation plus marquée qu'auparavant et elle atteint la valeur  $\mu = 0.6$  correspondant à 1600 cycles, puis redevient croissante et monotone.

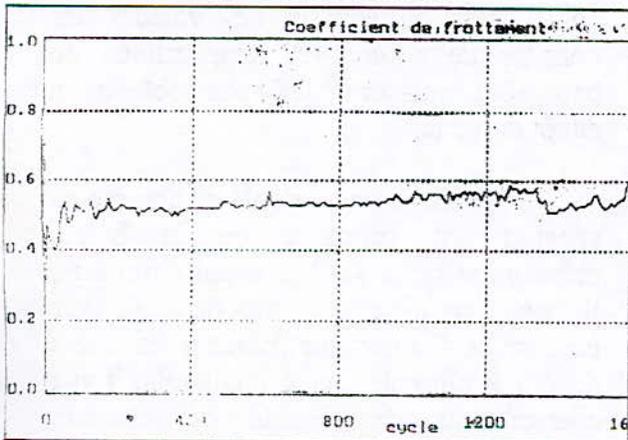


Figure 18: Couple acier 30NCD16 ( $T_{h850^{\circ}C}$ ,  $R_{V600^{\circ}C}$ ) chromé ( $i_d = 35 A/dm^2$ ) - Bille en acier 100C6.

b/ couple fonte G.S.38-15 - acier 30 NCD 16 chromé avec une densité de courant  $i_d = 35A/dm^2$

La figure 19, représente l'évolution du coefficient de frottement en fonction du nombre de cycle  $n$ . Nous observons une nette augmentation du coefficient de frottement qui passe de 0.18 à 0.4 environ. Au début, cette augmentation était rapide, elle atteint son maximum  $\mu = 0.4$  après 450 cycles. Nous constatons également que le coefficient de frottement de la fonte G.S.38-15 sur le chrome est environ la moitié du coefficient de frottement de l'acier 100C6 sur le chrome.

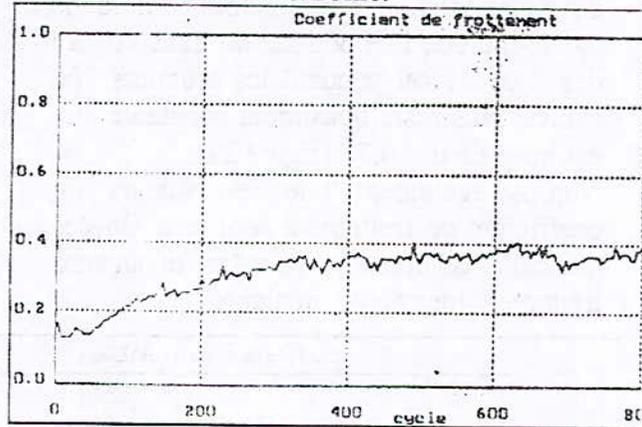


Figure 19: Couple acier 30NCD16 ( $T_{h850^{\circ}C}$ ,  $R_{V600^{\circ}C}$ ) chromé ( $i_d = 35 A/dm^2$ ) - Fonte G.S.38-15.

c/ couple bille en acier 100C6 - acier 30 NCD 16 chromé à  $35 A/dm^2$  et revenu à  $320^{\circ}C$  pendant 2 heures

La rugosité de la surface de l'antagoniste avant frottement est représentée sur la figure 20. Nous remarquons que la rugosité moyenne  $R_a = 0.118$  est plus élevée que celle de la surface du dépôt de chrome obtenu avec la même densité de courant mais sans traitement thermique préalable.

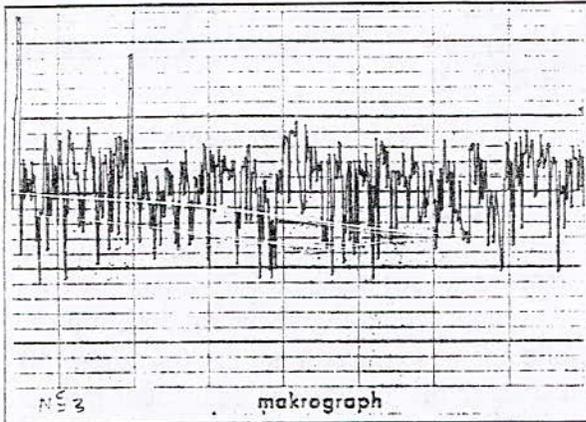


Figure 20: Rugosité de la surface avant frottement.

L'allure de la courbe du coefficient de frottement en fonction du nombre de cycle, marque une période de transition au début de l'essai pendant les premiers 200 cycles, puis reste quasiment constante aux environs de  $\mu = 0.77$  (figure 21).

Notons également que les valeurs du coefficient de frottement sont plus élevées que celles obtenues sur le même dépôt sans traitement thermique préalable.

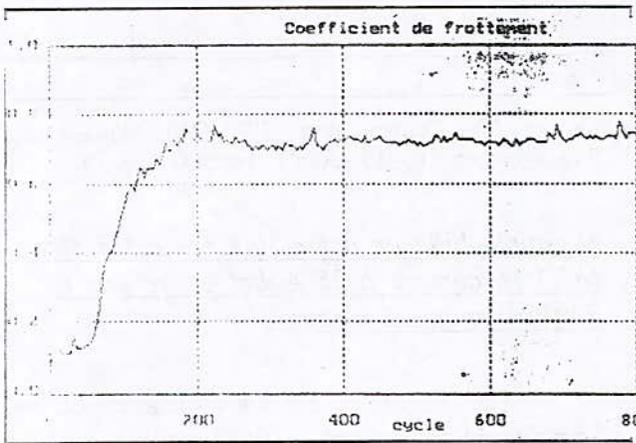


Figure 21: Couple acier 30NCD16 ( $T_{H850^{\circ}C}$ ,  $R_{V600^{\circ}C}$ ) chromé ( $i_d = 35A/dm^2$ ,  $R_{V320^{\circ}C}$ ) - Bille en acier 100C6.

d/ couple fonte G.S.38-15 - acier 30 NCD 16 chromé à 35 A/dm<sup>2</sup> et revenu à 320°C pendant 2 heures

La courbe du coefficient de frottement en fonction du nombre de cycles, présente une allure croissante depuis  $\mu=0.4$  (figure 22). Nous remarquons que les coefficients de frottement sont les

mêmes que ceux obtenus avec le même dépôt mais sans traitement thermique préalable.

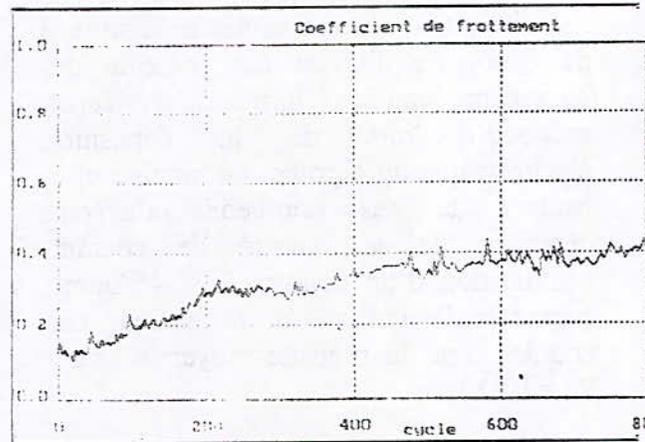


Figure 22: Couple acier 30NCD16 ( $T_{H850^{\circ}C}$ ,  $R_{V600^{\circ}C}$ ) chromé ( $i_d = 35A/dm^2$ ,  $R_{V320^{\circ}C}$ ) - Fonte G.S 38-15.

## 5- CONCLUSION GENERALE.

L'intérêt et l'application classique du chrome dur, concerne l'ensemble de toutes les surfaces soumises au frottement pour lesquelles il est nécessaire d'étudier l'avantage d'un revêtement de chrome. Ainsi, nous trouvons dans l'aéronautique une multitude de pièces mécaniques justiciables du chrome dur tels que les portées d'arbres de compresseur, arbres d'hélice ... etc. En outre, des conditions bien déterminées de concentration des constituants du bain et des valeurs des densités de courant et températures du bain, sont indispensables pour obtenir un dépôt correcte.

L'adhérence du dépôt de chrome au substrat est tributaire de la bonne préparation de la surface avant chromage. Il existe une différence importante dans le nombre de fissures que présente les divers dépôts de chrome. Les résultats relatifs aux changements de densité de courant, montrent que moins un dépôt présente des fissures plus élevée est la densité de courant appliquée. Cette corrélation entre la densité de courant et le nombre de

fissures est probablement liée aux tensions internes dans le dépôt.

Il apparaît que la diminution des tensions par formation des fissures, constitue une explication satisfaisante de la diminution des tensions de traction dans un dépôt. Pour justifier ce phénomène, nous avons procédé à un décapage sélectif du dépôt.

La différence de dureté entre les deux dépôts obtenus à 35 A/dm<sup>2</sup> et 45 A/dm<sup>2</sup>, est très faible surtout après le traitement de dégazage qui relaxe les contraintes internes. Aussi, ce dernier libère l'hydrogène "H<sub>2</sub>" en augmentant l'adhérence par la diffusion du chrome dans le substrat. Cependant, on note un meilleur rendement avec une vitesse de déposition plus accrue lorsque nous utilisons une densité de courant  $i_d = 45$  A/dm<sup>2</sup>.

La dureté du chrome qui voisine 900 Hv à 20 °C, diminue considérablement après traitement de diffusion. Par conséquent, cette dureté est fortement liée à la présence d'hydrogène occlus dans le dépôt et qui donne naissance aux contraintes interne. Ces dernières, disparaissent progressivement avec l'augmentation de la température du traitement en provoquant la chute de la dureté.

L'avantage de la structure superficielle fissurée du chrome est la quantité de chaleur dégagée lors du frottement. Car l'importance du frottement dépend dans une large mesure de la surface de contact effective; nous pouvons donc dire que la diminution de surface résultant de la porosité, contribue à abaisser la température de fonctionnement des pièces chromées en frottement, ce qui permet d'accroître leur durée de vie.

La fonte GS 38-15 par son graphite sphéroïdal qui joue le rôle d'un lubrifiant, assure le plus faible coefficient de

frottement avec la surface chromée en laissant beaucoup de débris d'usures, ce qui minimise le risque de grippage.

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- 1- C.VAN DER MERWE. Physique générale, 1982, pp. 179.
- 2- C. SNAVELY. Théorie du mécanisme du chromage et des caractéristiques physiques du dépôt de chrome, 1949, pp. 35-92.
- 3- E. MULLER. Contribution à la théorie des dépôts de chrome dans les solutions aqueuses d'acide chromique, 1949, pp. 20-110.
- 4- SARGENT. Tran. Am. Electrochim. USA, 1920, p. 479.
- 5- E. RABINOWCZ. Fifty years on tribo, London 1987, pp. 197-203.

## -THESAURIA 1997-

- 1-T.M.- A- GMEC - Mr. N. AMOURA - (23 Janvier 1997).  
*Etude de la fissuration des matériaux visco-élastiques linéaires. Simulation numérique et validation expérimentale.*  
D. T : Mr. Y. BELKACEMI
- 2-T.M.- A- GMEC - Mr. A. GUELLATI - (présentée le 18 Mars 1997).  
*Analyse des Aspects Massiques et Thermiques dans les Milieux Poreux en régime diffusif pur.*  
D. T : Mr. S. LARBI
- 3-T.M.- A- GMEC - Mr. C. MAAFOUDI - (12 juillet 1997).  
*Etude conceptionnelle d'un Tracteur.*  
D. T : Mr. M. BOUKABACHE ; Mr. M. BOUAZIZ
- 4-T.M.- A- GMEC - Mr. A. MAGHRAOUI - (23 septembre 1997).  
*Eléments d'Analyse de la Répartition Bidimensionnelle des Champs Thermiques et Hydrauliques en Milieu Poreux.*  
D. T : Mr. S. LARBI
- 5-T.M.- A- GCIV - Mr. A. MESSAOUD-NACERI - (26 Mars 1997).  
*Comportement des linéux en Béton, Armé sous Charges Pseudo-sismiques.*  
D. T : Mr. A. CHARIT ; Mr. L. CRAINIC
- 6-T.M.- A- GCIV - Mr. O. SAHA - (13 juillet 1997).  
*Investigation Numérique de la réponse Sismique Déterministe et Stochastique des Fondations Tridimensionnelles.*  
D. T : Mr. M. K. BERRAH
- 7-T.M.- A- GCIV - Mr. N. MEZOUER - (23 juillet 1997).  
*Analyse Sismique par la méthode des Eléments finis des Structures soumises à des excitations d'Appuis Multiples.*  
D. T : Mr. H. AFRA, Chargé de recherche au C.G.S ; Mr. K. SILAADI
- 8-T.M.- A- GCIV - Mr. D. BOUZID - (05 octobre 1997).  
*Analyse Semi-Analytique par Eléments finis des pieux isolés sollicités horizontalement dans un milieu à comportement non linéaire.*  
D. T : Mr. T. MESSAFER ; Mr. A. BELKACEMI
- 9-T.M.- A- GCIV - Mr. A. SLIMANI - (14 décembre 1997).  
*Analyse Dynamique des Structures étendues Soumises à l'effet de la variabilité spatiale de l'archine Sismique.*  
D. T : Mr. M. K. BERRAH
- 10-T.M.- A- GCIV - Mr. F. DJALLALI - (24 octobre 1997).  
*Etude de la vulnérabilité Sismique des Structures en maçonnerie*  
D. T : Mr. M. K. BERRAH ; Mr. H. AFRA
- 11-T.M.- A- MET - Mr. M. AKKILI - (27 Mai 1997).  
*Elaboration des Cermets Wc-Co par Frittage en présence d'une phase liquide.*  
D. T : Mr. S. YEFSAH
- 12-T.M.- A- MET - Mr. A. DELLALI - (28 Juin 1997).  
*Contribution à l'Etude de la Chromatisation et de l'Aluminisation d'un Acier Hypocutecoidé faiblement allié de type 35 CD 4.*  
D. T : Mr. BOUABDALLAH ; Mr. V. C. N'GUYEN
- 13-T.M.- A- HYDR - Mr. F. DERNOUNI - (29 octobre 1997).  
*Contribution à l'Etude du Coup de Bélier dans un réseau faiblement ramifié au refoulement.*  
D. T : Mr. B. SALAH
- 14-T.M.- A- HYDR - Mr. L. CHOUFFI - (29 octobre 1997).  
*Contribution à l'Etude de l'effet de la vase sur le phénomène de l'évaporation.*  
D. T : Mr. A. KETTAB ; Mr. B. REMINI
- THESES DE DOCTORAT D'ETAT
- 1-T.D.E.- GCIV - Mr. M. HAMMOUTENE - (06 juillet 1997).  
*Simulation non Stationnaire et Bidimensionnelle des enregistrements de tremblement de terre.*  
D. T : Mr. B. TILIOUINE ; Mr. BARD PIERRE YVES
- 2-T.D.E.- GMEC - Mr. M. BOUAZIZ - (20 janvier 1997).  
*Contribution au Contrôle des Engrenages sur Machine à Mésuser 3D.*  
D. T : Mr. A. GAHMOUSSE ; Mr. J. M. DAVID, BARRAND J. P
- 3-T.D.E.- HYDR - Mr. B. REMINI - (11 Mars 1997).  
*Envasement des Barrages en Algérie - Importance, mécanismes et Moyens de Lutte par technique du Soutirage.*  
D. T : Mr. A. KETTAB ; Mr. J. M. AVENARD
- 4-T.D.E.- MET - Mr. M. BOUABDALLAH - (14 FEVRIER 1997).  
*Contribution à l'Etude des alliages à mémoire de forme à base Cu-Ai-Ni.*  
D. T : Mr. CIZERON ; Mr. M. KADI HANIFI

Table des Matières

A- Génie -Civil / Mines

- |  |    |
|--|----|
| 1 - M.Aberkane , Labadi , G.Pluvinage « Ductile Tearing of Thin Steel Sheets under Statique loading »                              | 1  |
| 2 - M.Hammoutene , B.Tiliouine et P.Y Pard « Synthese Bidimensionnelle des Ondes Sismiques aux Sites d'enregistrement »            | 9  |
| 3 - B.Zeghlache , S.Belkacemi « Analyse Dynamique non linéaire du Comportement des Murs de soutènement »                           | 22 |
| 4 - M. M Khenfer , A. Bali , P.Morlier « Etude de la résistance à la fissuration des Ciments renforcés de Filières Cellulosiques » | 35 |
| 5 - L.Azzouz , M.Bouhicha , M.M. Khenfer , « Stabilisation Physico-Chimique d'un sol sableux »                                     | 46 |

A -2 - Mécanique / Energétique.

- |  |    |
|--|----|
| 1- S.Larbi , H.Belhaneche , « Etude théorique et validation expérimentale des mécanismes de transfert de chaleur et d'humidité dans les parois de construction » | 55 |
| 2- S.Larbi H.Belhaneche , A.Maghraoui « Simulation Numérique 2D des mécanismes de transfert de chaleur dans les milieux capillaro-poreux »                       |    |
| 3 - S.Badaoui , H.Belhaneche , M.Oukali , S.Larbi « Simulation Numérique de la lubrification Thermohydrodynamique des paliers à patins oscillants                | 68 |
| 4 - F.Mezaour , B.Benkoussas « Etude de la Relaxation Chimique Derrière un choc fort détaché »   | 77 |
| 5 - S.Daghboudj , A.Gahmousse , « Contribution à la quantification du vrillage des aubes longues et extra-longues de Turbines à Vapeur ».                        | 84 |
| 6 -S.Daghbadj , A.Gahmousse , « Méthode de Calcul des Caractéristiques Géométriques à action stodola et à réaction »   | 89 |
| 7 - A.Desseaux « Etude Numérique de l'écoulement d'un Conducteur en présence d'un champ magnétique »   | 96 |

A - 3 - Hydraulique / Mécanique des fluides

- |  |     |
|--|-----|
| 1 - D.Aissani , B.Dahmani , « Gestion Optimale des Réservoirs d'un réseau hydraulique urbain »                                   | 106 |
| 2 - L.Benayada , A.Kettab « Examen approché des caractéristiques de propagation dans un écoulement transitoire à surface libre » | 112 |
| Partie I - Cas des modèles simplifiés  |     |
| Partie II- Cas du modèle Complet   |     |

A - 4 – Métallurgie

- |  |     |
|--|-----|
| 1 - K.Necib , P.Revel , H.Michaud , A.Lodini , V.Colmart « Modélisation du comportement Thermomécanique d'un revêtement du type Z10 C13 , déposé par torche plasma à arc semi-transféré , sollicité en fatigue thermique » | 124 |
| 2 -K.Necib , P.Revel , H.Michaud , A.Lodini , M.Ceretti , « Optimisation de la mise en oeuvre de rechargement par le procédé Plasma Transferred arc ( P T A)   | 129 |
| 3 - N.Mesrati , D.Boukroune , M.Laribi , D.N'guyen , D.Treheux «Comportement en frottement -usure de l'acier 30 NC D16 traité par chromage dur »   | 134 |

A - 5 - Thésauria - 1997

146

# RECOMMENDATION TO AUTHORS

The Algerian journal of Technology (AJOT) magazine publishes original articles of researches fitting scientific and technologic dimension. Theory, design, applications and development are greatly taken in to account by type subjects dealt with by the issues A, B, C, and for the contribution, they appear as following:

1. By articles presenting a meaningful and significant supply in research, development in application of concepts. (Less than 20 pages)
2. By technical notes and short correspondences commenting or correcting type earlier published articles (Not more than 10 pages)
3. By syntheses or monographs (Less than 20 pages)
4. By reports of conferences colloquy, symposium and seminars, gathered in a special issue of The AJOT

The submission of a manuscript means that that it has already been protected by a copyright, and not published, or submitted or accepted for publication elsewhere.

The manuscripts must be written preferably in English. The AJOT does not accept the manuscripts written in Arabic or French unless they exceed 50 % of their global content as competition regarded.

The whole manuscripts must be concise at great extent. The editor has the right to refuse the articles which exceed the needed number of pages. In case of acceptance the overstepping will be invoiced on the authors.

## A. SUBMISSION PROCEDURE OF MANUSCRIPT

1. All Manuscripts Should be submitted in 5 complete copies, one of item must be original. This is to facilitate the work for the reading-committee.
  2. The authors whom their articles are accepted, if not done before, have to give a short biography (Less than 100 words) and two photographs of passport.
  3. The manuscripts will be transmitted within 2 copies of the application for publication letter.
- The address must be shown on the latter and if possible the phone-number and / or telex / fax, etc. The director is to be informed about any change or alteration in due time.

## B-COPYRIGHT

By its rule of procedure, the AJOT adjudges 50% of its authors' rights to compensate the supply of editors. So the application letter must include the signed convention of authors' on this procedure.

## C. PRESENTATION OF THE MANUSCRIPT

1. The manuscripts must be typewriter in double columns, on white paper of A4 (21.29.1 cm) and on one side only, with a 3 cm margin on both side. the magazine is off-printed recto-verso, the characters font are times-roman, the title in 14 pts, the authors' names and address in 12 pts and the text in 10 pts

2. What should be written on the first page

- The title of the article (without symbols) well condensed
- Authors names (in limited number, avoid articles of more than three authors) which should be proceeded by their names initials. A slash must mark the name of the authors who will be communicated of any correspondence related to the article
- The names and addresses of concerned laboratories
- The key words according to norms admitted by the information bank.
- the summaries in three languages: Arabic, English, and French, in this order - 300 words in maximum for the original articles or synthesis 75 words for technical notes and correspondences.

These summaries should not contain equations, references, or notes of acknowledgments

- The articles which are exclusively written in English should contain abstracts in Arabic and French

3. An introduction that indicate the state of the subject and the contribution of the article will be supplied

4. Indicate, eventually, the advantages, limitations and possible applications at the conclusion.

5. The references should be numbered between brackets [ ]. They must, also, be placed at the end of the article. The references should precise in order the following

- The names of all the authors preceded by their last names initials.
  - The title at the article.
  - The abbreviation of the magazine's title. It is a book give the editor's name.
  - the numbers of inclusive pages (or Chapter) after the volume indication, the month and the year.
6. The equations must be numbered in the text in Arabic numbers (between parentheses). Avoid using simultaneous indexes.
  7. The references in the text should appear numbered, put between brackets and placed after the name of one or two authors.
  8. The list of references should be printed in double spaces at the end of text, in the order they given in the text.
  9. The nomenclature and the abbreviations must be represented in a glossary at the end of a text and after the list of references.
  10. The International System (I.S) has to be used even if a particular practice needs the use of an other system of units. The equivalence in the International System must appear in brackets.
  11. The impression of the black color must be well contrasted (laser impression for example). Avoid computer printers that gives a difficult impression to reproduce.
  12. The chosen characters of Times New Roman type must be neither too narrow nor too spindly. The letters and signs must have at least 2 mm of height. Avoid too much bold characters and symbols.
  13. As for the titles of paragraphs, use capital letters or bold characters, but not underlined, the titles of alineas must be underlined.
  14. All the titles of paragraph or alineas start too the left margin of the page.
  15. The width of columns must be 70 mm. The spacing between columns must be 10 mm. The text should be written in Times New Roman 10 pt.

## D. CURVES, TABLES AND PHOTOS

1. The authors are asked to submit professional illustration of high quality. The JOT has not the means to do it.
2. The original drawings should be done with black Chinese ink on white tracing paper. The figures scale must be 7 x 7 cm. It is not possible to insert the figures, tables and photos in the columns. The needed size is limited to 13 x 21 cm. The printing on photograph paper of the illustrations is also possible.
3. The whole subscriptions must be large enough to be legible after the printing.
4. The figures should not be overloaded by legends and text. Give only what is necessary.
5. The figures and tables (charts) must be presented in the text in the desired positions.
6. The numbering of figures and photographs is the same. The tables are numbered apart.
7. All figures and tables must have a title, their numbering should be dealt with in the increasing order.

## E. PRINTING ASIDE

whenever possible, 30 copies without covers would be printed and given to the authors. In this case the corresponding costs will be paid off immediately after the acceptance of the manuscript according to the estimate of the printer.

## F. MAILING OF ARTICLES

The articles and manuscripts conforms to the above recommendation (notes) should be sent to:

Mr. le Directeur de la rédaction de la revue AJOT  
Ecole Nationale Polytechnique  
B.P. No. 182, Hassan Badi El-Harrach, 16200 Alger, Algérie.  
Tel : 52.59.29 - 52.53.01/03  
Télex : 64.147 ENP/DZ  
FAX : (213) 2.52.29.73.