

**ALGERIAN**



**J**

**ournal**

**O**

**f**



**T**

**echnology**

*Génie Civil  
Hydraulique  
Mines  
Mécanique*

*Série*

*A*

**Volume 10 - N°1**

**ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE PUBLICATION**

ISSN 1111 - 357 X

**1994**

**ALGERIAN**



**J**

**ournal**

**O**

**f**



**T**

**echnology**

*Génie Civil  
Hydraulique  
Mines  
Mécanique*

*Série*

*A*

Volume 10 - N° 1

**ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE PUBLICATION**

ISSN - 1111 - 357 X

**1994**



COMITE DE REDACTION

Serie A

Section Génie-Civil :

P.Y. Bard - LCPC Paris et Univ. J. Fourier - France  
 E. Flavigny - IMG - EBMG - Grenoble - France  
 B. Tiliouine - EMP - Alger - Algérie  
 A. Charif - Université de Batna - Algérie  
 M. Berrah - EMP - Alger - Algérie

Section Mines :

J.F. Thimus - UCL - Belgique  
 S. Guerrak - EMP - Alger - Algérie  
 A. Ait-Yahiatène - EMP - Alger - Algérie  
 B. Mohamed Aguid - EMP - Alger - Algérie

Section Hydraulique :

P. Foray - INPG - France  
 C. Thirriot - INPT (ENSEEIRH) - Toulouse - France  
 Y. Zech - UCL - Belgique  
 M. Besbes - ENIT - Tunis - Tunisie  
 A. Kettab - EMP - Alger - Algérie

Serie B

Section Electronique, Télécommunications et Informatique

H. Baudran - INPT - Toulouse - France  
 G. Dubost - Université de Rennes 1 - France  
 A. Vander Vorst - UCL - Belgique  
 B. Sansal - USTHB - Alger - Algérie  
 A. Chekima - EMP - Alger - Algérie  
 A. Farah - EMP - Alger - Algérie  
 A. Zerguerras - EMP - Alger - Algérie  
 M. Benhamadi - Directeur du C.E.R.I.S.T. - Algérie  
 M. Mrayati - Directeur du Hiast - Damas - Syrie  
 B. Derras - EMP - Alger - Algérie

Section Electrotechnique et Electronique de Puissance

A. Beroual - EMP - Alger - Algérie  
 M.E.H. Zain - EMP - Alger - Algérie  
 A. Boubekeur - EMP - Alger - Algérie  
 A. Bensenouci - EMP - Alger - Algérie  
 S. Leulmi - Université de Skikda - Algérie  
 L. Refoufi - IMELEC - Boumerdes - Algérie  
 M.S. Boucherit - EMP - Algérie  
 M.O.H. Mahmoudi - EMP - Algérie

Section Intelligence Artificielle

M.E.H. Aggoune - Univ. Washington - Seattle - USA  
 Z. Haddad - EMP - Alger - Algérie  
 A. Farah - EMP - Alger - Algérie

Section Automatique, Contrôle et Robotique

N.K. M'Sirdi - LRP Paris 6 - France  
 F. Boudjemaa - EMP - Alger - Algérie  
 M.F. Chigara - EMP - Alger - Algérie

M.S. Ait-Cheikh - EMP - Alger - Algérie  
 A. Zerguerras - EMP - Alger - Algérie  
 A. Louan - EMP - Alger - Algérie

Section Mécanique et Construction Mécanique

B. Macib - Université de Constantine - Algérie  
 S. Rechak - EMP - Alger - Algérie

Section Energétique et Conversion d'Energie

M.A. Ait-Ali - EMP - Alger - Algérie  
 A. Gahmousse - EMP - Alger - Algérie  
 B. Benyoucef - Université de Tlemcen - Algérie

Section Génie-Industriel

A. Ouabdesselam - EMP - Alger - Algérie  
 M. Aboun - EMP - Alger - Algérie  
 O. Belmokhtar - EMP - Alger - Algérie  
 H. Bencherif - EMP - Alger - Algérie  
 Z. Haddad - EMP - Alger - Algérie  
 L. Kerbache - ESC - Rennes - France  
 M. Bellag - P.D.G. S.P.A. (ENICAB) - Algérie

Serie C

Section Physique et Génie Physique

T. Mohamed-Brahim - USTHB - Alger - Algérie  
 A. Bouabdellah - USTHB - Alger - Algérie  
 M. Benchaala - USTHB - Alger - Algérie  
 A. Kacher - EMP - Alger - Algérie  
 T.H. Zerguini - USTHB - Alger - Algérie  
 F. Menas - EMP - Alger - Algérie

Section Matériaux

M. Bendaoud - USTHB - Alger - Algérie  
 A. Beroual - EMP - Alger - Algérie

Section Métallurgie

D. Treheux - Ecole Centrale de Lyon - France  
 B. Bouzabata - Université de Annaba - Alger - Algérie  
 N. Mesrati - EMP - Alger - Algérie

Serie D

Section Chimie, Génie-Chimique et Génie des Procédés

J.W. Lessière - ENSCV - Montpellier - France  
 R. Leenaerts - UCL - Belgique  
 D. Benachour - Université F. Abbas - Sétif - Algérie  
 R. Belabbes - EMP - Alger - Algérie  
 S.E. Chitour - EMP - Alger - Algérie

Section Environnement

A. Gaid - USTHB - Alger - Algérie  
 R. Kerbachi - EMP - Alger - Algérie  
 A. Amameria - EMP - Alger - Algérie  
 N. Nameri - EMP - Alger - Algérie

## AVANT PROPOS

Dans le numéro 9 de l'A.J.O.T., notre avant propos tentait une mise au point sur les Revues à Caractère Scientifiques et Techniques. Celles-ci étaient et restent encore l'un des meilleurs moyens pour valoriser le travail de recherche et identifier la communauté des chercheurs.

Dans ce numéro 10 de l'A.J.O.T., nous voudrions procéder à une démarche analogue au sujet des Sociétés et Associations Scientifiques et Techniques. Depuis la loi de 1989, autorisant et réglementant les associations, leur nombre ne cesse de croître au point qu'il n'est pas possible d'en dresser un état exhaustif ici, d'autant plus que toutes ne possèdent pas de Revues permettant de suivre leurs activités.

Les associations algériennes de mathématiques (A.M.A.), de chimie (S.A.C.), de physique (A.A.P.), du développement et de la promotion de la Science et de la Technologie (A.D.P.S.T.), de géologie (S.A.S.G.), de microbiologie (S.A.M.), d'Histoire Naturelle (S.A.H.N.), de Mécanique (A.A.M.), etc.. programment et développent de nombreuses activités de leur champ respectif. Les conférences et colloques se déroulent chaque année en nombre significatif : de nouvelles revues Scientifiques et Techniques sont apparues et continuent de paraître, grâce à ce mouvement associatif bénéfique et cela malgré que la situation sociale actuelle soit particulièrement des plus difficiles et peu favorable à sa dynamique. Quant on laisse les algériens sérieux s'organiser par affinité professionnelle, ils travaillent et produisent. Si les débuts s'affirment maladroits quelque fois, ils constituent néanmoins une expérience salvatrice pour corriger rapidement les erreurs.

Une Société moderne ne peut pas se passer des organisations associatives et ce dans la quasi totalité des domaines de la vie active. Les associations à caractère corporatistes introduisent le moins que l'on puisse dire, une déontologie professionnelle, une cohérence intra et inter professionnelle, une réduction des comportements par trop individualistes au profit de ceux faisant jouer la solidarité, la conscience collective et bien d'autres avantages.

Les pouvoirs publics trouvent dans les associations le partenaire social et l'interlocuteur de choix pour mieux organiser et gérer les activités relatives à leurs compétences respectives.

Les associations constituent souvent une force de proposition non négligeable pour les décideurs concernés.

Le secteur des activités technologiques en raison de sa grande diversité n'a pas encore dans le pays sa force de

cohésion, de coordination et d'organisation. A cet effet, nous pensons que le prochain agrément de la Société Algérienne de Technologie (S.A.T.) sera un moyen pour remédier à ces défaillances du moins en grande partie si ce n'est en totalité.

Est-il admissible aujourd'hui d'avoir des ingénieurs et techniciens de tous profils au chômage ? Alors que les domaines relevant de leur compétence connaissent souvent un déficit de main d'oeuvre qualifiée. Les déficits sont accentués quand on s'éloigne des grands centres urbains. Cette situation nourrit bien des problèmes actuels et à venir, pourtant il est possible de la corriger et le plus vite sera le mieux. Que d'exploitations agricoles d'importance ignorent ce que sont les ingénieurs et techniciens agronomes, alors que nombre d'entre eux sont au chômage.

La S.A.T. dans son organisation se veut un espace de concertation et de réflexion pour tous les technologues algériens quelque soit leur filières et qu'ils soient résidents ou non dans le pays. Elle se propose de stimuler la créativité, le dialogue, la compétitivité, la coordination inter-membres et inter-secteurs, le développement dans chacune des branches relevant de sa compétence.

La S.A.T. se fait vocation à promouvoir et à valoriser la Recherche ; à décloisonner les différents opérateurs économiques pour une meilleure coopération capitaliser et à tirer profit du savoir et du savoir-faire technologiques.

La S.A.T. se propose d'apporter au système éducatif les éclairages nécessaires sur les technologies et sur la société en mutation permanente afin qu'il puisse atteindre avec efficacité ses principaux objectifs dont entre autres le plein emploi avec une meilleure adéquation formation emploi.

Aux secteurs à caractère stratégiques, la S.A.T. offrira son concours pour les animer, les préserver et les renforcer.

Pour toutes ces raisons nous ne pouvons qu'encourager et contribuer à la création de la S.A.T. ensemble avec les forces productives et universitaires du pays les plus concernées, et le plus tôt serait préférable.

Ahmed ZERGUERRAS.

## Série A

- |   |     |
|---|-----|
| 1. S. KACI  | 01  |
| Study of dynamic behaviour of tension of pre-stressed composite cables (temperature - related)                          |     |
| 2- B. TILIOUINE et A. ABED  | 11  |
| Analyse non linéaire des structures soumises à la réplique du 08/11/1980 du séisme de Chlef                             |     |
| 3- B. TILIOUINE et D. SI-BACHIR   | 37  |
| Contribution à l'étude de l'influence de l'hydratation des ciments alumineux fillérisés sur leur comportement mécanique |     |
| 4- M.K. BERRAH, M. DEMIDEM, M. HADID, A.A. BENAZOUZ   | 63  |
| Contribution à la modélisation du comportement flexionnel des plaques raidies par différentes méthodes numériques       |     |
| 5- A. GAHMOUSSE, A. LABASSI   | 77  |
| Tuyères supersoniques à hautes températures traces et généralisation de la relation de Prandtl-Meyer                    |     |
| 6- A. GAHMOUSSE, A. LABASSI   | 87  |
| Etude de l'écoulement visqueux dans une tuyère supersonique à hautes températures                                       |     |
| 7- J.M. DAVID, M. BOUAZIZ   | 97  |
| Contrôle des surfaces de dentures coniques droites pratiques sur machines à mesures tridimensionnelles                  |     |
| 8- M. ABERKANE et PLUVINAGE   | 109 |
| Etude en fatigue oligocyclique en traction compression et en torsion alternée sur l'alliage de magnésium GA 3Z1.        |     |
| 9- Selection d'ouvrages   |     |
| 10- Selection de colloques  |     |

**STUDY OF DYNAMIC BEHAVIOR OF  
TENSION OF PRE-STRESSED COMPOSITE CABLES  
(TEMPERATURE-RELATED)**

S. Kaci\*

**ABSTRACT**

Experimental results of dynamic behavior of composite cables under tension, and its relation to temperature, are presented; the cords are made of high modulus kevlar (0.95 TWA2). They were tested with a visco-analyzer (metravib). The frequencies and temperatures studied range, respectively, from 7.8 to 1000 hz, and from  $-70^{\circ}\text{c}$  to  $180^{\circ}\text{c}$ . This study contributes to a better understanding of the visco-elastic properties of the material. It also makes for a better understanding of the effect of temperature on the dynamic modulus of conservation of the composite.

**keywords:** kevlar (composites-cables), temperature, visco-analyzer, visco-elasticity, dynamic modulus of conservation.

\* Lecturer, Institut of Civil Engineering, University of Tizi-Ouzou

## INTRODUCTION

Composite cables, because of the fact that they are not subject to corrosion and, in addition, in the long run and at room temperature, show pre-stress losses due to weak flow and relaxation, can be used as pre-stress tools. Also their low density as well as their highly performing tension features incite researchers and industry related people to use them to build bridges and other structures, as well as for restoration purposes in damaged structures. Within the scope of this article, the results of the research which has been carried out on the study of dynamic behavior under tension of composite cables (kevlar high modulus 0.95TWA2) in this relation to temperature and, more precisely, the effect that temperature has on the dynamic modulus of conservation  $E'$  of the composite, are presented.

## 2. TESTED MATERIALS (CORDS ARE MADE OF KEVLAR 0,95 TWA2)

The material tested is a braided high modulus, kevlar cord, impregnated with a heat-hardening resin of polyester urethane; its shape is cylindrical of low diameter (0.95), and it is anisotropic and able to be manufactured in units of great length. It is obtained by braiding two groups with four threads each, (the first group being braided in the direction  $s$ , and the other in the direction  $Z$ ). Each of these threads, formed by an assemblage of 768 kevlar 49 filaments distributed in a parallel manner, has a linear mass of dtex, photo. 1.

Such an assemblage by braiding, allows the conservation, for as long as possible, of the mechanical characteristics of the kevlar fibers, as far as the impregnation product is concerned (polyester). Not only does it play the role of a lubricating agent among the fibers that constitute the braids but, in addition to

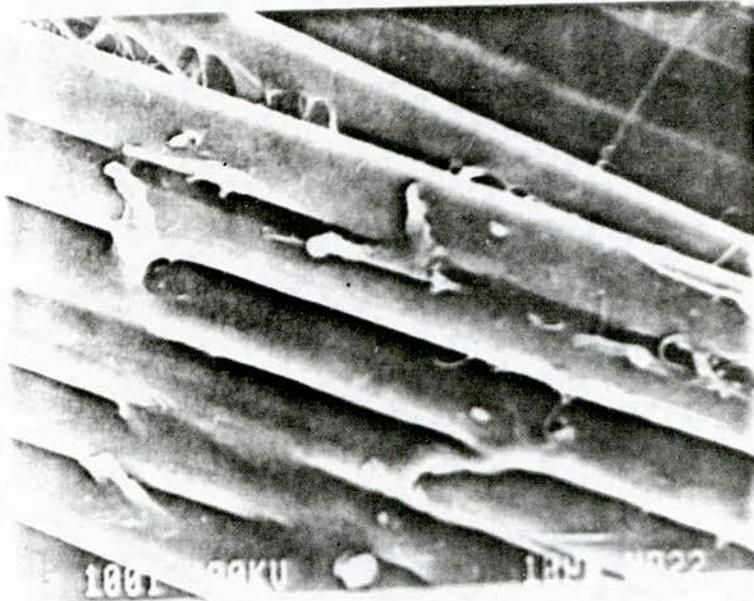


Photo. 1 Filaments of kevlar 49 within a thread in the tested cord, impregnated with heat-hardening resin, microscopic scale.

that, it enables the braid to keep its cylindrical shape. In contact with the braid, this polyester presents a cohesive elastic joint conferring the cord a great compliance. The mass fraction in fibers is about 80%.

### 3. MECHANICAL CHARACTERISTICS(TENSION), AND FRACTURE ENVELOPE

Mechanical characteristics under tension have been obtained by means of a machine (ADAMEL L'HOMARGY, model DY.25) and an optical extensometer of high resolution. As for the diameter, it is determined with the help of a profile projector (SASEM P500). The results obtained are as follows: resistance under tension (MPa)  $2201 \pm 22$ ; failure

strain (%)  $2.13 \pm 0.05$ ; longitudinal elasticity modulus (GPa)  $103.2 \pm 3.4$ ; diameter of the cord (mm)  $0.95 \pm 0.05$ . The diagram of tension thus obtained is similar to that of the elementary fiber of KEVLAR. It is represented by a curve that is linear up to the failure point, figure 1.

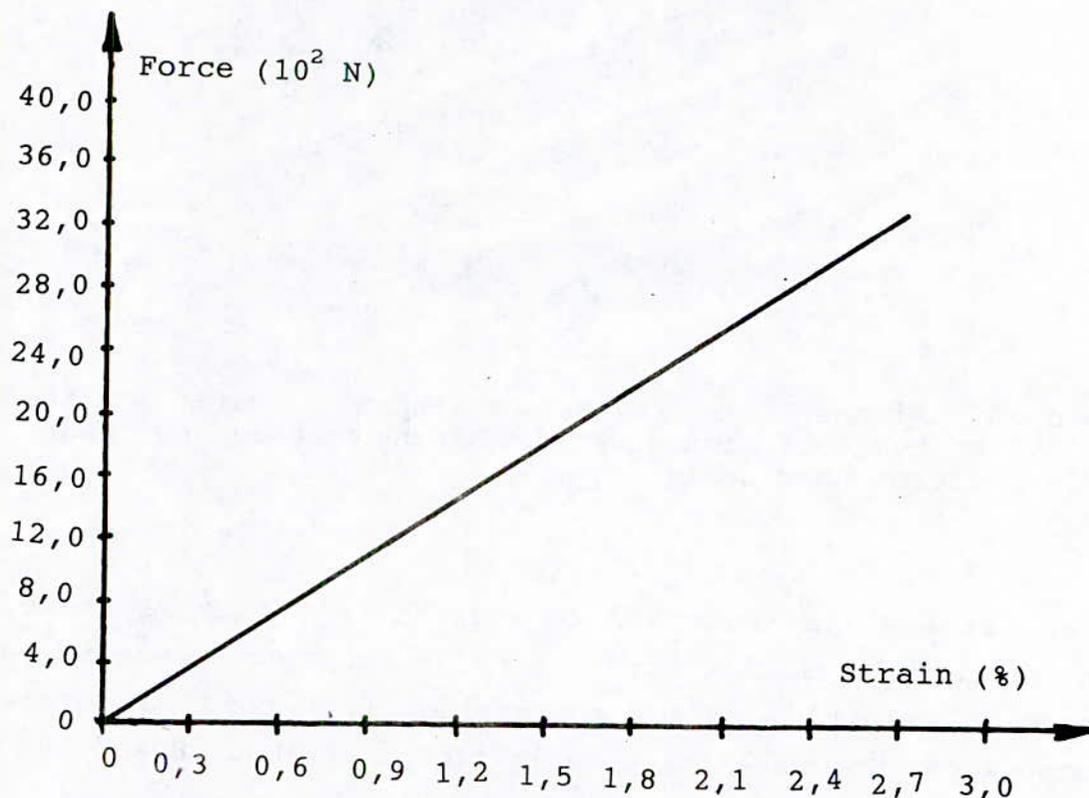


Figure 1 Diagram of tension of the kevlar cord (type 0,95 TWA2)

Microscopic examination with electric determination of fracture envelopes of the tested samples, show that after the violent fracture of the cord, a fracture of the resin occurs in the first place, followed shortly afterwards by the separation of the different threads; then, the different elementary filaments undergo piling

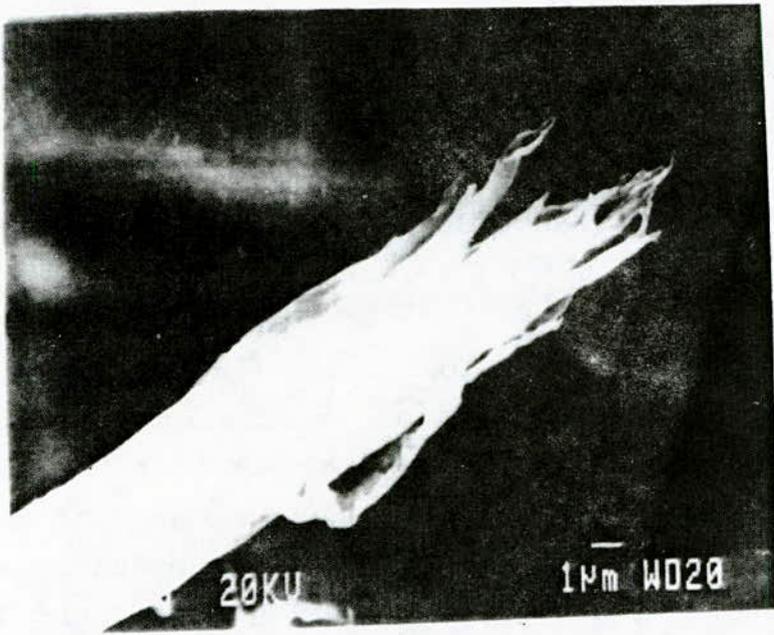


Photo. 2 Fracture envelope of a filament of kevlar 49, obtained by means of an electronic microscope.

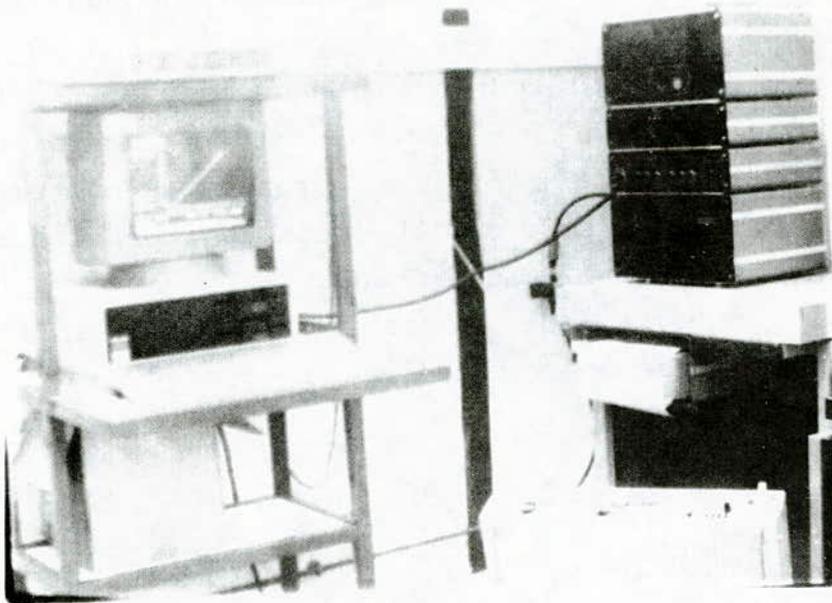


Photo. 3 Measurement acquisition chain.

first, which provokes surface changes (alteration), followed afterwards by the structure bursting into several sub filaments before collapsing, photo. 2.

#### 4. STUDY OF THE DYNAMIC BEHAVIOR UNDER TENSION IN RELATION TO TEMPERATURE

The dynamic behavior of longitudinal samples under tension in vibration mode is studied, especially to highlight the effect that temperature has on the variations of mechanical parameters, such as the component of the complex modulus that is the conservation modulus  $E'$ . Some cylindrical samples of the following dimensions  $L = 50\text{mm}$ , diameter =  $0.95\text{ mm}$  vertically placed, have been tested in a viscoanalyser (METRAVIB). The frequencies screened by this device range from  $7.8$  to  $1000\text{ hz}$ ; as for the temperatures, they range from  $-70^{\circ}\text{C}$  to  $180^{\circ}\text{C}$ . This device consists of a vibrator that experts a sinusoidal strain on the sample, measured with the help of a displacements pickup device; on the other hand, the force transmitted is measured by a force pickup device.

An electric oven, placed around the sample, ensures its being heated to  $180^{\circ}\text{C}$ . As for the method used to cool the sample, it consists of circulating air whose temperature has been decreased (cold air) by putting it in contact with a container full of liquid nitrogen.

The results obtained are showed in the curves in figures 2 and 3, showing the correlation to frequency.

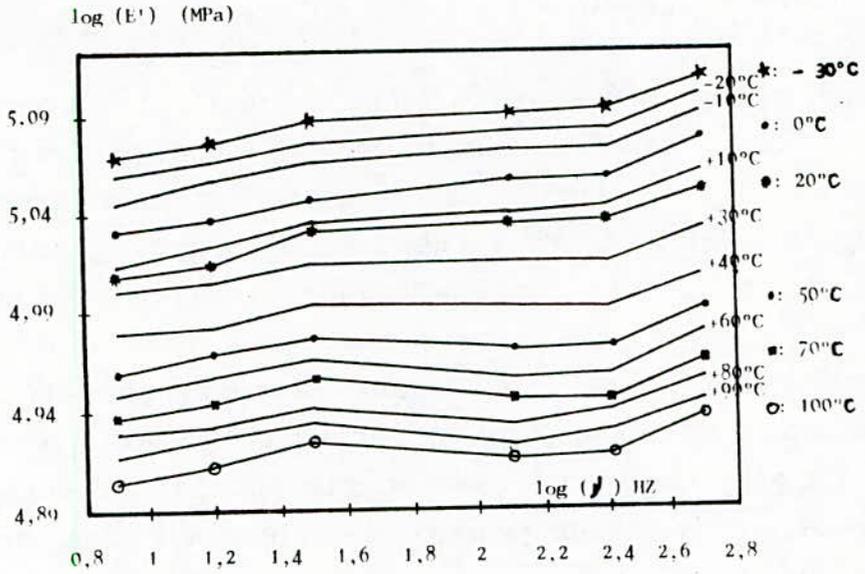


Figure 2 Sample under dynamic tension

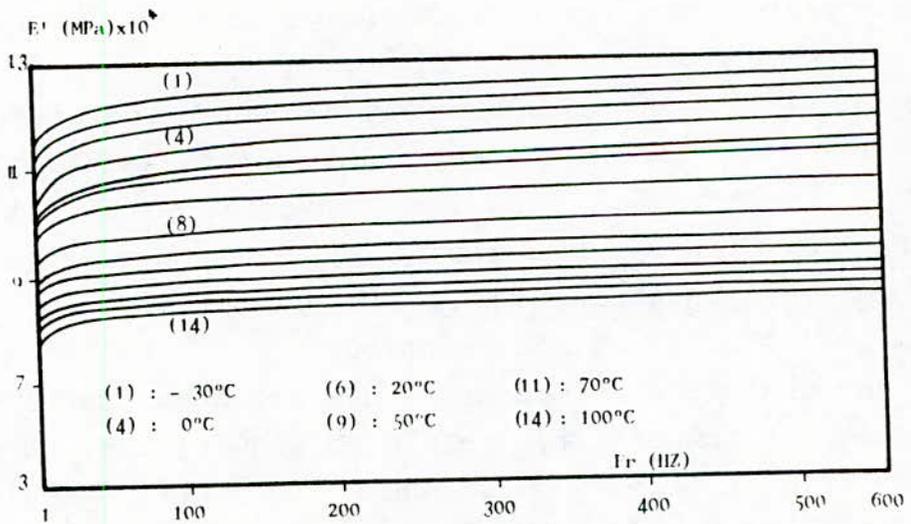


Figure 3 Sample under tension: evolution of the conservation modulus related to frequency and temperature(-30 c, +100 c)

## 5. RESULTS AND REMARKS

For any given temperature, the higher the frequency of solicitation, the greater the dynamic modulus of conservation. It reaches its maximum for high frequencies, which shows with accuracy the case of a spring solicited by itself. In contrast, for low frequencies, this modulus  $E'$  is weak, and most of the strain must come from a bumper. And finally, for average frequencies, a continuous increase of the dynamic modulus  $E'$  is observed. For all testing, an increasing evolution of the dynamic modulus of conservation  $E'$  correlated to temperature, is observed for any given frequency.

## 6. CONCLUSION

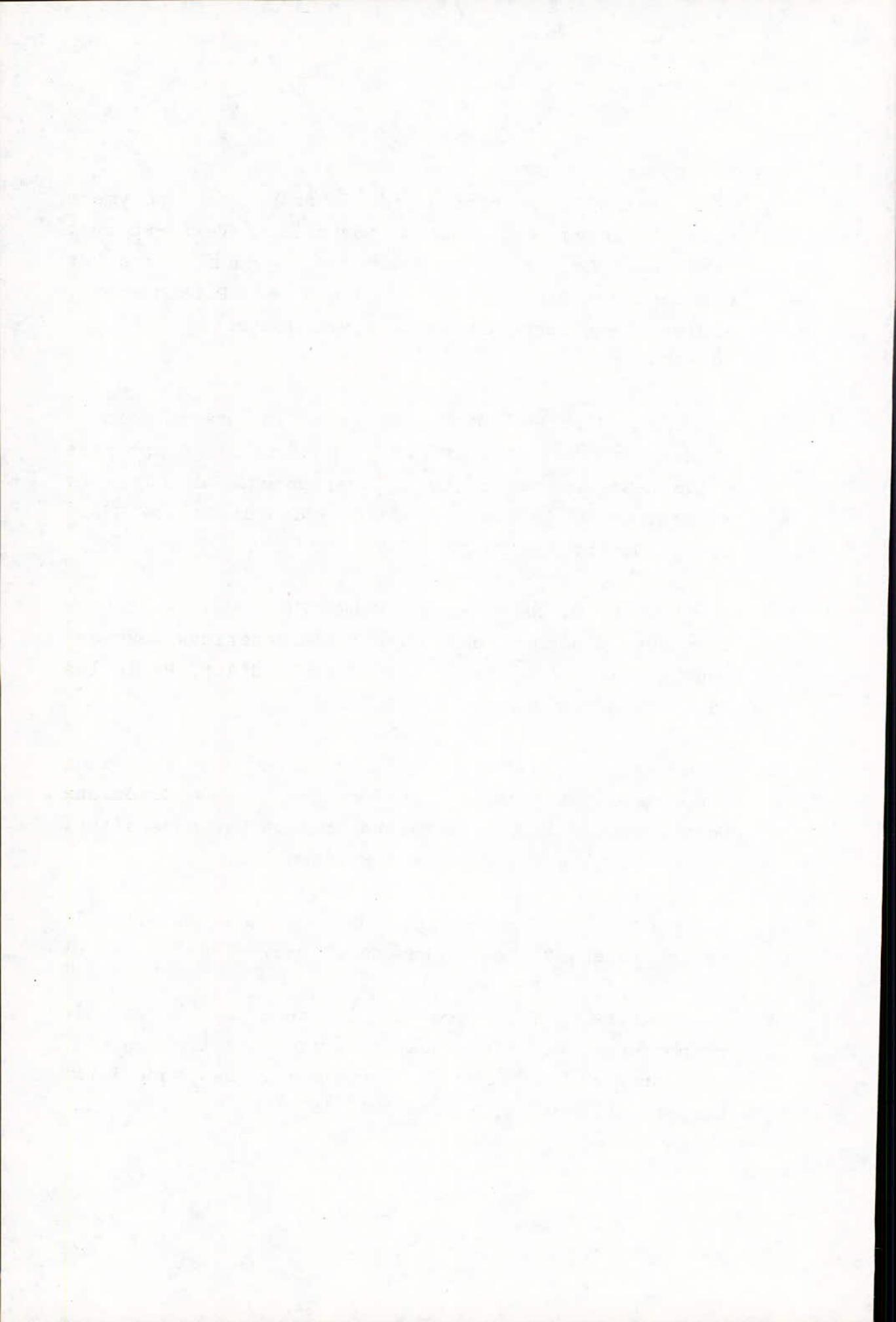
The results of this study carried out in a short time, obtained immediately since they cannot be obtained with the help of static testing procedures (flow or relaxation), do not contradict the current knowledge of the viscoelastic behavior of kevlar.

On top of that, it has been proved that temperature is a relevant parameter, which has a considerable effect on the value of the dynamic modulus of conservation  $E'$ . Thus, it must be taken into consideration in all subsequent studies (on flow or relaxation, for instance), as well as in all theoretical studies on modelisation.

Since the transition temperature has not been identified on this range of temperatures ( $-30^{\circ}\text{C}$  to  $+100^{\circ}\text{C}$ ) and, should it exists, it must be very high, this cord made of kevlar can be used for many practical applications.

REFERENCES:

- [1] P. HAMELIN, "Poutres de béton de polymère précontraintes par câbles composites Verre-Epoxy". Matériaux Composites d'Avant-Garde pour ponts et charpentes, Editeurs: K. W. Neale et P. Labossière, Société Canadienne de Génie Civil, Octobre 1992, pp. 201-209.
- [2] S. KACI, "Câbles composites pour la précontrainte: étude de la relaxation." Matériaux Composites d'Avant-Garde pour ponts et charpentes, Editeurs: K. W. Neal et P. Labossière, Société Canadienne de Génie Civil, Octobre 1992, pp. 89-99.
- [3] B. CHABERT, G. NEMOZ et N. VALENTIN, "Fils et fibres chimiques à usages techniques." Les Matériaux Nouveaux pour la Précontrainte et les Ouvrages d'Art, Paris les 25 et 26 Octobre 1988, E.N.P.C.
- [4] U. MEIER, "Réparations des ponts avec des matériaux composites à haute performance.", les Matériaux Nouveaux pour la Précontrainte et les Ouvrages d'Art, Paris les 25 et 26 Octobre 1988, E.N.P.C.
- [5] J. SALENCON, "Visco-élasticité". Presse de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris 1983.
- [6] P. MORLIER, "Influence de la température sur le comportement des matériaux: l'environnement mécanique, sa mesure et ses effets". Comportement des Matériaux, Rapport ADERA-ASTE, Bordeaux 1, 1972



ANALYSE NON-LINEAIRE DES STRUCTURES  
SOUMISES A LA REPLIQUE DU 08/11/1980 DU SEISME DE CHLEF

B. TILIOUINE<sup>1</sup> et A. ABED<sup>2</sup>

**ملخص:** أجري تحليل عددي للسلوك الحركي للهيكل الغير خطية الخاضعة للهزات الارتدادية بالشلف في 08 / 11 / 1980. اعتبرت ثلاث علاقات سلوكية وتم فحص تأثير الثوابت الراجعة على التجاوب الحركي. اتمت طريقة تكامل عددية مرفقة بطريقة أخرى تساعد على التعيين الدقيق لنقاط تحول الجسوة. تم وضع برنامج للحساب التكرار للأطيان ذات الرد الغير مرن وطرحت طريقة انشاء طيف غير مرن مثالي. أخيراً عرضت نتائج بحث مطالب المطيلية وفق المتاومات المحددة في التانوم الحزائي الخاص بالزلازل.

**Résumé:** Une analyse numérique du comportement dynamique de structures non-linéaires soumises à la réplique du 08/11/1980 du séisme de Chlef, est effectuée. Trois lois de comportement sont considérées et les effets des paramètres prépondérants sur la réponse dynamique sont examinés. Un procédé d'intégration numérique pas à pas couplé à un algorithme permettant une détermination précise des points de changement de rigidité est suggéré.

Un programme de calcul itératif des spectres de réponse inélastiques est mis au point et une procédure de construction du spectre inélastique idéalisé est proposée.

Enfin, sont présentés les résultats d'une investigation des demandes de ductilité en référence aux résistances prescrites par le règlement parasismique algérien.

**Summary:** A numerical analysis of the dynamic behavior of non-linear structures subjected to the 08/11/1980 after shock of the Chlef earthquake, is carried out. Three constitutive laws are considered and the effect of the most significant parameters on dynamic response are examined. A step by step numerical integration procedure coupled with an algorithm for an accurate determination of the stiffness variation points is suggested. An iterative computing program for inelastic response spectra and a procedure for the design response spectrum are developed. Finally, the ductility requirements are investigated by reference to design strength prescribed by algerian seismic code regulations.

1- Professeur, Ecole Nationale Polytechnique

2- Ingenieur, Ecole Nationale Polytechnique

## I-INTRODUCTION

L'analyse dynamique des structures soumises aux actions sismiques, constitue un domaine actif de recherche et revêt un intérêt particulier dans les pays de forte sismicité. Les séismes de Chlef (10/10/1980), de Constantine (27/10/85) et récemment du mont Chenoua (29/10/1989) nous confirment encore une fois que le nord de l'Algérie où sont concentrées les principales infrastructures socio-économiques du pays, est caractérisé par des niveaux élevés de risque sismique. Par ailleurs, l'observation sur le terrain montre également que certaines structures conçues selon les normes parasismiques en vigueur n'ont subi que de légères dégradations bien que dimensionnées sous des charges sismiques réglementaires nettement inférieures aux sollicitations réelles. L'explication de cette observation réside en grande partie dans le mécanisme de dissipation hystérique de l'énergie sismique. En effet, pour des structures possédant une ductilité suffisante, les déformations inélastiques interviennent de façon substantielle dans l'énergie dissipée [1], [2] et l'analyse dynamique des structures dans le domaine non-linéaire s'avère nécessaire.

L'objet de la présente recherche est de présenter les résultats d'une analyse numérique de l'effet du comportement non-linéaire sur la réponse sismique des ouvrages de génie-civil modélisables par des systèmes de type pendulaire, soumis à la réplique du 08/11/1980 du séisme de Chlef. Contrairement aux études antérieures basées sur l'hypothèse d'un comportement linéaire des structures [3], [4], cette étude considère les lois de comportement non-linéaire de type élasto-plastique parfait et élasto-plastique bilinéaire. La première partie de cette étude porte sur l'analyse comparative des comportements dynamiques des systèmes linéaires et non-linéaires. A cet effet, un procédé d'intégration pas à pas dans le temps a été développé et a permis, à l'aide d'une expérimentation numérique sur ordinateur, d'examiner l'influence de paramètres prépondérants sur la réponse sismique de ces systèmes. Le deuxième volet de ce travail concerne l'établissement et l'exploitation des spectres de réponse de séismes enregistrés en Algérie pour les lois de comportement considérées. un programme de calcul informatique des spectres de réponse inélastiques, basé sur un procédé itératif, a été mis au point. Enfin, le troisième objectif assigné à cette recherche concerne l'analyse de la demande de ductilité imposée par l'action sismique aux structures étudiées en référence aux résistances prescrites par le code parasismique algérien [5].

## II-STRUCTURES ET ACCELEROGRAMMES CONSIDERES

### II.1 - Modélisation mathématique et Lois de comportement

Le modèle mathématique de base considéré est représenté à la figure 1 où,  $m$  est la masse de la structure,  $K$  la rigidité totale de ses colonnes,  $C$  le coefficient d'amortissement du type visqueux. Le paramètre  $X$  désigne le déplacement relatif de la masse,  $X_a$  son déplacement absolu et  $X_s$  celui du sol.

Par ailleurs, à des fins de comparaison, trois modèles mécaniques de comportement de la structure sont considérés: le modèle élastique linéaire (fig.2.a), le modèle élasto-plastique parfait, E.P.P, ( fig. 2.b ) et enfin le modèle élasto-plastique bilinéaire (fig.2.c). La force et le déplacement élastiques limites sont désignés respectivement par  $F_y$  et  $X_y$ . Le rapport de la rigidité  $K_1$  dans le domaine plastique à la rigidité élastique  $K$ , est représenté par le paramètre  $\gamma$  caractérisant le phénomène d'écroûissage.

### II.2 - Accélérogrammes

Les excitations sismiques considérées dans cette étude (fig.3) représentent les enregistrements accélérométriques de la réplique du 08/11/1980 du séisme de Chlef référencés sous les appellations suivantes [6] :

1- Accélérogramme El-Asnam-2, 1980, composante Nord-Sud.

2- Accélérogramme El-Asnam-3, 1980, composante Est-Ouest.

Dans ce qui suit, ces deux accélérogrammes seront respectivement désignés par les abréviations AS2/80/NS et AS3/80/EW. Il est à noter, par ailleurs, que cette réplique est caractéristique des séismes du bassin méditerranéen en général de type monochoc, entre autres le séisme de Chlef, très peu exploité à ce jour quant à des investigations d'analyse temporelle de la réponse sismique de structures à comportement non-linéaire.

## III-PROCEDURE D'ANALYSE NUMERIQUE

### III.1 - Equation d'équilibre dynamique

L'équilibre dynamique de la structure (fig.1) soumise à une excitation sismique, à un instant  $t$ , s'exprime par l'équation suivante:

$$m \ddot{X}(t) + C \dot{X}(t) + F[X(t)] = -m \ddot{X}_s(t) \quad (1)$$

dans laquelle  $F[X(t)]$  représente la force de rappel instantanée du système et dépend de son comportement mécanique (fig.3),

$$\text{ou encore :} \quad \ddot{X}(t) + 2 \zeta \omega \dot{X}(t) + f[X(t)] = -\ddot{X}_s(t) \quad (2)$$

où  $f[X(t)]$  est la force de rappel par unité de masse ;

$\omega$  et  $\xi$  désignent respectivement la pulsation propre élastique du système non-amorti et le taux d'amortissement critique.

### III.2 - Algorithmes et programmes de calcul

La méthode de résolution de l'équation (2) utilisée est celle dite de l'accélération linéaire [7],[8], basée sur un procédé d'intégration numérique pas à pas. Dans ce paragraphe, seront présentés les deux procédés numériques développés et les programmes correspondants élaborés, relatifs au calcul de la réponse dynamique et des spectres de réponse des systèmes considérés.

#### III.2.1 - Calcul de la réponse dynamique

##### - Procédé d'intégration numérique pas à pas

Pour un court intervalle de temps  $\Delta t$ , l'équation d'équilibre dynamique du système peut être formulée sous la forme incrémentale suivante :

$$\Delta \bar{X}(t) + 2 \xi \omega \Delta \dot{X}(t) + \omega^2 R(t) \Delta X(t) = - \Delta \bar{X}_g(t) \quad (3)$$

où  $\Delta X(t)$  représente le déplacement incrémental tel que :

$\Delta X(t) = X(t + \Delta t) - X(t)$  ; la vitesse incrémentale  $\Delta \dot{X}(t)$  et les accélérations incrémentales  $\Delta \ddot{X}(t)$  et  $\Delta \bar{X}_g(t)$  étant définies de manière similaire.

$R(t)$  étant le rapport de la rigidité  $\bar{K}(t)$  du système à l'instant  $t$  à sa rigidité élastique  $K$  :  $R(t) = \bar{K}(t)/K$ .

Le procédé d'intégration pas à pas représente un algorithme de calcul des plus efficaces et admet, pour notre cas d'espèce, l'hypothèse d'une variation linéaire de l'accélération du système sur chaque intervalle de temps, durant lequel la rigidité du système est supposée constante. Partant de cette hypothèse, on peut montrer que l'accroissement de déplacement relatif s'exprime par :

$$\Delta X(t) = \frac{\Delta P(t)}{\bar{K}(t)} \quad (4)$$

$$\text{où } \Delta P(t) = - \Delta \bar{X}_g(t) + \left[ \frac{6}{\Delta t} X(t) + 3 \ddot{X}(t) \right] + 2 \xi \omega \left[ 3 \dot{X}(t) + \frac{\Delta t}{2} \ddot{X}(t) \right] \quad (5)$$

$$\text{et } \bar{K}(t) = \omega^2 R(t) + \frac{6}{\Delta t^2} + 2 \xi \omega \frac{3}{\Delta t} \quad (6)$$

L'accroissement  $\Delta \dot{X}(t)$  de vitesse est alors évalué à l'aide de la relation :

$$\Delta \dot{X}(t) = \frac{3}{\Delta t} \Delta X(t) - 3 \dot{X}(t) - \frac{\Delta t}{2} \ddot{X}(t) \quad (7)$$

Pour satisfaire les conditions d'équilibre en fin d'intervalle, l'accélération relative  $\ddot{X}(t + \Delta t)$  est calculée en considérant l'équation d'équilibre dynamique exprimée en variables totales.

### - Détermination des points de changement de rigidité

Le procédé d'intégration pas à pas précédent suppose que la rigidité du système demeure constante sur chaque intervalle de temps  $\Delta t$ , ce qui n'est pas exact dans le cas de lois de comportement présentant des points de bifurcation. En général, les transitions au niveau de ces points n'ont pas précisément lieu à la fin de l'intervalle. A chaque fois qu'une plastification commence ou se termine, un changement brutal de rigidité est constaté. Afin de lever cette difficulté et d'obtenir une précision suffisante pour le calcul de la réponse dynamique, la procédure proposée détermine les points de changement de rigidité par un processus itératif basé sur l'algorithme de dichotomie. A cet effet, l'intervalle de temps concerné est divisé en deux incréments égaux à  $\Delta t/2$ ; les calculs s'effectuent, de nouveau, sur ces deux incréments et on repère celui des deux, pendant lequel la rigidité change de valeur. Cet incrément est divisé, à son tour, en deux incréments de longueurs égales  $\Delta t/4$ ; le procédé itératif étant poursuivi jusqu'à ce que le point de changement de rigidité soit cerné avec la précision requise.

### III.2.2 - Calcul des spectres de réponse inélastiques

L'établissement d'un spectre de réponse en élasto-plasticité pour un séisme donné, nécessite, outre l'amortissement, le choix d'un facteur permettant de classer les oscillateurs simples selon leur ductilité. Ceci peut être réalisé par l'introduction du facteur de ductilité  $\mu$ , défini comme le rapport entre le déplacement relatif maximal de l'oscillateur et son déplacement élastique limite. Par ailleurs, la détermination d'un spectre de réponse élasto-plastique caractérisé par une valeur fixée de la ductilité, ne peut être directe; le déplacement maximal de l'oscillateur doit être conforme à la ductilité fixée, d'où la nécessité d'un calcul itératif sur la valeur du déplacement élastique limite, autrement dit sur la valeur du déplacement spectral.

#### Procédé itératif

Le modèle numérique développé permettant d'effectuer une analyse itérative pour déterminer la valeur du déplacement spectral d'un oscillateur élasto-plastique (parfait ou bilinéaire) de ductilité  $\mu$ , soumis à une excitation sismique donnée, repose sur les étapes décrites par les deux phases suivantes:

#### **P h a s e 1**

- Une première valeur pour le déplacement élastique limite  $X_y$  de l'oscillateur est prise égale à :

$$X_{y1} = \frac{X_{me}}{\mu} \quad (8)$$

où  $X_{me}$  représente le déplacement relatif maximal du système élastique linéaire

associé, soumis à la même excitation.

- Un premier calcul de la réponse de l'oscillateur basé sur  $X_{y1}$  par le procédé d'intégration pas à pas décrit précédemment, conduit à un déplacement relatif maximal  $X_{m1}$  et par suite à une ductilité  $\mu_1 = X_{m1}/X_{y1}$ .

- Si  $\mu_1$  diffère de  $\mu$ , une nouvelle valeur  $X_{y2}$  est attribuée à  $X_y$  telle que:

$$X_{y2} = \frac{X_{m1}}{\mu} \quad (9)$$

- Le calcul est répété avec  $X_{y2}$  et conduit ainsi à un déplacement  $X_{m2}$  et une ductilité  $\mu_2 = X_{m2}/X_{y2}$ .

- Le calcul est poursuivi de façon qu'à une étape quelconque  $i$ , le déplacement  $X_y$  de l'oscillateur soit pris égal à:

$$X_{yi} = \frac{X_{m_{i-1}}}{\mu} \quad (10)$$

- D'autre part, à la fin de chaque étape  $i$ , si  $\mu_i$  diffère de  $\mu$ , on note la valeur du produit:

$$P_i = (\mu_i - \mu)(\mu_{i-1} - \mu); \quad (11)$$

une valeur négative de ce produit signifie que la ductilité  $\mu$  est encadrée par les ductilités  $\mu_{i-1}$  et  $\mu_i$ , obtenues par les déplacements  $X_{yi-1}$  et  $X_{yi}$  et permet d'améliorer sensiblement la convergence de la méthode au moyen de la technique décrite en phase 2.

## Phase 2

Cette deuxième phase d'itération est réalisée par dichotomie; le calcul de la réponse dynamique est effectué à l'étape  $(i+1)$  en considérant un déplacement élastique limite donné par la moyenne arithmétique des déplacements  $X_{yi-1}$  et  $X_{yi}$ :

$$X_{yi+1} = \frac{X_{yi-1} + X_{yi}}{2} \quad (12)$$

On calcule la ductilité associée  $\mu_{i+1}$ . Si  $\mu_{i+1}$  est égale à  $\mu$  pour un seuil de précision numérique fixé, la valeur du déplacement spectral est prise égale à  $X_{yi+1}$ . Sinon on calcule le produit  $P_{i+1}$  en utilisant la relation (11); le signe de ce produit permettra d'identifier le nouvel intervalle contenant la valeur de ductilité  $\mu$ . Cet intervalle est alors divisé en deux parties égales et le processus itératif est poursuivi de manière similaire jusqu'à l'étape  $n$  pour laquelle la valeur de la ductilité  $\mu_n$  correspondant au déplacement  $X_{yn}$  est pratiquement égale à la ductilité  $\mu$  telle que:

$$\left| \frac{\mu - \mu_n}{\mu} \right| \leq 10^{-r} \quad (13)$$

où  $r$  est le nombre de chiffres significatifs après la virgule. La valeur du déplacement spectral cherchée est alors prise égale à  $X_{yn}$ .

### III.2.3 - Programmes de calcul

Les deux procédés numériques décrits précédemment ont, chacun, fait l'objet d'un programme de calcul sur ordinateur.

Le premier programme permet d'effectuer un calcul automatique de la réponse dynamique en déplacement, vitesse et accélération des systèmes linéaires et non-linéaires. En outre, ce programme est pourvu d'une option graphique permettant la représentation de l'histoire temporelle de la réponse dynamique et les boucles d'hystérésis correspondantes.

Le deuxième programme permet de calculer les spectres de réponse avec une précision numérique donnée, pour les lois de comportement considérées et pour différentes valeurs du taux d'amortissement critique et de ductilité fixés à l'avance.

## IV- RESULTATS DE L'ANALYSE

### IV.1 - Histoire temporelle de la réponse dynamique

Les résultats obtenus, relatifs à la réponse dynamique temporelle, ont fait l'objet d'une analyse paramétrique du comportement dynamique d'un nombre important d'oscillateurs en faisant varier les paramètres prépondérants influençant leurs réponses. Ces paramètres comprennent la loi de comportement, la limite élastique, l'amortissement et l'accélérogramme sismique. Il est pratiquement impossible de décrire l'ensemble des exemples traités dans le cadre de cette publication. Toutefois, dans ce qui suit, une description détaillée des résultats relatifs à un exemple est présentée, illustrant ainsi l'influence du comportement inélastique sur la réponse dynamique des structures considérées. Dans le cadre de cette recherche, la valeur du paramètre  $\gamma$  a été fixée à 5 %.

Les figures 5, 6 et 7 montrent les réponses des systèmes élastiques et inélastiques (E.P.P et bilinéaires) considérés, de période propre de vibration,  $T$ , égale à 1 sec., soumis aux accélérogrammes AS2/80/NS et AS3/80/EW. La réponse de chaque modèle de comportement est présentée séparément et comprend l'histoire temporelle du déplacement relatif et le diagramme "force déplacement" résultant.

Les figures 5 et 6 représentent les réponses des systèmes respectivement non-amorti et caractérisé par un taux d'amortissement critique de 10 %, soumis à l'excitation sismique AS3/80/EW. Dans les deux cas, le déplacement élastique limite  $X_y$  pour les systèmes E.P.P et bilinéaire est pris égal à la moitié du déplacement maximum  $X_{me}$  du système élastique associé. Ces figures montrent une nette différence entre les comportements élastique et inélastique du système. Par ailleurs, on constate une similitude des comportements des deux systèmes inélastiques E.P.P et bilinéaire; ces deux systèmes présentent des allures et des valeurs maximales de réponse pratiquement identiques. Les déplacements des systèmes élastique et inélastique présentent des amplitudes maximales différentes,

se produisant à des instants différents (figs. 5.1 et 6.1).

La première plastification a lieu pour les systèmes E.P.P et bilinéaire cités en exemples après 2 sec. de mouvement pour le système non-amorti et juste avant 1 sec. pour le système amorti. Cette plastification est apparente sur les diagrammes " force - déplacement " correspondants (figs. 5.2 et 6.2).

On constate aussi que pendant toute la durée de l'excitation, le système élastique vibre autour d'une position zéro fixe et les systèmes E.P.P et bilinéaire, après avoir subi des déformations inélastiques, vibrent, chacun, autour d'une nouvelle position. Cette nouvelle position est très apparente sur le diagramme " force - déplacement " de la figure 5.2.b (partie gauche, foncée du diagramme ) et correspond en fait à la déformation résiduelle, exprimée par la composante plastique du déplacement du système n'ayant pas été annulée au cours des différents cycles " chargement - déchargement " de la structure.

La figure 7 montre les réponses des systèmes élastique, E.P.P et bilinéaire ayant un taux d'amortissement de 10 %, soumis à l'accélérogramme AS2/80/NS. Le déplacement élastique limite est, dans ce cas, pris égal au quart du déplacement maximum du système élastique associé. Encore une fois, les réponses présentées mettent en évidence la différence nette entre les comportements dynamiques des systèmes élastique et inélastique. Par ailleurs, hormis la différence des valeurs maximales de leurs déplacements, les systèmes E.P.P et bilinéaire présentent une similitude de comportements. Enfin, on constate que suite aux déformations inélastiques subies, les systèmes E.P.P et bilinéaire vibrent autour de nouvelles positions zéro bien nettes. Toutefois, le système E.P.P accuse une déformation plastique résiduelle relativement plus grande; c'est la raison pour laquelle, sur le diagramme " force - déplacement " (fig. 7.2.b), sa nouvelle position zéro se trouve plus éloignée, en comparaison à celle du système bilinéaire (fig. 7.2.c). On observe, par ailleurs, que la réduction de la limite élastique a pour effet d'augmenter les déformations inélastiques et par suite la dissipation hystérique de l'énergie induite par le séisme. Cet effet est aussi mis en évidence par le niveau important des déplacements résiduels observés sur les figures 7.1.b et 7.1.c.

## IV.2 - Analyse des spectres inélastiques

### IV.2.1- Influence de la loi de comportement

Bien que l'histoire temporelle de la réponse dynamique soit d'un grand intérêt dans l'analyse du comportement sismique des structures, des informations non moins significatives sur le plan pratique peuvent être déduites à partir du spectre de réponse. Celui-ci, dépend, en général, de l'excitation sismique, du taux d'amortissement critique et notamment de la loi de comportement et de la ductilité des structures étudiées. Dans ce qui suit, une soixantaine de périodes propres de vibration a été considérée, couvrant la plage de période:  $0.05 \text{ sec.} \leq T \leq 5 \text{ sec.}$ , englobant ainsi aussi bien les structures flexibles que rigides. Quatre valeurs

ont été retenues pour le facteur de ductilité  $\mu$  : 1, 1,5, 2 et 4. La valeur  $\mu = 1$  correspond à un comportement élastique. Il résulte de la combinaison des paramètres  $\xi$  ( 0, 2%, 5% et 10% ) et  $\mu$ , 16 spectres de réponse par accélérogramme et par loi de comportement, soit un total de 64 spectres de réponse établis. Autrement dit, 3840 oscillateurs ont, chacun, fait l'objet d'une analyse basée sur le processus itératif décrit précédemment.

Néanmoins, pour des raisons de clarté et de limitation d'espace, seuls, seront présentés les spectres reportés sur les figures 8 et 9, correspondant aux lois de comportement élastique, élasto-plastique parfait et élasto-plastique bilinéaire. La comparaison entre les spectres des deux systèmes inélastiques E.P.P (fig. 8.a) et bilinéaire (fig. 8.b) montre qu'ils sont pratiquement identiques. Cette observation est corroborée par les figures 9.a et 9.b pour lesquelles des changements du taux d'amortissement et de l'excitation sismique ont été introduits par rapport au cas précédent. Cette conclusion traduit encore une fois la similitude des comportements dynamiques des systèmes E.P.P et bilinéaire.

#### IV.2.2- Effet de la ductilité

Les figures précédentes 8 et 9 montrent clairement l'effet significatif de la ductilité sur les spectres de réponse. Cet effet se traduit par une diminution appréciable de l'accélération spectrale pour des niveaux de ductilité croissants, et par suite du coefficient sismique à prendre en compte dans le calcul de la force latérale développée par le séisme. L'ensemble des spectres obtenus confirme que les déformations inélastiques ont un effet important sur le comportement dynamique des structures érigées en zone de forte sismicité. Toutefois, il importe de noter que les déformations inélastiques produisent des effets relativement différents sur les structures selon qu'on se situe dans l'une ou l'autre des trois zones spectrales ( fig. 13 ):

- La zone 1, définie pour les valeurs de T inférieures à la première période de coupure de l'ordre de 0.1 sec. et tendant vers une asymptote égale à l'accélération maximale  $\ddot{x}_{smax}$  du sol pour les structures très rigides.
- La zone 2, centrale, délimitée par les périodes  $T \approx 0.1$  sec. et  $T \approx 2$  sec. et caractérisée par une vitesse spectrale pratiquement constante.
- La zone 3, définie pour les valeurs de T supérieures à la deuxième période de coupure de l'ordre de 2 sec. et tendant vers une asymptote égale au déplacement maximal  $X_{smax}$  du sol.

L'effet de la ductilité peut être mis en relief en examinant le rapport de l'accélération spectrale du système élastique ( $S_{a_e}$ ) à celle du système inélastique ( $S_{a_p}$  pour le système E.P.P et  $S_{a_b}$  pour le système bilinéaire). A cet effet, les figures 10 et 11 présentent les variations du rapport  $S_{a_e} / S_{a_p}$  et la figure 12 celles du rapport  $S_{a_e} / S_{a_b}$ , en fonction de la période propre de vibration T, pour différentes valeurs du taux d'amortissement et de ductilité et pour les deux accélérogrammes considérés. Les ordonnées

$(S_{a_e} / S_{a_p}) = \mu$  d'une part et  $(S_{a_e} / S_{a_p}) = \sqrt{2\mu - 1}$  d'autres parts, correspondant respectivement aux critères d'égalité des déplacements maxima et des énergies de déformation des systèmes élastique et E.P.P [9], sont reportées sur les figures 10 et 11 (traits discontinus) en vue de permettre une vérification immédiate des domaines de validité de ces critères. De manière analogue, les ordonnées  $(S_{a_e} / S_{a_b}) = \mu$  et  $(S_{a_e} / S_{a_b}) = \sqrt{2\mu - 1 + \gamma(\mu - 1)^2}$  correspondant aux critères d'égalité des déplacements maxima et des énergies de déformation des systèmes élastique et bilinéaire sont reportées sur la figure 12. L'analyse des variations des rapports  $S_{a_e} / S_{a_p}$  et  $S_{a_e} / S_{a_b}$  et des spectres inélastiques permet de noter les observations suivantes:

1- Sur les zones 2 et 3 des spectres et pour les deux accélérogrammes, les rapports  $S_{a_e} / S_{a_p}$  et  $S_{a_e} / S_{a_b}$  oscillent pratiquement autour d'une valeur constante, égale à  $\mu$ ; en d'autres termes, la ductilité produit un effet significatif et en particulier constant sur ces deux zones. Cette régularité signifie la validité du critère de l'égalité des déplacements qui établit donc un rapport pratiquement de  $\mu$  entre les spectres élastique et inélastique.

2- Sur la zone 1, l'effet de la ductilité dépend de la période propre de la structure pour les deux accélérogrammes. Cet effet décroît avec la diminution de la période et devient pratiquement négligeable pour les périodes approchant la valeur de 0.05 sec., valeur pour laquelle les rapports  $S_{a_e} / S_{a_p}$  et  $S_{a_e} / S_{a_b}$  sont pratiquement égaux à 1. Ceci veut dire que pour des périodes  $T \leq 0.05$  sec., les spectres élastique et inélastique sont confondus; autrement dit, la ductilité n'implique pas de diminution sensible de la réponse maximale des oscillateurs dont la période propre est au plus égale à 0.05 sec. On appellera la zone dont la période  $T$  est au plus égale à 0.05 sec. la zone zéro (zone 0) des spectres.

En résumé, ces résultats montrent que les critères d'égalité des déplacements maxima et des énergies sont définis par des domaines de validité dépendant des plages de période propre de vibration. Toutefois, le critère d'égalité des énergies présente un domaine d'application plutôt limité pour les séismes de type algérien.

#### IV.2.3 - Implication sur les forces sismiques de calcul

Les résultats obtenus précédemment indiquent une approche possible pour l'évaluation de la force sismique de calcul du système inélastique directement à partir de celle du système élastique associé. Il convient, néanmoins, de noter que le critère de l'égalité des énergies n'étant pas compatible avec le comportement réel des oscillateurs. Celui-ci ne saurait être utilisé pour lier les forces sismiques de calcul des deux systèmes. Toutefois, le critère de l'égalité des déplacements maxima peut, sur une plage de période définie, servir de base pour l'établissement du spectre inélastique à partir du spectre élastique. Ainsi, pour un facteur de ductilité  $\mu$ , le spectre inélastique, aussi bien pour le système E.P.P que bilinéaire, peut être obtenu en modifiant le spectre

élastique idéalisé ( spectre lissé ), compte tenu des observations suivantes, schématisées sur la figure 14 :

- Dans la zone 0, les spectres élastique et inélastique sont pratiquement confondus  $\left( (S_{a_e} / S_{a_p}) \simeq 1 \text{ et } (S_{a_e} / S_{a_b}) \simeq 1 \right)$ ; ceci implique que le coefficient sismique à prendre en compte dans l'évaluation de la force latérale de calcul pour le système inélastique est le même que celui du système élastique associé.

- Dans les zones 2 et 3, le spectre élastique est déplacé vers le bas d'un rapport de  $1/\mu$   $\left( (S_{a_e} / S_{a_p}) \simeq \mu \text{ et } (S_{a_e} / S_{a_b}) \simeq \mu \right)$ . Il s'ensuit que le coefficient sismique du système inélastique peut être obtenu en divisant par celui du système élastique correspondant.

- La zone 1 du spectre inélastique est obtenue par une liaison de ses zones 0 et 2.

Il découle des conclusions précédentes que les lignes brisées ABCDE et ABC'D'E'(fig. 14) représentent respectivement le spectre élastique et le spectre inélastique obtenu (pour un facteur de ductilité  $\mu$ ). Le déplacement maximal du système inélastique est évalué en multipliant le déplacement spectral inélastique par  $\mu$  et peut être lu directement sur la ligne brisée A'B'C'D'E.

Toutefois, il importe de noter que la construction du spectre inélastique décrite précédemment, présente de légères différences par rapport à celle préconisée pour les séismes californiens [9].

La force sismique de calcul d'un système de ductilité et d'amortissement donnés et obtenue comme le produit de la rigidité élastique par le déplacement spectral inélastique; pour le système bilinéaire cette force doit être multipliée par le terme  $1 + \gamma (\mu - 1)$ .

#### IV.3 - Ductilités nécessaires imposées par l'action sismique

Dans cette investigation, les demandes de ductilité nécessaires imposées aux structures inélastiques [10] aux comportements aussi bien E.P.P que bilinéaire, soumises aux répliques AS2/80/NS et AS3/80/EW du séisme de Chlef, sont étudiées. A cet effet, il est suggérée une méthodologie dont les étapes principales sont décrites ci-après:

- Les réponses maximales sont calculées en considérant une force élastique limite établie en référence aux forces sismiques de calcul déduites du règlement parasismique algérien ( RPA 1981 , version 1983 ).
- Les structures sont étudiées pour différentes valeurs de périodes propres de vibrations, d'amortissements et de forces élastiques limites.
- Onze valeurs différentes sont considérées pour la période  $T$  : 0.1 , 0.3 , 0.6 , 1.2 , 1.5 , 1.8 , 2.1 , 2.4 , 2.7 et 3.0 secondes, englobant aussi bien les structures flexibles que rigides.
- Les valeurs, pratiques, attribuées au taux d'amortissement critique  $\xi$  sont: 0 , 0.02 , 0.05 et 0.1 .
- La force élastique limite (ou résistance élastique limite) de la structure est prise égale au double de la force sismique de calcul prescrite par le RPA 1981.

Ceci équivaut à un coefficient de sécurité égal à 2 et ce, afin de tenir compte d'une part de la différence entre les forces élastiques limites et les forces de calcul et d'autre part de l'effet de la résistance des éléments non-structuraux [11].

Il en résulte que la force élastique limite par unité de masse (pour un coefficient de zone égal à 0.25 et un facteur de qualité des constructions égal à 1.2) s'écrit:

$$f_y = \begin{cases} 1.2 B g & \text{si } 0 \leq T \leq 0.3 \text{ sec.} \\ 1.2 \sqrt{\frac{0.3}{T}} B g & \text{si } T > 0.3 \text{ sec.} \end{cases} \quad (14)$$

où B désigne le facteur de comportement de la structure [12]; g étant l'accélération de la pesanteur.

On peut alors en déduire le déplacement élastique limite  $X_y$  de la structure en utilisant la relation:

$$X_y = \frac{f_y}{4 \pi^2} T^2 \quad (15)$$

Les figures 15 et 16 montrent les variations de la demande de ductilité, exprimée par le facteur  $\mu$  en fonction de la période de vibration de la structure, pour différentes valeurs du coefficient de comportement B. Il importe de noter que chaque valeur de B est associée à une valeur particulière de résistance élastique limite. Les effets de l'amortissement sont montrés par des courbes séparées pour chaque valeur de B.

La figure 15 représente les demandes de ductilité du système E.P.P sous l'action des deux accélérogrammes considérés. Cette figure montre clairement que les demandes de ductilité relatives aux structures de résistances définies conformément au code RPA 81, dépendent substantiellement des périodes propres de vibration de ces structures, les structures rigides nécessitant des ductilités beaucoup plus grandes que celles des structures flexibles. Cette figure montre aussi que la demande de ductilité dépend également de l'excitation sismique. En outre, on constate que l'effet de l'amortissement sur la ductilité nécessaire est important et se traduit par une réduction notable de celle-ci, indépendamment de l'excitation sismique. Toutefois, l'allure générale des courbes de variation du facteur de ductilité n'est pas substantiellement affectée par la valeur de l'amortissement considérée. Il est à constater aussi que pour une excitation sismique donnée, la demande de ductilité d'une structure définie par sa période propre et son amortissement, est d'autant plus grande que sa résistance (valeur de B) est plus faible. Par ailleurs, la figure montre que pour les deux excitations, les structures très flexibles, amorties, présentent des facteurs de ductilité au plus égaux à 1 ( $\mu \leq 1$ ), indépendamment de leur résistance, ce qui signifie que leur comportement est élastique sous l'effet de l'une et l'autre excitation. En revanche, le facteur de ductilité est supérieur à 1 pour les structures très rigides (amorties ou non, de faible ou de moyenne résistance ( $B = 1/5$  ou  $B = 1/3$ )), traduisant ainsi des excursions de déformation hors du domaine élastique, et par suite un comportement non-linéaire de ces structures sous l'effet de l'excitation donnée.

Les résultats de l'étude du système inélastique bilinéaire ( fig. 16 ) , sous l'action des deux accélérogrammes montrent que celui-ci est caractérisé par des demandes de ductilité très similaires à celles obtenues pour le système E.P.P et que les conclusions tirées de l'étude de ce dernier demeurent applicables pour le système bilinéaire. En effet, la figure 16 montre clairement que, hormis quelques légères différences sur la plage des périodes courtes, l'allure des courbes de variation du facteur de ductilité est pratiquement identique à celles obtenue pour le système E.P.P.

Par ailleurs, il est à noter que les valeurs du coefficient de comportement B , considérées uniformes pour toutes les structures possédant un système de contreventement identique selon les prescriptions du RPA 81, version 83, ne garantissent pas une demande de ductilité uniforme. A contrario, les résultats de cette étude montre que la demande de ductilité dépend clairement de la période propre de vibration de la structure. Dans le même ordre d'idées, on constate également que la valeur uniforme du coefficient d'amplification dynamique moyen D sur la plage de période prescrite par ce règlement (  $0 < T \leq 0.5$  sec. pour le cas des sols meubles et  $0 < T \leq 0.3$  sec. pour les sols fermes), en général, n'implique pas une demande de ductilité uniforme sur cette plage. On remarque alors une augmentation beaucoup plus rapide de la ductilité pour les structures de période propre de l'ordre de 0.1 sec. , notamment celles de faible résistance (  $B = 1/5$  ) et soumises à l'excitation sismique AS2/80/NS.

## V-CONCLUSIONS

Cette recherche comprend trois parties distinctes:

- La première a trait à une analyse comparative de la réponse dynamique de systèmes linéaires et non-linéaires soumis à la réplique du 08/11/1980 du séisme de Chlef. Un procédé d'intégration numérique pas à pas des équations de mouvement, couplé à un algorithme permettant une détermination précise des points de changement brusque de rigidité, est utilisé. L'influence des paramètres prépondérants sur la réponse dynamique est étudiée.
- La deuxième partie porte sur l'établissement et l'exploitation des spectres de réponse de séismes enregistrés en Algérie. Trois lois de comportement, élastique linéaire, élasto-plastique parfait et inélastique bilinéaire, sont successivement considérées. A cet effet, un programme de calcul des spectres élastiques et inélastiques, basé sur un procédé itératif, est mis au point. une procédure de construction des spectres inélastiques idéalisés est suggérée.
- La troisième partie présente les résultats d'une évaluation des demandes de

ductilité nécessaires imposées par l'action sismique aux structures inélastiques considérées. Une méthodologie est développée à cet effet et les résultats sont examinés en référence aux résistances prescrites par le règlement parasismique algérien.

Il ressort de cette investigation les conclusions principales suivantes:

1- La loi de comportement, le taux d'amortissement et l'excitation sismique présentent un effet significatif sur la réponse sismique des structures.

2- Les systèmes élasto-plastiques bilinéaires présentent des capacités de dissipation hystérétique de l'énergie sismique pratiquement similaires à celles des systèmes élasto-plastiques parfaits.

3- Les déformations plastiques interviennent de façon substantielle dans l'énergie dissipée.

4- La ductilité a un effet d'atténuation important sur la réponse spectrale, et par suite sur la force latérale développée par le séisme.

5- Les critères d'égalité des déplacements maxima et des énergies sont définis par des domaines de validité dépendant des plages des périodes propre de vibration. Les résultats obtenus indiquent clairement que le critère de l'égalité des énergies présente un domaine plutôt limité pour les séismes de type algérien.

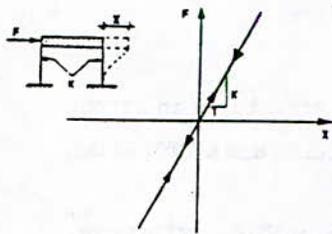
6- Les demandes de ductilité dépendent de l'intensité de l'excitation sismique et des périodes propres de vibration des structures, les structures rigides nécessitant des ductilités nettement plus grandes que celles des structures flexibles.

7- La ductilité nécessaire dépend également de manière significative du taux d'amortissement et de la résistance limite de la structure. Elle est d'autant plus grande que le taux d'amortissement et la résistance limite de la structure sont plus faibles.

8- Les prescriptions du code parasismique algérien relatives aux résistances nécessaires considérées uniformes sur certaines plages de période ne garantissent pas des demandes de ductilité uniformes, mais dépendent des périodes propres de vibration des structures.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] BERG, G.V. and THOMAIDES, S.S., "Energy consumption by structures in strong motion earthquake", Proc. 2nd World Conf. Earthq. Eng., TOKYO and KYOTO, JAPAN, Vol. II, July 1960.
- [2] ZAHRAH, T.F. and HALL, W.J., "Earthquake energy absorption in SDOF structures", J. Struct. Div., A.S.C.E., Vol.110, n° ST8, August 1984.
- [3] BRANCI, T., "Incidence des décrochements verticaux sur la réponse dynamique des systèmes à plusieurs degrés de liberté", Thèse de Magister, Dept.G.Civ., Ecole Nationale Polytechnique, ALGERIE, 1988.
- [4] TAIBI, A., "Investigation analytique des effets de troncature modale sur la réponse dynamique des structures", Thèse de Magister, Dept.G.Civ., Ecole Nationale Polytechnique, ALGERIE, Fevrier 1990.
- [5] Règles parasismique algériennes 1981, version 1983, E.N.A.L., ALGERIE 1984.
- [6] PETROVSKI et AL, "Corrected accelerograms, ground velocity and displacement curves for selected strong motion records taken in El-Asnam region, ALGERIA in the period of october 21 to november 8, 1980", Inst.of Earthq. Eng. and Eng. seismology, Univ, "Kiril and Metodij" of Skopje, YUGOSLAVIA, March 1981.
- [7] CLOUGH, R.W. and PENZIEN, J. "Dynamique des structures", Ed. Elualis, FRANCE, 1980.
- [8] WEAVER, W.Jr. and JOHNSON, P.R., "Structural dynamics by finite elements", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NEW JERSEY, U.S.A., 1980.
- [9] NEWMARK, N.M. and HALL, W.J., "Procedures and criteria for earthquake resistant design", Building Practices for disaster Mitigation, National Bureau of Standards, WASHINGTON D.C., U.S.A., February 1973.
- [10] ANAGNOSTOPOULOS, S.A. and ROESSET, J.M., "Ductility requirements for some nonlinear systems subjected to earthquakes" Proc.5th World Conf. Earthq. Eng., ROMA, ITALIA, Vol.II, 1973.
- [11] TILIOUINE, B. et BRANCI, T., " Effet de l'interaction maçonnerie-structure sur la réponse dynamique des systèmes à plusieurs D.D.L", 1er. Séminaire international sur les effets des séismes et les processus physiques dans les foyers sismiques, BOUMERIES, ALGERIE, 1988.
- [12] ZSUTTY, T.C. and SHAH, H.C., " Recommended seismic resistant provisions for Algeria", John. A. Blume Earthq. Eng. Center, STANFORD Univ., CALIFORNIA, U.S.A., June 1978.



(a) modèle élastique linéaire.

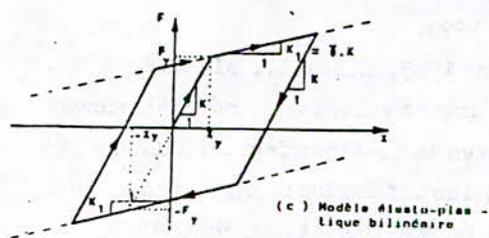
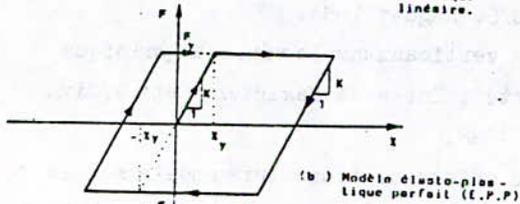


Fig. 2: Lois de comportement

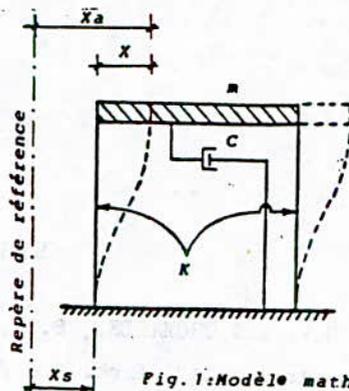


Fig. 1: Modèle mathématique

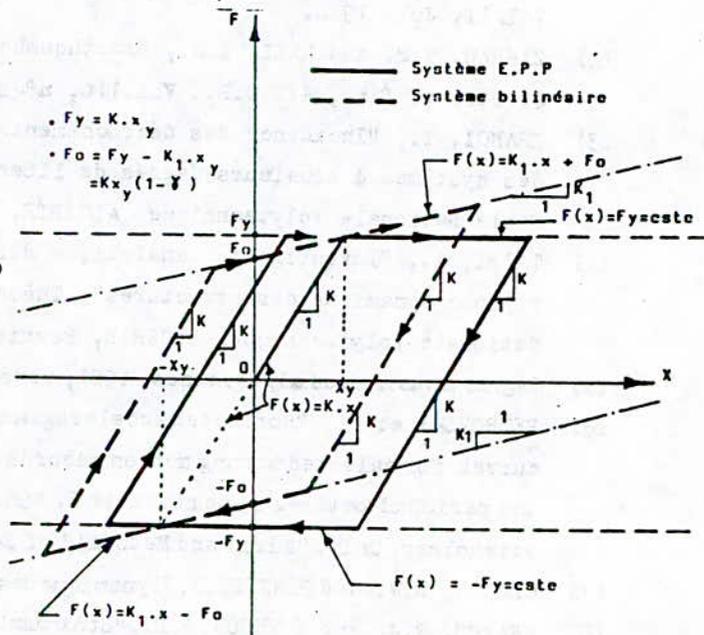


Fig. 3: Expressions de  $F(x)$  en fonction du comportement du système.

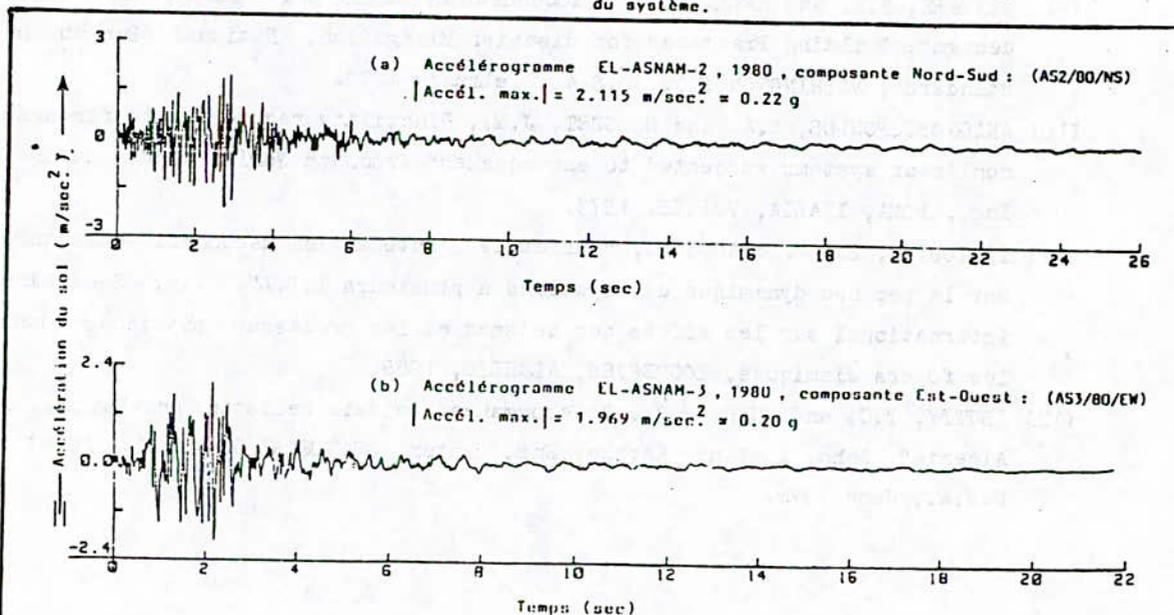
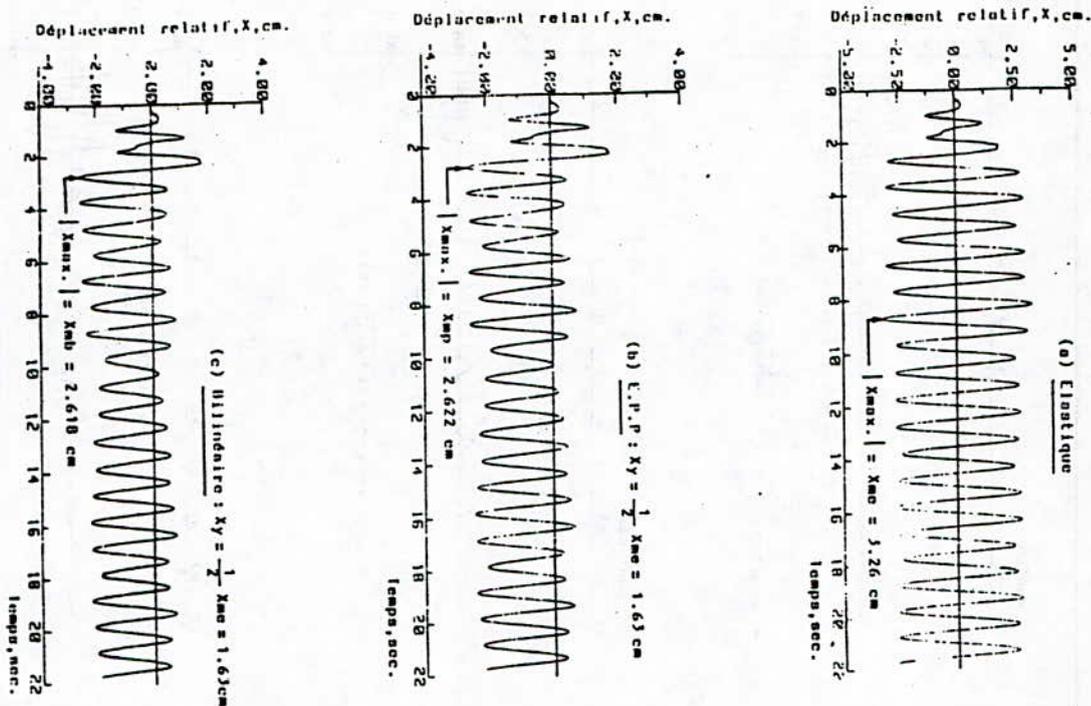


Fig. 4: Accélérogrammes: réplique du 08/11/1980 du séisme de Chlef.

(5.1) Histoire dans le temps du déplacement relatif



(5.2) Diagramme force-déplacement

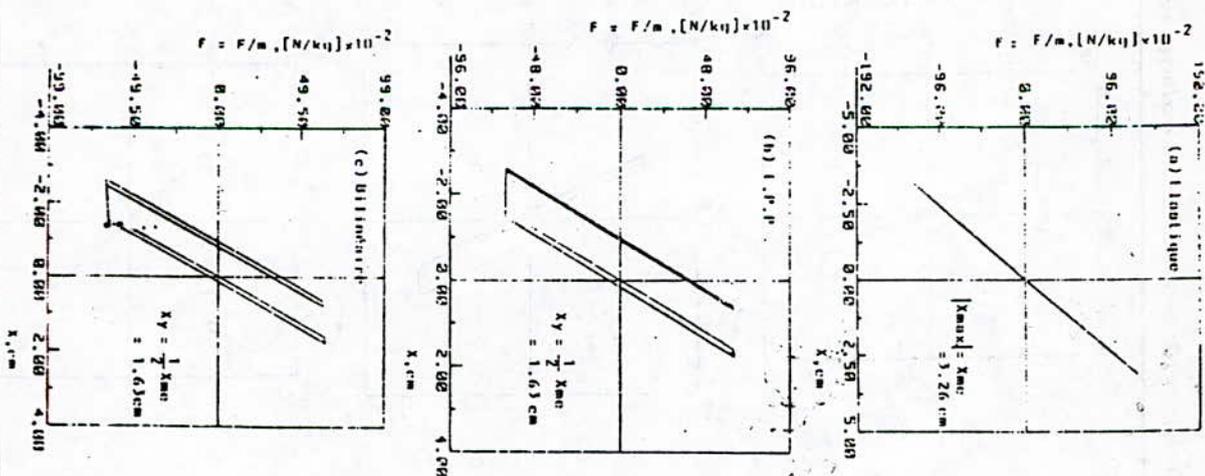
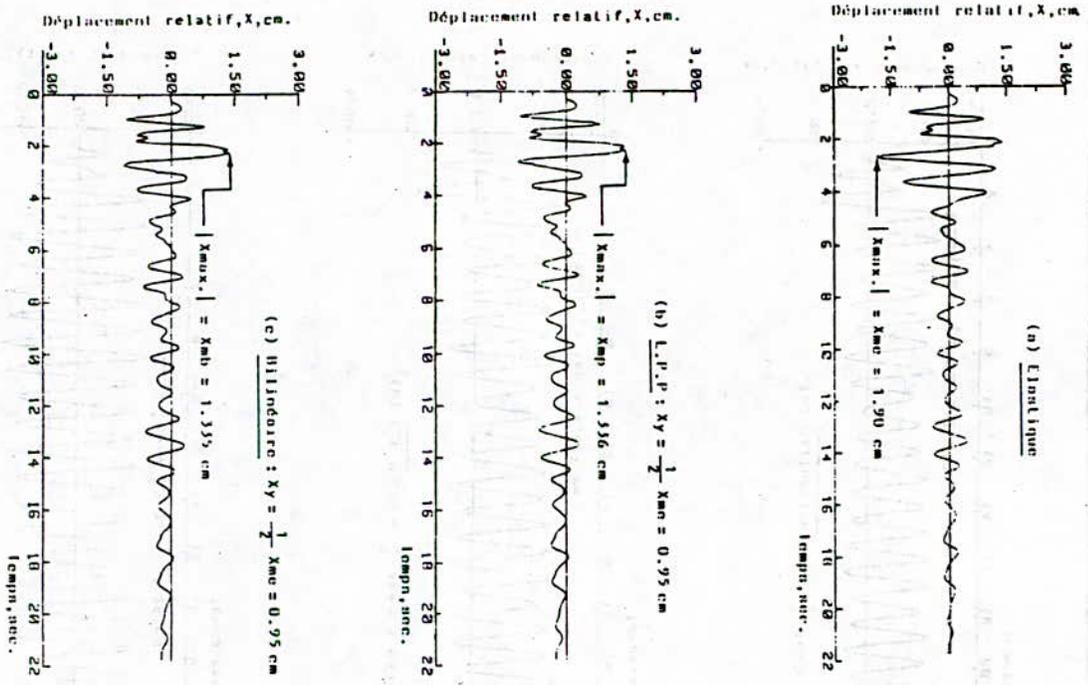


Fig. 5: Réponse dynamique du système de paramètres:  $T=1\text{sec.}$  et  $\zeta = 0$ ; accélérogramme AS3/80/EW.

(6.1) Histoire dans le temps du déplacement relatif



(6.2) Diagramme force-déplacement

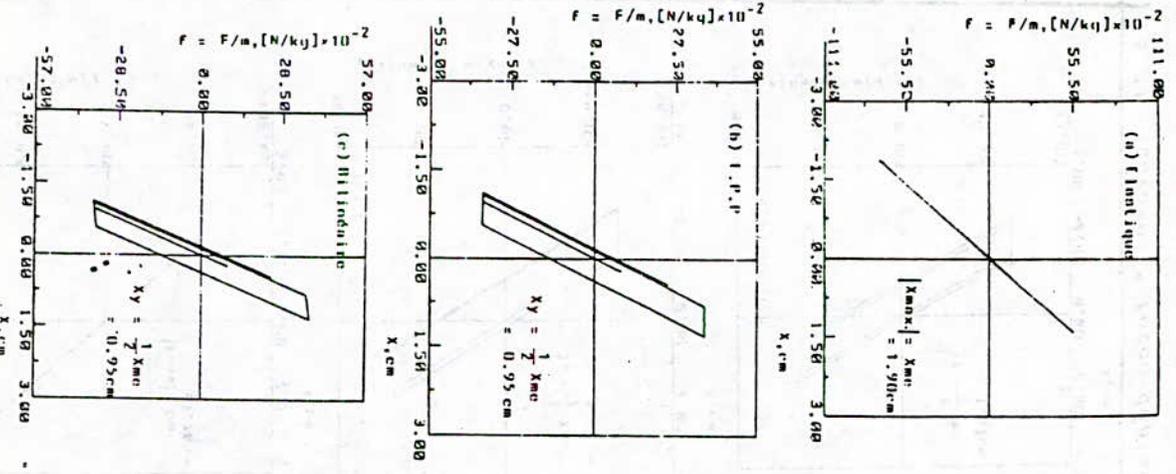
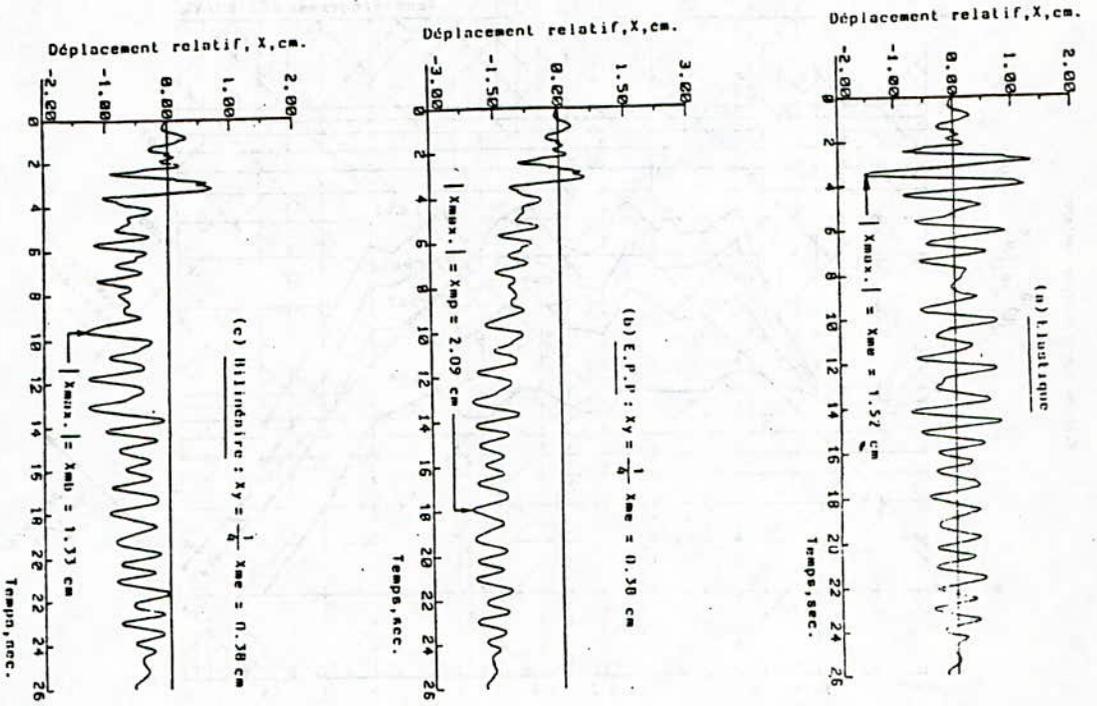


Fig. 6: Réponse dynamique du système de paramètres:  $T=1\text{sec.}$  et  $\xi=0.1$ ; accélérogramme AS3/80/EW.

(7.1) Histoire dans le temps du déplacement relatif



(7.2) Diagramme " force-déplacement

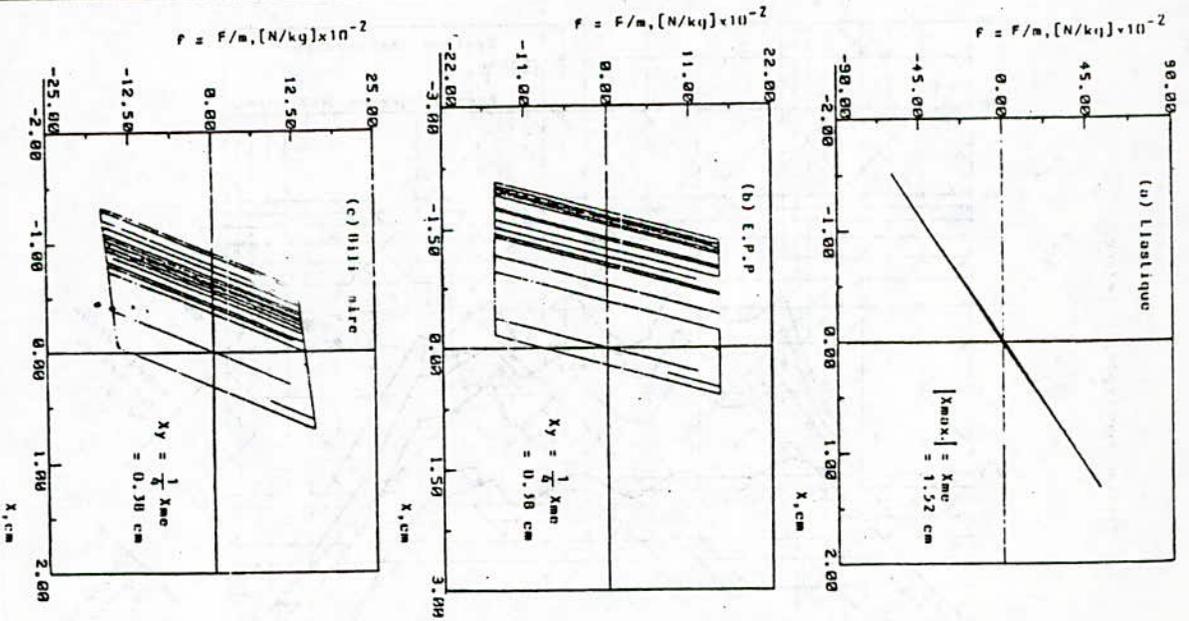


Fig. 7: Réponse dynamique du système de paramètres:  $T=1$ sec. et  $\zeta=0.1$ ; accélérogramme AS2/80/NS.

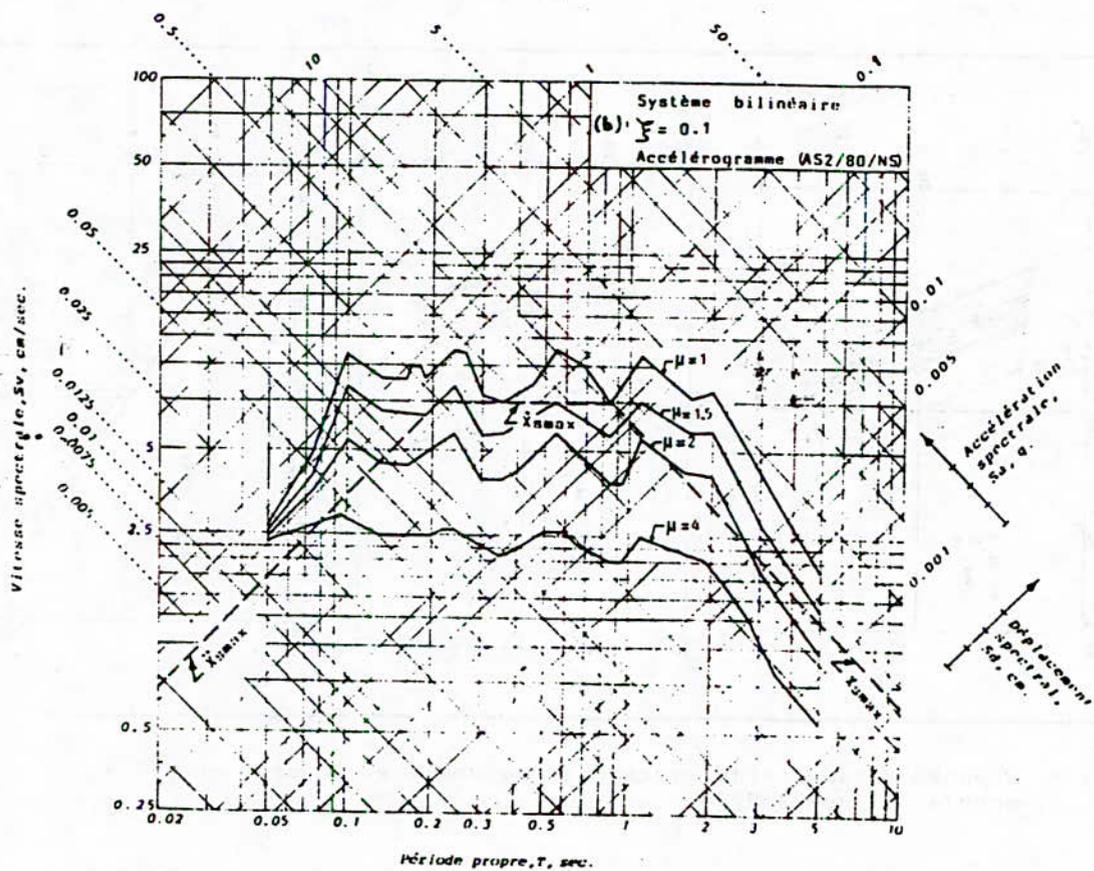
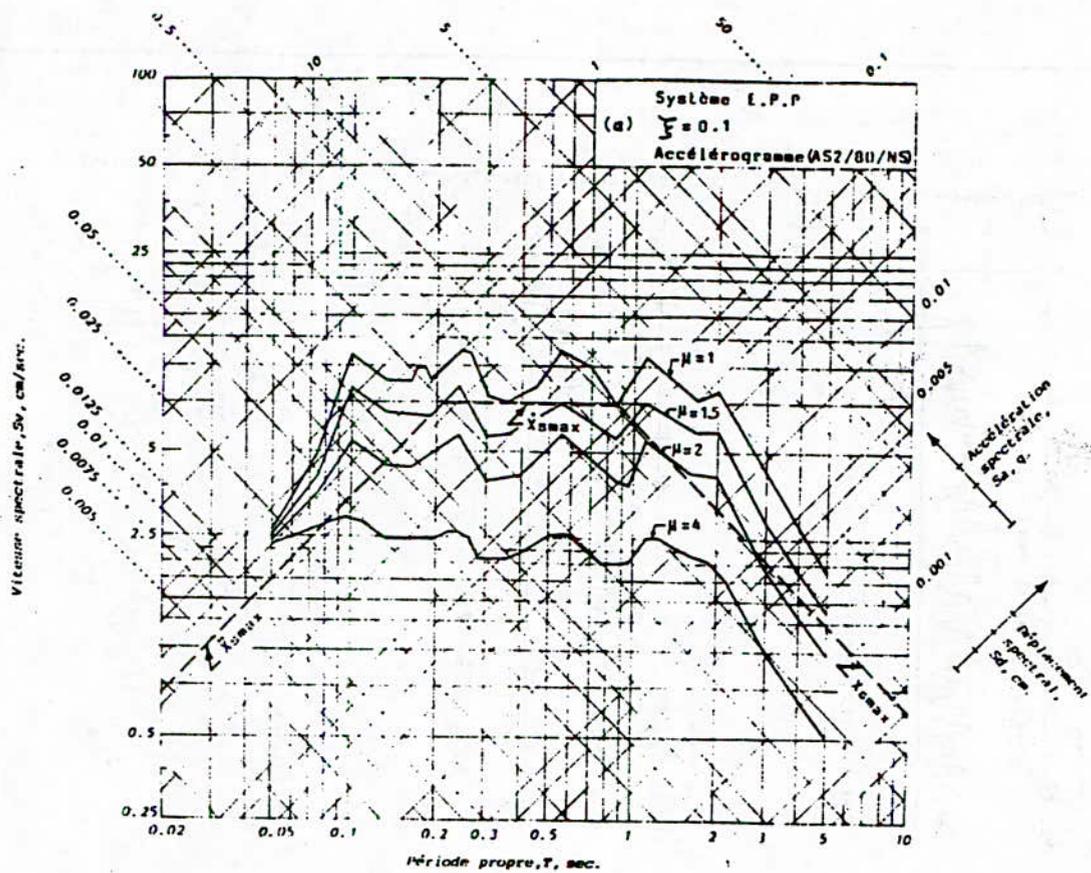


Fig. 8: Spectres de réponse pour les systèmes élastiques et inélastiques

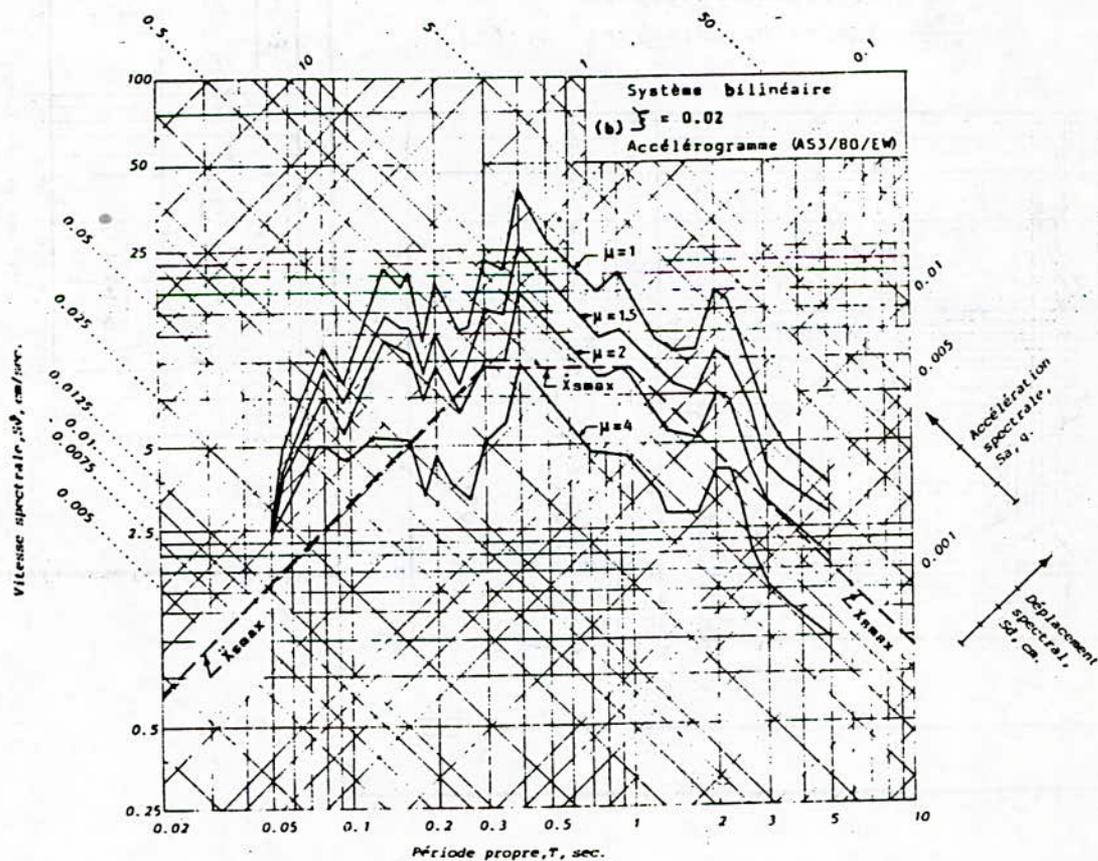
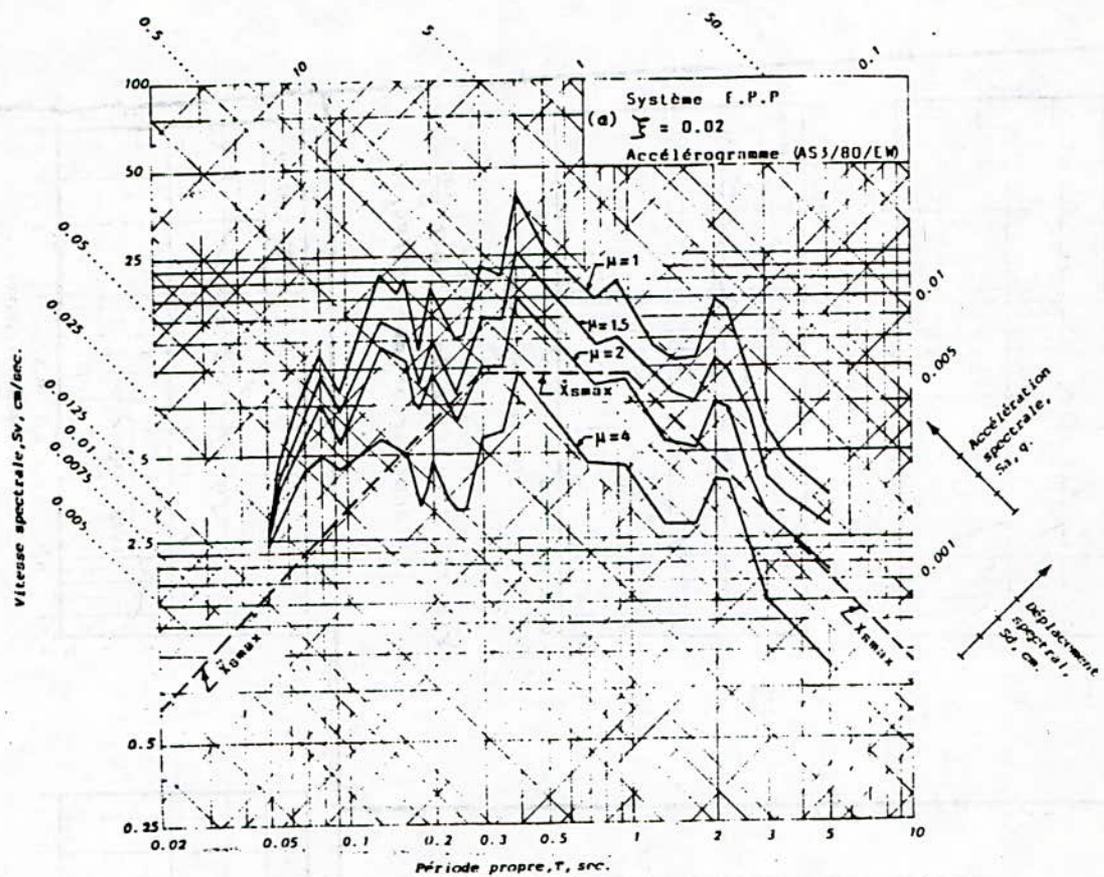


Fig.9: Spectres de réponse pour les systèmes élastiques et inélastiques

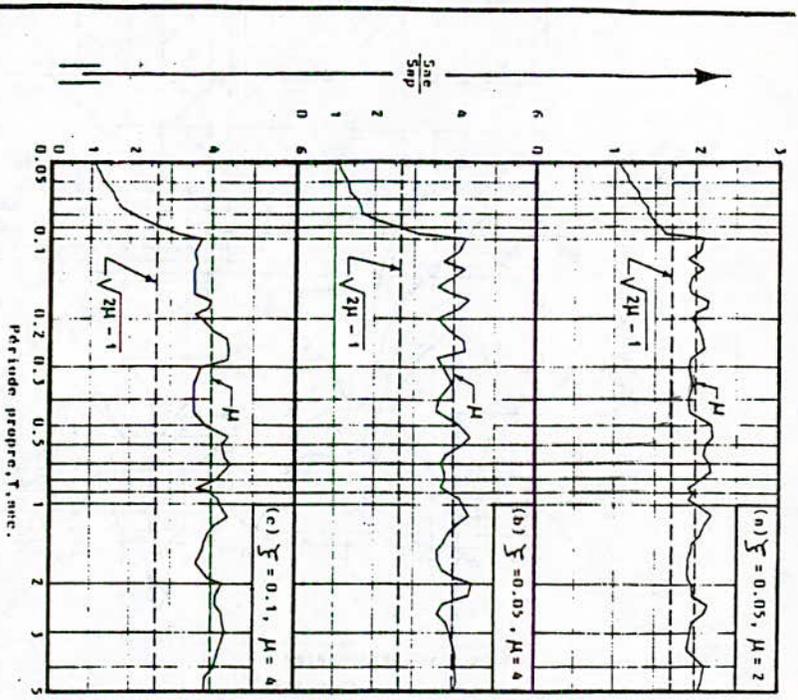


Fig. 10: Variation du rapport  $\frac{S_{ae}}{S_{ap}}$  ; accélérogramme AS2/80/NS.

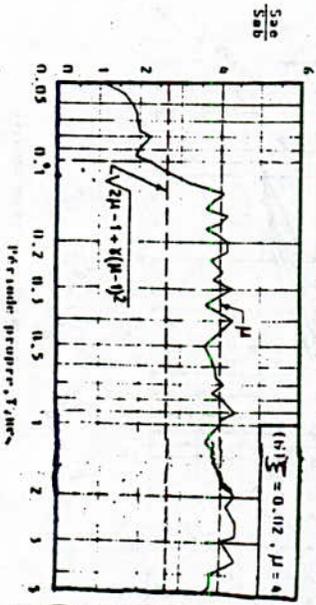
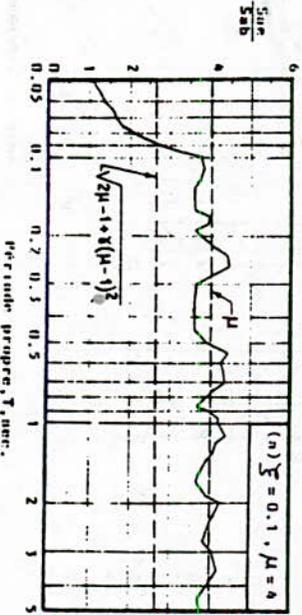


Fig. 12: Variation du rapport  $\frac{S_{ae}}{S_{ab}}$  : (a) accélérogr. AS2/80/NS, (b) accélérogr AS1/80/BW.

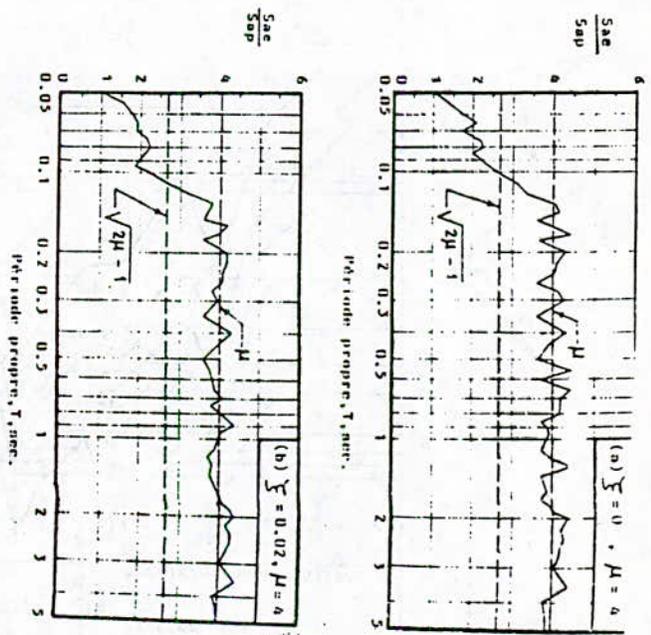


Fig. 11: Variation du rapport  $\frac{S_{ae}}{S_{ap}}$  ; accélérogramme AS1/80/BW.

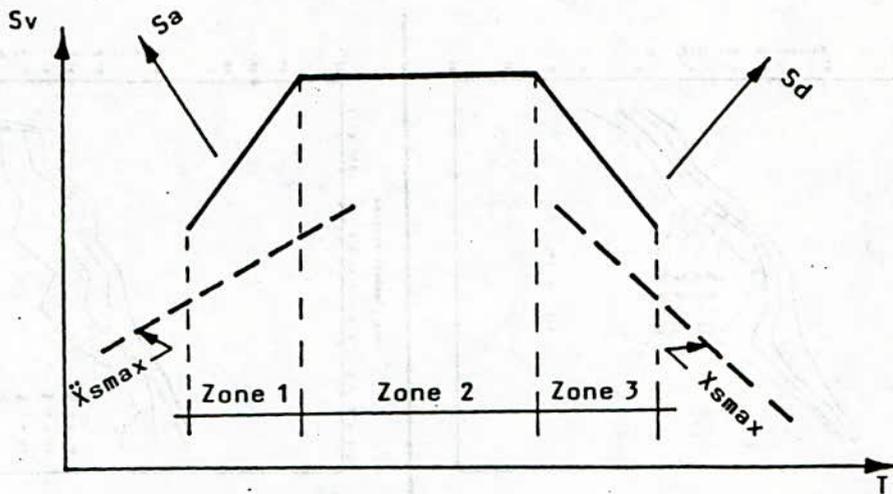


Fig.13: Différentes zones spectrales.

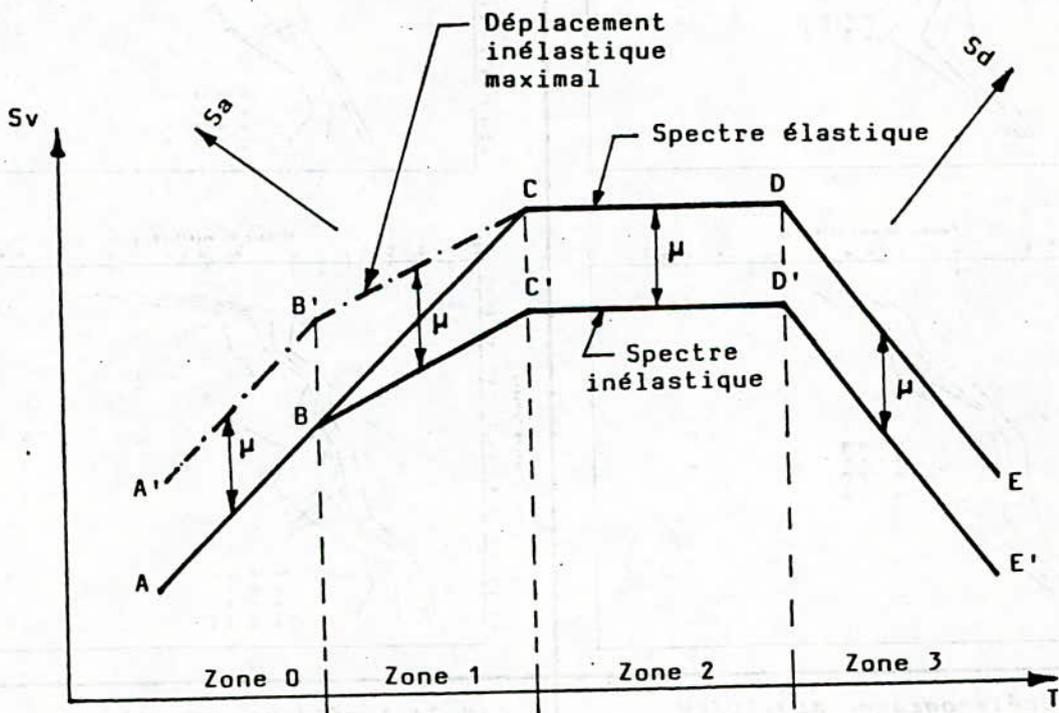
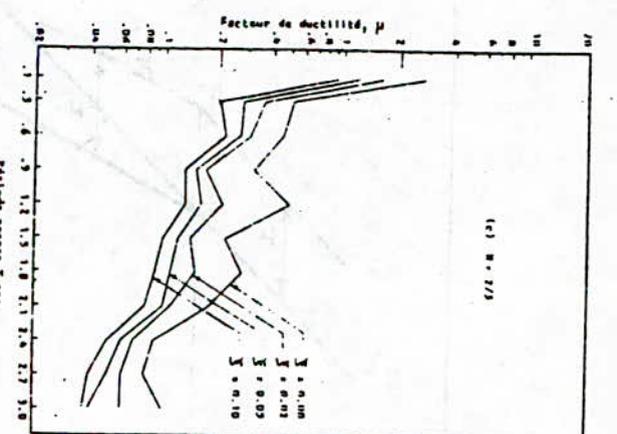
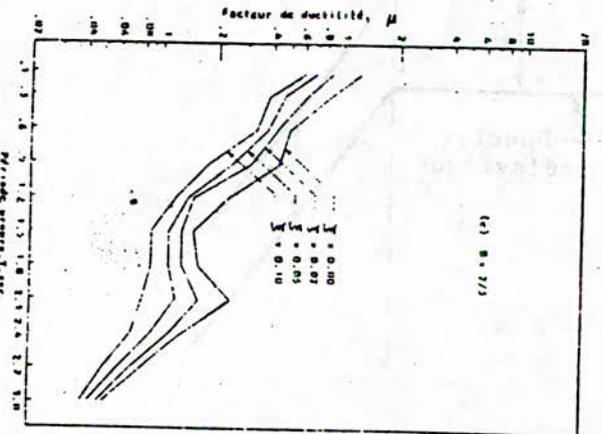
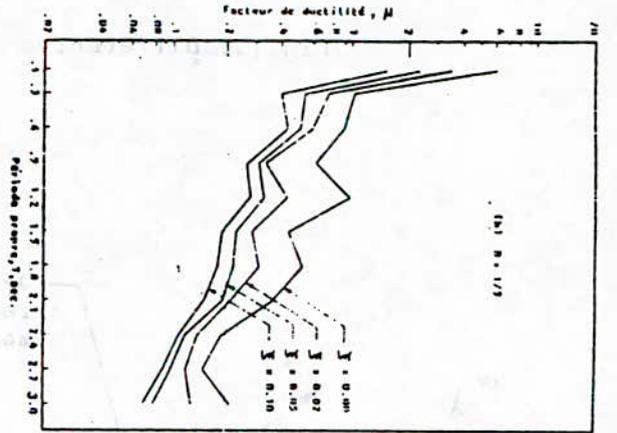
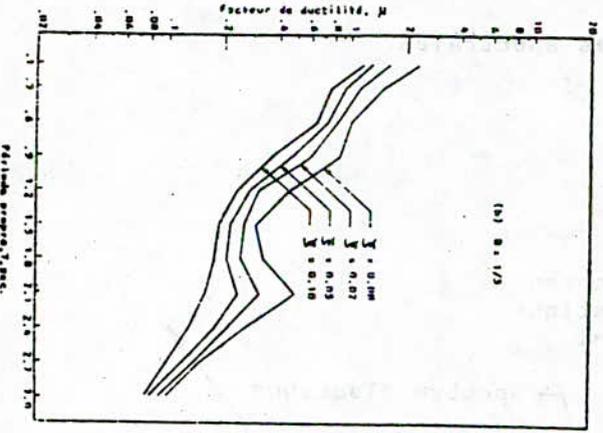
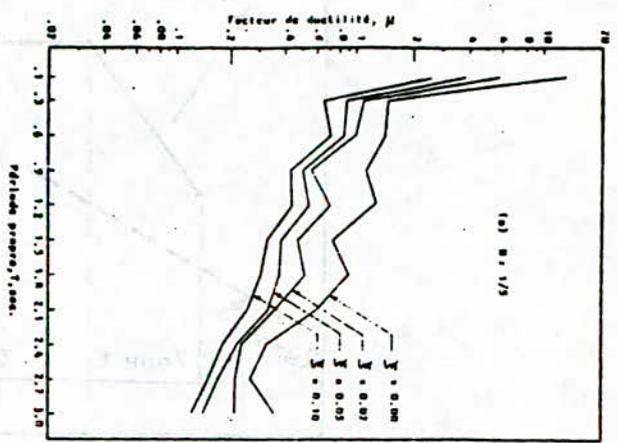
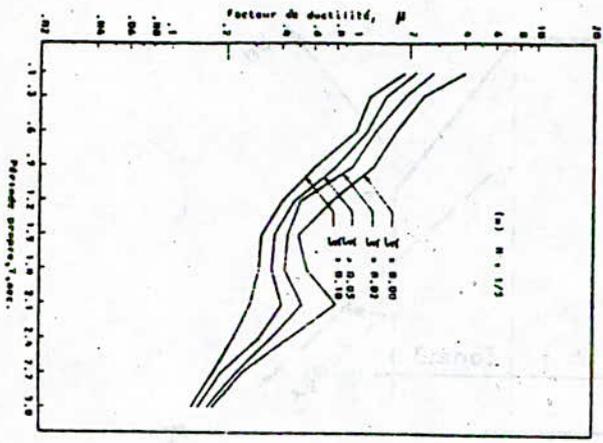


Fig.14: Etablissement du spectre inélastique à partir du spectre élastique.



(15.1) Accélérogramme AS3/80/EW

(15.2) Accélérogramme AS2/80/NS

Fig. 15: Variation du facteur de ductilité; système E.P.P

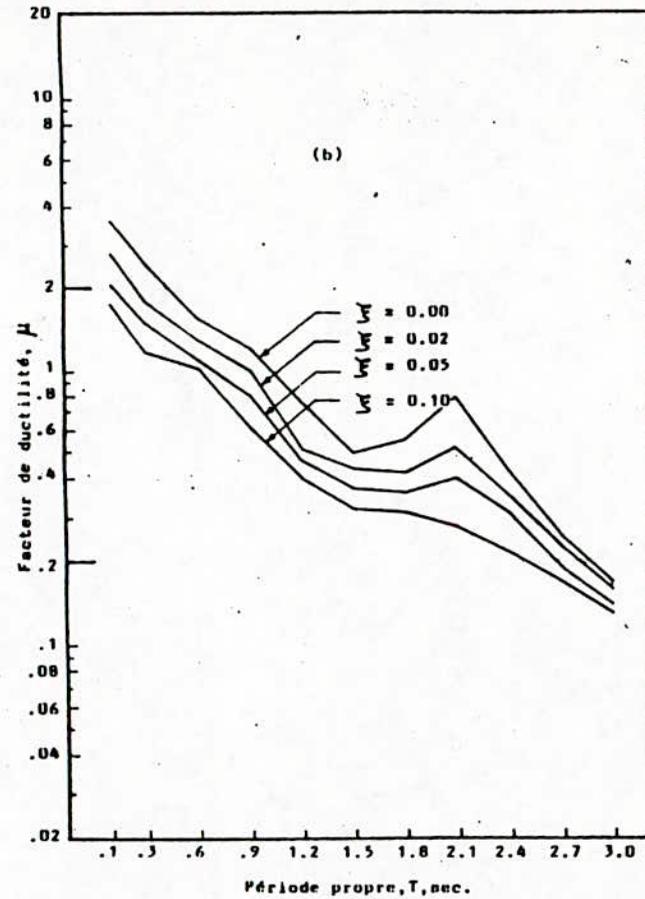
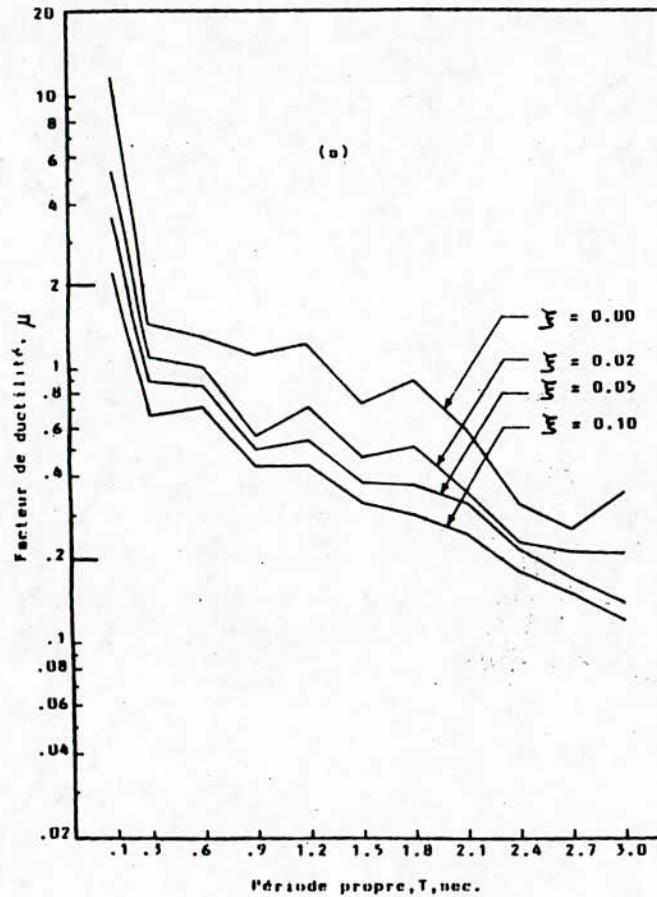
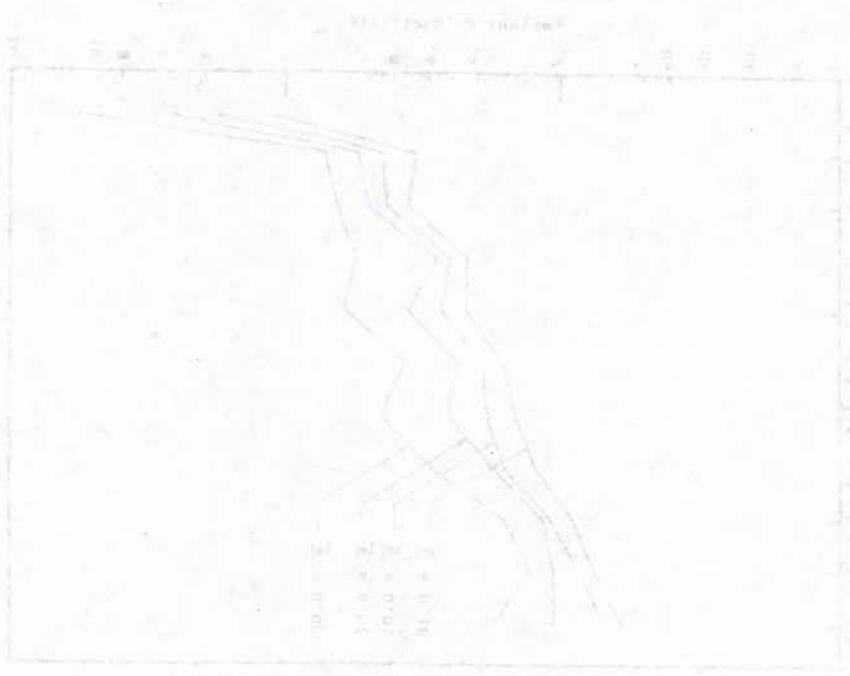


Fig. 16: Variation du facteur de ductilité; système bilinéaire,  $B=1/5$  :  
 (a) accélérogramme AS2/80/NS,  
 (b) accélérogramme AS3/80/EW.



PLOTTED AND CALCULATED FROM RECORDS OF THE U.S. GEOLOGICAL SURVEY  
 WATER RESOURCES DIVISION  
 WASHINGTON, D. C.

# CONTRIBUTION A L'ETUDE DE L'INFLUENCE DE L'HYDRATATION DES CIMENTS ALUMINEUX FILLERISES SUR LEUR COMPORTEMENT MECANIQUE.

B. TILIOUINE<sup>1</sup> et D. SI-BACHIR<sup>2</sup>

## ملخص

موضوع هذا البحث يهدف بصفة خاصة إلى تمييز الاسنت الالوميني بوجود ألياف كلسية، و إظهار أن التفاعل مع الكلس يتم على مرحلتين يتخلل تكوين إثنين من الكريواليمينت. زيادة على ذلك دراسة العينات المزوجة أكت على تكوين بقعة إبتحالية، و بها يحدث تكوين هذه الكريواليمينت. و هذا يأخر بقوة تحويل الألويمينت السدسية السميحة إلى ألويمينت مكعبة. وظاهرة التأخر هذه تصطب زيادة في الصلابة المجهرية و المقاومة الميكانيكية للإسنت الالوميني مع وجود حبيبات كلسية.

## ABSTRACT

This research aims essentially at the hydration of aluminous cements in presence of calcareous fillers. It is shown, among other things, that the reaction with the calcite occurs in two steps corresponding to the formation of two carboaluminates. In addition, a study of mixtes samples has permitted to identify an transition aureola, in which the formation of the carboaluminate takes place. The latter sharply delay the conversion of hexagonal hydrated aluminates into cubic aluminates. This delay phenomenon is accompanied with an increase of the microhardners and of the mechanical resistance of aluminous cement in the presence of calcareous aggregates.

## RESUME

L'objet de cette recherche concerne essentiellement l'hydratation des ciments aluminoux en présence de fillers calcaires. On montre, entre autres, que la réaction avec la calcite se déroule en deux étapes correspondant à la formation de deux carboaluminates. En outre, une étude d'éprouvettes mixtes a permis de mettre en évidence une auréole de transition, dans laquelle demeure limitée la formation de ces carboaluminates. Ceux-ci retardent fortement la conversion des aluminates hydratés hexagonaux en aluminates cubiques. Ce phénomène de retard s'accompagne d'un accroissement de la microdureté et de la résistance mécanique du ciment aluminoux en présence de granulats calcaires.

- 1- Professeur, Ecole Nationale Polytechnique
- 2- Ingenieur, Ecole Nationale Polytechnique

## I. INTRODUCTION

Les ciments alumineux ont été découverts dès le début du siècle en 1908 [1]. Ce sont des ciments capables de performances mécaniques bien supérieures à celles des Portland, entre autres. Toutefois, l'utilisation des ciments alumineux n'est pas très étendue pour diverses raisons très probablement liées, à une méconnaissance du phénomène de leur hydratation. Une meilleure connaissance du processus d'hydratation des ciments alumineux serait donc tout à fait indiquée pour une meilleure compréhension de leur comportements physique et mécanique et remédier ainsi aux mécomptes parfois observés.

Le phénomène de conversion, suivant lequel des aluminates de calcium hydratés métastables se transforment en composés stables, serait à l'origine de la chute de la résistance mécanique. Cette spécificité des ciments alumineux, signalée par plusieurs auteurs ([2],[3],[4]), a donné lieu à diverses interprétations. En particulier les résultats présentés dans la référence [5], sur les mortiers et bétons de ciment alumineux, ont montré que le retard dans l'apparition du phénomène de conversion est attribué à la formation d'un carboaluminate de calcium hydraté plus stable que les aluminates hexagonaux.

Dans ce qui suit, nous avons tenté dans une première phase d'analyser les modifications apportées au processus d'hydratation par l'association de fillers calcaires aux ciments alumineux. A cet effet, nous avons procédé à des essais physico-chimiques aux rayons x réalisés sur des ciments alumineux fillérisés.

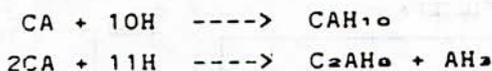
Dans une deuxième phase, aux fins de mieux comprendre la liaison mise en jeu au niveau de l'interface pâte de ciment-granulats, des analyses diffractométriques sur éprouvettes mixtes d'âges différents ont été effectuées.

Enfin, dans une troisième phase, les résultats obtenus précédemment dans les études physico-chimiques sont corroborés à ceux des études de la microdureté et de la résistance mécanique des ciments alumineux en présence de granulats aussi bien calcaires que siliceux.

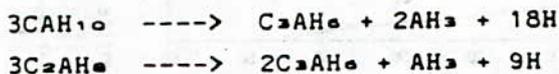
## II. ETUDE DE L'HYDRATATION DES CIMENTS ALUMINEUX FILLERISES

### II.1. REACTIONS D'HYDRATATION

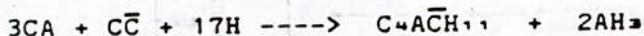
L'aluminate monocalcique CA est le constituant essentiel du ciment alumineux. Sa réaction d'hydratation donne lieu à la formation de diverses phases hydratées dépendant à la fois de la température et du temps ([6], [7]). Lorsque l'aluminate monocalcique s'hydrate, il donne naissance principalement à deux aluminates hydratés hexagonaux, à savoir  $CAH_{10}$  et  $C_2AH_6$ , selon les réactions suivantes :



Ces deux aluminates hexagonaux se transforment en la forme stable d'aluminate hydraté  $C_3AH_6$ , cristallisant dans le système cubique [8]. Cette transformation, appelée "conversion", a lieu selon les réactions suivantes :



En présence de  $CaCO_3$ , l'apparition de monocarboaluminate hydraté est favorisée au détriment de la formation de  $C_3AH_6$



Dans ce qui précède, on rappelle que les symboles C, A,  $\bar{C}$ , H fréquemment utilisés en chimie des ciments représentent respectivement  $CaO$ ,  $Al_2O_3$ ,  $CO_2$  et  $H_2O$ .

### II.2. INFLUENCE DE DIVERS PARAMETRES

Les ciments fillérisés sont des mélanges constitués de ciment-filler et d'eau. De façon globale, nous avons étudié l'influence de la nature du filler, de sa surface spécifique (SS), et des paramètres de composition filler/ciment (F/C) et eau/ciment (E/C), ainsi que de la température de conservation (T) sur l'hydratation des ciments alumineux fillérisés.

## II.2.1. Nature des fillers

Les résultats de l'étude physico-chimique réalisée sur des ciments alumineux fillérisés (fig. II.1), montrent que, contrairement au mécanisme d'hydratation en présence de fillers siliceux ( $\text{SiO}_2$ ), les fillers calcaires ( $\text{CaCO}_3$ ) accélèrent l'hydratation de l'aluminate monocalcique (fig. II.1a) et retardent la conversion des aluminates hexagonaux (fig. II.1b) en aluminates cubiques (fig. II.1c), par les formations successives de deux carboaluminates: l'hemicarboaluminate et le monocarboaluminate (fig. II.1d). Ces deux composés se forment par réaction entre les aluminates de calcium hydrates hexagonaux  $\text{CAH}_6$  et  $\text{C}_2\text{AH}_6$  et les ions carbonates.

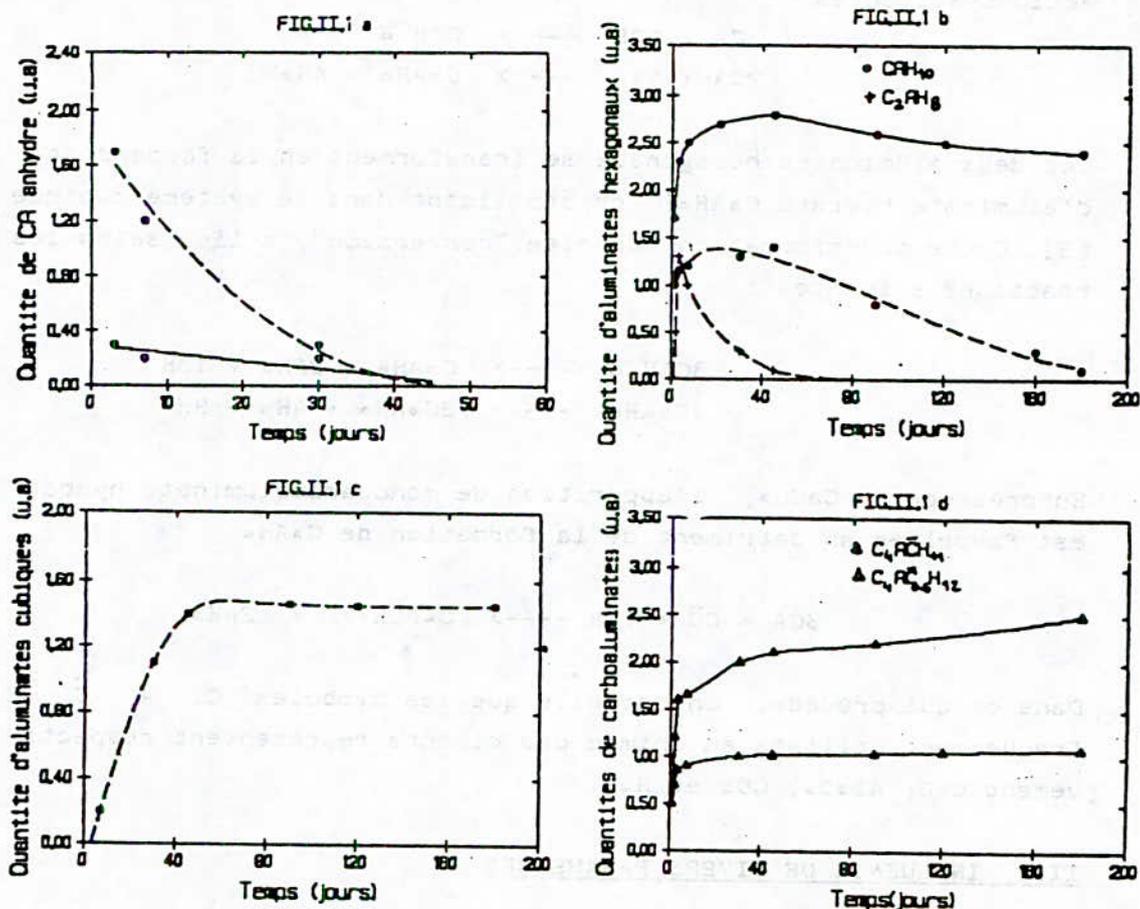


FIG II.1- Influence de la nature du filler sur les variations, en fonction du temps de conservation, des quantités d'aluminates et de carboaluminates dans les ciments alumineux fillérisés.

(E/C=0,65 ; F/C=0,4 ; SS=380 m<sup>2</sup>/Kg ; T=20°C)

--- FILLER SILICEUX

— FILLER CALCAIRE

## II.2.2. Finesse du filler

Afin de mettre en évidence l'influence de la surface spécifique du filler sur l'hydratation des ciments alumineux, des éprouvettes ont été confectionnées avec des fillers de surfaces spécifiques différentes (60-380-600 m<sup>2</sup>/Kg).

L'analyse des résultats (fig. II.2) montre que, pour les ciments fillérisés avec de la calcite :

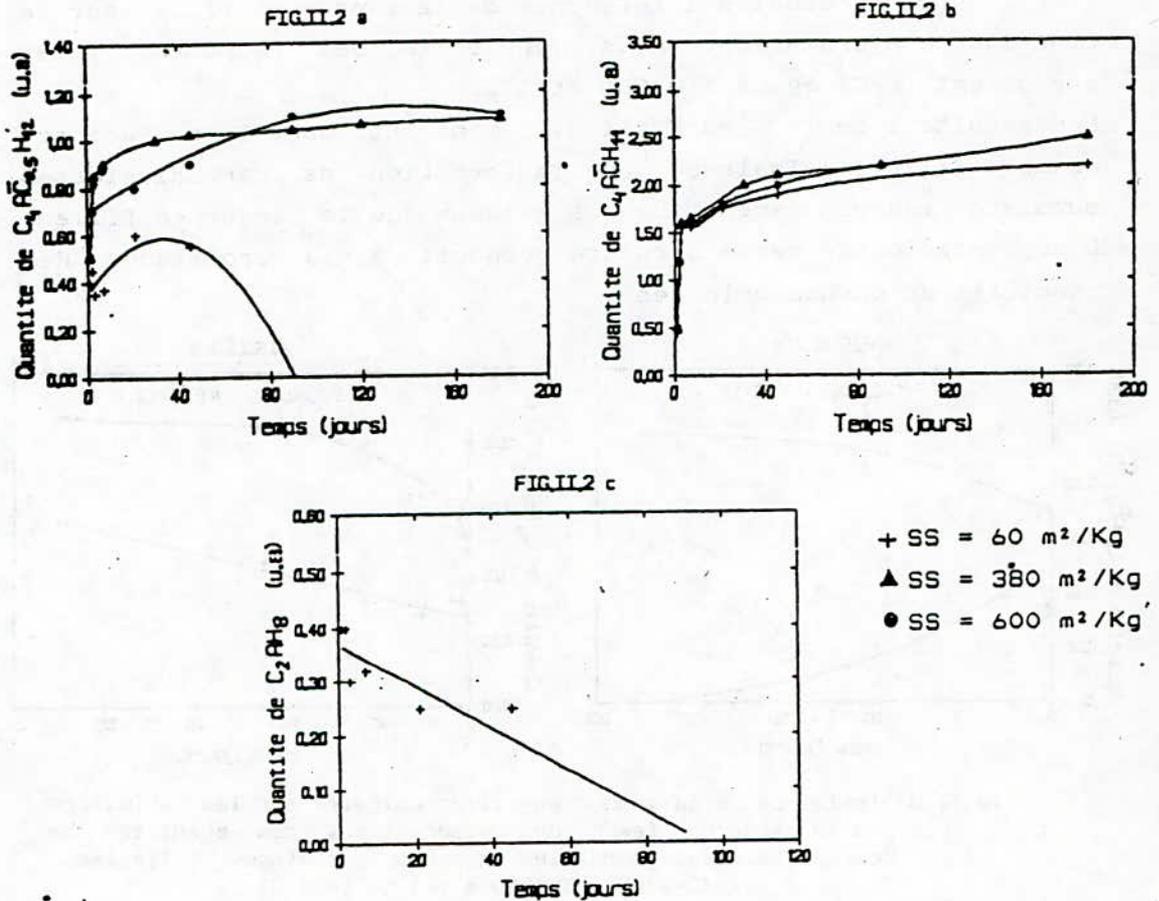


FIG II.2- Influence de la surface spécifique du filler calcaire sur les variations, en fonction du temps de conservation, des quantités d'aluminates et de carboaluminates dans les ciments alumineux fillérisés. (E/C=0,65 ; F/C=0,4 ; T=20°c)  
 --- FILLER SILICEUX      — FILLER CALCAIRE

- La quantité de carboaluminates formés est d'autant plus importante que la surface spécifique du filler est élevée (fig. II.2a) et (fig. II.2b). On peut, d'après les résultats déduire également que l'accélération de l'hydratation de CA tend à augmenter avec la surface spécifique de la calcite utilisée.

- Les aluminates de calcium hydratés hexagonaux  $C_2AH_6$  ne se forment que pour de faibles surfaces spécifiques des fillers calcaires (fig. II.2c). Ceci peut s'expliquer par le fait que la quantité d'eau disponible pour la réaction d'hydratation est alors plus élevée, d'où la formation de l'aluminate  $C_2AH_6$  par élévation de température.

### II.2.3. Teneur en filler

Afin d'étudier l'influence de la teneur en filler sur la cinétique d'hydratation, nous avons choisi des rapports filler sur ciment (F/C) égaux à 0,084 et 1,2.

Les résultats de la figure (II.3), montrent, dans le cas des ciments à fillers calcaires, que la formation de carboaluminates subsiste indépendamment de la valeur de la teneur en filler. L'augmentation de cette dernière conduit à la croissance des quantités de carboaluminates.

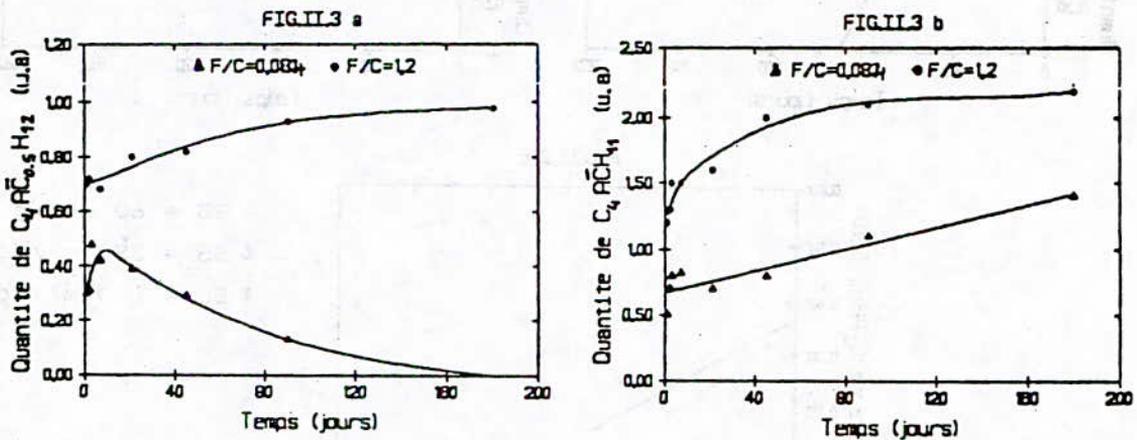


FIG II.3- Influence de la teneur en filler calcaire sur les variations en fonction du temps de conservation, des quantités de carboaluminates dans les ciments alumineux fillérisés. (E/C=0,65 ; SS=380 m<sup>2</sup>/Kg ; T=20°C)

Dans le cas des ciments à fillers siliceux, (fig. II.4), la diminution de la teneur en filler (ou encore augmentation de la quantité de ciment) provoque une élévation de température effective favorisant ainsi la formation de  $C_2AH_6$  au détriment de  $CAH_10$  (fig. II.4a) Ceci signifie en particulier que la conversion totale de  $CAH_10$  est accélérée en formant des quantités relativement importantes d'aluminates cubiques ( $C_3AH_6$ ) comme illustrées par la Figure (II.4b).

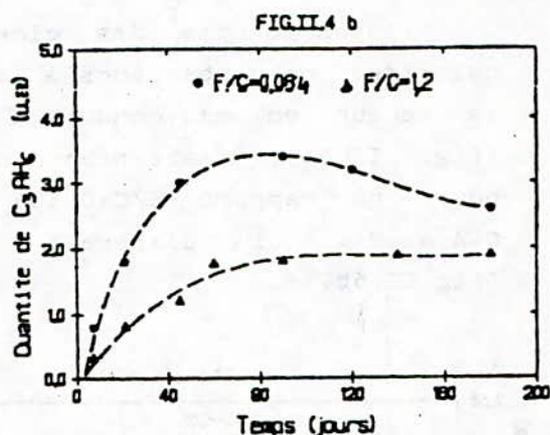
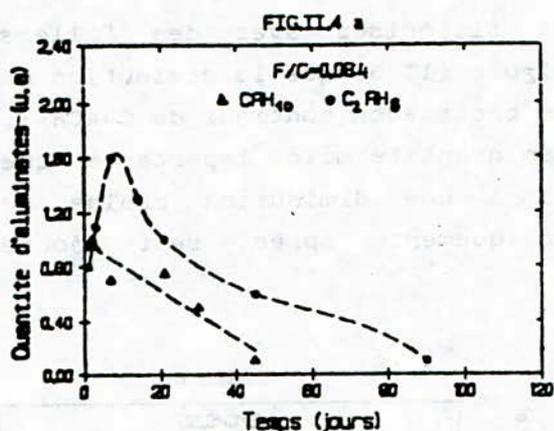


FIG II.4- Influence de la teneur en filler siliceux sur les variations en fonction du temps de conservation, des quantités d'aluminates hydratés dans les ciments alumineux fillérisés. (E/C=0,65 ; SS=380 m<sup>2</sup>/Kg ; T=20°C)

#### II.2.4. Teneur en eau

Aux fins d'étudier, l'influence de la teneur en eau sur l'hydratation des ciments alumineux fillérisés, deux rapports eau/ciment (E/C) égaux à 0,35 et 0,65 ont été retenus dans cette étude.

Dans le cas des ciments à fillers siliceux, figure (II.5) indiquent que la conversion des aluminates de calcium hydratés hexagonaux est plus rapide lorsqu'il y a augmentation de la teneur en eau, (fig. II.5a), favorisant ainsi la formation accélérée des aluminates de calcium cubiques (fig.II.5b).

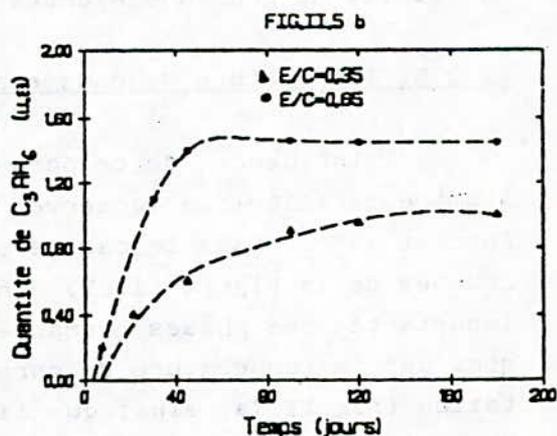
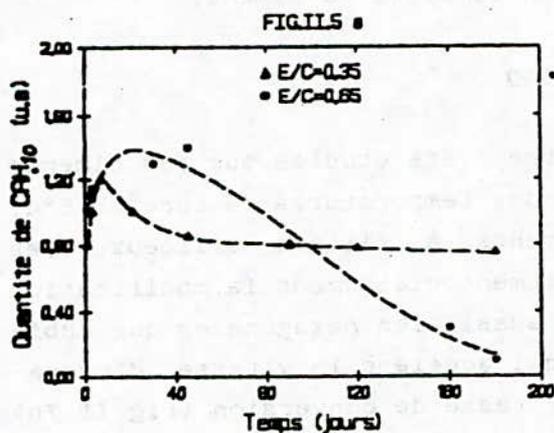


FIG II.5- Influence de la teneur en eau sur les variations, en fonction du temps de conservation, des quantités d'aluminates hydratés dans les ciments alumineux à filler siliceux. (F/C=0,4 ; SS=380 m<sup>2</sup>/Kg ; T=20°C)

Dans le cas des ciments fillérisés avec des fillers calcaires, nous observons à la Figure (II.6) que la diminution de la teneur en eau conduit à une croissance continue de  $C_4\bar{A}CH_{11}$ , (fig. II.6a), (mais néanmoins en quantité moins importante que pour un rapport  $E/C=0,65$ ) et à une diminution rapide de  $C_4\bar{A}C_0,5H_{12}$  qui disparaît pratiquement après sept jours (fig. II.6b)

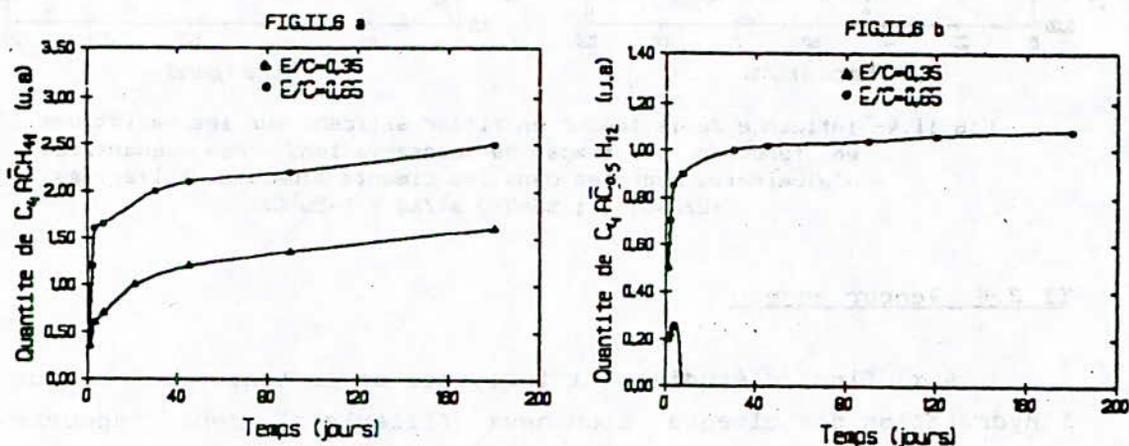


FIG II.6- Influence de la teneur en eau sur les variations, en fonction du temps de conservation, des quantités de carboaluminates hydratés dans les ciments alumineux à filler calcaire. ( $F/C=0,4$  ;  $SS=380 \text{ m}^2/\text{Kg}$  ;  $T=20^\circ\text{C}$ )

Ainsi, aux faibles rapports eau/ciment, la quantité d'eau disponible n'est suffisante ni pour une dissolution significative de la calcite ni pour une hydratation complète du ciment.

### II.2.5. Température de conservation

L'influence de ce paramètre a été étudiée sur des ciments alumineux fillérisés conservés à des températures de cure de  $5^\circ\text{C}$ ,  $20^\circ\text{C}$  et  $40^\circ\text{C}$ . Dans le cas de ciments à fillers siliceux, les courbes de la Figure (II.7) confirment clairement la modification importante des phases hydratées aussi bien hexagonales que cubiques par la température de cure qui accélère la vitesse d'hydratation (fig. II.7a) ainsi que la vitesse de conversion (fig. II.7b). D'où l'intérêt accru de l'utilisation des ciments alumineux aux basses températures.

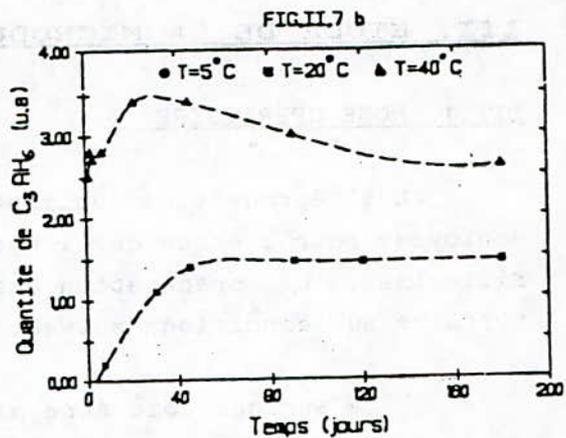
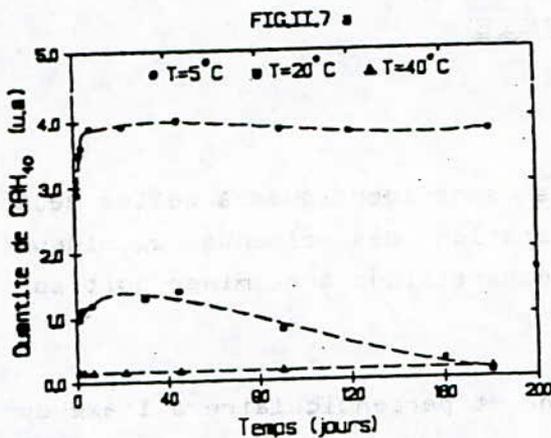


FIG II.7- Influence de la température de cure sur les variations, en fonction du temps de conservation, des quantités d'aluminates dans les ciments alumineux à filler siliceux. ( $E/C=0,65$  ;  $F/C=0,4$  ;  $SS=380 \text{ m}^2/\text{Kg}$ )

Dans le cas des ciments à fillers calcaires, les résultats des essais de diffraction aux rayons x (fig. II.8), montrent que la réaction avec la calcite se produit indépendamment de la température de cure (à  $5^\circ C$ , à  $20^\circ C$  ou à  $40^\circ C$ ). Dans tous les cas, la réaction se déroule, en absence du phénomène de conversion, en deux étapes, à savoir la formation d'abord de l'hémicarboaluminate puis du monocarboaluminate ensuite (fig. II.8a). Toutefois, il convient de remarquer qu'à température élevée ( $T=40^\circ C$ ), la présence de fillers calcaires ne se manifeste plus par un retard de conversion, mais seulement par une diminution de la teneur en aluminates cubiques  $C_3AH_6$ , teneur qui demeure cependant nettement moins importante que dans le cas des ciments à fillers siliceux (fig. II.8.b).

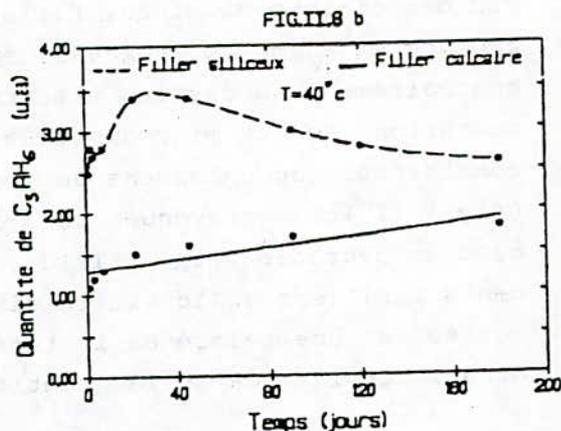
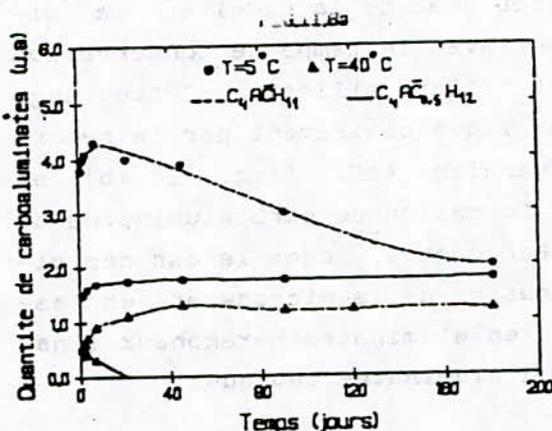


FIG II.8- Influence de la température de cure sur les variations, en fonction du temps de conservation, des quantités de carboaluminates et aluminates cubiques dans les ciments alumineux fillérisés ( $E/C=0,65$  ;  $F/C=0,4$  ;  $SS=380 \text{ m}^2/\text{Kg}$ ).

### III. ETUDE DE LA MICRODURETE

#### III.1. MODE OPERATOIRE

Les éprouvettes utilisées sont identiques à celles déjà employées pour l'étude de l'hydratation des ciments alumineux fillérisés. La préparation des échantillons à examiner doit satisfaire aux conditions suivantes :

- La surface doit être plane et perpendiculaire à l'axe du pénétrateur.
- Le polissage doit être poussé à un point tel que la lecture des empreintes ne soit pas gênée par la rugosité ou les raies laissées par le produit du polissage.

Après différentes périodes de conservation, les éprouvettes sont sciées et polies à sec. Les sections ainsi obtenues sont soumises à l'essai de microdureté.

#### III.2. ANALYSE DES RESULTATS

Les principaux résultats de l'analyse des effets de la nature du filler, sa teneur, ainsi que sa surface spécifique sur la microdureté des ciments alumineux fillérisés sont illustrés respectivement sur les Figures (III.1), (III.2) et (III.3).

- Les courbes de la Figure (III.1) montrent que dans le cas des ciments alumineux fillérisés avec de la calcite, la microdureté augmente progressivement avec le temps de conservation contrairement au cas des ciments à fillers siliceux. Cette augmentation de la microdureté s'explique clairement par le retard considérable du phénomène de conversion (cf. (fig. II.1b) et (fig. II.1c)) provoqué par la formation de carboaluminates de calcium hydratés (fig. II.1d). Par contre, dans le cas des ciments à fillers siliceux, la diminution de la microdureté est associée à une baisse de la teneur en aluminates hexagonaux ainsi qu'à la croissance de la quantité d'aluminates cubiques.

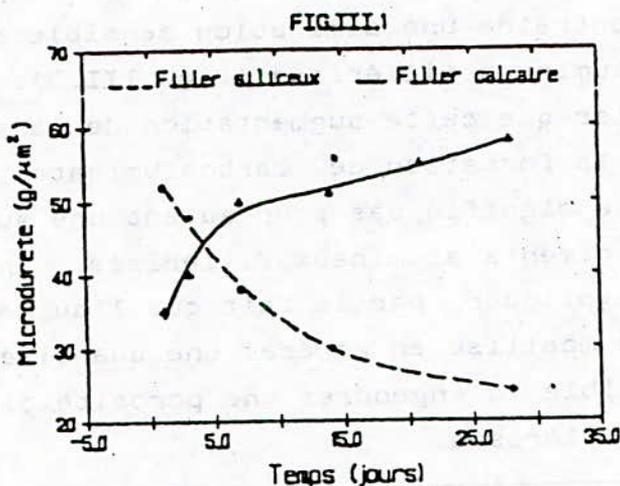


FIG III.1- Influence de la nature du filler sur les variations, en fonction du temps de conservation, de la microdureté des ciments alumineux fillérisés ( $E/C=0,65$  ;  $F/C=0,4$  ;  $T=20^{\circ}C$ ).

- Par ailleurs, les résultats de la Figure (III.2) indiquent qu'une augmentation de la teneur en fillers calcaires conduit à une diminution de la microdureté des ciments fillérisés. De manière équivalente, on peut conclure que l'augmentation de la teneur en ciment alumineux correspond à une augmentation de la microdureté. Cette observation est clairement illustrée sur la courbe associée au rapport  $F/C=0,084$  (paramètre caractéristique d'une pâte pratiquement pur).

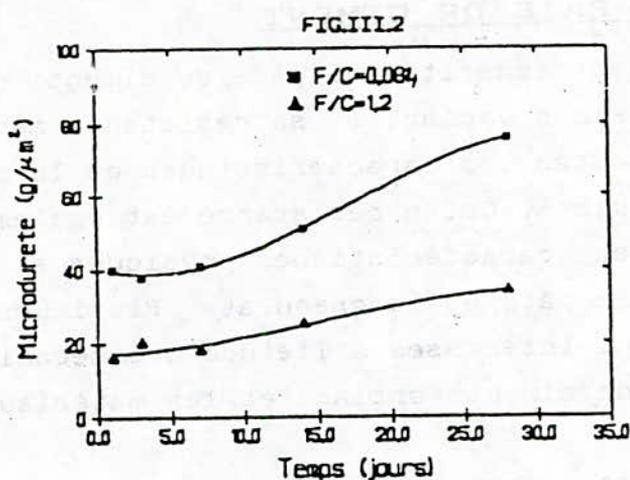


FIG III.2- Influence de la teneur en filler calcaire sur les variations en fonction du temps de conservation, de la microdureté des ciments alumineux fillérisés ( $E/C=0,65$  ;  $T=20^{\circ}C$ ).

- De même, l'augmentation de la surface spécifique des fillers calcaires entraîne une diminution sensible de la microdureté des ciments alumineux fillérisés (fig. III.3). Toutefois, il convient de rappeler que cette augmentation de la surface spécifique qui favorise la formation de carboaluminates en quantité plus importante ne signifie pas pour autant une augmentation de la microdureté des ciments alumineux fillérisés. En effet, ceci peut aisément s'expliquer par le fait que l'augmentation de la finesse des fillers mobilise en général une quantité d'eau plus importante susceptible d'engendrer une porosité plus élevée des ciments alumineux fillérisés.

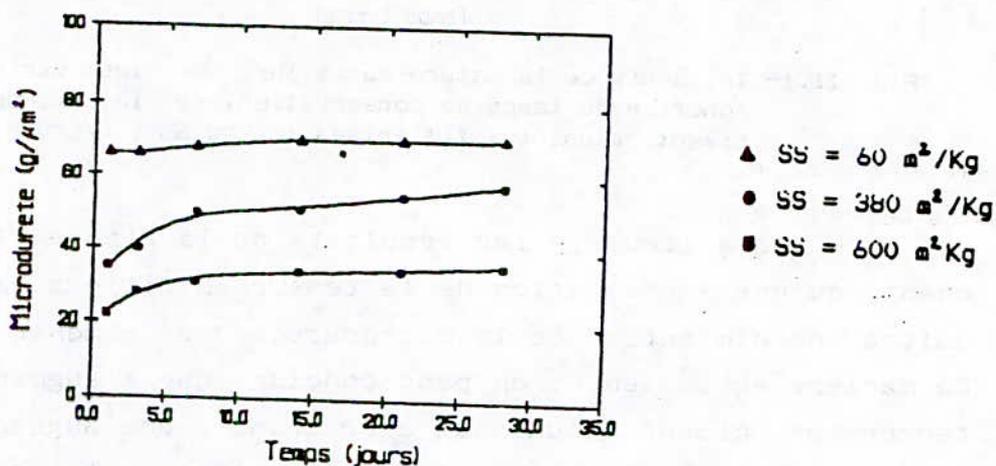


FIG III.3- Influence de la surface spécifique du filler calcaire sur les variations, en fonction du temps de conservation, de la microdureté des ciments alumineux fillérisés. (E/C=0,65 ; F/C=0,4 ; T=20°C)

#### IV. ETUDE DE LA ZONE DE CONTACT GRANULAT-PAÏE DE CIMENT

Le béton étant constitué de pâte de ciment durcie et de granulats de dimensions variables, sa résistance mécanique dépendra évidemment de toutes les caractéristiques de la pâte durcie et de celles des granulats. Cette résistance est également fortement influencée par les caractéristiques physiques et mécaniques de l'interface entre la pâte et le granulat. Plusieurs auteurs [9], [10], [11], se sont intéressés à l'étude des mécanismes de liaison entre la pâte de ciment Portland et les matériaux enrobés.

Dans ce cadre, nous nous sommes intéressés à l'analyse de la liaison entre la pâte de ciment alumineux et un granulat de marbre. A des fins de comparaison, la liaison pâte de ciment-granulat de quartz a été également étudiée.

La technique mise au point par FARRAN [9] et modifiée par OLLIVIER [12] a été employée pour l'analyse expérimentale des faces de ruptures des éprouvettes mixtes.

#### IV.1. MISE EN EVIDENCE D'UNE ZONE PARTICULIERE AU VOISINAGE DU GRANULAT

Les résultats représentant l'évolution de la microdureté dans la zone interfaciale (fig. IV.1), montrent que celle-ci augmente depuis la face de rupture jusqu'au coeur de la pâte de ciment.

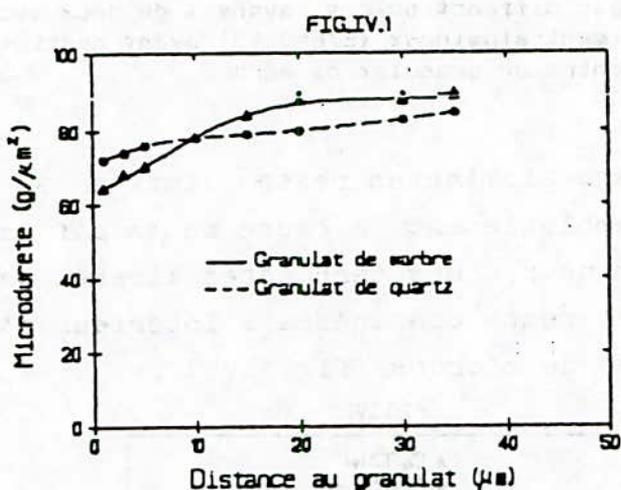
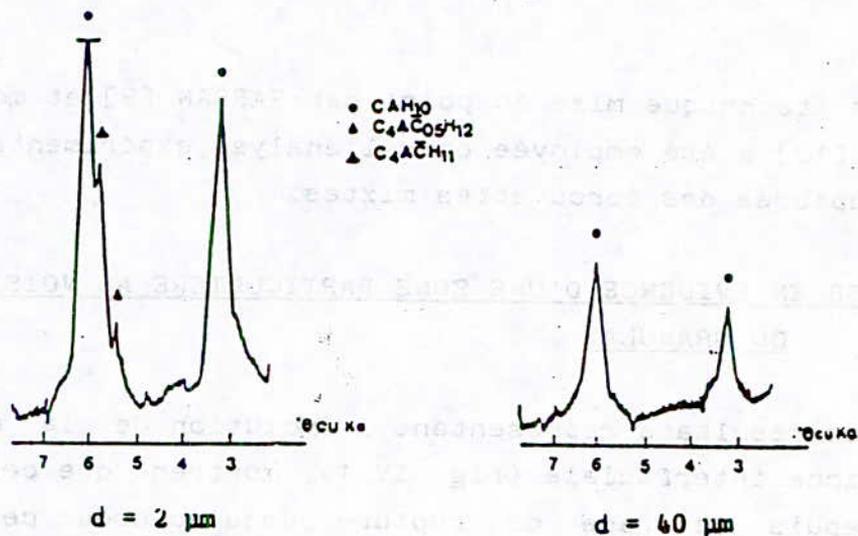


FIG IV.1- Influence de la nature du granulat sur les variations, en fonction de la distance au granulat, de la microdureté de la pâte de ciment alumineux ( $E/C=0,45$  ;  $T=20^\circ\text{C}$ ).

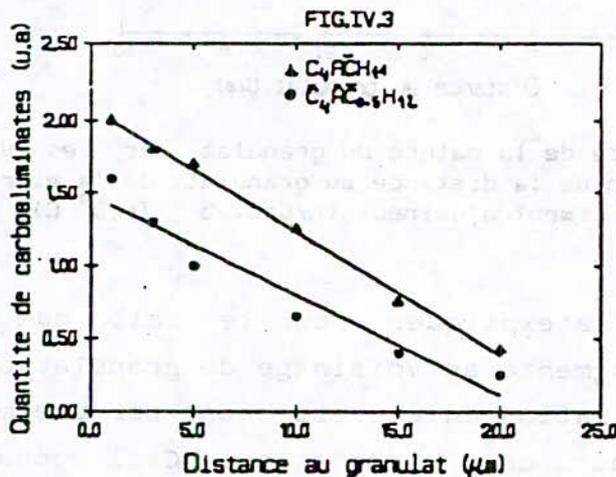
Ce résultat peut s'expliquer par le fait que le rapport eau/ciment réel augmente au voisinage du granulat de marbre. Ce gradient de concentration en eau est causé par une migration des ions libérés au cours de l'hydratation. Ceci conduit à une augmentation de la porosité de la pâte de ciment, d'où une diminution de sa microdureté au voisinage de la zone de contact.

L'analyse par diffraction de rayons x (fig. IV.2), effectuée à  $2\mu\text{m}$  et  $40\mu\text{m}$  de la surface du granulat de marbre dans la pâte de ciment alumineux, montre une diminution importante des teneurs en aluminat monocalcique hydraté vers le coeur de la pâte.



Fl6 IV.2- Analyses par diffraction des rayons X de deux sections de la pâte de ciment alumineux (E/C=0,45) ayant durci 4 semaines à 20° C contre un granulat de marbre.

La formation des carboaluminates reste limitée à l'auréole de transition vraisemblablement à cause de la diffusion, dans la pâte de ciment alumineux, des carbonates libérés par dissolution de la calcite, qui reste confinée à l'intérieur d'une épaisseur de quelques dizaines de microns (fig. IV.3).



Fl6 IV.3- Variations, en fonction de la distance au granulat de marbre, des quantités de carboaluminates dans la pâte de ciment alumineux (E/C=0,45 ; T=20° C ; âge=30jours).

## V. ETUDE DU COMPORTEMENT MECANIQUE DES MICROBETONS ALUMINEUX

La corrélation entre la microstructure des hydrates du ciment et le comportement mécanique des microbétons, est examinée sur la base de paramètres identiques à ceux de l'étude de l'hydratation.

## V.1. MODE OPERATOIRE

La courbe granulométrique des agrégats utilisés est représentée sur la Figure (V.1).

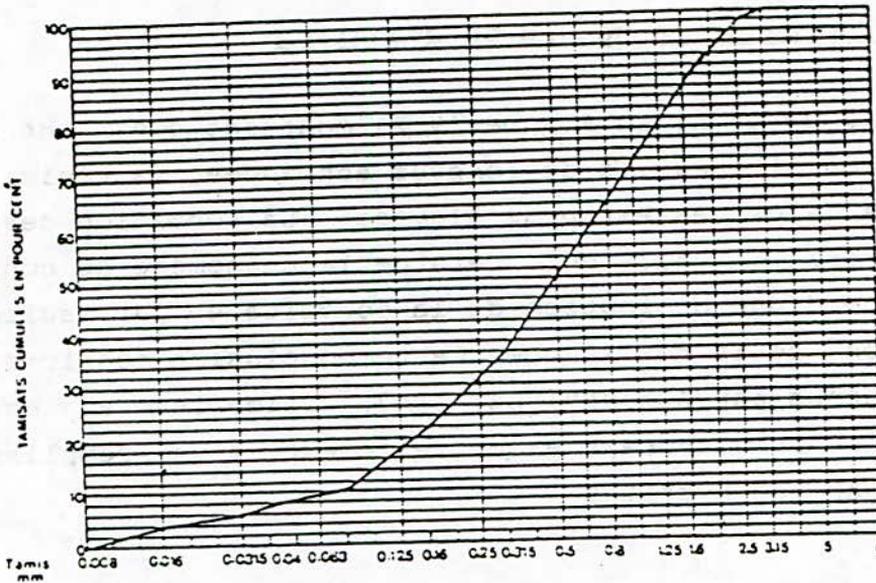


FIG V.1- Courbe granulométrique des granulats

Toutes les éprouvettes ont été coulées avec du ciment alumineux, utilisé dans l'étude de l'hydratation, gâché avec une eau potable. La proportion du ciment et la nature des granulats, le dosage en eau, ainsi que la température, constituent des facteurs importants de l'étude. L'homogénéité des différentes classes de granulats et du ciment s'est faite à sec, pendant six minutes, dans un malaxeur. Après introduction de l'eau, le malaxage s'est poursuivi pendant six autres minutes. L'éprouvette est mise en place dans des moules cylindrique en PVC, de 5 cm de diamètre et de 10 cm de hauteur. Les moules sont étanches de manière à éviter les entrées d'air et les pertes de laitance. Les éprouvettes, ainsi confectionnées, sont conservées dans leur moule pendant 24h dans une enceinte à 100% d'humidité dont la température est contrôlée (5°C, 20°C, 40°C). Elles sont ensuite démoulées et conservées dans l'eau jusqu'au moment de l'essai. Les microbétons ainsi obtenus sont soumis à un chargement monotone de compression monoaxiale appliqué rapidement jusqu'à rupture des éprouvettes.

## V.2. RESULTATS DE L'ETUDE

Les principaux résultats de l'étude expérimentale selon les paramètres retenus peut être résumés comme suit :

### V.2.1. Influence de la nature du granulat.

Les courbes de la Figure (V.2) montrent que, contrairement au microbéton siliceux, à de longues échéances, la résistance des microbétons calcaires est plus élevée. La formation des carboaluminates (fig. V.3), qui retarde le phénomène de conversion, s'accompagne d'une diminution de la porosité et par suite d'une augmentation de la résistance. Cette conclusion confirme les résultats obtenus par A.M.NEVILLE, [4], selon lesquels en général la résistance proviendrait essentiellement d'un remplissage de porosité par les hydrates.

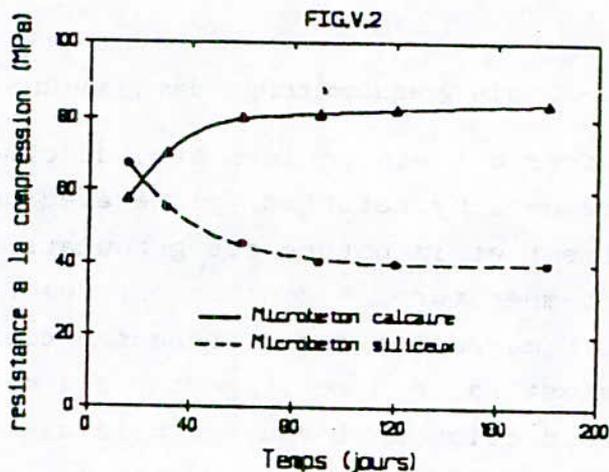


FIG V.2- Influence de la nature du granulat sur les variations, en fonction du temps de conservation, des résistances à la compression des microbétons ( $E/C=0,5$  ;  $6/C=2$  ;  $T=20^{\circ}C$ ).

La résistance légèrement plus élevée des microbétons siliceux, aux jeunes âges, résulterait du fait que les réactions des granulats calcaires ne sont pas très importantes dès les premiers jours.

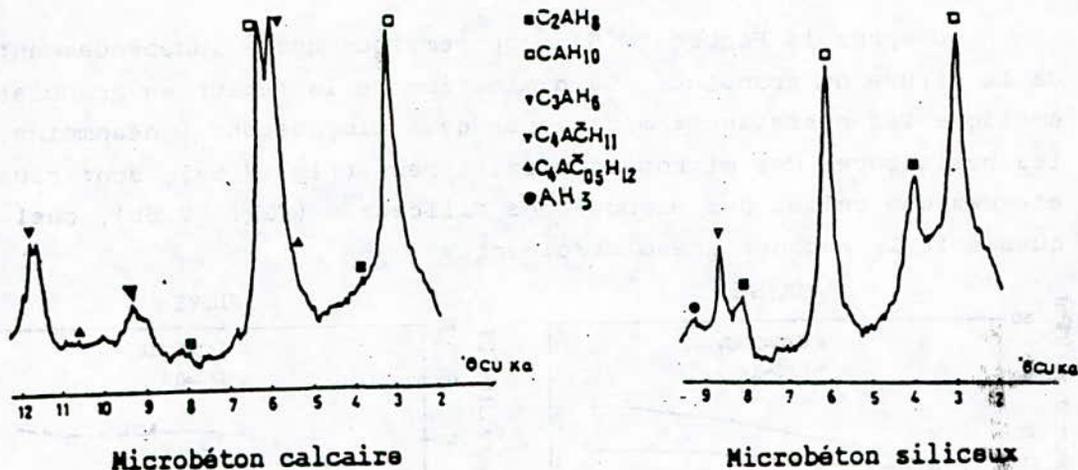


FIG V.3- Analyses par diffraction des rayons X des microbétons alumineux (E/L=0,5 ; G/L=2 ; conservés pendant 1 mois dans l'eau à 20°C).

### V.2.2. Influence de la teneur en granulat.

L'analyse par diffraction des rayons X des microbétons alumineux représentée par la figure (V.4) montre que la diminution de la teneur en granulat accélère la conversion des aluminates de calcium hexagonaux par formation d'aluminates cubiques. On pourrait donc s'attendre à une diminution des résistances en fonction de la diminution de la teneur en granulat, ce qui n'est pas le cas en pratique. Ce résultat n'est pas surprenant pour une teneur en granulat aussi faible que celle utilisée ici, ce qui correspond à des microbétons riches en ciment.

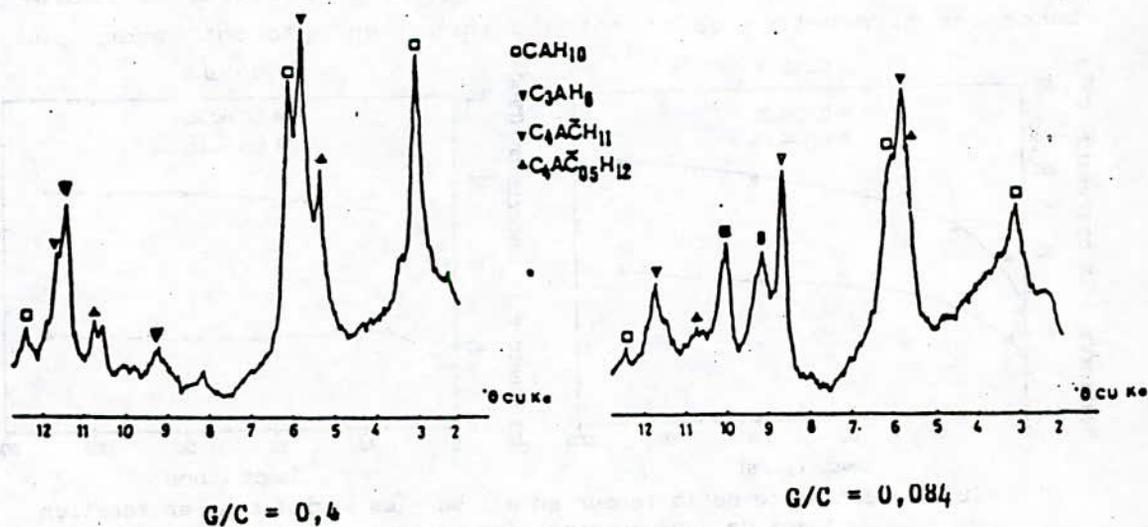


FIG V.4- Analyses par diffraction des rayons X des microbétons calcaires (E/L=0,4 ; conservés pendant 1 mois dans l'eau à 20°C)

D'après la Figure (V.5), on remarque que, indépendamment de la nature du granulat, la diminution de la teneur en granulat améliore les résistances mécaniques des microbétons. néanmoins, les résistances des microbétons calcaires, (fig. V.5a), sont plus élevées que celles des microbétons siliceux, (fig. V.5b), quel-ques soit le rapport granulat/ciment.

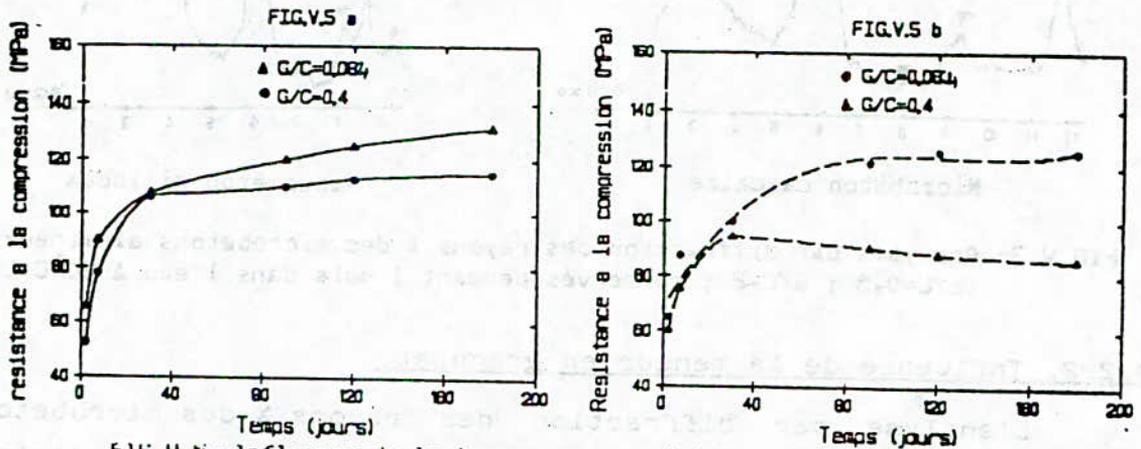


FIG V.5- Influence de la teneur en granulat sur les variations, en fonction du temps de conservation, des résistances à la compression des microbétons alumineux ( $E/C=0,4$  ;  $T=20^{\circ}C$ ).  
 ——— MICROBETON CALCAIRE      - - - MICROBETON SILICEUX

### V.2.3. Influence de la teneur en eau de gâchage

Deux séries de microbétons sont confectionnées selon les rapports granulat/ciment égal à 0,4 et eau/ciment égaux à 0,35 et 0,65. Les courbes de la Figure (V.6), montrent que la résistance des microbétons est plus importante lorsque la teneur en eau diminue. Ce résultat confirme que l'on peut améliorer la résistance des microbétons de ciment alumineux en gâchant avec peu

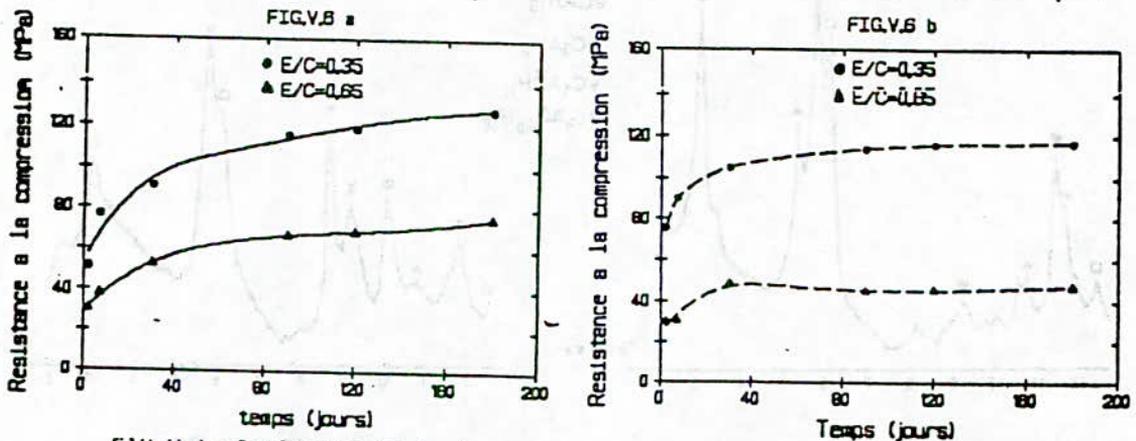


FIG V.6- Influence de la teneur en eau sur les variations, en fonction du temps de conservation, des résistances à la compression des microbétons alumineux ( $G/C=0,4$  ;  $T=20^{\circ}C$ ).  
 ——— MICROBETON CALCAIRE      - - - MICROBETON SILICEUX

L'examen par l'analyse de diffraction des rayons x effectuée pour l'étude de l'hydratation confirme ce résultat. La teneur en aluminates cubiques augmente en même temps que le rapport eau/ciment dans les microbétons siliceux (fig. V.7).

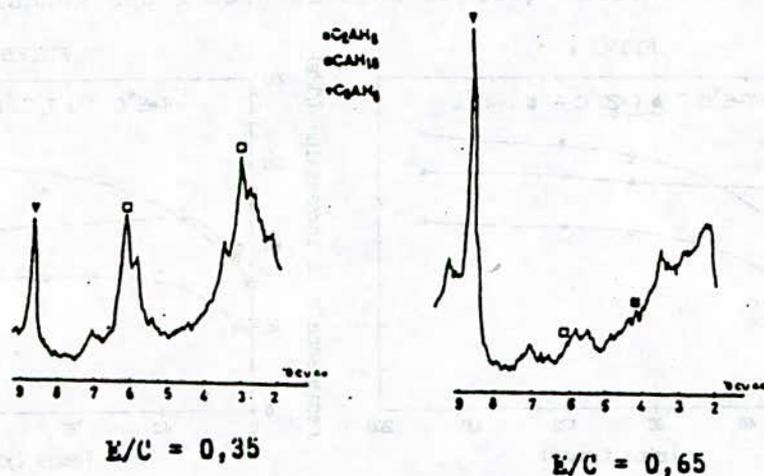


FIG V.7- Analyses par diffraction des rayons X des microbétons siliceux (G/C=0,4 ; conservés pendant 1 mois dans l'eau à 20°C).

Par contre, dans les microbétons calcaires, l'augmentation de la teneur en eau correspond à des teneurs en carboaluminates plus importantes (fig. V.8). Mais un excès d'eau est doublement défavorable car d'une part, il marque l'apparition d'une porosité nouvelle et d'autre part l'eau a un effet intrinsèque néfaste sur la cohésion [8].

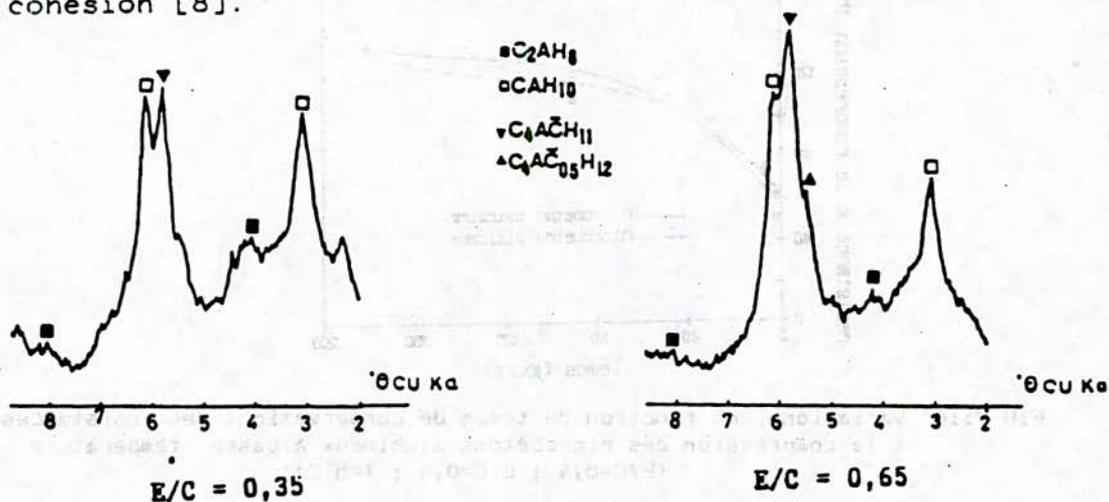


FIG V.8- Analyse par diffraction des rayons X des microbétons calcaires (G/C=0,4 ; conservés pendant 1 mois dans l'eau à 20°C).

#### V.2.4. Influence de la température de conservation

Les microbétons étudiés sont conservés à 5°C, 20°C et 40°C. Les courbes représentées sur la Figure (V.9), montrent que l'augmentation de la température conduit à la diminution des résistances mécaniques quelque soit la nature des granulats.

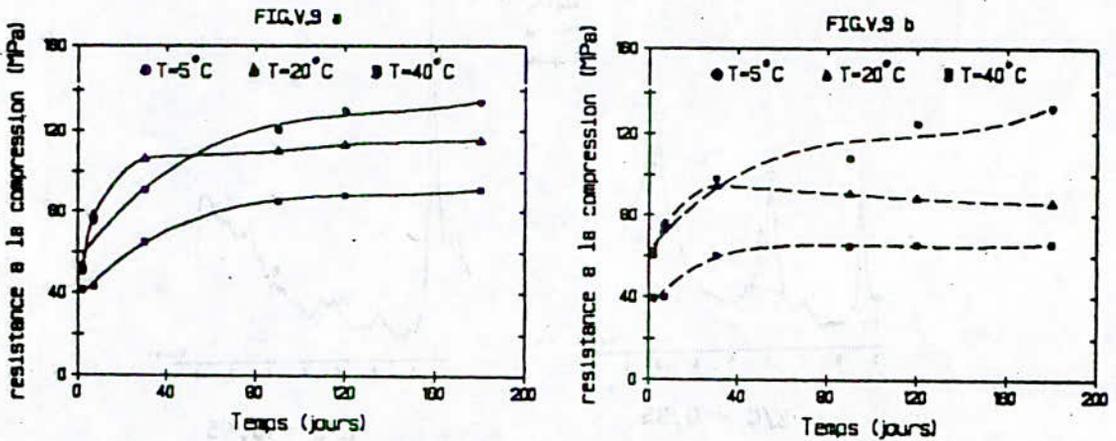


FIG V.9- Influence de la température de cure sur les variations, en fonction du temps de conservation, des résistances à la compression des microbétons alumineux ( $E/C=0,4$  ;  $G/C=0,4$ ).  
 — MICROBETON CALCAIRE      --- MICROBETON SILICEUX

la Figure (V.10), montre qu'à basse température le rôle joué par la nature du granulat sur la résistance mécanique n'est pas significatif. Ces résistances sont, dans les deux cas, exceptionnellement élevées. Ces résultats semblent être fortement liés aux données de la diffraction des rayons x puisque le phénomène de conversion est retardé à basse température (cf. (fig. II.7b)).

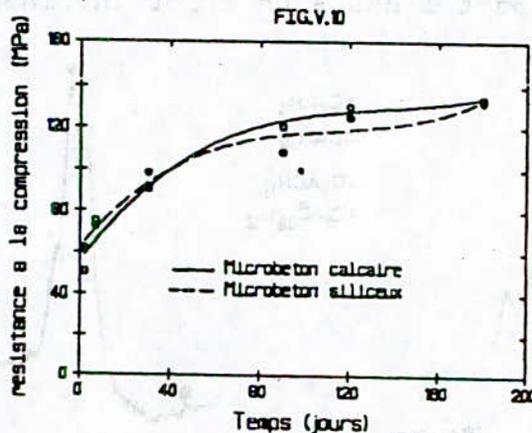


FIG V.10- Variations, en fonction du temps de conservation, des résistances à la compression des microbétons alumineux à basse température ( $E/C=0,4$  ;  $G/C=0,4$  ;  $T=5^{\circ}C$ ).

A 40°C, les réactions d'hydratation du ciment alumineux en présence de granulats siliceux, conduisent par conversion immédiate à la formation d'aluminates cubiques. A cette température, par contre, les granulats calcaires réagissent encore pour former du monocarboaluminate (fig. V.11). Ce qui explique l'accroissement de résistance constaté avec les granulats calcaires contrairement aux granulats siliceux (fig. V.12).

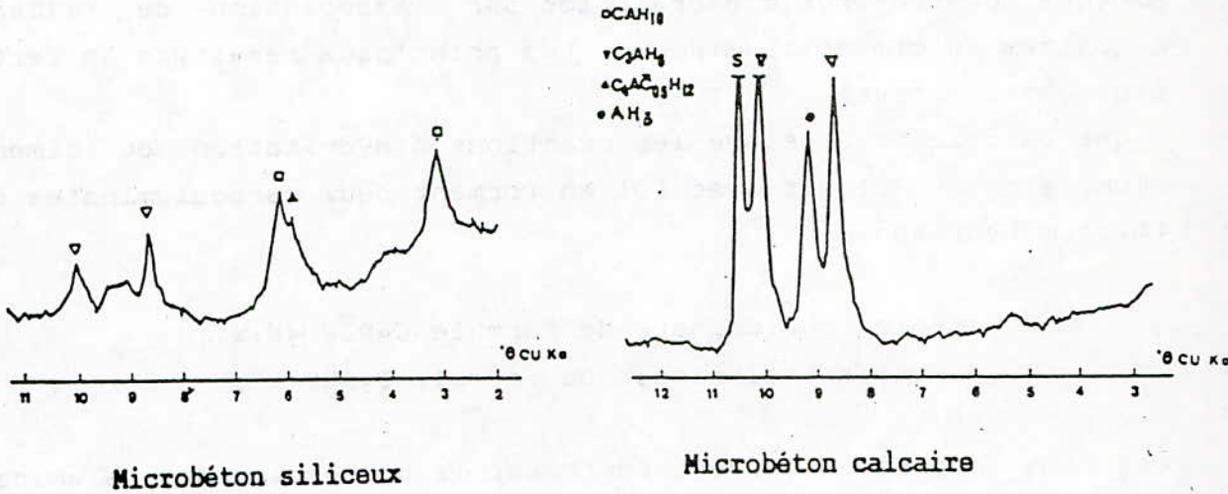


FIG V.11- Analyse par diffraction des rayons X des microbétons alumineux (E/C=0,4 ; S/C=0,4 ; conservés pendant 1 mois dans l'eau à 40°C).

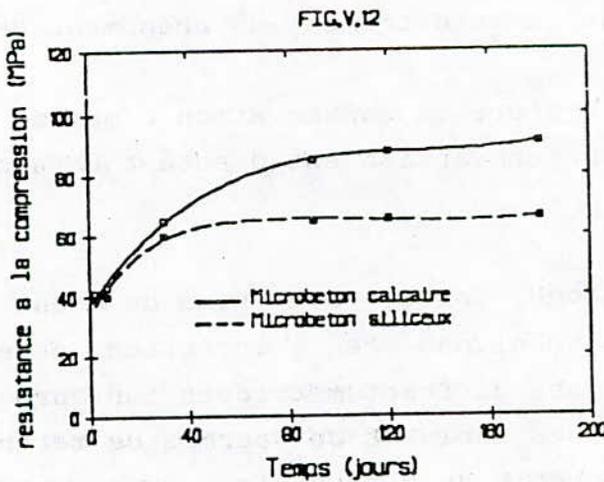


FIG V.12- Variations, en fonction du temps de conservation, des résistances à la compression des microbétons alumineux à température élevée (E/C=0,4 ; S/C=0,4 ; T=40°C).

## VI. CONCLUSION

L'objet de cette recherche concerne essentiellement l'étude de l'influence de l'hydratation des ciments alumineux fillérisés sur leur comportement mécanique. A cet effet, trois volets de recherche étroitement liés sont développés.

Dans le premier volet, sont analysés les modifications apportées au processus d'hydratation par l'association de fillers calcaires au ciment alumineux. Les principaux résultats de cette étude, ont montrés :

- que la calcite accélère les réactions d'hydratation du ciment alumineux et réagit avec lui en formant deux carboaluminates de calcium hydratés :

\* L'hemicarboaluminate de formule  $C_4\bar{A}\bar{C}_0.5H_{1.2}$  ;

\* Le monocarboaluminate de formule  $C_4\bar{A}\bar{C}H_{1.1}$  ;

Ces deux composés retardent fortement la conversion des aluminates de calcium hydratés hexagonaux ( $CAH_{1.0}$  et  $C_2AH_6$ ) en aluminates de calcium hydratés ( $C_3AH_6$ ) cristallisant dans le système cubique;

- que l'augmentation, de la surface spécifique du filler calcaire de sa teneur, ainsi que du rapport eau/ciment favorise la formation de carboaluminates au détriment du phénomène de conversion ;

- que pour des température de conservation comprise entre 5°C et 40°C, le phénomène de conversion est d'autant retardé que la température diminue.

Dans le second volet, aux fins de mieux comprendre la liaison mise en jeu au niveau de l'interface pâte de ciment-granulat, des analyses diffractométriques sur éprouvettes mixtes ont été effectuées. Ces analyses ont permis de mettre en évidence l'existence d'une auréole de transition dans laquelle demeure limitée la formation des carboaluminates. En outre, on observe une croissance de la microdureté depuis la face de rupture jusqu'au coeur de la pâte de ciment alumineux.

Dans le troisième volet, les résultats obtenus précédemment sur la base des paramètres retenus pour les études physico-chimiques sont corroborés à ceux des études de la microdureté et de la résistance mécanique des ciments alumineux en présence de granulats calcaires. Les principales conclusions peuvent être résumées comme suit :

- La microdureté des ciments alumineux fillérisés mettent en évidence le rôle joué par les fillers calcaires qui agissent à la fois par leur nature minéralogique et leur finesse ;
- Les microbétons calcaires atteignent des résistances mécaniques qui dépassent de loin celles des Portland entres autres ;
- Les résistances mécaniques peuvent être améliorées en gâchant avec une quantité d'eau relativement faible ;
- Les résistances mécaniques restent encore élevées pour des teneurs en granulats calcaires relativement importantes.

On constate qu'il existe une bonne corrélation entre l'amélioration des résistances mécaniques à la rupture en compression simple des microbétons calcaires, la formation de carboaluminates, et le retard de conversion qui en résulte.

Sur le plan expérimental, il serait très utile d'encourager ce type de recherche en vue d'une connaissance encore plus approfondie des conditions particulières suivant lesquelles ce ciment peut s'altérer afin de pouvoir l'utiliser à nouveau, dans tous les cas où son emploi est indiqué.

Sur le plan pratique, il serait hautement souhaitable de mettre à profit la méthodologie et les résultats de cette étude pour envisager la fillérisation des ciments alumineux en vue de mieux maîtriser les réactions de conversion et d'étendre leur utilisation pour la fabrication de bétons à très haute résistance.

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] BIED  
" Guide pratique pour l'emploi des ciments".  
Collection UII-ITBTP, 1985, pp 61-63.
- [2] L.S. WELLS et CARLSON  
" Hydratation of aluminous cements and its relations to the phase equilibria in the system lime alumina water ".  
Journal of research of the NBS, vol 57, N°6, december 1956, pp 335-353.
- [3] B. COTTIN et P. REIF  
" Paramètres physiques régissant les propriétés mécaniques des pâtes pures de liants alumineux ".  
Revue des matériaux de construction, N°654, mars 1970, pp 55-60.
- [4] A.M. NEVILLE  
" A study of deterioration of structural concrete made with hight alumina cement ".  
Proc.Inst.Civ.Ingrs, vol 25, july 1963, pp 287-324.
- [5] L. CUSSINO et A. NEGRO  
" 7ème congrès international de la chimie des ciments".  
vol I, Paris 1980, p VII.114.
- [6] V.S. RAMACHANDRAN et R.F. FELDMAN  
" Hydratation characteristics of monocalcium aluminate at low water ".  
Solide ratio-cement ant concrete résistance, 1973, pp 729-750.
- [7] A.M. NEVILLE  
" Hight alumina cement acurrent ".  
Review IL GEMENTIO, Italie 1978, pp 291-302.

[8] R. ALEGRE

" Etude des effets, sur les ciments alumineux hydratés, de la transformation de  $CAH_{10}$  sous l'action de la température ".  
Revue des matériaux de construction, N°630, 1968, pp 101-108

[9] J. FARRAN

" Contribution minéralogique à l'étude de l'adhérence entre les constituants hydratés des ciments et les matériaux enrobés ".  
Revue des matériaux de construction, N° 490-491-492, 1956.

[10] J. FARRAN, R. JAVELAS, J.C. MASO et B. PERRIN

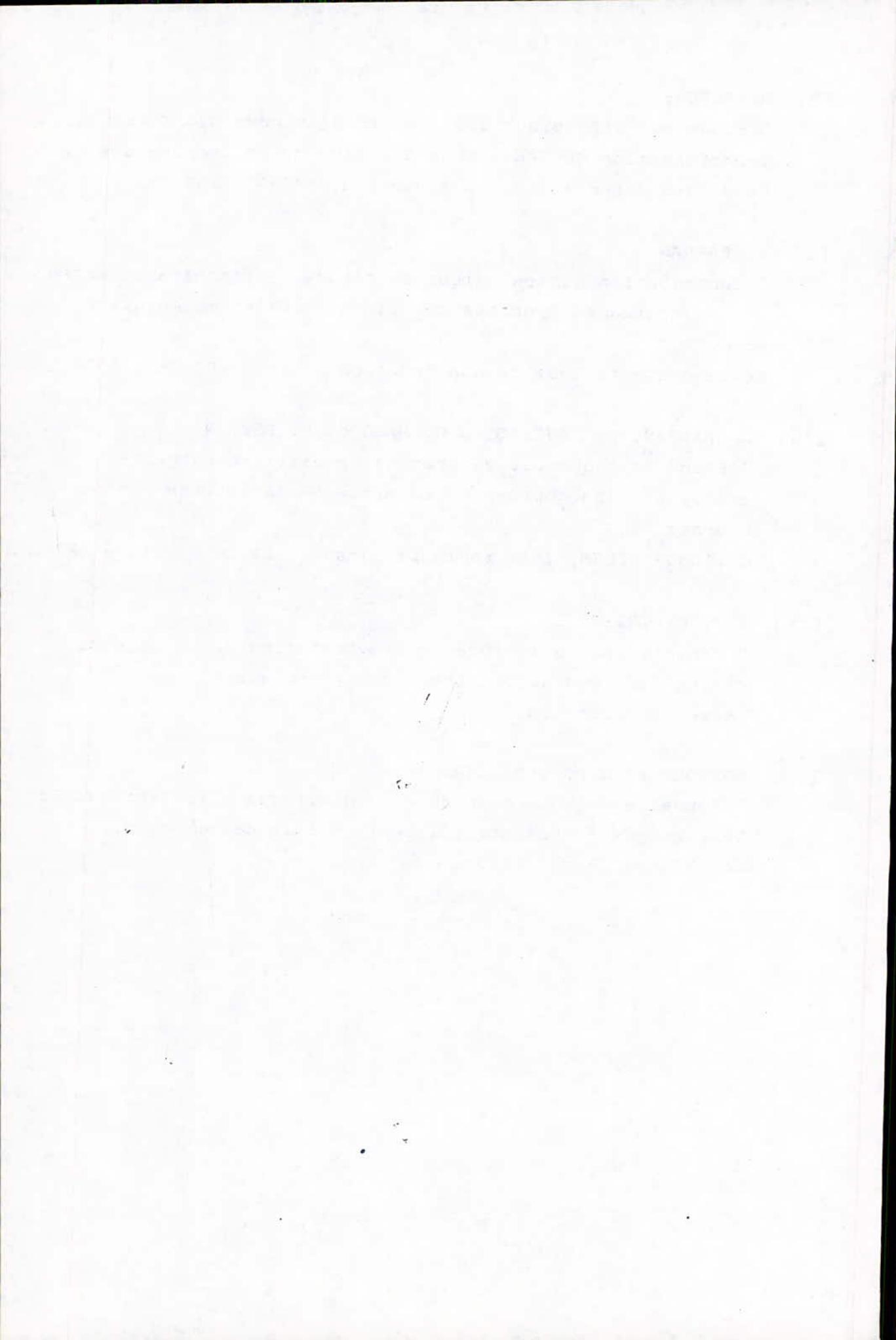
" Etude de l'auréole de transition existant entre les granulats d'un mortier et la masse de la pâte de ciment hydraté ".  
Colloque RILEM, INSA toulouse, France, 22-24 novembre 1972.

[11] J.P. OLLIVIER

" Contribution à l'étude de l'hydratation de la pâte de ciment Portland au voisinage des granulats ".  
Thèse Toulouse 1981.

[12] GRANDET et J.P. OLLIVIER.

" Nouvelle méthode d'étude des interfaces ciment-granulats "  
7ème congrès international de la chimie des ciments,  
vol VII.85 Paris 1980.



## CONTRIBUTION A LA MODELISATION DU COMPORTEMENT FLEXIONNEL DES PLAQUES RAIDIES PAR DIFFERENTES METHODES NUMERIQUES

M. K. BERRAH : Maitre de Conférence en Génie Civil , E. N. P  
M. DEMIDEM : Chargé de Cours en Génie Civil , E. N. P  
M. HADID : Ingénieur d'Etat en Génie Civil , E. N. P  
A. A. BENZAOUZ : Ingénieur d'Etat en Génie Civil , E. N. P

ملخص :

في هذه المقالة نعالج مسألة الصفائح المقدودة بثلاثة طرق مختلفة متمثلة في ما يلي : الطريقة الاولى هي طريقة العناصر المحدودة مستعملة العنصر الامتثالي. هذه الطريقة استعملت مقارنة مع مبدأ التجانس للصفحة المقدودة بصفحة مكافئة . الطريقة الثانية تتمثل في دراسة الصفائح المقدودة بطريقة العناصر المحدودة مستعملة ازدواجية العناصر : الصفائح مع العارضاة. الطريقة الثالثة هي المعادلات التكاملية على الحدود مستعملة الحل الاساسي لمسألة الاتضاء و مبدأ التجانس . بالنسبة لهذه الطريقة قد درسنا تأثير زاوية الصفحة على النتائج المحصلة عليها مثل القوس أو الجهد القاطع. اخيرا، عولجت بعض الامثلة التي تدعم فعالية هذه الطرق المختلفة.

**Abstract :** In this paper we deal with the problem of stiffened plates by three methods. The first one is the Finite Element Method (F.E.M) using the conform element. This method consists of replacing the stiffened plate by a compatible orthotropic one . The Second method studies the stiffened plates with the Finite Element Method by coupling beams and plates elements. the last method is the Boundary Element Method (B.E.M) which uses the fundamental solution of deflection problem and the homogenization concept. In this method, we have studied the contribution of corner on the some numerical results produced (displacement, normal slope and equivalent shear ). At last some examples are treated (fixed and hinged plates) which give the efficiency and accuracy of this different methods.

**Résumé:** Le problème des plaques raidies est résolu par trois méthodes. La première est la méthode des éléments finis (F.E.M) utilisant un élément conforme. Cette méthode est utilisée conjointement avec le principe d'homogénéisation d'une plaque raidie en une plaque orthotrope équivalente. La deuxième méthode consiste à étudier les plaques raidies par la méthode des éléments finis en utilisant un couplage d'éléments, plaques et poutres. La dernière méthode de résolution est la méthode d'équations intégrales aux frontières (B.E.M), utilisant la solution fondamentale du problème de la flexion et le processus d'homogénéisation. Dans cette méthode, nous avons étudié l'effet des coins de la plaque sur les résultats obtenus (déplacement, rotation et effort tranchant). Enfin quelques exemples sont traités ( plaque encastree, appuyée ) qui mettent en évidence les performances de ces différentes méthodes.

**1-INTRODUCTION :** L'étude des plaques raidies est un problème qui revêt un grand intérêt pour l'ingénieur constructeur. Différentes méthodes de calcul ont fait l'objet de nombreux travaux analytiques. Cependant avec l'avènement des techniques numériques, l'ingénieur peut traiter ces problèmes par des méthodes telles que les différences finies, éléments finis et les équations intégrales aux frontières. La méthode des équations intégrales aux frontières ayant prouvé son efficacité dans l'élasticité à deux et trois dimensions trouve son champ d'application dans d'autres domaines et en particulier dans la flexion des plaques minces. A cette effet, nous avons choisi une formulation efficace résultant des travaux simultanés de BESINE [1] et de STERN [2].

Nous développons dans le cadre de ce travail trois formulations différentes:

- \* Une formulation orthotrope homogénéisée des plaques raidies par la F.E.M
- \* Une formulation plaques-poutres des plaques raidies par la F.E.M
- \* une formulation intégrale des plaques raidies en utilisant la solution fondamentale classique de la flexion des plaques minces et en considérant ou non l'existence de la force de Kirchoff.

## 2- HYPOTHESES :

\* Les théories de Kirchoff et de Bernoulli sont respectivement retenues pour l'étude des comportements des plaques et des raidisseurs.

\* La plaque et les raidisseurs constituent un élément monolithique.

**3 - FORMULATION ORTHOTROPE DES PLAQUES RAIDIES HOMOGENEISEES:** La modélisation du comportement d'une structure consiste à rattacher la structure réelle à un modèle connu de la mécanique des matériaux, ainsi on a étudié le problème complexe des plaques raidies par assimilation à des plaques orthotropes en établissant les rigidités fictives de torsion et de flexion de cette plaque approximativement équivalentes à celles de la plaque raidie réelle.

Ainsi pour ce modèle, la formulation numérique peut être faite systématiquement en déterminant seulement la matrice de rigidité d'une plaque orthotrope.

On a choisi l'élément rectangulaire conforme, à quatre noeuds et à quatre degrés de libertés par noeuds à savoir la flèche, les deux rotations suivants les deux axes de coordonnées et le gauchissement.

Le vecteur déplacements pour chaque noeud est donc :

$$\left\{ u_i \right\} = \left\{ w_i \quad \theta_{xi} \quad \theta_{yi} \quad \theta_{xyi} \right\}^T \quad (1)$$

Le vecteur forces correspondant en chaque noeud est :

$$\left\{ F_i \right\} = \left\{ T_{iz} \quad M_{xi} \quad M_{yi} \quad M_{xyi} \right\}^T \quad (2)$$

Pour trouver le champ de déplacement qui satisfasse aux limitations de conformité de l'élément, il est possible d'utiliser le produit de fonction de déformée unidimensionnelles de la poutre chacune portant sur l'une des directions  $x$  ou  $y$ .

$$w(x,y) = (a_1 + a_2x + a_3x^2 + a_4x^3)(b_1 + b_2y + b_3y^2 + b_4y^3) \quad (3)$$

Dans notre étude, on a déterminé la matrice de rigidité élémentaire d'une plaque orthotrope par une méthode pseudo-analytique qui évite d'une part, l'intégration et la dérivation numérique, et d'autre part la détermination laborieuse des expressions d'éléments de la matrice de rigidité élémentaire.

Cette méthode consiste à calculer :

$$[R] = \int_v [Q]^T [D] [Q] dv \quad \text{analytiquement} \quad (4)$$

et

$$[K] = [A^{-1}]^T [R] [A^{-1}] \quad \text{numériquement} \quad (5)$$

La matrice  $[R]$  est donnée dans [3].

avec  $[A]$  : Matrice reliant les déplacements nodaux aux coordonnées généralisées

$[Q]$  : Matrice reliant le vecteur déformation au vecteur des coordonnées généralisées

$[D]$  : Matrice d'élasticité

$$[D] = \begin{bmatrix} D_x & D_1 & 0 \\ D_1 & D_y & 0 \\ 0 & 0 & D_{xy} \end{bmatrix}$$

L'état de déformation dans l'élément est représenté par :

$$\left\{ \varepsilon(x,y) \right\} = \left\{ -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad -\frac{\partial^2 w}{\partial^2 y} \quad -\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right\}^T \quad (6)$$

Les coefficients de rigidités équivalentes sont définis suivant la disposition des raidisseurs.

Ainsi, pour une plaque renforcée en croix par deux séries équidistantes de raidisseurs symétriques par rapport à son plan moyen, les coefficients de rigidités équivalentes sont donnés [4] :

$$D_x = \frac{E h^3}{12(1 - \mu^2)} + \frac{E I_x}{s}, \quad D_y = \frac{E h^3}{12(1 - \mu^2)} + \frac{E I_y}{s} \quad (7)$$

$$D_1 = \frac{\mu E h^3}{12(1 - \mu^2)}, \quad D_{xy} = \frac{E h^3}{24(1 + \mu)}$$

$I_x$  ou  $I_y$  : Moment d'inertie d'une pièce du raidisseur

$s$  : L'espacement des raidisseurs

$E$  : Module de Young

$\mu$  : Coefficient du Poisson

**4-FORMULATION PLAQUES-POUTRES DES PLAQUES RAIDIES :** Cette formulation consiste à étudier le système originel de la plaque en le reconstruisant à partir de ses constituants. Ainsi, l'analyse des plaques raidies par la F.E.M peut être approchée par l'assemblage des deux comportements des plaques et des poutres en introduisant l'influence mutuelle entre les deux éléments.

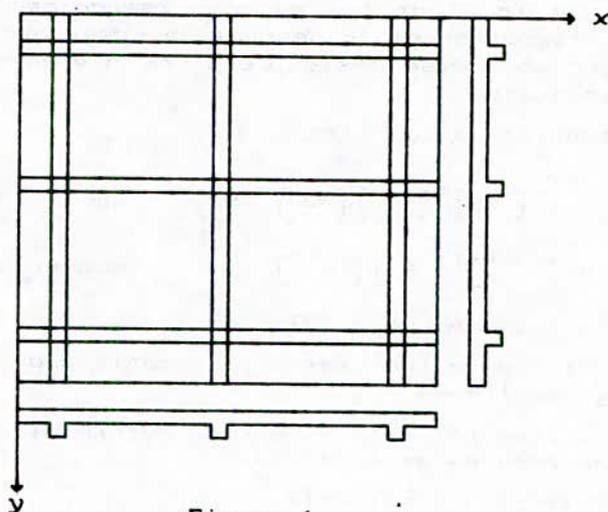


Figure 1

La matrice de rigidité élémentaire pour l'élément rectangulaire d'une plaque isotrope peut être déduite directement de la matrice de rigidité élémentaire orthotrope déjà établie en remplaçant les coefficients de la matrices d'élasticité orthotrope par les coefficients de la matrice d'élasticité isotrope.

$$D'ou \quad D_x = D_y = D = \frac{E h^3}{12(1 - \mu^2)}, \quad D_1 = \mu D, \quad D_{xy} = \frac{1}{2} D (1 - \mu) \quad (8)$$

La matrice de rigidité de la poutre est donnée dans [5]

où  $I_0$  : est l'inertie équivalente de la poutre  $I_0 = I + e^2 A$ ,

$e$  : est la Distance entre les deux axes de la poutre et de la plaque,

$A$  et  $I$  : sont respectivement l'aire et l'inertie par rapport au centre de gravité de la poutre

**5-FORMULATION INTEGRALE DE LA FLEXION DES PLAQUES MINCES :** Soit une plaque dont l'intérieur est représenté par un domaine  $\Omega$  de  $R^2$ , de frontière  $\partial\Omega$  et possédant un certain nombre de coins  $\lambda_k$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$ .

En chaque point régulier de la frontière  $\partial\Omega$ , on appelle  $\vec{n}$  la normale extérieure unitaire et  $\vec{t}$  la tangente. En accord avec la théorie des plaques de Kirchoff, le déplacement  $w$  d'un point de la plaque dans

la direction  $Z$  vérifie l'équation de Lagrange s'écrivant :

$$\nabla^4 w = q/D \quad \text{sur } \Omega \quad (9)$$

où  $\nabla^4$  : est l'opérateur Bilaplacien .

$q$  : la charge transversale répartie par unité de surface

$D$  : le coefficient de rigidité à la flexion

cette équation aux dérivées partielles est complétée par des conditions aux limites portant sur la flèche  $w$  et sur ses dérivées (Dirichlet et Neuman).

$$\begin{aligned} - \text{bord encastree} &: W = 0 \text{ et } \frac{\partial W}{\partial n} = 0 \\ - \text{bord appuyé} &: W = 0 \text{ et } M_n(w) = 0 \\ - \text{bord libre} &: M_n = 0 \text{ et } V_n(w) = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

où  $M_n(w)$  et  $V_n(w)$  sont respectivement le moment normal de flexion et l'effort tranchant de Kirchoff.

La formulation intégrale des problèmes de flexion est maintenant connue (Besine [1] et Stern [2]). Il s'agit de prendre comme théorème de réciprocity l'identité de Rayleigh-Green généralisée à une frontière possédant  $N$  points anguleux :

$$\int_{\partial\Omega} \left\{ V_n(w)u - M_n(w) \frac{du}{dn} + \frac{dw}{dn} M_n(u) - w V_n(u) \right\} ds = D \int_{\Omega} (u \nabla^4 w - w \nabla^4 u) da - \sum_{k=1}^K [M_{\lambda_k}(w)]u - [M_{\lambda_k}(u)]w \quad (11)$$

En prenant pour  $w$  la solution du problème aux limites constitué de (9) et (10) et pour  $u$  la solution élémentaire du Bilaplacien.

$$u = \frac{1}{8\pi D} r^2 \ln r \quad (12)$$

On obtient quel que soit  $p \in \Omega$  la représentation suivante pour la flèche :

$$cw|_p + \int_{\partial\Omega} \left\{ V_n(u) w - M_n(u) \frac{dw}{dn} + \frac{du}{dn} M_n(w) - u V_n(w) \right\} ds + \sum_{k=1}^K [[ [M_{n\lambda_k}(u)]w - [M_{n\lambda_k}(w)]u ]]_{\lambda_k} = \int_{\Omega} u q da \quad (13)$$

avec  $c = 1$  quand  $p \in \Omega$

Lorsque le point  $P$  appartient à la frontière  $\partial\Omega$  il faut affecter la valeur  $1/2$  au coefficient  $c$ .

Le nombre d'inconnues sur la frontière restant le double du nombre d'équations. Il est nécessaire d'écrire une seconde représentation intégrale que l'on déduit de la relation (13) en la dérivant par rapport à la normale extérieure  $\vec{n}_0$  au point  $p$  sur la frontière.

On obtient ainsi cette deuxième relation :

$$\frac{1}{2} \frac{dw}{dn} \Big|_p + \int_{\partial\Omega} \left\{ \frac{\partial V_n(w)}{\partial n_0} w - \frac{\partial M_n(w)}{\partial n_0} \frac{\partial w}{\partial n} + \frac{\partial^2 u}{\partial n_0 \partial n} M_n(w) - \frac{\partial u}{\partial n_0} V_n(w) \right\} ds + \sum_{k=1}^n \left[ \left[ \frac{\partial M_{nt}(w)}{\partial n_0} w - \frac{\partial u}{\partial n_0} M_{nt}(w) \right] \right]_{\lambda^k} = \int_{\Omega} \frac{\partial u}{\partial n_0} q \, da. \quad (14)$$

où  $[[o]]_{\lambda^k}$  représente le saut de la fonction  $o$  au point  $\lambda^k$  d'abscisse curviligne  $s_i$  tel que :  $[[o]]_{\lambda^k} = (o)_{s_k^+} - (o)_{s_k^-}$

Cette discontinuité du moment de torsion est interprétée comme étant une force concentrée appelée "force de KIRCHOFF", cela est dû à la discontinuité de la normale aux niveaux des coins.

Les intégrales des surfaces des équations (13) et (14) peuvent être ramenées à la frontière, elles sont données dans [3].

**6- DISCRETISATION DES EQUATIONS INTEGRALES AUX FRONTIERES:** L'équation intégrale aux frontières discrétisée s'écrit comme suit :

$$c w_i + \sum_{j=1}^n \int_{s_j} \left\{ V_{nf}^* \sum_{i=1}^q F^i w_i - M_{nf}^* \sum_{i=1}^q F^i \frac{dw}{dn} + N_{nf}^* \sum_{i=1}^q F^i M_{ni}(w) - u_f^* \sum_{i=1}^q F^i V_{ni}(w) \right\} ds + \sum_{k=1}^k \left\{ [M_{tf}^*] w - [M_t(w)] u_f^* \right\}_{\lambda^k} = \sum_{j=1}^n L_{1j} \quad (15)$$

$$- \frac{dw}{dn} \Big|_i + \sum_{j=1}^n \int_{s_j} \left\{ V_{nm}^* \sum_{i=1}^q F^i w_i - M_{nm}^* \sum_{i=1}^q F^i \frac{dw}{dn} + N_{nm}^* \sum_{i=1}^q F^i M_{ni}(w) - u_m^* \sum_{i=1}^q F^i V_{ni}(w) \right\} ds + \sum_{k=1}^k \left\{ [M_{tm}^*] w - [M_t(w)] u_m^* \right\}_{\lambda^k} = \sum_{j=1}^n L_{2j} \quad (16)$$

$q = 1$  : élément constant

$q = 2$  : élément linéaire

Avec :

$F^i$  : fonction d'interpolation

\* Pour l'élément constant  $F^1 = 1$

\* Pour l'élément linéaire  $F^1 = 1/2 (1 - \mu)$

$F^2 = 1/2 (1 + \mu)$

sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} H1 \\ (2n, n) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w \\ (n) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} H2 \\ (2n, n) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta \\ (n) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} G1 \\ (2n, n) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_n \\ (n) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} G2 \\ (2n, n) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M_n \\ (n) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} B \\ (2n) \end{Bmatrix} \quad (17)$$

Avec :  $n$  : Nombre d'élément

## 7- FORMULATION DU MOMENT DE TORSION EN FONCTION DE LA ROTATION NORMALE :

Le moment de torsion normal  $M_{nt}$  n'existe que dans les coins et n'est pas une inconnue fondamentale du problème. Il sera exprimé en fonction de la pente normale par :

$$M_{nt} = -D(1-\mu) \frac{d}{ds} \left( \frac{\partial w}{\partial n} \right) \quad (18)$$

Une interpolation linéaire peut être adopter pour définir numériquement le moment de torsion normal :

$$M_{nt} = -D(1-\mu) \left\{ \left[ \frac{\partial w}{\partial n}(\beta_1) + \frac{\partial w}{\partial n}(\beta_2) + \frac{\partial w}{\partial n}(\beta_3) + \dots \right] / \left[ \text{Dist}(\beta_1) + \text{Dist}(\beta_2) + \text{Dist}(\beta_3) + \dots \right] \right\} \quad (19)$$

Avec

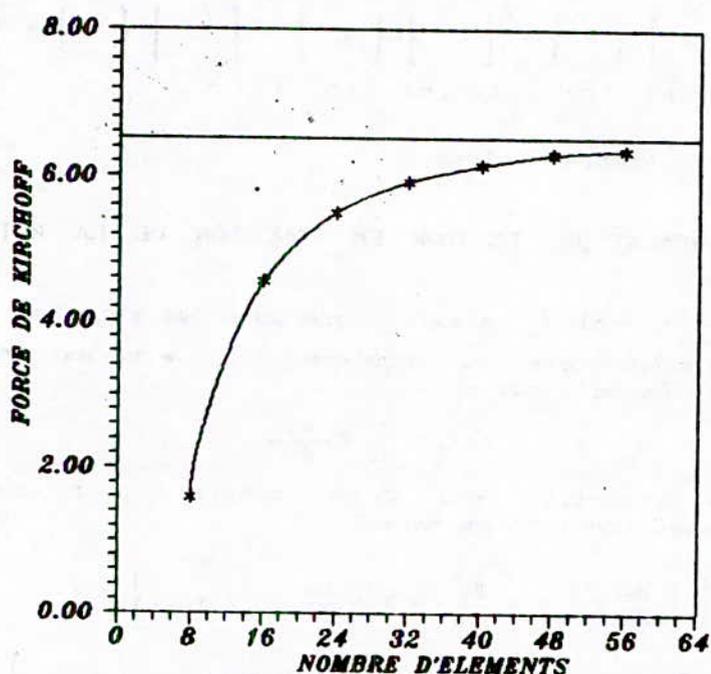
$$\text{Dist}(\beta_i) = \left[ \left[ x_1(\beta_i) - x_1(\beta_0) \right]^2 + \left[ x_2(\beta_i) - x_2(\beta_0) \right]^2 \right]^{1/2}$$

$i=1,2,3,\dots$

$\beta_i$  : sont des noeuds très proches du coin  $\beta_0$

Nous avons traité un exemple numérique montrant l'efficacité de cette approche : une plaque carré appuyée simplement sur tout son contour et chargée transversalement par une charge uniforme  $q = 1$  MPA et a pour dimensions  $a = b = 10$  m, l'épaisseur  $t = 0.3$  m.

Les caractéristiques mécaniques sont:  $E = 2. E5$  MPA et  $\mu = 0.3$



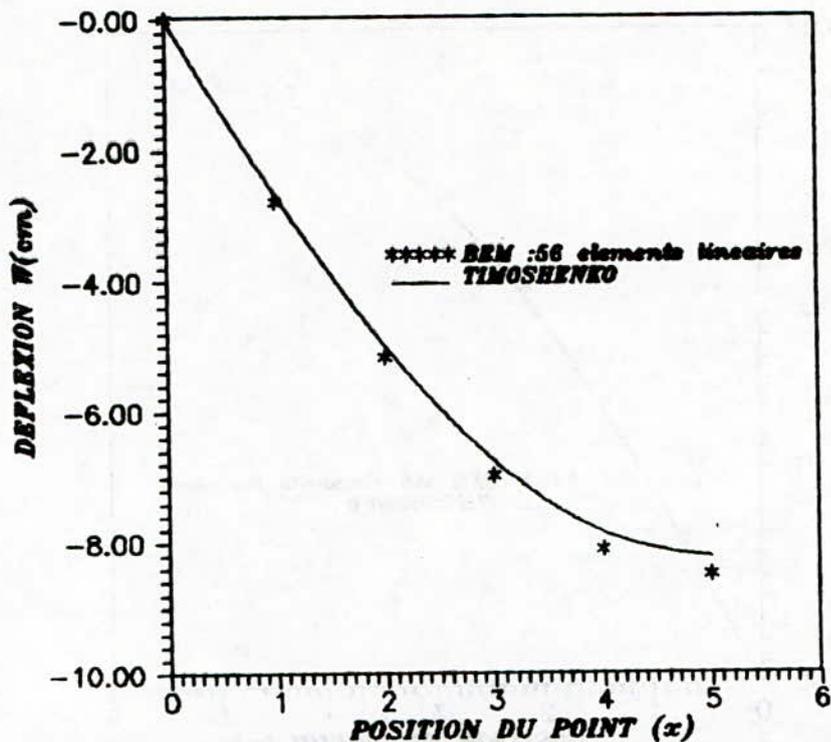
**COURBE DE CONVERGENCE DE LA FORCE DE KIRCHOFF (au niveau des coins)  
D'UNE PLAQUE CARREE UNIFORMEMENT CHARGEE ET SIMPLEMENT APPUYEE SUR  
TOUT SON CONTOUR.**

(REM: element lineaire)

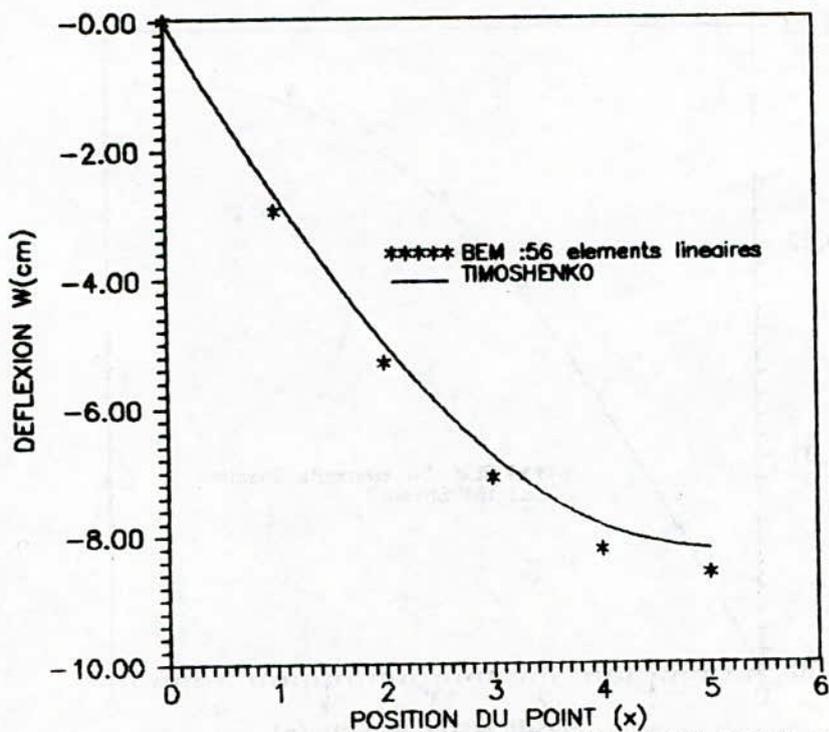
Figure 2  
Figure 2

Une étude simplifiée a été faite, en négligeant l'existence de la force de Kirchoff aux niveaux des coins. Cette étude a pour but de simplifier théoriquement et numériquement le problème de la flexion des plaques par la méthode des équations intégrales aux frontières. Les résultats obtenus seront illustrés par les figures de 3 à 8.

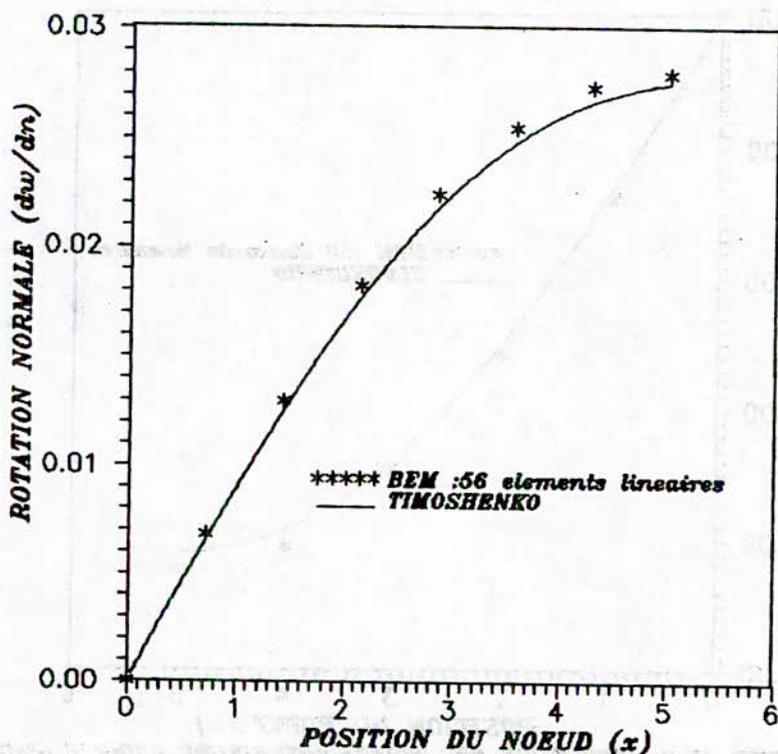
On constate donc d'après ces figures, où la plaque est simplement appuyée sur tout son contour, que pour le cas où la force de Kirchoff n'est pas prise en compte, les résultats concernant les déplacements et les rotations sont satisfaisants alors que les résultats concernant l'effort tranchant sont perturbés au voisinage des coins à cause de l'absence de la force de Kirchoff et sont précis en s'éloignant de ces derniers. Par contre pour le cas où on a tenu compte de la force de Kirchoff, on remarque qu'au niveau des coins, l'effort tranchant s'améliore nettement; effectivement avec un maillage de 56 éléments linéaires, l'erreur est de 0,1 % pour  $V_n$  et de 2,5 % pour la force de Kirchoff.



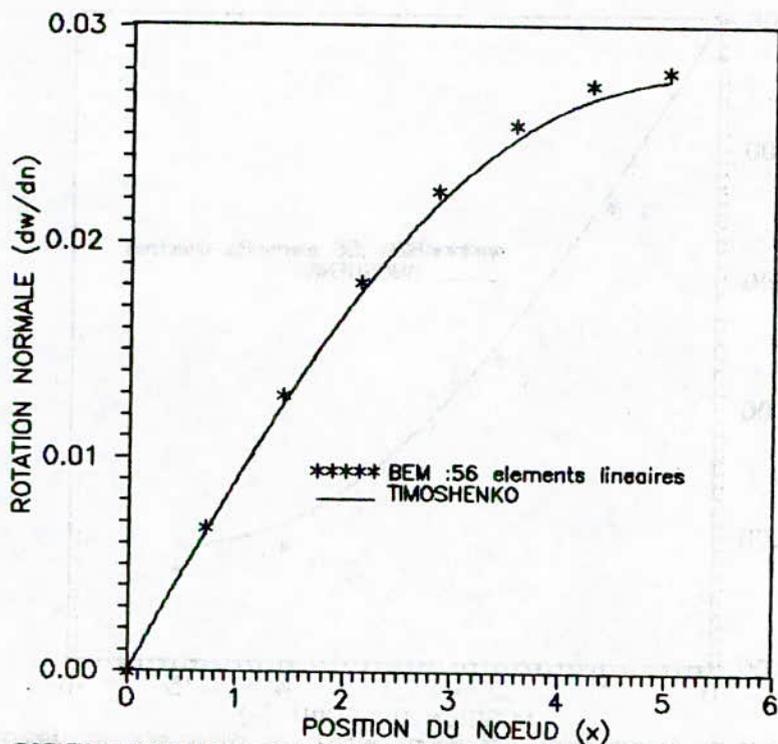
**COURBE DE LA DEFLEXION DES POINTS INTERIEURS D'UNE PLAQUE CARREE UNIFORMEMENT CHARGEE ET SIMPLEMENT APPUYEE SUR TOUT SON CONTOUR.**  
 (BEM : element lineaire, sans considerer les forces de KIRCHOFF)  
 Figure 3



**COURBE DE LA DEFLEXION DES POINTS INTERIEURS D'UNE PLAQUE CARREE UNIFORMEMENT CHARGEE ET SIMPLEMENT APPUYEE SUR TOUT SON CONTOUR.**  
 (BEM : element lineaire, en tenant compte des forces de KIRCHOFF)  
 Figure 4

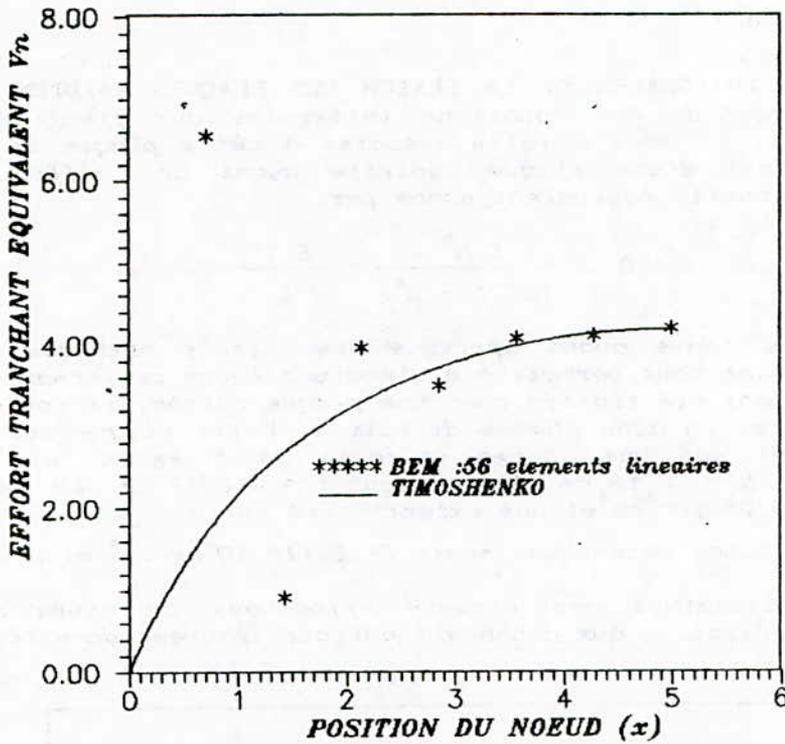


**ROTATION NORMALE DE LA MOITIE D'UN COTE D'UNE PLAQUE CARREE UNIFORMEMENT CHARGEE ET SIMPLEMENT APPUYEE SUR TOUT SON CONTOUR. (BEM : element lineaire, sans considerer les forces de KIRCHOFF)**

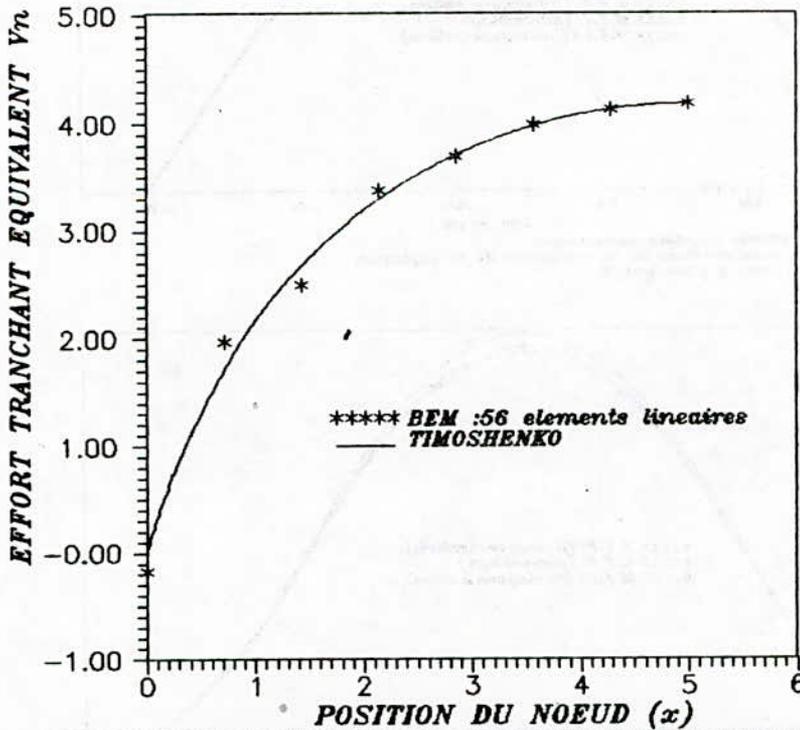


**ROTATION NORMALE DE LA MOITIE D'UN COTE D'UNE PLAQUE CARREE UNIFORMEMENT CHARGEE ET SIMPLEMENT APPUYEE SUR TOUT SON CONTOUR. (BEM : element lineaire, en tenant compte des forces KIRCHOFF)**

Figure 6



EFFORT TRANCHANT EQUIVALENT SUR LA MOITIE D'UN COTE D'UNE PLAQUE CARREE UNIFORMEMENT CHARGEE ET SIMPLEMENT APPUYEE SUR TOUT SON CONTOUR. (BEM : element lineaire, sans considerer les forces de KIRCHOFF)  
Figure 7



EFFORT TRANCHANT EQUIVALENT SUR LA MOITIE D'UN COTE D'UNE PLAQUE CARREE UNIFORMEMENT CHARGEE ET SIMPLEMENT APPUYEE SUR TOUT SON CONTOUR. (BEM : element lineaire, en tenant compte des forces de KIRCHOFF)  
Figure 8

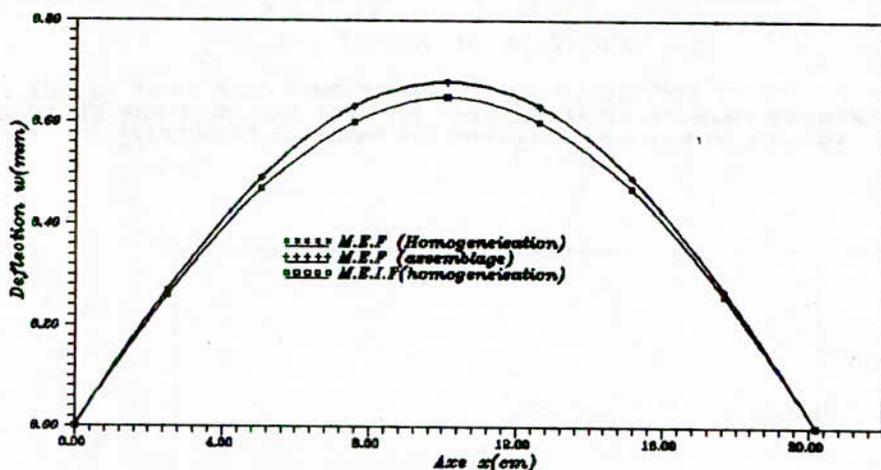
6- FORMULATION INTEGRALES DE LA FEXION DES PLAQUES RAIDIES : Pour appliquer la méthode des équations intégrales aux frontières aux plaques raidies, il nous a fallu associer à cette plaque un modèle fictif équivalent d'une plaque isotrope ayant un coefficient de rigidité flexionnelle équivalent donné par:

$$D = \frac{E h^3}{12(1 - \mu^2)} + \frac{E I}{s} \quad (18)$$

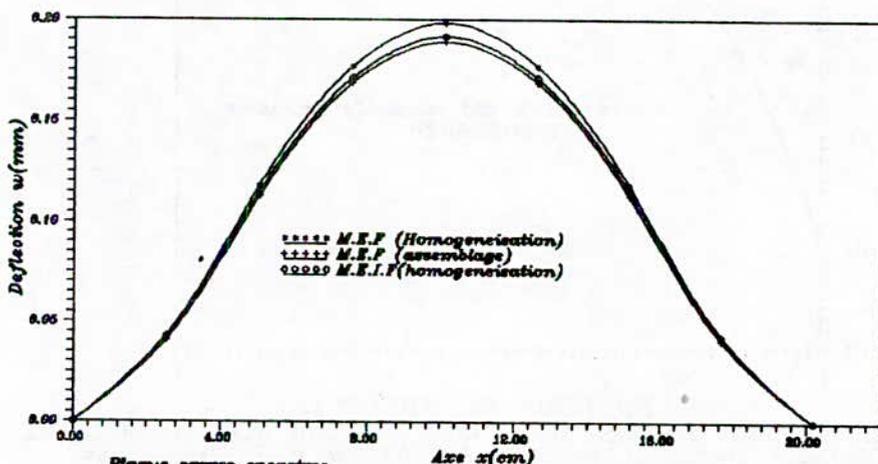
7- Applications : Nous avons appliqué ces trois méthodes à deux exemples qui vont nous permettre d'évaluer leurs performances. Ces deux exemples ont été traités avec une plaque carrée, renforcée par deux raidisseurs, un dans chaque direction. Cette plaque est chargée transversalement par une charge uniforme  $q=0.5 \text{ kg/cm}^2$  et a pour dimensions  $a = b = 20.18 \text{ cm}$ , l'épaisseur  $t = 0.2817 \text{ cm}$ . La poutre a une inertie  $I=5.96 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^4$  et une excentricité nulle.

Les caractéristiques mécaniques sont:  $E = 2.116 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2$  et  $\mu=0.3$

On note que l'analyse des erreurs effectuées au niveau de la conclusion est relative aux données théorique trouvées dans [6].



Plaque carrée appuyée simplement  
Courbes comparatives de la variation de la deflection  
suivant l'axe x pour  $y=b/2$ .



Plaque carrée encastree  
Courbes comparatives de la variation de la deflection  
suivant l'axe x pour  $y=b/2$ .

**8- CONCLUSION :** Les résultats obtenus montrent que le problème de la flexion d'une plaque raidie peut être approché par trois méthodes différentes chacune ayant ses particularités:

- La méthode des éléments finis basée sur une formulation orthotrope est une méthode pratique et rapide mais qui tolère une erreur moyenne de 3 % en terme de déplacements et 6 % en terme d'efforts .

- La méthode des éléments finis basée sur une formulation discrète de plaques-raidisateurs est une méthode plus compliquée que la première mais qui est la plus précise des trois. Elle tolère une erreur moyenne de 0.01 % en terme de déplacements et 2 % en terme d'efforts .

- La méthode des équations intégrales sans ou avec considération de la force de Kirchoff est une méthode puissante à cause de son système de discrétisation qui ne concerne que la frontière de la plaque, mais c'est la méthode qui présente le plus de difficultés de formulation et de programmation. Il faut dire qu'on peut se contenter d'une formulation sans considération de la force de Kirchoff si nous voulons obtenir des résultats ne concernant que la deflection et la rotation normal, alors qu'il faut opter pour une formulation intégrale tenant en compte de la force de Kirchoff pour calculer avec précision l'effort tranchant et la réaction de Kirchoff. La précision de cette dernière méthode en terme de déplacement est de 2 % .

#### 9- REFERENCES:

- [1] G. BEZINE; Boundary integral formulation for plate flexure with arbitrary boundary conditions; Mech. Res. Comm., 1978, 5 (4)
- [2] M. STERN; A General boundary integral formulation for the numerical solution of plate bending problems; Int. J. Solides structures, Vol 15, pp 769-782 (1979)
- [3] M. HADID et A. A. BENAZZOUC; Investigation numérique du comportement des plaques raidies par la méthode des éléments finis et la méthode des équations intégrales aux frontières; Projet de fin d'études, Ecole Nationale Polytechnique, 1992
- [4] TIMOSHENKO, S. and WOINONWSKY-KRIEGER, S; Theory of plates and shells, Mc Graw-Hill, New York, 1959
- [5] K. J. BATHE; Finite element procedures in engineering analysis; Prentice-Hill, 1982
- [6] SHEN PENG-CHENG, HUANGDADE, WANG ZONGMU; Static, vibration and stability analysis of stiffened plates using B.Spline functions Computers & Structures Vol 27, No 1, pp 73-78, 1987

Faint, illegible text at the top of the page, possibly a header or introductory paragraph.

Second block of faint, illegible text, continuing the document's content.

Third block of faint, illegible text, appearing as a distinct section.

Fourth block of faint, illegible text, possibly a list or detailed notes.

Fifth block of faint, illegible text, continuing the narrative or list.

Sixth block of faint, illegible text, showing further details.

Seventh block of faint, illegible text, possibly a concluding paragraph.

Eighth block of faint, illegible text, appearing as a separate entry.

Ninth block of faint, illegible text, continuing the document's content.

Tenth block of faint, illegible text at the bottom of the page.

TUYERES SUPERSONIQUES A HAUTES TEMPERATURES:  
TRACES ET GENERALISATION DE LA RELATION DE  
PRANDTL-MEYER

A. GAHMOUSSE , professeur

A. LABASSI , M. A

Département Génie Mécanique , E. N. P.

ملخص : هذه الدراسة مساهمة في مجال الانسيابات مرتفعة درجة الحرارة (دون مستوى التفكك الجزيئي) للغازات في الناقثات فوق الصوتية . من الهدف الرئيسي هو الرسم الدقيق للجدران قصد الحصول على انسياب متوازي ومنظم في مقطع الخروج .  
المنظور الجديد الذي يعتبر الغاز كاملا وسعته الحرارية تتغير مع درجة الحرارة أدى إلى تحسين العلاقة العادية لبراندتل-ماير التي تخص الغازات الكاملة . حدود هذه الطريقة في تصميم الناقثات قدمت بدلالة درجة الحرارة وعدد ماخ في الخروج .

Abstract :

This study contributes to the field of high temperature gas flows (lower than dissociation threshold) in supersonic nozzles . The principal aim is to sketch the nozzle outer lining as precise as possible, allowing a uniform parallel flow at the exit at high temperatures in a 2-D plane, for any wanted Mach number. Another approach where we consider the gas thermally perfect and calorically imperfect, permitted to generalise the common Prandtl-Meyer relation for perfect gas models . The limits of this latter methode in designing nozzles are founded and presented (as function of  $T^*$  and exit Mach number).

Résumé :

Cette étude est une contribution au domaine des écoulements à hautes températures (inférieures au seuil de dissociation) des gaz dans les tuyères supersoniques . Le but principal est le traçage précis des parois de manière à obtenir un écoulement parallèle et uniforme à la section de sortie. Une nouvelle approche considérant le gaz thermiquement parfait et caloriquement imparfait a conduit à une généralisation de la relation habituelle de Prandtl-Meyer relative au modèle des gaz parfaits . Les limites de cette dernière méthode , dans la conception des tuyères , sont présentées en fonction de la température et du nombre de mach de sortie.

## INTRODUCTION :

Dans un but d'améliorer le programme permettant le traçage des tuyères supersoniques établi sur la base de l'hypothèse des gaz parfaits [1][2] conçu au laboratoire de gasodynamique de l'École Nationale Polytechnique, ce travail a amélioré la technique des tracés avec des hypothèses plus restrictives, se rapprochant encore plus de la réalité. En effet, le problème est complètement reconsidéré avec un modèle où le gaz à hautes températures n'est plus entièrement parfait. Ceci conduira par la suite à faire une correction plus ou moins notable sur le profil des tuyères supersoniques selon le nombre de Mach de sortie, surtout au delà d'une température génératrice de 1000°K à partir de laquelle, la majorité des gaz voient leurs chaleurs spécifiques ( $C_p, C_v$ ) varier considérablement avec la température [3][4].

## HYPOTHESES :

La résolution directe du problème d'écoulement dans les tuyères supersoniques consiste à résoudre, en même temps, les équations de continuité, de la dynamique et de l'énergie. Ces équations différentielles aux dérivées partielles dont la résolution n'est pas connue, vu le manque a priori des conditions aux limites, étant donné que le profil de la tuyère est lui-même inconnu et recherché. A ce titre on a considéré les hypothèses suivantes :

- Le gaz est thermiquement parfait, ceci reste valable tant que celui-ci n'atteint pas sa phase de dissociation et que son facteur de compressibilité reste voisin de l'unité pour une pression réduite favorable [3][5].
- En outre, le gaz est considéré calorifiquement imparfait [3], impliquant que ses propriétés calorifiques, telles que  $C_p, \gamma$  et le nombre de Prandtl  $Pr$  varient et ne dépendent que de la température. Ceci est justifiable vu leur variations importantes au delà de 1000°K [4].

A partir des graphes de variations de  $C_p$  et  $\gamma$  en fonction de la température [6], on peut écrire :

$$C_p(T) = a_1 + b_1 \cdot T + c_1 \cdot T^2 \quad (1)$$

$$\gamma(T) = a_2 + b_2 \cdot T + c_2 \cdot T^2 \quad (2)$$

où toutes les constantes  $a_1, b_1, \dots, c_2$  sont déterminées numériquement par la méthode des moindres carrés.

- L'écoulement est pris comme étant entièrement établi et stationnaire, bidimensionnel, polytropique et parfait (effet de viscosité négligé dans une première étape, l'écoulement visqueux est traité dans une suivante publication).
- On considère que la distribution de la température se fait principalement dans la direction axiale, suivant  $X$ . La variation radiale devient négligeable suite au phénomène d'homogénéisation de la température causé par turbulence dans le divergent ( $M$  et  $Re$  élevés).

## ÉCOULEMENTS DANS LA TUYÈRE SUPERSONIQUE:

Dans le cas d'un écoulement stationnaire, parfait, bidimensionnel et isentropique d'un gaz parfait dans une tuyère supersonique, l'angle d'inclinaison  $\theta$  perturbant l'écoulement (divergent) est exprimé exclusive-

ment en fonction du nombre de Mach par :

$$\theta = \theta(M) + \text{const}$$

où  $\theta(M)$  est la fonction analytique de Prandtl-Meyer [7], exprimée par

$$\theta(M) = \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \cdot \arctg \left( \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \cdot (M^2-1) \right) - \arctg \sqrt{M^2-1} \quad (3)$$

De notre côté, se basant sur les hypothèses émises pour notre étude, on essaiera d'exprimer  $d\theta$  comme seule fonction de la température en éliminant les termes de vitesse et du nombre de Mach des différentes équations permettant d'aboutir à la variation d'inclinaison  $d\theta$ .  
En effet on peut écrire que :

$$\frac{dV}{V} = \frac{dM}{M} + \frac{da}{a} \quad (4)$$

$$a^2 = \gamma(T) \cdot r \cdot T \quad (5)$$

où  $V$  est la vitesse de l'écoulement,  $a$  la vitesse du son.  
Usant de l'expression (2) de  $\gamma(T)$  et après différentiation de (5), on a

$$\frac{da}{a} = \frac{1/2(a_1 + 2b_1 \cdot T + 3c_1 \cdot T^2) \cdot dT/T}{a_1 + b_1 \cdot T + c_1 \cdot T^2} \quad (6)$$

Utilisant l'expression différentielle de l'équation de l'énergie

$$V \cdot dV + C_p(T) \cdot dT = 0 \quad (7)$$

remplaçant  $C_p(T)$  par son expression (1), et après intégration et réarrangement, on obtient :

$$M^2 = \frac{2\alpha_1 - 2a_2 \cdot T - b_2 \cdot T^2 - 2c_2 \cdot T^3 / 3}{a_1 \cdot T + b_1 \cdot T^2 + c_1 \cdot T^3} \quad (8)$$

Ceci est alors l'expression du nombre de Mach en fonction de la température pour un gaz thermiquement parfait et calorifiquement imparfait, avec :

$$\alpha_1 = a_2 \cdot T_0 + 1/2 b_2 \cdot T_0^2 + 1/3 c_2 \cdot T_0^3 \quad (9)$$

où  $T$  représente la température génératrice. La dérivation de l'équation (8) donne, après simplification :

$$\frac{dM}{M} = \frac{(\alpha_6 + \alpha_2 \cdot T + \alpha_3 \cdot T^2 + \alpha_4 \cdot T^3 + \alpha_5 \cdot T^4) \cdot dT/T}{\beta_6 + \beta_1 \cdot T + \beta_2 \cdot T^2 + \beta_3 \cdot T^3 + \beta_4 \cdot T^4 + \beta_5 \cdot T^5} \quad (10)$$

Les coefficients  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_6$  sont des constantes exprimées par les relations suivantes :

$$\alpha_2 = -2 b_1 \cdot \alpha_1 \quad (11)$$

$$\alpha_3 = b_1 \cdot a_2 - 0,5 \cdot a_1 \cdot b_2 - 3 c_1 \cdot \alpha_1 \quad (12)$$

$$\alpha_4 = 2 c_1 \cdot a_2 - 2 a_1 \cdot c_2 / 3 \quad (13)$$

$$\alpha_5 = 0,5 c_1 \cdot b_2 - b_1 \cdot c_2 / 3 \quad (14)$$

$$\alpha_6 = -a_1 \cdot \alpha_1 \quad (15)$$

$$\beta_1 = 2 a_1 \cdot a_2 - 2 b_1 \cdot \alpha_1 \quad (16)$$

$$\beta_2 = a_1 \cdot b_2 + 2 b_1 \cdot a_2 - 2 c_1 \cdot \alpha_1 \quad (17)$$

$$\beta_3 = 2 a_1 \cdot c_2 / 3 + b_1 \cdot b_2 \quad (18)$$

$$\beta_4 = 2 b_1 \cdot c_2 / 3 + c_1 \cdot b_2 \quad (19)$$

$$\beta_5 = 2 c_1 \cdot c_2 / 3 \quad (20)$$

$$\beta_6 = -2 a_1 \cdot \alpha_1 \quad (21)$$

Finalement, la manipulation simple et le rearrangement des equations (3) à (21) permet d'obtenir :

$$d\theta = F(T) \cdot dT \quad (22)$$

où  $F(T)$  est une fonction de  $T$  exprimée par l'équation suivante :

$$F(T) = \left[ \frac{\alpha_6 + \alpha_2 \cdot T + \alpha_3 \cdot T^2 + \alpha_4 \cdot T^3 + \alpha_5 \cdot T^4}{\beta_6 + \beta_1 \cdot T + \beta_2 \cdot T^2 + \beta_3 \cdot T^3 + \beta_4 \cdot T^4 + \beta_5 \cdot T^5} - \frac{a_1 + 2 \cdot b_1 \cdot T + 3 \cdot c_1 \cdot T^2}{2 \cdot (a_1 + b_1 \cdot T + c_1 \cdot T^2)} \right] \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \alpha_1 - 2 \cdot a_2 \cdot T - b_2 \cdot T^2 - 2 \cdot c_2 \cdot T^3 / 3}{r \cdot (a_1 \cdot T + b_1 \cdot T^2 + c_1 \cdot T^3)}} - 1 \cdot \frac{dT}{T} \quad (23)$$

L'équation différentielle (22) est capitale et très importante dans la mesure où elle permet, après résolution, de trouver l'angle de déviation convenable de la paroi de la tuyère connaissant la température de l'écoulement en chaque point. C'est, en fait, aussi la GENERALISATION de l'expression de PRANDTL-MEYER (3) appliquée au tracé des tuyères supersoniques à hautes températures.

En effet, à titre de comparaison et de vérification, si nous ne considérons plus maintenant le gaz comme calorifiquement imparfait, nous retrouvons l'expression de Prandtl-Meyer, et ce en posant simplement :

$$\gamma = a_1 \quad \text{et} \quad C_p = a_2$$

dans l'équation (23). Après simplification, on aboutit à :

$$d\theta = \frac{0,5 \cdot \sqrt{\frac{2}{\gamma-1} \cdot \frac{T_0}{T} - \frac{\gamma+1}{\gamma-1}}}{\frac{T_0}{T} - 1} \cdot \frac{dT}{T} \quad (24)$$

qui après intégration fournit :

$$\theta = \theta(K) + \text{const.}$$

RESOLUTION DE L'EQUATION  $d\theta = F(T).dT$  :

En utilisant la méthode des caractéristiques, on considère, pour un point quelconque A de la paroi du divergent de la tuyère (fig.1),

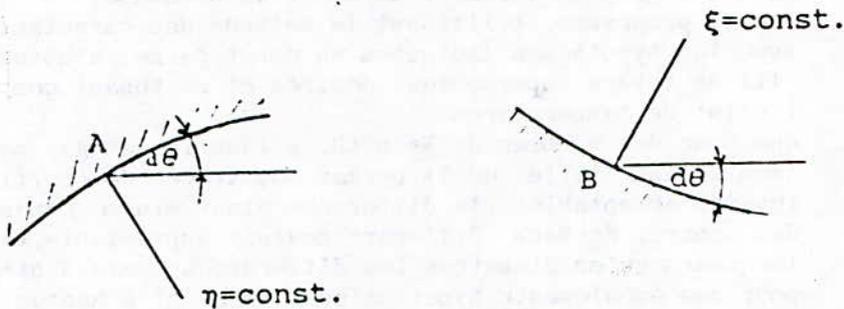


Fig.1 : Définition des lignes caractéristiques

que  $d\theta$  est comptée positivement selon une ligne caractéristique  $\eta$  constante et négativement selon une ligne caractéristique  $\xi$  constante (point B). Ceci se traduit par :

— selon une ligne  $\eta = \text{const.}$ , on a

$$d\theta = F(T).dT \quad (25)$$

— selon une ligne  $\xi = \text{const.}$ , on a

$$d\theta = - F(T).dT \quad (26)$$

L'intégration du système d'équations différentielles (25), (26) n'étant pas possible analytiquement, vu que  $F(T)$  n'est pas directement intégrable, on a alors procédé numériquement en utilisant la méthode de Simpson. Cette dernière convenable et précise, est adaptée à la méthode des caractéristiques pour permettre d'obtenir, enfin, le tracé de la tuyère supersonique (côté divergent) assurant des écoulements parallèles et uniformes à la section de sortie pour un quelconque nombre de Mach voulu. Le programme établi suivant cette méthode fournit aussi toutes les caractéristiques thermodynamiques en n'importe quel point de la tuyère, ainsi que tout le long de la paroi ( $\theta, M; T, p, \rho, a, \dots$ ), pour n'importe quelle température génératrice  $T_0$ , où  $a$  est la vitesse du son,

$\rho$  est la masse volumique,

$p$  est la pression statique.

Il est à préciser que les conditions au col ont été utilisées comme conditions aux limites connues pour initier les calculs.

#### RESULTATS ET COMMENTAIRES :

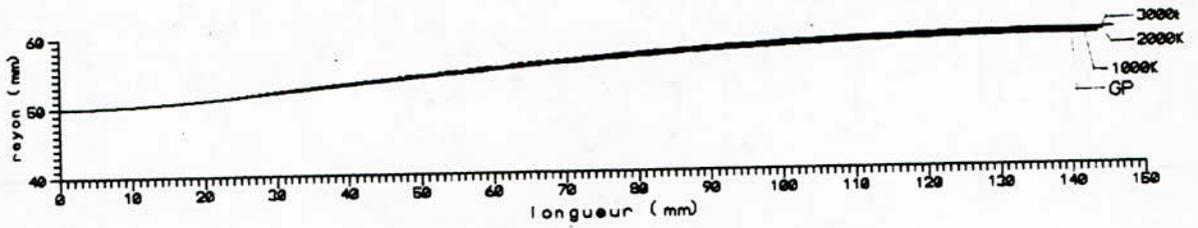
Les résultats qui nous intéressent directement dans cette étude, sont les tracés des profils de tuyères supersoniques pour différentes possibilités de températures génératrices (spécialement  $>1000^\circ K$ ) pour des nombres de Mach de sortie variables. On préfère les présenter sous forme graphique faisant ressortir directement la différence avec les tracés pour les gaz complètement parfaits où l'effet de la température a été négligé dans un premier stade [1][2].

En effet, d'après les graphes G1, G2, G3, G4 et G5 on constate :

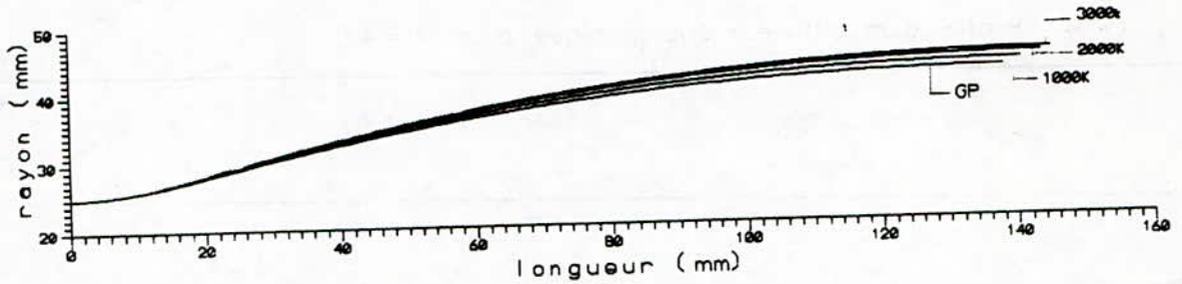
- que le programme, utilisant la méthode des caractéristiques avec les hypothèses indiquées au début, permet d'obtenir le profil de tuyère supersonique désirée et ce tenant compte de l'effet de températures.
- que pour des nombres de Mach  $< 2$ , la théorie des gaz parfaits (négligeant l'effet de  $T$ ), permet des tracés de profils de tuyères acceptables, la différence étant minime. Cependant pour des nombres de Mach  $> 3$ , l'écart devient appréciable, tant en longueurs qu'en diamètres. Les différences deviennent énormes pour des écoulements hypersoniques ( $M=5$ ) et à hautes températures, graphes G4, G5.
- Il faut préciser, que parallèlement au tracé des profils, on a aussi obtenu et traité les variations des caractéristiques thermodynamiques du gaz (ne faisant pas l'objet de cette publication) en n'importe quel point de la tuyère.

#### CONCLUSION:

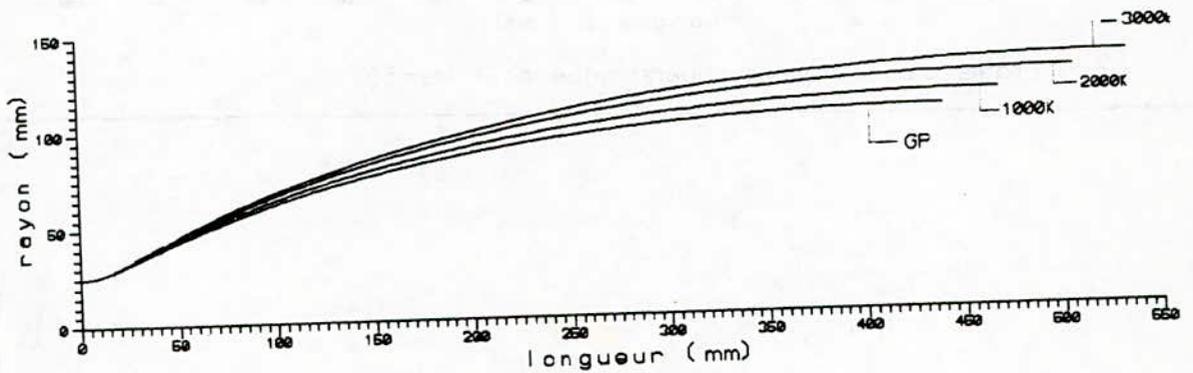
D'après les résultats obtenus, on constate que l'hypothèse des gaz parfaits utilisée pour le traçage des profils de tuyères supersoniques, n'est applicable que pour des nombres de Mach inférieurs à 2. En outre, la méthode analytique utilisée dans cette étude, GENERALISE effectivement la fonction de PRANDTL-MEYER, permettant ainsi un tracé de profil tenant compte de l'effet de température appréciable pour des nombres de Mach  $> 3$ .



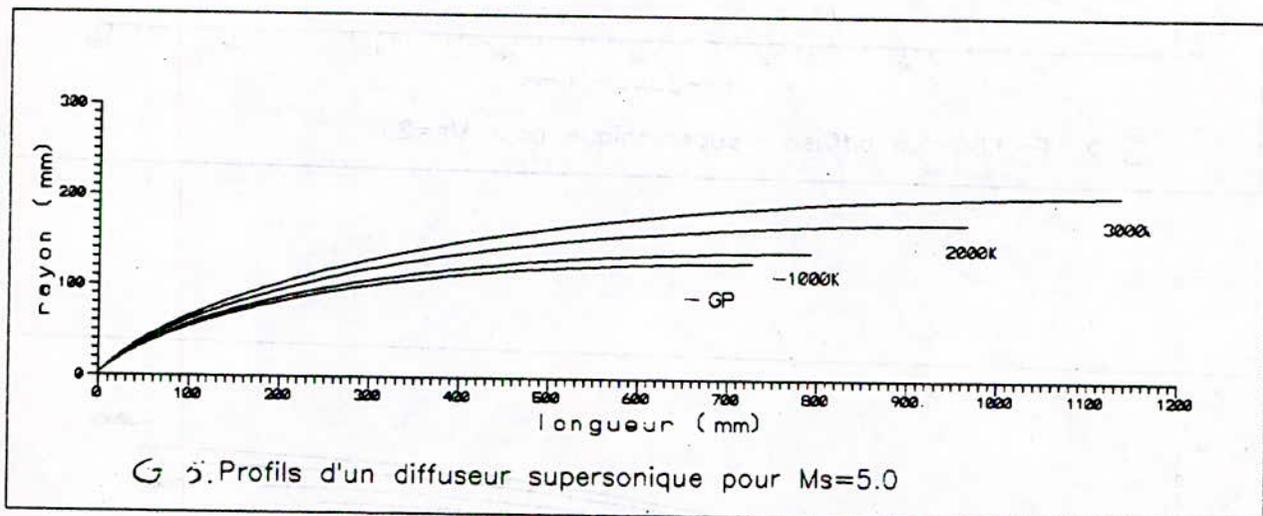
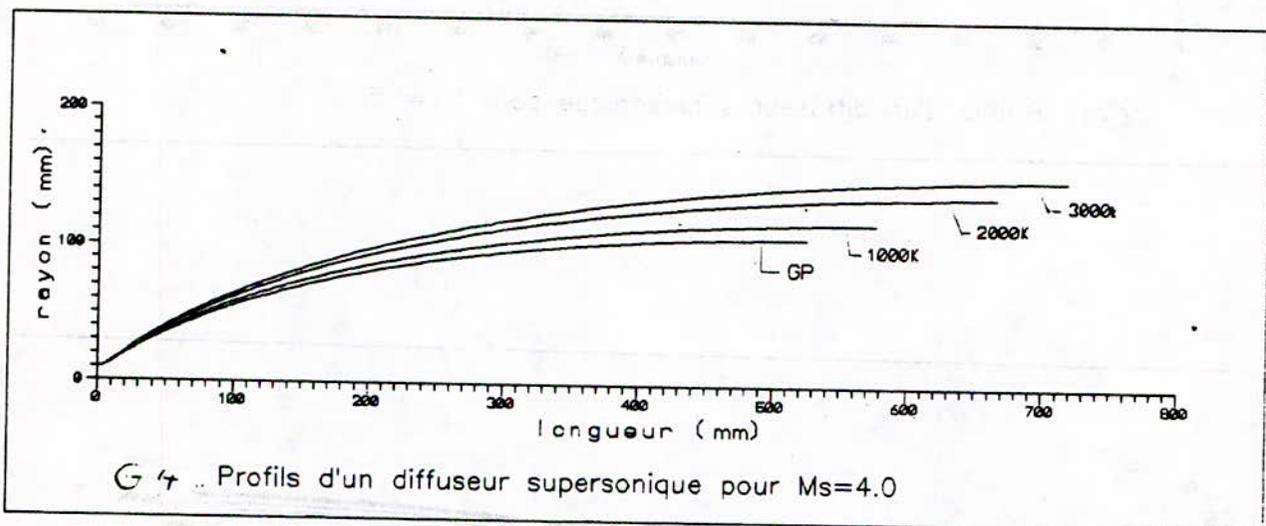
G1 . Profils d'un diffuseur supersonique pour  $Ms=1.5$



G2 . Profils d'un diffuseur supersonique pour  $Ms=2.0$



G3 . Profils d'un diffuseur supersonique pour  $Ms=3.0$



## BIBLIOGRAPHIE

- 1\_ Haoui R.: "Programme expert pour tuyères supersoniques et conception de la soufflerie à choc."  
Thèse de magistère, Ecole Nationale Polytechnique, Alger, 1989.
- 2\_ Haoui R., Gahmousse A.: "Profil des tuyères supersoniques."  
Journal of Technology, Ecole Nationale Polytechnique, Alger, N°8 - 1992.
- 3\_ Glass I.I., Hall J.C.: "Handbook of supersonique aerodynamics, section 18 shock tubes", 1958
- 4\_ Sisi J.C.: "Principes de thermodynamique.", Mc Graw-Hill, 1981.
- 5\_ Van Wylen J.J., Sonntag R.E.: "Fundamentals of classical thermodynamics."  
3<sup>e</sup> édition, John Wiley & sons, inc., 1976.
- 6\_ Hill P.G., Peterson C.R.: "Mechanics and Thermodynamics of Propulsion."  
Addition-Wesley publishing company inc., 1965
- 7\_ Shapiro A.H.: "The dynamics and thermodynamics of compressible fluid flow, volume 1."

The following is a list of the names of the persons who have been appointed to the various positions in the Department of the Interior, for the year 1950.

Commissioner of the General Land Office: *[Name]*, 1950.

Director of the Bureau of Reclamation: *[Name]*, 1950.

Director of the Bureau of Indian Affairs: *[Name]*, 1950.

Director of the Bureau of Land Management: *[Name]*, 1950.

Director of the Bureau of Mines: *[Name]*, 1950.

Director of the Bureau of Oceanographic Services: *[Name]*, 1950.

Director of the Bureau of Prisons: *[Name]*, 1950.

Director of the Bureau of the Census: *[Name]*, 1950.

Director of the Bureau of Economic Warfare: *[Name]*, 1950.

Director of the Bureau of Entomology and Plant Quarantine: *[Name]*, 1950.

Director of the Bureau of Fisheries: *[Name]*, 1950.

Director of the Bureau of Geographical Names: *[Name]*, 1950.

Director of the Bureau of Geology: *[Name]*, 1950.

Director of the Bureau of Health, Education and Welfare: *[Name]*, 1950.

Director of the Bureau of Indian Affairs: *[Name]*, 1950.

Director of the Bureau of Land Management: *[Name]*, 1950.

Director of the Bureau of Mines: *[Name]*, 1950.

Director of the Bureau of Oceanographic Services: *[Name]*, 1950.

Director of the Bureau of Prisons: *[Name]*, 1950.

Director of the Bureau of the Census: *[Name]*, 1950.

Director of the Bureau of Economic Warfare: *[Name]*, 1950.

Director of the Bureau of Entomology and Plant Quarantine: *[Name]*, 1950.

Director of the Bureau of Fisheries: *[Name]*, 1950.

Director of the Bureau of Geographical Names: *[Name]*, 1950.

Director of the Bureau of Geology: *[Name]*, 1950.

Director of the Bureau of Health, Education and Welfare: *[Name]*, 1950.

ETUDE DE L'ÉCOULEMENT VISQUEUX DANS UNE TUYÈRE  
SUPERSONIQUE A HAUTES TEMPERATURES

A. LABASSI , M. A.  
A. GAHMOUSSE , Professeur

ملخص

هذه الدراسة مساهمة في حساب مختلف السموك المميزة للطبقة الحدية للانسيابات اللزجة فوق الصوتية وتحت درجات حرارة مرتفعة. إن الطريقة التقريبية المكيفة لحساب الطبقات الحدية الرقائعية لِقَرُوشويتز استعملت بنجاح لانسيابات قائمة، ثنائية البعد ولزجة لموانع انضغاطية على جدران تحتوي على فرق في الضغط كما في حالة النافثات فوق الصوتية. كما مكنت هذه التقنية كذلك من معرفة الدرجة الحدية للجدار وكذا التنبؤ بنقطة الانفصال.

زيادة على هذا، فإن استعمال تحويل مانغلر مكن من إيجاد المميزات للطبقة الحدية في نموذج محوري - تناظري.

Abstract:

This study contributes to evaluate the different characteristic widths of the boundary layer for viscous supersonic flows at high temperatures. An adaptation of E. GRUSCHWITZ approximate method to calculate laminar boundary layer was used successfully for fully developed, 2-D and viscous flows of compressible fluid on inner walls with pressure gradient, case of supersonic nozzles. This technic permitted, in addition, to know the wall temperature and to predict the boundary layer separation point. Furthermore, axi-symmetric configurations of the boundary layer were found, using MANGLER transformation.

Résumé:

Cette étude est une contribution aux calculs des différentes épaisseurs caractéristiques de la couche limite pour des écoulements visqueux supersoniques et à hautes températures. Une adaptation de la méthode approximative de calcul de couches limites laminaires de E. GRUSCHWITZ fut utilisée avec succès pour des écoulements établis, bidimensionnels et visqueux de fluides compressibles sur des parois présentant un gradient de pression comme le cas des tuyères supersoniques. Cette technique a permis, en outre, la connaissance vitale de la température à la paroi ainsi que la prévision du point de décollement. En plus, l'utilisation de la transformation de MANGLER a permis de retrouver les caractéristiques de la couche limite en configuration axi-symétrique.

# ETUDE DE L'ÉCOULEMENT VISQUEUX DANS UNE TUYÈRE SUPERSONIQUE A HAUTES TEMPERATURES

## 1. Introduction

Dans cette étude on traitera de l'effet de la haute température sur les principales épaisseurs caractéristiques de la couche limite dynamique s'établissant lors de l'écoulement d'un fluide visqueux (gazeux) le long de la paroi d'un diffuseur supersonique. Cette étude est prémonitoire à des études thermiques (transfert de chaleur), métallurgiques notamment pour le choix des matériaux des diffuseurs supersoniques utilisés en propulsion et en souffleries ou encore pour la détermination du coefficient de contraction de la section et le coefficient de frottement entre autres qui interviennent implicitement dans le calcul précis de la poussée. Il est à noter que les caractéristiques de l'écoulement libre à la frontière de la couche limite dynamique ont été déterminées séparément de cette étude dans une autre publication qui est en cours d'édition.

## 2. Hypothèses

Dans cette étude on adoptera les hypothèses suivantes:

a- la couche limite est calculée à partir du col. de la tuyère [2,3,5,6], donc : à  $x = 0$ :  $\delta = 0$  et  $\delta_2 = 0$

b- la couche limite qui se développe dans le divergent est considérée laminaire [6].

c- le fluide est compressible et thermiquement parfait mais calorifiquement non parfait [1], et on considère que ses propriétés thermophysiques telles que le nombre de Prandtl  $Pr$  et la viscosité  $\mu$ , à l'instar de  $C_p$  et  $\gamma$ , variables en fonction de la température (par tranches d'écoulement). Dans ce qui suit on proposera une variation polynomiale pour  $Pr$  sous la forme suivante :

$$Pr = a + b \cdot T + c \cdot T^2 \quad (1)$$

où  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont des constantes déterminées numériquement. Quant à la viscosité, elle peut être déterminée par la relation de Sutherland [8], pour le cas de l'air on a :

$$\mu = \frac{1,49 \cdot T^{3/2}}{T + 120} \cdot 10^{-6} \quad (2)$$

( $\mu$  est mesurée en  $m^2/s$  et  $T$  en  $^{\circ}K$ )

d- l'écoulement est réel, établi et bidimensionnel dans une première étape, puis à l'aide d'une transformation appropriée (paragraphe 8), on déterminera les caractéristiques de l'écoulement dans le cas axisymétrique.

e- la paroi du divergent est adiabatique, c'est à dire:  $\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=0} = 0$

### 3. Equations de base de la couche limite laminaire

En considérant les hypothèses précédentes, et en tenant compte aussi des simplifications de Prandtl [5], les équations globales de la couche limite laminaire s'écrivent:

- équation de continuité :

$$\frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot v)}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

- équation de quantité de mouvement :

$$u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{dP}{dx} + \nu \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (4)$$

- équation de l'énergie :

$$u \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\nu}{C_p} \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 \quad (5)$$

### 4. Modification des équations de quantité de mouvement et d'énergie

Dans le but de simplifier le problème, la majorité des méthodes approximatives de résolution de la couche limite laminaire en fluide compressible, sont basées sur les équations intégrales de quantité de mouvement et d'énergie [5], qui sont en fait des modifications des équations de bases (4) et (5), en les intégrant et en introduisant les définitions des épaisseurs caractéristiques de la couche limite.

- Equation intégrale de quantité de mouvement:

$$\frac{d\delta_2}{dx} + \frac{\delta_2}{U_*} \cdot \frac{dU_*}{dx} \cdot \left[2 + \frac{\delta_1}{\delta_2} - M^2\right] = \frac{\mu_p}{\rho_* \cdot U_*^2} \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_p \quad (6)$$

- Equation intégrale de l'énergie:

$$\frac{d\delta_3}{dx} + \frac{\delta_3}{U_*} \cdot \frac{dU_*}{dx} \cdot \left[3 - (2-\gamma) \cdot M^2\right] = \frac{2}{\rho_* \cdot U_*^3} \cdot \int_0^{\delta} \mu_p \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 \cdot dy \quad (7)$$

## 5. Méthode de calcul de la couche limite laminaire dans le divergent d'une tuyère supersonique avec effet de la haute température

La méthode approximative qui sera utilisée dans cette étude, est basée sur l'algorithme de E. Gruschwitz [5], qu'on adoptera comme procédure de résolution. Cette méthode est applicable à une paroi adiabatique de forme géométrique quelconque, qui à l'instar de la méthode de Paulhausen [5,6], admet une distribution polynomiale du quatrième degré de la vitesse telle que :

$$\frac{u}{U_e} = c_1 \cdot \eta + c_2 \cdot \eta^2 + c_3 \cdot \eta^3 + c_4 \cdot \eta^4 \quad (8)$$

avec  $\eta$  une variable d'espace adimensionnelle définie par :

$$\eta = \frac{1}{\delta'} \cdot \int_0^y \frac{\rho}{\rho_e} \cdot dy \quad (9) \quad \text{avec : } \delta'(x) = \int_0^{\delta(x)} \frac{\rho}{\rho_e} \cdot dy \quad (10)$$

qui vérifie les conditions aux limites suivantes :

$$\eta = 0 \quad \text{pour } y = 0$$

$$\eta = 1 \quad \text{pour } y = \delta$$

(il est à noter que l'origine des abscisse se trouve au col)

Les constantes  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$  et  $c_4$ , présentes dans la relation (8), se calculent d'après les conditions aux limites à la paroi et à la frontière de la couche limite après calcul, on trouve :

$$c_1 = 2 + \frac{\lambda}{6} ; \quad c_2 = -\frac{\lambda}{2} ; \quad c_3 = \frac{\lambda}{2} - 2 ; \quad c_4 = 1 - \frac{\lambda}{6}$$

$$\text{avec : } \lambda = \frac{\rho_e}{\rho_p} \cdot \frac{\delta'^2}{\nu_e} \cdot \frac{dU_e}{dx} \quad (11)$$

facteur de forme caractérisant la forme du profil des vitesses.

D'autre part, on suppose aussi une distribution polynomiale de l'enthalpie, on peut écrire [5] :

$$\left(1 - \frac{u}{U_e}\right) \cdot \frac{\rho_e}{\rho} = b + b_1 \cdot \eta + b_2 \cdot \eta^2 + b_3 \cdot \eta^3 + b_4 \cdot \eta^4 + b_5 \cdot \eta^5 \quad (12)$$

parmi toutes les constantes figurant dans l'équation (12),  $b$  est la seule constante qui reste indéterminée, elle sera déduite ultérieurement à partir de l'équation intégrale de l'énergie.

Introduisons à présent un second facteur de forme noté par  $K$ , caractérisant lui aussi, à l'instar de  $\lambda$ , le profil des vitesses dans la couche limite tel que :

$$K = \lambda \cdot \left(\frac{\delta_z}{\delta'}\right)^2 = b \cdot \frac{\delta_z^2}{\nu_e} \cdot \frac{dU_e}{dx} \quad (13)$$

En remplaçant les constantes  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$  et  $c_4$  dans la relation (8), et en introduisant les expressions des épaisseurs  $\delta'$ ,  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  et  $\delta_3$ , après intégration, on aboutit aux relations suivantes :

$$\frac{\delta_1}{\delta'} = \frac{10}{3} - \frac{1}{120} \cdot \lambda \quad (14)$$

$$\frac{\delta_2}{\delta'} = \frac{1}{63} \cdot \left[ \frac{37}{35} - \frac{1}{15} \cdot \lambda - \frac{1}{144} \cdot \lambda^2 \right] \quad (15)$$

$$\frac{\delta_3}{\delta'} = \frac{798048 - 4656 \cdot \lambda - 758 \cdot \lambda^2 - 7 \cdot \lambda^3}{4324320} \quad (16)$$

En introduisant ces variables dans les équations intégrales (6) et (7), et après simplification et regroupement des termes, il vient :

$$\frac{\delta_2 \cdot U_0}{\nu_0} \cdot \frac{d\delta_2}{dx} = F_1(K) - \frac{K}{b} \cdot \left[ 2 - M^2 \cdot F_2(K) \right] \quad (17)$$

$$\text{et } b = \left[ 1 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot M^2 \right] \cdot \frac{1 + M^2 \cdot F_3(K)}{1 + M^2 \cdot F_4(K)} \quad (18)$$

où  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  et  $F_4$  sont des fonctions analytiques. Les équations (17) et (18) constituent les nouvelles modifications des équations intégrales de quantité de mouvement et d'énergie.

D'autres parts, la contrainte de cisaillement est donnée par :

$$\frac{\tau_p}{\rho_0 \cdot U_0^2} = \frac{\nu_0}{U_0 \cdot \delta'} \cdot \left( 2 + \frac{1}{6} \cdot \lambda \right) \quad (19)$$

on remarque d'après cette expression que le point de décollement apparaît lorsque  $\lambda = -12$ , c'est à dire à partir du moment où la contrainte de cisaillement à la paroi s'anulle, d'où l'intérêt de cette méthode qui prédit le point de décollement de la couche limite pour une vitesse donnée d'un fluide visqueux sur une paroi adiabatique avec présence d'un gradient de pression, donc l'équation (19) se présente comme un moyen de contrôle de la convergence des calculs.

## 6. Conditions aux limites

Au col de la tuyère, le système d'équations (17) et (18) donne l'expression suivante:

$$\frac{F_1(K_0)}{2 - F_2(K_0)} = \frac{2 \cdot K_0}{\gamma + 1} \cdot \frac{1 + F_3(K_0)}{1 + F_4(K_0)} \quad (20)$$

qui après résolution fournit la valeur initiale du facteur de forme  $K_0$  pour un gaz donné.

## Remarque sur la précision de la méthode de GRUSCHWITZ

D'après [5,6], cette méthode est plus précise lorsqu'il s'agit d'un gradient de pression négatif, tel est le cas pour les diffuseurs. Cependant, lorsque le gradient de pression est positif ou à l'approche du point de décollement, elle perd cette précision et peut diverger.

### 7. Résolution

Le problème revient à résoudre le système d'équations (17) et (18) avec la condition initiale exprimée par l'équation (20), posons :

$$z = \delta^2 \quad (21)$$

l'équation (17) exprimée en un point  $i$  de la paroi devient :

$$\left(\frac{dz}{dx}\right)_i = \frac{2 \cdot \nu_{ei}}{U_{ei}} \cdot \left\{ F_1(K_i) - \frac{K_i}{b_i} \cdot \left[ 2 - M_i^2 \cdot F_2(K_i) \right] \right\} \quad (22)$$

c'est une équation différentielle non linéaire, qui peut être résolue numériquement. Les épaisseurs  $\delta'$ ,  $\delta_1$  et  $\delta_3$  se déterminent respectivement à l'aide des relations (14), (15) et (16). Quant à l'épaisseur  $\delta$  de la couche limite laminaire, elle peut être déterminée par la relation suivante [4] :

$$\frac{\delta_1}{\delta} = \frac{3}{10} \quad (23)$$

en comparant l'équation précédente avec l'équation (14), on constate que  $\delta$  et  $\delta'$  sont assez proches pour négliger la différence, car dans les meilleurs des cas l'écart est de 0,1 mm étant donné que la valeur maximale du facteur de forme  $\lambda$  est de 12 qui correspond au point de décollement.

### 8. Considérations sur l'axisymétrie de l'écoulement

Il existe une méthode dite: "transformation de Mangler" [5] qui permet de retrouver les caractéristiques de la couche limite dans le cas axisymétrique à partir du cas bidimensionnel qu'on a traité auparavant, cette méthode consiste à faire la transformation des coordonnées et des vitesses à l'aide des relations suivantes:

$$x = \frac{1}{L^2} \int_0^{\bar{x}} r^2(\bar{x}) \cdot d\bar{x} \quad (24)$$

$$y = \frac{r(\bar{x})}{L} \cdot \bar{y} \quad (25)$$

$$u = \bar{u} \quad (26)$$

$$v = \frac{L}{r} \cdot \left[ \bar{v} + \frac{r'}{r} \cdot y \cdot \bar{u} \right] \quad (27)$$

$$U_0 = \bar{U}_0 \quad (28)$$

où  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$ ,  $\bar{u}$ ,  $\bar{v}$  et  $\bar{U}_0$  sont les paramètres de l'écoulement dans le cas axisymétrique,  $r(\bar{x})$  est le rayon de la tuyère et  $L$  est la longueur sur laquelle est calculé le nombre de Reynolds

Pour adapter cette transformation à notre cas après dérivation l'équation (24), on obtient :

$$dx = \frac{L^2}{r^2(\bar{x})} \cdot d\bar{x} \quad (29)$$

et de l'équation (28), on obtient :  $dU_0 = d\bar{U}_0$  (30)

rapportant à présent ces deux dernières équations dans l'équation (17), on obtient :

$$\frac{\delta_2 \cdot \bar{U}_0}{\nu_0} \cdot \frac{d\delta_2}{d\bar{x}} \cdot \frac{r^2(\bar{x})}{L^2} = F_1(K) - \frac{K}{b} \cdot \left[ 2 - M^2 \cdot F_2(K) \right] \quad (31)$$

cette équation différentielle peut être résolue de la même manière que dans le paragraphe 7.

### 9. Résultats, commentaires et conclusions

Dans ce qui suit on présentera les principaux résultats concernant les variations de l'épaisseur de déplacement de la couche limite  $\delta_1$  le long de la paroi du divergent pour différentes températures génératrices (1000, 2000 et 3000°K) et pour divers nombres de Mach de sortie  $M_s$  (1.5, 2, 3, 4, 5, et 6), quant au rapport des températures  $T_p/T_e$  il sera traité dans une prochaine étude. On constate en premier lieu que  $\delta_1$  varie très rapidement à partir du col jusqu'au point où l'angle de déviation de la paroi du diffuseur est maximal, cela est dû au fait que l'écoulement est très accéléré dans cette partie de la tuyère où l'angle de déviation  $\theta$  varie très rapidement sur une distance relativement courte par rapport à la longueur totale du divergent [4]. On constate aussi d'une part que l'épaisseur  $\delta_1$  est plus élevée lorsqu'on fait augmenter la température génératrice  $T_0$  et le nombre de Mach de sortie  $M_s$ , ceci s'explique par l'augmentation de la viscosité du fluide avec la température et d'autres parts on remarque que l'écart de l'hypothèse des gaz parfaits (courbes G.P. obtenue en posant dans (1)  $a=0$  et  $b=0$ ) s'accroît avec l'augmentation de la température et du nombre de Mach de sortie.

### Comparaison avec les résultats expérimentaux

D'après [2], l'épaisseur de déplacement de la couche limite laminaire à la section de sortie d'une tuyère supersonique, peut être calculée directement par l'expression semi-empirique suivante :

$$\delta_1 = 0,0064 \cdot M_s^{1,25} \cdot Re_s^{-0,14} \cdot L \quad (32)$$

où  $M_s$  et  $Re_s$  sont respectivement les nombres de Mach et de Reynolds à la section de sortie,  $L$  est longueur du divergent. Cette relation ne tient pas compte de la température, ce qui laisse supposer qu'elle est applicable pour des basses températures. D'autres parts, en appliquant

la méthode de Gruschwitz, on obtient pour  $\delta_1$  (en mm) les résultats suivants (à la section de sortie) :

$M_s \backslash T_0$	G. P.	1000°K	2000°K	3000°K	(1)
1.5	0.219	0.224	0.333	0.419	0.132
2	0.342	0.357	0.545	0.687	0.312
3	1.204	1.319	2.147	2.815	1.038
4	2.295	2.599	4.541	6.042	1.855
5	4.389	4.956	9.224	13.307	3.577
6	10.507	11.807	23.147	34.844	10.643

(1) : résultats obtenus par la relation (32).

d'après ce tableaux, on constate que les valeurs obtenus pour le cas des gaz parfaits et pour des températures génératrices de l'ordre de 1000°K concordent assez bien avec les résultats obtenus à partir de la relation (32). De plus, on a établi expérimentalement [3], que l'épaisseur de la couche limite laminaire à la section de sortie d'une tuyère supersonique est d'environ  $4.10^{-3}$  à  $5.10^{-3}$  fois la longueur du divergent pour des nombres de Mach de 1.5 à 2.5, pour notre cas on obtient les valeurs suivantes :

pour  $M_s=1.5$  ,  $L=144,20$  mm :  $\delta=0.58$  à  $0.72$  mm

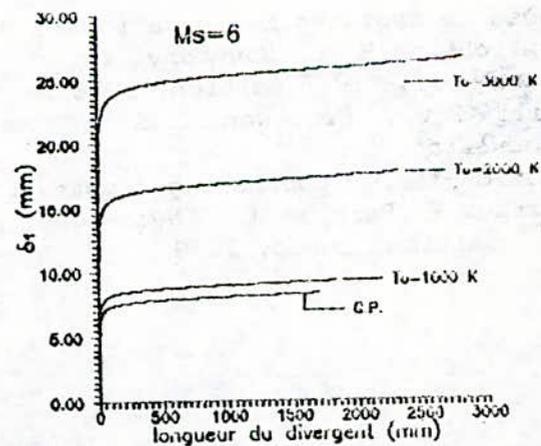
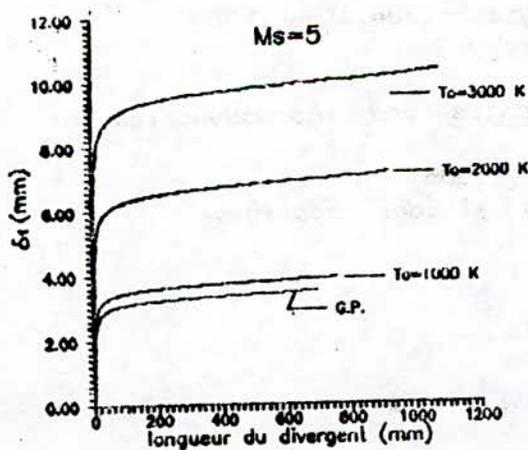
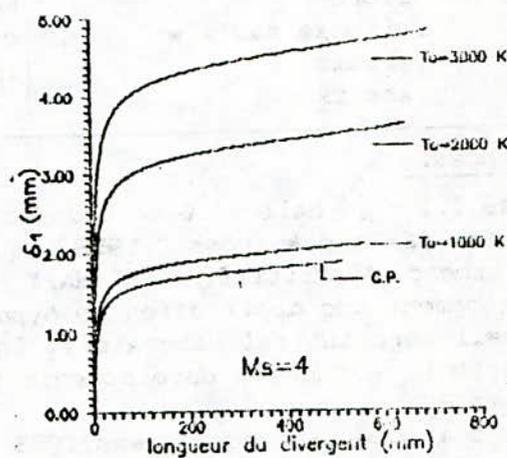
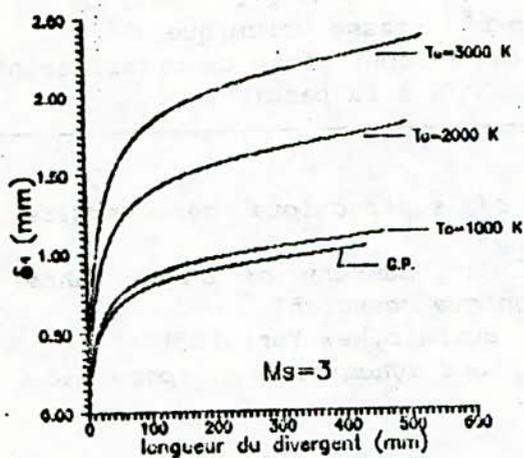
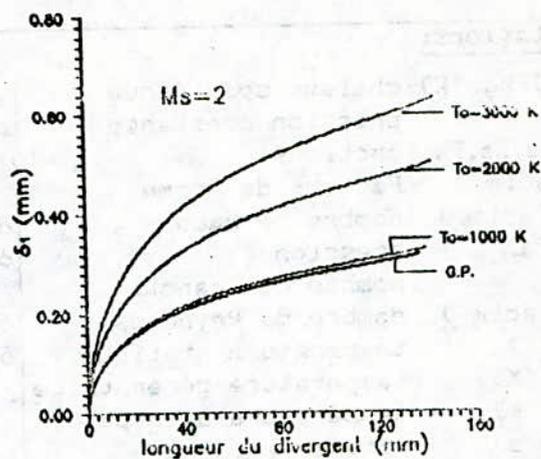
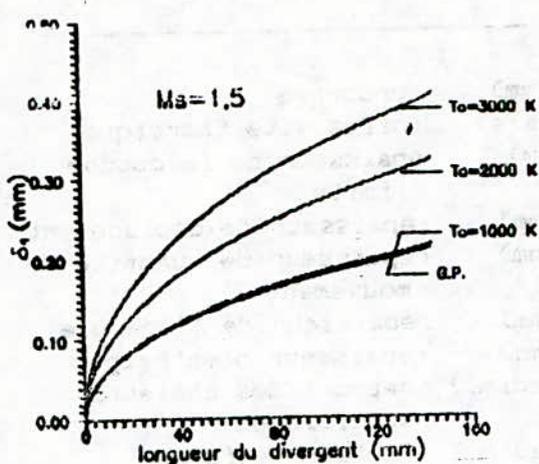
pour  $M_s=2$  ,  $L=140.50$  mm :  $\delta=0.56$  à  $0.70$  mm

(L longueur du divergent)

ces valeurs ont été obtenues par l'expression suivante :

$$\delta \approx (4.10^{-3} \text{ à } 5.10^{-3}).L \quad (33)$$

Ces valeurs comparées avec ceux des résultats obtenus par la méthode de Gruschwitz (graphes G-1 et à l'aide de la relation 23), confirment la bonne concordance des résultats obtenus avec les résultats expérimentaux (même ordre de grandeur).



Graphes G-1: variations de l'épaisseur  $\delta_1$  avec la température génératrice  $T_0$  et le nombre de Mach de sortie  $M_s$ .

### Notations:

$C_p$ (J/kg. °K): chaleur spécifique à pression constante	$y$ (mm) : ordonnée
$F_1, F_2, F_3, F_4$ : fonctions	$\alpha$ (m <sup>2</sup> /s) : diffusivité thermique
$K$ (adim.) : Facteur de forme	$\delta$ (mm) : épaisseur de la couche limite
$M$ (adim.) : nombre de Mach	$\delta_1$ (mm) : épaisseur de déplacement
$P$ (Pa) : pression	$\delta_2$ (mm) : épaisseur de quantité de mouvement
$Pr$ : nombre de Prandtl	$\delta_3$ (mm) : épaisseur de l'énergie
$Re$ (adim.) : nombre de Reynolds	$\delta_H$ (mm) : épaisseur d'enthalpie
$T$ (°K) : température statique	$\gamma$ (adim.) : rapport des chaleurs spécifiques
$T_0$ (°K) : température génératrice	$\lambda$ (adim.) : facteur de forme
$T_p$ (°K) : température à la paroi	$\mu$ (Kg/m.s) : viscosité dynamique
$u$ (m/s) : vitesse axiale	$\nu$ (m <sup>2</sup> /s) : viscosité cinématique
$U_e$ (m/s) : vitesse de l'écoulement libre	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> ) : masse volumique
$v$ (m/s) : vitesse radiale	$\tau_p$ (N/mm <sup>2</sup> ) : contrainte de cisaillement à la paroi
$V$ (m/s) : vitesse	
$x$ (mm) : abscisse	

### Références:

- 1- Glass I.I. , Hall J.C.: "Handbook of supersonique aérodynamics, section 18: shock tubes " 1958
- 2- Hertzberg A., Wittliff C.E., Hall J.C. : "Summary of chock tunnel development and application to hypersonique research" Cornell Aeronautical Laboratory, Inc., Buffalo, New York, 1961
- 3- Howarth L. : "Modern developments in fluid dynamics high speed flow. volume 2" Oxford at the Clarendon press, 1953.
- 4- Haoui R.: "Programme expert pour tuyères supersoniques et conception de la soufflerie à choc." Thèse de magister, Ecole Nationale Polytechnique, Alger, 1989
- 5- Schlichting H. : "Boundary layer theory." McGraw-Hill, 6<sup>ème</sup> édition, 1968.
- 6- Hill P.G., Peterson C.R. : "mechanics and thermodynamics of propulsion." Addition-Wesley publishing company inc., 1965.
- 7- Ouziaux R., Perrier J.: "Mécanique des fluides appliquée." 3<sup>ème</sup> édition, Dunod, 1978.

CONTROLÉ DES SURFACES DE DENTURES CONIQUES DROITES PRATIQUES  
SUR MACHINES A MESURER TRIDIMENSIONNELLES

J.M. DAVID \*

M. BOUAZIZ \*\*

ملخص:

نقدم هنا نمذجة المسننات المخروطية المستقيمة التطبيقية من الصنف الأول أو الثاني من أجل المراقبة على مكنة القياس ذات التحكم العددي، أسلوب حساب يسمح بإنشاء جانبية السن المطابقة لتتشتته النظرية إنطلاقاً من النقاط المأخوذة يدوياً أو بمساعدة برمجية لقياس محيط مجهول وأسلوب تتشنة أشعة التحليل لنقائص الشكل سطح السن هذا.

SUMMARY :

We present here a modelisation of the practical right bevel tooth of first or second type to control on the machine with numerical control, a method of computation which allows to reconstitute the profile of the respective tooth to its theoretical generation from measured data points or with the help of a software measuring unknown contour and a construction method of form default analysis vectors of the tooth surface

RESUME :

On présente ici une modélisation de la denture conique droite pratique de première ou de deuxième espèce pour contrôle sur machine à mesurer à commande numérique, une méthode de calcul qui permet de reconstituer le profil de la denture correspondant à sa génération théorique à partir de points relevés manuellement ou à l'aide de logiciel de mesure de contour inconnu et une méthode de construction des vecteurs d'analyse du défaut de forme de cette surface de denture.

---

\* Professeur à l'E.N.S.A.M. de Lille (France)

\*\* Chargé de cours à l'E.N.P. (Alger)

## I) INTRODUCTION :

Les machines de contrôle spécialisées pour pignons coniques droits exigent de réaliser avec précision des mouvements trop complexes, d'une part, et d'autre part, elles ne permettent le contrôle de profil de denture que celui pour lequel elles sont conçues : profil en développante sphérique ou en octoïde de 1ere espèce. Le contrôle de la denture en octoïde de deuxième espèce s'effectue par comparaison avec l'un de ces deux profils.

En contrôle d'engrenages sur les machines à mesurer tridimensionnelles qu'on désigne par MMT, un type de denture donné n'exige pas de modifier la structure de la machine, l'addition d'un module de logiciel suffit à appréhender un nouveau type de denture. Le contrôle de la denture en octoïde de 2eme espèce peut donc s'effectuer directement sans faire appel à la comparaison par rapport au profil de référence : la développante sphérique ou l'octoïde de 1ere espèce.

Pour contrôler une surface sur une MMT, on la modélise par des points et normales. En mesure en commande numérique, la MMT fournit directement les écarts réels entre les surfaces théorique et mesurée. La composante de l'écart exprimée suivant la normale qualifie le manque ou l'excès de matière. En mesure en commande manuelle, la normale n'étant pas connue, on doit faire appel à une procédure de calcul de cette normale et des écarts suivant sa direction.

Dans cet article, nous faisons un bref rappel de la définition théorique de la denture pratique (dentures en octoïde) pour le contrôle sur les MMT équipées de commande numérique et nous exposons une méthode de contrôle originale qu'on peut utiliser sur les MMT à commande manuelle.

## II) GENERATION THEORIQUE DE LA DENTURE CONIQUE DROITE PRATIQUE :

### II-1) Profil de la denture :

On définit la denture en utilisant le concept de la roue génératrice. La fig.1 correspond à la génération d'une denture conique droite par une roue conique génératrice.

Dans notre communication exposée à l'occasion du 3eme Congrès Mondial des Engrenages et des Transmission, nous avons présenté la méthode de calcul de la denture conique droite qu'elle soit définie par rapport à la développante sphérique ou en octoïde de 1ere ou 2eme espèce. Nous nous contentons ici de rappeler uniquement les principaux résultats pour la denture octoïde:

II-1-1) Coordonnées et normales exprimées dans le référentiel  $S(X_0, Y_0, Z_0)$  :

- Coordonnées :

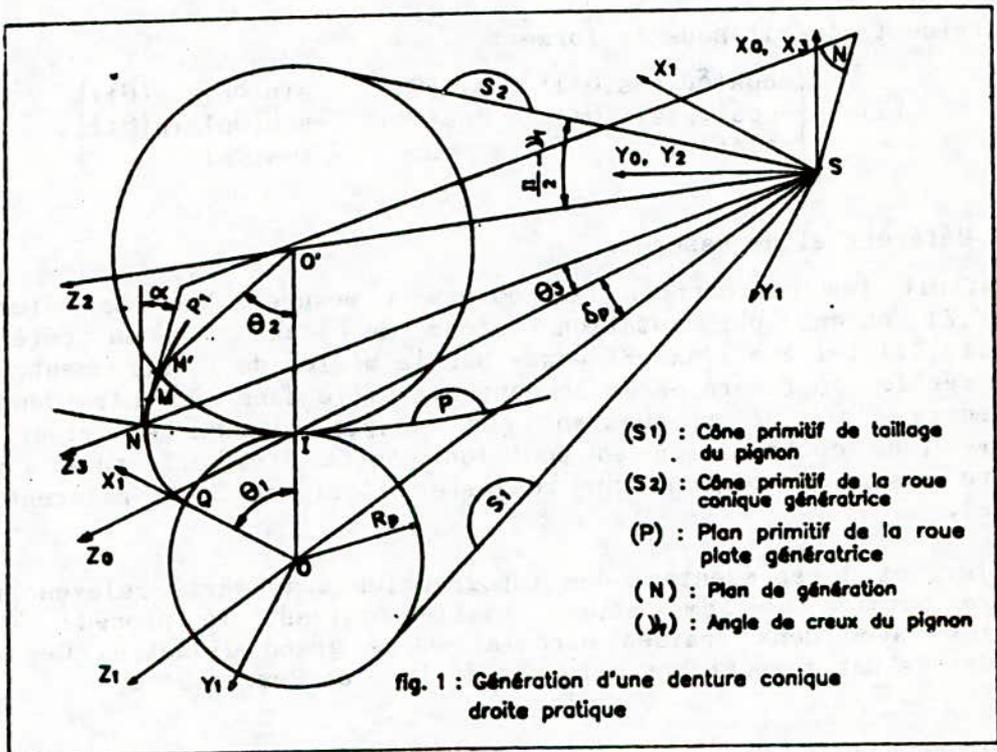
$$Z_0 = R \sqrt{\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha)\cos^2(\theta_3)} \quad (1)$$

$$X_0 = \frac{Z_0 \sin(\theta_3) \operatorname{tg}(\alpha)}{\operatorname{tg}^2(\alpha) + \cos^2(\theta_3)} \quad (2)$$

$$Y_0 = \frac{Z_0 \sin(\theta_3) \cos(\theta_3)}{\operatorname{tg}^2(\alpha) + \cos^2(\theta_3)} \quad (3)$$

- Normale au plan de génération :

$$\vec{N} \begin{cases} N_{0x} = \sin(\alpha) \\ N_{0y} = \cos(\alpha) \cos(\theta_3) \\ N_{0z} = -\cos(\alpha) \sin(\theta_3) \end{cases}$$



II-2) Relation entre  $\theta_2$  et  $\theta_3$  :

$$\cos(\psi) \sin(\theta_2) \cos(\theta_3) + \sin(\psi) \cos(\psi) [1 - \cos(\theta_2)] \operatorname{tg}(\alpha) +$$

$$- [\sin^2(\psi) + \cos^2(\psi) \cos(\theta_2)] \sin(\theta_3) = 0 \quad (4)$$

$\psi$  étant l'angle de creux du pignon. On le prendra nul pour une denture octoïde de lere espèce

### II-3) Rapport de conjugaison :

Le roulement sans glissement du cône primitif de la roue conique génératrice sur celui de la roue taillée permet d'écrire :

$$\frac{\theta_2}{\theta_1} = \frac{\sin(\delta_p)}{\cos(\rho)} \quad (5)$$

### II-4) Coordonnées et normale dans le référentiel (S, X<sub>1</sub>, Y<sub>1</sub>, Z<sub>1</sub>)

En désignant par T la matrice de transformation du référentiel (S, X<sub>0</sub>, Y<sub>0</sub>, Z<sub>0</sub>) au référentiel (S, X<sub>1</sub>, Y<sub>1</sub>, Z<sub>1</sub>), on aura pour :

- les coordonnées : [M<sub>1</sub>] = [T][M<sub>0</sub>]

- la normale : [N<sub>1</sub>] = [T][N<sub>0</sub>]

La matrice T s'écrit sous la forme :

$$[T] = \begin{pmatrix} \cos(\delta_p)\cos(\theta_1) & \sin(\theta_1) & \sin(\delta_p)\cos(\theta_1) \\ -\cos(\delta_p)\sin(\theta_1) & \cos(\theta_1) & -\sin(\delta_p)\sin(\theta_1) \\ -\sin(\delta_p) & 0 & \cos(\delta_p) \end{pmatrix}$$

### II-5) Référentiel de mesure :

On définit les coordonnées des points à mesurer dans le référentiel (S, X, Y, Z) obtenu par rotation autour de l'axe SZ<sub>1</sub> du référentiel (S, X<sub>1</sub>, Y<sub>1</sub>, Z<sub>1</sub>) tel que l'axe SX passe par le milieu de l'entre-dent. Sur la pièce réelle, on fixera SX en logeant une bille dans cet entre-dent et on construira l'axe SZ en mesurant par exemple le cône extérieur de la denture (une optimisation en position pourra être effectuée après la première mesure du pignon pour réajuster l'origine S du référentiel de mesure).

Les fig.2 et 3 représentent des topographies des écarts relevés sur une denture octoïde de 2ème espèce taillée suivant le procédé "Gleason Coniflex" avec deux fraises circulaires de grand diamètre. Ces écarts sont donnés par rapport aux octoïdes de 1ère et 2ème espèce.

### III) METHODE DU POINT DE REFERENCE :

Le contrôle d'une surface synthétisée par des points et normales théoriques nécessite l'utilisation d'une MMT équipée d'une commande numérique. Pour une denture conique droite, cette contrainte peut être levée suivant une méthode qui consiste à reconstituer le profil de la denture à partir des points centre-bille enregistrés par la MMT au cours du palpage de la surface. Cette méthode permet de déterminer la vraie normale au point touché, d'éliminer les erreurs d'asservissement des axes machines (erreurs qui sont inévitables en mesure en commande numérique) et le dépouillement d'une zone particulière de la surface de denture. Elle est donc d'un intérêt particulier en mesure en commande manuelle.

Les écarts suivant la normale sont calculés par rapport à un point quelconque supposé appartenir au profil théorique. Ce point appelé point de référence est par convention à écart nul.

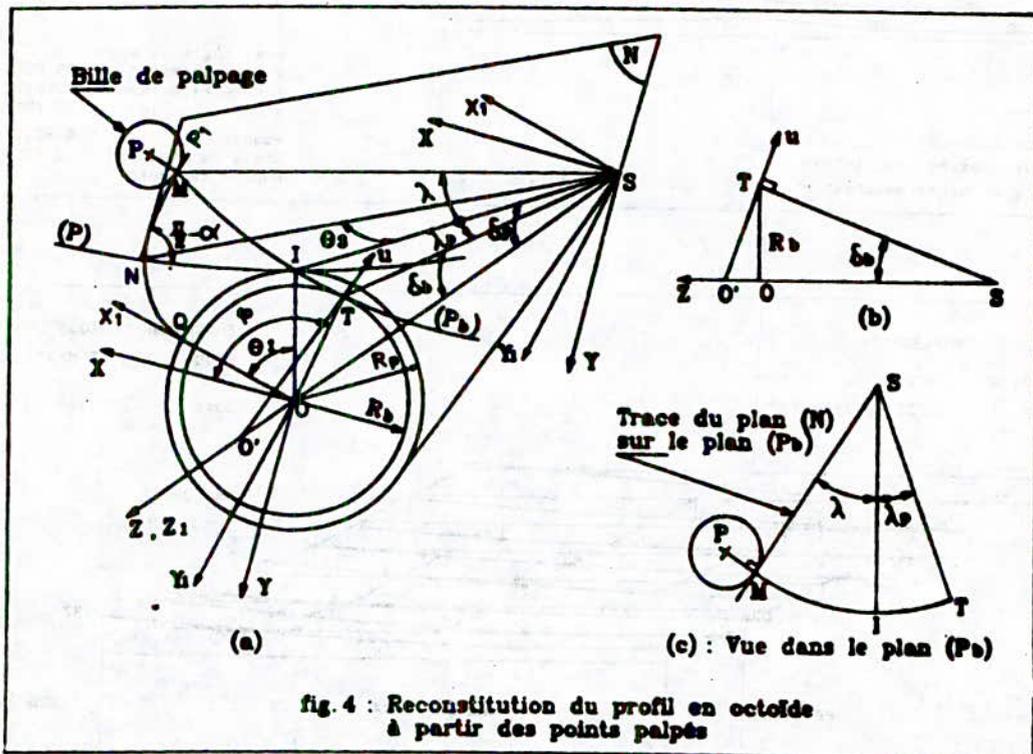


### III-1) Construction du système d'axes :

On construit le système d'axes comme suit (fig.4) :

- L'origine S du référentiel est le sommet du cône primitif.
  - L'axe SZ est l'axe du pignon et orienté du sommet vers la base.
  - L'axe SX perpendiculaire à SZ est choisi passant dans l'entre-dent.
- Contrairement à sa construction pour la mesure en commande numérique, cet axe peut être construit en palpant un point quelconque de la surface de denture.
- Le trièdre SX, SY, SZ est direct.

Pour chaque point palpé, on construit le plan (Pb) normal au plan de génération (N) et passant par le centre de la bille de palpation et le sommet du cône primitif. Le plan (N) est tangent à la bille et satisfait les considérations théoriques. On détermine ensuite le cône de base (similaire à celui d'une denture en développante sphérique) qui est tangent au plan (Pb).



### III-2) Coordonnées et normale au point palpé :

La méthode de calcul que nous avons exposée pour la reconstitution du profil en développante sphérique dans notre référence [1] s'applique également ici de la même façon. En désignant par  $N(N_x, N_y, N_z)$  la normale à la surface de la denture,  $P(X_P, Y_P, Z_P)$  le centre de la bille de palpation de rayon  $r$ ,  $R$  le rayon de la sphère et  $\delta_b$  le demi-angle du cône de base, on obtient :

$$N_z = \frac{rZ_p - \sqrt{(rZ_p)^2 - (R^2 + r^2)[Z_p^2 - R^2 \cos^2(\delta_b)]}}{R^2 + r^2} \quad (6)$$

$$N_x = \frac{(r - Z_p N_z) X_p + \epsilon Y_p R \sin(\delta_b)}{X_p^2 + Y_p^2} \quad (7)$$

$$N_y = \frac{(r - Z_p N_z) Y_p - \epsilon X_p R \sin(\delta_b)}{X_p^2 + Y_p^2} \quad (8)$$

avec :  $\epsilon = +1$  pour le flanc gauche  
 $\epsilon = -1$  pour le flanc droit.

La même convention pour la désignation des flancs d'une denture cylindrique est prise pour le pignon conique mais en tenant compte qu'il est vu du petit bout au gros bout.

On sait que pour une denture à développante sphérique, le cône de base est fixe. Il n'en est pas de même pour une denture octoïde, il dépend de la position du plan de génération (N). La détermination de  $\delta_b$  nécessite un calcul approché. L'organigramme illustré par la fig.5 récapitule la procédure de son calcul ( $\epsilon$  est l'erreur admise).

Les éléments  $\alpha'$ ,  $\lambda$  et  $\lambda_p$  sont donnés par les relations suivantes déduites des triangles sphériques rectangles représentés par la fig.6 :

$$\cos(\alpha') = \frac{\sin(\delta_b)}{\sin(\delta_p)} \quad (9)$$

$$\cos(\lambda_p) = \frac{\cos(\delta_p)}{\cos(\delta_b)} \quad (10)$$

$$\cos(\lambda) = \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\alpha')} \quad (11)$$

$\lambda$  est positif pour les points situés à l'extérieur du cône primitif, négatif dans le cas contraire.

La normale étant connue, on calcule les coordonnées du point touché à l'aide de la relation vectorielle :

$$\vec{SM} = \vec{SP} - r\vec{N} \quad (12)$$

Cette méthode de calcul devient assez longue lorsqu'il s'agit de traiter un grand nombre de points (il faut environ 25 secondes de calcul par point sur le calculateur HP 9836). Nous avons également établi une autre méthode rapide qui consiste à calculer la normale à la surface de denture octoïde à partir de la connaissance des points de la développante sphérique qu'on détermine par la même méthode que ci-dessus en calculant  $\delta_b$  par la relation:

$$\sin(\delta_b) = \sin(\delta_p) \cos(\alpha) \quad (13)$$

On détermine ensuite les points correspondants de l'outil octoïde et par conséquent la normale recherchée. Les points palpés se calculent par la



relation (12). Les résultats obtenus par ces deux méthodes sont pratiquement identiques, mais il faut remarquer que la 2eme méthode est moins précise que la première étant donné qu'elle ne fournit pas la vraie normale, les points n'appartiennent donc pas réellement à la surface mesurée.

III-3) Ecart suivant la normale par rapport au point de référence :

On choisit un point palpé quelconque et on suppose qu'il appartient au profil théorique de la denture (profil en octoïde). On détermine les écarts des autres points palpés par rapport à ce point de référence comme suit :

a) ayant déterminé  $\delta_b$  par itération, les éléments  $\alpha'$ ,  $\lambda_p$ ,  $\lambda$ , et  $\delta$  correspondant au point touché sur la surface de denture sont aussi connus. On calcule alors l'angle  $\theta_3$  par la relation :

$$\sin(\theta_3) = \frac{\sin(\lambda)}{\cos(\alpha')} \quad (14)$$

et les angles  $\theta_2$  et  $\theta_1$  par les expressions (4) et (5).

b) la fig.6 permet d'écrire :

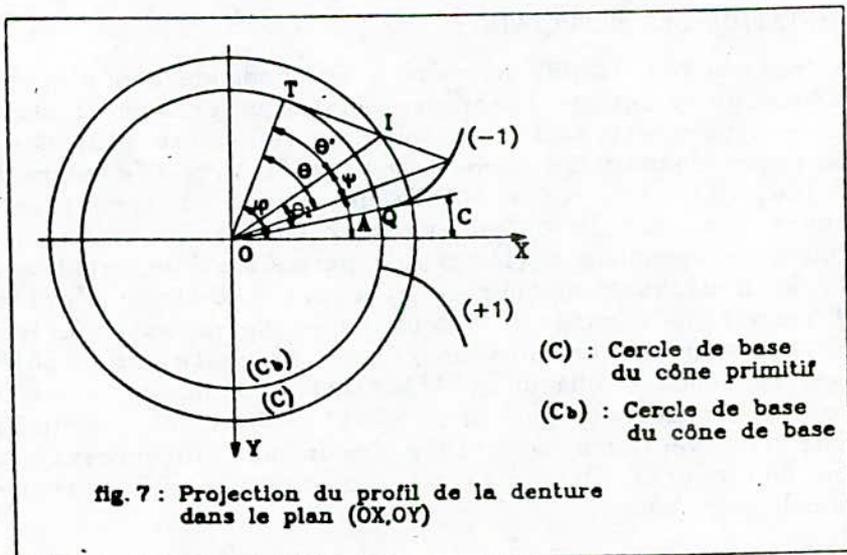
$$\sin(\theta) = \frac{\sin(\lambda + \lambda_p)}{\sin(\delta)} \quad (15)$$

$$\sin(\theta') = \frac{\sin(\lambda_p)}{\sin(\delta_p)} \quad (16)$$

c) La fig.7 permet d'écrire :

$$\psi = \theta - \theta' \quad (17)$$

$$\sin(A) = \frac{(Y_p - rN_y)}{R \sin(\delta)} \quad (18)$$



$$C = A + \varepsilon(\psi - \theta_1) \quad (19)$$

d) longueur de l'arc de référence pris sur le cercle de base du cône primitif coupé par la sphère de rayon R :

$$\ell'_{ref} = \varepsilon f(P_c - S_p) + \ell_{ref} \quad (20)$$

avec :

$$\ell_{ref} = R \sin(\delta_p) C_{ref} \quad (21)$$

et  $f = 0$  si  $\varepsilon = \varepsilon_{ref}$  ;  $f = 1$  si  $\varepsilon = -\varepsilon_{ref}$  ( $\varepsilon_{ref}$  étant le signe du flanc contenant le point de référence auquel correspond  $C_{ref}$ ).

$P_c$  est la pas circonférentiel au cercle primitif et  $S_p$  l'épaisseur primitive.

e) Ecart suivant la normale par rapport au point de référence :

L'écart d'un point  $i$  quelconque par rapport au point de référence est :

$$\Delta \ell_{i,ref} = \varepsilon (\ell'_{ref} - \ell_i) \cdot (\vec{t} \cdot \vec{N}) \quad (22)$$

$\vec{t} \cdot \vec{N}$  est le produit scalaire de la normale  $\vec{N}$  à la surface de denture avec le vecteur tangent au point  $M'$  au cercle de base de la roue conique génératrice. Il peut être écrit sous la forme :

$$\begin{aligned} \vec{t} \cdot \vec{N} = & \cos(\alpha) [\cos(\theta_2)\cos(\theta_3) + \cos(\nu_f)\sin(\theta_2)\sin(\theta_3)] + \\ & + \sin(\alpha)\sin(\nu_f)\sin(\theta_2) \end{aligned} \quad (23)$$

Dans cette méthode, les valeurs de  $\Delta \ell_{i,ref}$  dépendent du point de référence choisi. L'application de la méthode d'optimisation de J.M. DAVID permet d'éliminer l'influence de ce point de référence.

#### IV) INTERPRETATION DES RESULTATS :

Les écarts fournis par la MMT en mesure en commande numérique ou calculés par la méthode du point de référence sont les erreurs globales causées par de nombreux paramètres. Ces erreurs peuvent être classées en défauts de position et en défauts de forme. Le premier type d'erreurs caractérise l'excentricité entre les référentiels de mesure et théorique. Le second type d'erreurs qualifie le défaut géométrique de la denture, défaut qui peut être du à des mauvais réglages des paramètres de taillage, à l'usure de l'outil, à la dilatation thermique, etc. La méthode d'optimisation de J.M. DAVID permet de séparer ces deux types de défauts. Elle consiste à décomposer le champ des erreurs en champs élémentaires appelés vecteurs d'analyse correspondant chacun à l'influence d'un paramètre connu et à traduire cette influence par des coefficients représentant la part d'erreurs de ces vecteurs d'analyse (pour une interprétation physique correcte de ces coefficients, la base constituée de vecteurs d'analyse doit être orthogonale).

Pour la construction des vecteurs d'analyse, deux méthodes peuvent être envisagées :

- la méthode par simulation qui consiste à faire varier d'une quantité élémentaire un paramètre caractéristique du pignon (par exemple, l'écartement des fraises) correspondant à un réglage de la machine de taillage en utilisant le modèle mathématique de la surface de denture.
- la méthode analytique qui consiste à utiliser la relation qui lie les paramètres de réglage entre eux. Si  $F = f(P_1, P_2, P_3, \dots, P_j)$  est cette relation, on a alors :

$$dF = \frac{\partial f}{\partial P_1} dP_1 + \frac{\partial f}{\partial P_2} dP_2 + \frac{\partial f}{\partial P_3} dP_3 + \dots + \frac{\partial f}{\partial P_j} dP_j \quad (24)$$

$dP_1, dP_2, dP_j$  sont les variations élémentaires à subir aux paramètres respectifs (pour analyser un paramètre donné, on maintiendra les autres constants).

La quantité  $dF$  peut représenter le module d'un vecteur dont on fixera le support selon la forme géométrique que prête la surface mesurée. Les fig.8 et 9 récapitulent les résultats d'optimisation en position et en défaut de forme (influence de l'inclinaison des fraises et du déport).

FICHIERS ORIGINES : OCT21hÉnes	
ECART QUADRATIQUE MOYEN	: 0.0641802502
ECART QUADRATIQUE RESIDUEL MOYEN	: 0.0593907364
***** PROJECTIONS *****	
TRANSLATION SUIVANT X en mm	: -0.1167635143
TRANSLATION SUIVANT Y en mm	: 0.0373056866
ROTATION AUTOUR DE X en mm/n	: 0.3082544056
ROTATION AUTOUR DE Y en mm/n	: 1.4195013963
ROTATION AUTOUR DE Z en mm/n	: 0.4555208311
OCT2-dGsin	: -0.1074570830
fig.8 : Optimisation en position et en défaut de forme correspondant à l'influence de l'inclinaison des fraises	

FICHIERS ORIGINES : OCT21hÉnes	
ECART QUADRATIQUE MOYEN	: 0.0641802502
ECART QUADRATIQUE RESIDUEL MOYEN	: 0.0593907448
***** PROJECTIONS *****	
TRANSLATION SUIVANT X en mm	: -0.1167635143
TRANSLATION SUIVANT Y en mm	: 0.0373056866
ROTATION AUTOUR DE X en mm/n	: 0.3082544056
ROTATION AUTOUR DE Y en mm/n	: 1.4195013963
ROTATION AUTOUR DE Z en mm/n	: 0.4555208311
OCT2-dVsin	: -0.4707538869
fig.9 : Optimisation en position et en défaut de forme correspondant à l'influence du déport	

## V) CONCLUSION :

L'étude que nous proposons permet d'aborder facilement le contrôle des engrenages coniques droits sur les machines à mesurer tridimensionnelles à commande numérique ou à commande manuelle. L'utilisation de la méthode d'optimisation de J.M. DAVID, permet de traduire l'ensemble des écarts fournis par la machine ou calculés par la méthode du point de référence en coefficients correspondants à des corrections des paramètres de réglage considérés de la machine de taillage. La qualité de production peut donc être nettement améliorée.

## VI) BIBLIOGRAPHIE :

- [1] M. BOUAZIZ, J.M. DAVID, R. LEBORZEC et T. COOREVITS : Contrôle des dentures coniques droites sur machine à mesurer tridimensionnelle. 3eme Congrès Mondial des Engrenages et des Transmissions. 12, 13 et 14 Février 1992. Paris - France.
- [2] T. COOREVITS : Contribution au développement des techniques d'autocalibrage aux machines à mesurer tridimensionnelles. Thèse de doctorat, Février 1990.
- [3] T. COOREVITS et J.M. DAVID : Le contrôle tridimensionnel sur machine à mesurer et machine-outil. Nathan 1991.
- [4] G. HENRIOT : Traité théorique et pratique des engrenages, tomes 1 et 2, Dunod 1978.
- [5] J.C. RAFFY et M. GODET : Le calcul des engrenages coniques droits à développante de cercle sphérique. S.E.I.E N° 53, Septembre 1967.

دراسة الاجهاد ضعيف الدور  
في حالة مد-ضغط  
والتواء متناوب على سبيكة  
من المغنيزيوم GA3Z1

ABERKANE.M\* et PLUVINAGE.G

LABORATOIRE DE FIABILITE MECANIQUE

Ile du saulcy 57045 METZ Cedex 01 (FRANCE)

ملخص:

تهدف هذه الدراسة في وصف و تمييز سلوك سبيكة من المغنيزيوم ذات الصيغة GA3Z1 في حالة اجهاد (تعب) ضعيف الدور حيث عرضت العينة ذات الشكل الانبوبي لتأثير المد-الضغط و كذا لفعل الالتواء المتناوب، و سمحت هذه التجارب بتعيين منحنيات المقاومة في حالة الاجهاد ضعيف الدور. و من جهة اخرى سمحت الملاحظة المجهرية بفحص آليات التقوية للذن الدورى المتواجد في حالة المد-الضغط.

ETUDE EN FATIGUE OLIGOCYCLIQUE EN  
TRACTION-COMPRESSION ET EN TORSION ALTERNÉE  
SUR L'ALLIAGE DE MAGNESIUM GA3Z1

RESUME:

Cette étude consiste à caractériser le comportement en fatigue oligocyclique d'un alliage de Magnésium GA3Z1. Les éprouvettes tubulaires ont été sollicitées en traction-compression et en torsion alternée. Les résultats obtenus ont permis de définir les courbes de résistance à la fatigue oligocyclique. L'étude microscopique, menée par ailleurs, a permis l'examen des mécanismes de déformation plastique cyclique mis en jeu dans le cas de la traction-compression.

\* Maître Assistant à l'Institut de Génie Mécanique de  
l'Université de TIZI-OUZOU 15000 (ALGERIE)

# LOW CYCLE FATIGUE STUDY UNDER TENSION-COMPRESSION AND REVERSED-TORSION OF A MAGNESIUM ALLOY GA3Z1

## ABSTRACT:

This study consisted in characterizing the behavior in low cycle fatigue of a Magnesium alloy GA3Z1. Tubular specimen were pulled under tension-compression and reversed torsion. The obtained results let us to define strenght curves to low cycle fatigue. Microscopic study permitted the examination of the cyclic plastic strain at stake concerning tension-compression.

## I) Introduction:

L'expérience industrielle montre que les ruptures de pièces de machines ou de structures en fonctionnement normal sont le plus souvent dûes à la fatigue. Celle-ci est particulièrement insidieuse du fait de son caractère progressif masqué. Ceci conduit très souvent à une rupture brutale qui peut provoquer un accident.

Les recherches sur la rupture par fatigue des métaux provoquées par un faible nombre de cycles ont surtout pris de l'importance depuis 1960 grâce aux travaux de COFFIN-MANSON et MORROW. COFFIN [1] situe le domaine de la fatigue oligocyclique quand la rupture a lieu à moins de  $10^5$  cycles et elle est caractérisée par l'existence d'une boucle d'hystérésis  $\sigma$ - $\epsilon$  dont la largeur constitue l'accomodation plastique de l'éprouvette pour chaque cycle.

Ce type d'essai fournit deux informations principales concernant le matériau. Son comportement cyclique (évolution de la contrainte avec la déformation cumulée) d'une part, et sa durée de vie (nombre de cycles à la rupture) d'autre part.

## II) Sur les diverses relations et modèles de comportement en fatigue oligocyclique:

Les diverses lois de MANSON-COFFIN et BASQUIN [2] permettant de représenter l'évolution de la durée de vie à rupture avec la déformation élastique imposée sont ainsi formulées:

$$\frac{\Delta \epsilon_e}{2} \left( \frac{\Delta \gamma_e}{2} \right) = \frac{\sigma'_F}{E} \left( \frac{\tau'_F}{G} \right) [2N_R]^b \epsilon_e^{(b \gamma)} \quad (1)$$

$$\frac{\Delta \epsilon_p}{2} \left( \frac{\Delta \gamma_p}{2} \right) = \epsilon'_F (\gamma'_F) [2N_R]^c \epsilon_e^{(c \gamma)} \quad (2)$$

$$\frac{\Delta \epsilon_t}{2} \left( \frac{\Delta \gamma_t}{2} \right) = \frac{\Delta \epsilon_e}{2} \left( \frac{\Delta \gamma_e}{2} \right) + \frac{\Delta \epsilon_p}{2} \left( \frac{\Delta \gamma_p}{2} \right) \quad (3)$$

$b_\epsilon$  et  $c_\epsilon$  ( $b_\gamma$  et  $c_\gamma$ ) sont successivement l'exposant de la loi de BASQUIN et de la loi de COFFIN;  $\sigma'_F(\tau'_F)$  la résistance à la fatigue et  $\epsilon'_F(\gamma'_F)$  la ductilité en fatigue;  $N_R$  le nombre de cycles à rupture.

La loi de comportement cyclique est représentée sous la forme d'une loi puissance

$$\sigma(\tau) = K' [\Delta\epsilon_p (\Delta\gamma_p)]^{n'} \quad (4)$$

$n'$  est le coefficient d'érouissage cyclique et  $K'$  est le coefficient de consolidation cyclique

Les courbes de traction et de torsion monotones sont tracées et représentées par une loi de type LUDWICK:

$$\sigma(\tau) = K [\epsilon(\gamma)]^n \quad (5)$$

### III) Matériau et méthode expérimentale

L'alliage utilisé pour l'étude expérimentale est un alliage de MAGNESIUM GA3Z1 de structure hexagonale compact. C'est un alliage pour tôles d'une légèreté remarquable ( $d=1.77\text{g/cm}^3$ ). Le matériau a été fourni sous forme de barres extrudées de 30mm de diamètre sa composition chimique est donnée dans le tableau N°1.

symbole AFNOR	A	Zn	Mn min	Si max	Cu max	Fe max	Ni max
GA3Z1	2.5-3.5	.5-1.5	>.2	.1	.05	.005	.005

TABLEAU 1: Composition chimique du MAGNESIUM GA3Z1

Les caractéristiques mécaniques sont: Limite élastique 110Mpa; Résistance ultime 270Mpa. Le matériau a été testé sous forme d'éprouvettes tubulaires ayant 18mm de diamètre extérieur et 15mm de diamètre intérieur dans la zone utile. Les têtes filetées sont de type M30 au pas de 2. Le raccordement entre ces têtes et la zone utile a été choisi torique afin de limiter les concentrations de contraintes.

Les déformations normales et les cisaillements sont enregistrées au cours de l'essai à partir d'un extensomètre à came spécialement étudié pour ces expériences. Cet extensomètre est associé à des capteurs LVDT de faibles dimensions.

Des essais de traction-compression et de torsion alternée sont réalisés avec des amplitudes de déformation conduisant à des durées de vie variant de quelques dizaines à environ 10000 cycles. Ces essais permettent de caractériser le comportement cyclique du matériau et notamment de déterminer les courbes de MANSION-COFFIN ainsi que celle d'érouissage cyclique en traction-compression et en torsion alternée.

#### IV) Résultats expérimentaux et analyse

L'évolution des boucles d'hystérésis pour les essais de traction-compression et ceux de torsion alternée fournit les informations nécessaires au tracé des courbes de MANSOON-COFFIN. L'on constate que, d'une part, le profil des boucles d'hystérésis (fig 1) présente d'une dissymétrie dans le cas des essais en traction-compression et que, d'autre part, ce phénomène disparaît dans le profil des boucles d'hystérésis dans le cas d'essais en torsion alternée (fig 2).

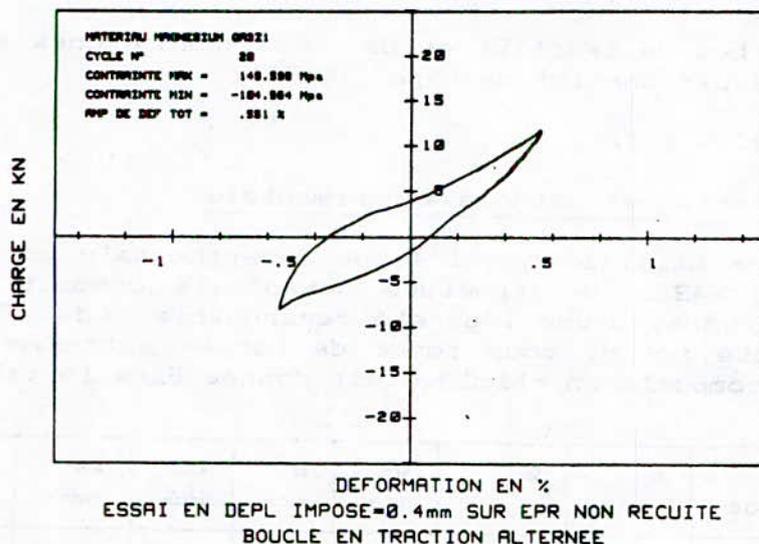


FIGURE 1: Boucle d'hystérésis en traction-compression

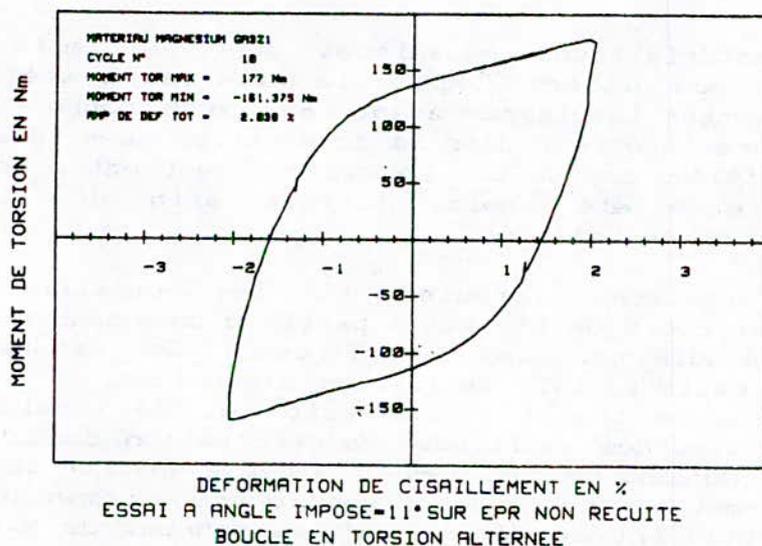


FIGURE 2: Boucle d'hystérésis en torsion-alternée

Les courbes de MANSOON-COFFIN et BASQUIN (fig 3 et 4) tracées à partir des essais de traction-compression et ceux de torsion alternée. Permettent de déterminer les relations et modèles de comportement en fatigue oligocyclique (relations 6 et 7).

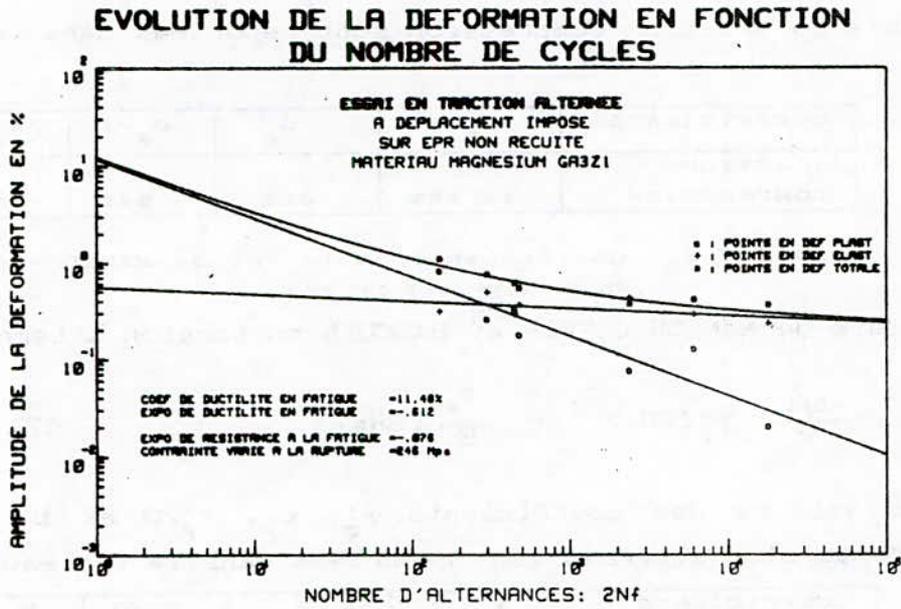


FIGURE 3: Courbe de MANSOON-COFFIN en traction-compression

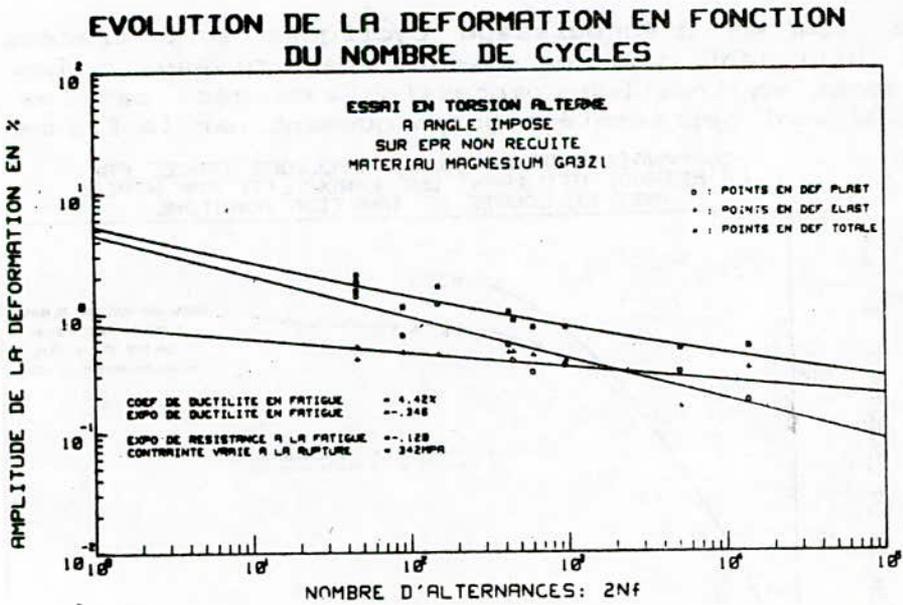


FIGURE 4: Courbe de MANSOON-COFFIN en torsion alternée

Modèle de MANSOON-COFFIN et BASQUIN en traction-compression

$$\frac{\Delta \epsilon_t}{2} = \epsilon'_F (2N_R)^{c_\epsilon} + \frac{\sigma'_F}{E} (2N_R) \quad (6)$$

Les valeurs des coefficients  $\epsilon'_F$ ,  $c_\epsilon$ ,  $\sigma'_F/E$  et  $b_\epsilon$  pour les essais de traction-compression sont reportées dans le tableau N°2.

COEFFICIENTS	$\epsilon'_F$	$c_\epsilon$	$\sigma'_F/E$	$b_\epsilon$
TRACTION				
COMPRESSION	11.48%	-.612	.547	-.076

TABLEAU 2: Coefficients de la loi de MANSOON-COFFIN en traction-compression

Modèle de MANSOON-COFFIN et BASQUIN en torsion alternée

$$\frac{\Delta \gamma_t}{2} = \gamma'_F (2N_R)^{c_\gamma} + \frac{\tau'_F}{E} (2N_R) \quad (7)$$

Les valeurs des coefficients  $\gamma'_F$ ,  $c_\gamma$ ,  $\tau'_F/G$  et  $b_\gamma$  pour les essais de torsion alternée sont reportées dans le tableau N°3.

COEFFICIENTS	$\gamma'_F$	$c_\gamma$	$\tau'_F/G$	$b_\gamma$
TORSION				
ALTERNEE	4.42%	-.346	.760	-.120

TABLEAU 3: Coefficients de la loi de MANSOON-COFFIN en torsion alternée

Les courbes d'érouissage cycliques sont tracées avec la méthode utilisant une éprouvette par niveau. Les lois de comportement en traction-compression exprimées par les relations (8) et (9) sont représentées graphiquement par la figure 5.

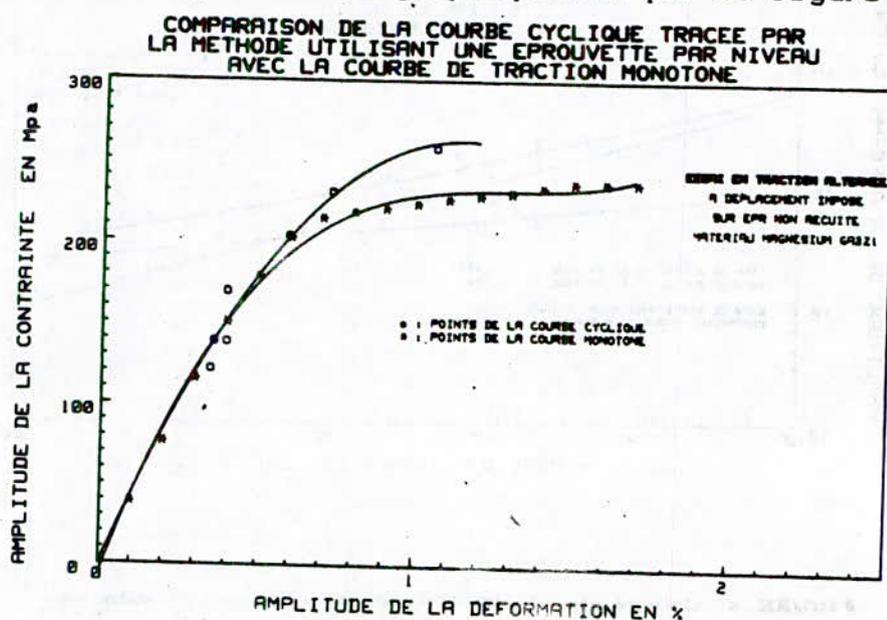


FIGURE 5: Courbe cyclique en traction-compression

Loi de comportement cyclique  $\sigma = K'_\epsilon (\epsilon_p)^{n'_\epsilon}$  (8)

Loi de comportement monotone  $\sigma = K_\epsilon (\epsilon_p)^{n_\epsilon}$  (9)

Les valeurs de  $K_\epsilon$ ,  $n_\epsilon$ ,  $K'_\epsilon$  et  $n'_\epsilon$  sont reportées dans le tableau N°4

COEFFICIENTS	$K_\epsilon$ (Mpa)	$n_\epsilon$	$K'_\epsilon$	$n'_\epsilon$
TRACTION	241	.078	290	.28
COMPRESSION				

TABLEAU 4: Coefficients des lois de comportement en traction-compression

En torsion (fig 6) la contrainte de cisaillement est déterminée par la méthode proposée par NADAI et étendue par BROWN [3] aux cylindres à parois minces. Elle nous a permis d'accéder aux lois de comportements (10) et (11).

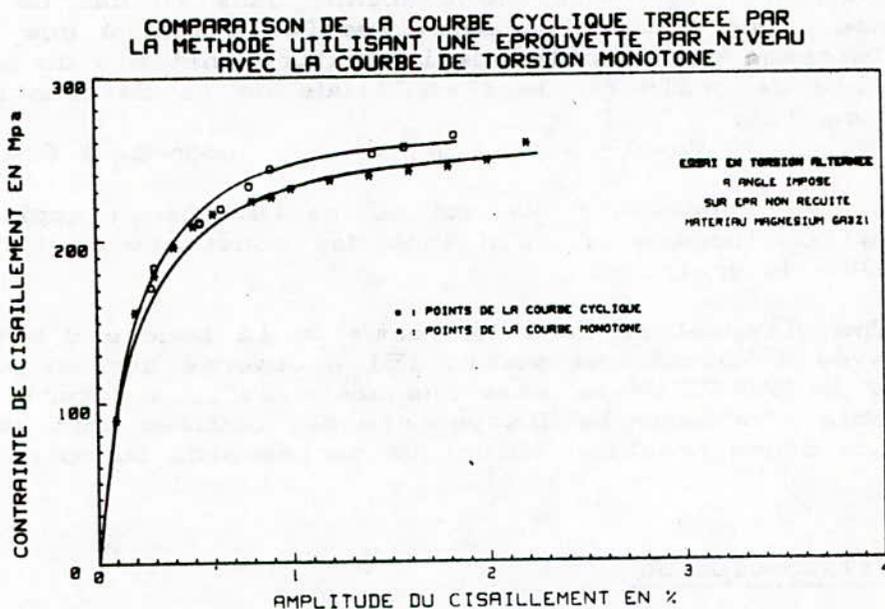


FIGURE 6: Courbe cyclique en torsion-alternée

Loi de comportement cyclique  $\tau = K'_\gamma (\gamma_p)^{n'_\gamma}$  (10)

Loi de comportement monotone  $\tau = K_\gamma (\gamma_p)^{n_\gamma}$  (11)

Les valeurs de  $K'_\gamma$ ,  $K_\gamma$ ,  $n'_\gamma$  et  $n_\gamma$  sont reportées dans le tableau N°5.

COEFFICIENTS	$K_\gamma$ MPa	$n_\gamma$	$K'_\gamma$	$n'_\gamma$
TORSION ALTERNEE	259	.120	279	.18

TABLEAU 5: Coefficients des lois de comportement en torsion- alternée.

On constate d'après l'observation des figures 5 et 6 que l'alliage de MAGNESIUM GA3Z1 se durcit sous sollicitations cycliques.

#### V) Examen métallographique

Le MAGNESIUM étant un hexagonal compact, les mécanismes de déformation sont principalement le glissement sur le plan de base. Toutefois ces possibilités étant réduites, d'autres mécanismes peuvent intervenir notamment le maclage. En effet l'examen micrographique des éprouvettes révèle l'existence d'une déformation par maclage en traction-compression alors que ce type de déformation est totalement absent dans le cas de la torsion alternée. Une étude plus détaillée [4] a montré que l'intensité de ce maclage est fonction de la texture initiale du matériau, de la taille de grain et de l'amplitude de la déformation imposée selon une loi:

$$V_m = 1 - \exp(-A \Delta \epsilon_t^d) \quad \text{pour } \Delta \epsilon_t > 0.4\% \quad (12)$$

où  $V_m$  représente le volume maclé,  $\Delta \epsilon_t$  l'amplitude de la déformation imposée, A et d sont des constantes qui dépendent de la taille du grain.

Une dissymétrie dans la forme de la boucle d'hystérésis est à relevée. Notons que WOOLEY [5] a observé sur un polycristal à 99.99% de MAGNESIUM le même phénomène qu'il a imputé au maclage. Il semble alors que la dissymétrie des boucles soit associée à la présence d'une fraction volumique maclée plus ou moins importante.

#### VI) Conclusion

Les travaux sur l'alliage de MAGNESIUM GA3Z1 permettent de mettre en lumière les deux points suivants:

1- Le matériau se durcit cycliquement quelque soit le type de sollicitations appliquées.

2- Pour les essais de traction-compression l'apparition d'une dissymétrie de la boucle d'hystérésis semble liée à la présence de maclage.

### Bibliographie

- [1] COFFIN L.F  
"Some perspectives on futur directions in low cycle fatigue"  
Low cycle fatigue ASTM STP 942 pp 14 (1988).
- [2] LIEURADE H.P et la Commission Fatigue des Métaux de la  
S.F.M  
La pratique des essais de fatigue  
P.Y.C Editions pp 126-188 (1982).
- [3] WILLIAMS R.A; PLACEK R.J; KLUTAS O; ADAM S.L and GONYEA  
D.C  
"Biaxial/torsional fatigue of turbine-generator rotor steels"  
Multiaxial fatigue MILLER/BROWN editors (1985).
- [4] MEFTAH D  
"Contribution à l'étude des mécanismes de déformation  
plastique d'un alliage de MAGNESIUM GA3Z1 en fatigue  
oligocyclique"  
Thèse de MAGISTER Ain oussara (1990)
- [5] KLASSEN M.V; MEKLYDOVA  
"Twining during plastic déformation and fracture of crystals"  
Authorized translation from the russian by BRADLEY  
J.E.S Bsc. Phd pp 101-104  
Consultant bureau NEW-YORK (1964)



Sélection de quelques livres par l'A.J.O.T.

- N. Nelson** : La compression des données, textes, images, sons  
420p, Dunod, 1993, 320 F.  
(Destinée au programmeur C).
- N. Silverio** : Langage C\*\*. Programmation orientée objet  
324p, Editions Eyrolles, 1993, 115F.
- M.P.Silverman**. And yet it Moves. Strange Systems and subtle  
Questions in Physics.  
226p, Cambridge University Press, 1993 £ 12,95.
- P.N. Favennec** - L'implantation ionique pour la  
microélectronique et l'optique -  
506p., Masson, 1993, 440F.
- C.E. Chitour** - Physico-chimie des surfaces.  
Volume 1. - Les interfaces liquide - liquide et gaz liquide.  
O.P.U. - 1992 - 240p.  
Volume 2 - Les interfaces gaz - solide et liquide - solide.  
O.P.U. - 1992 - 456p.
- KEDJOUR Nasr-Eddine** - Propriété et pathologie du béton.  
O.P.U. - 1993 - 270p. 96DA.
- Yves Quéré** - Physique des Matériaux -  
ELLIPSES - 1993 - 464p. 220F.
- E. Weislinger** - Mathématiques pour physiciens.  
ELLIPSES - 1991 - 352p.
- Marc Pogu et Georges Tournemines** - Modélisation et résolution  
d'équations de la mécanique des milieux continus -  
ELLIPSES - 1992 - 320p. 230F.
- Paul Germain** - Mécanique (cours de l'Ecole Polytechnique) -  
2 volumes, 448p. chacun - 480F - ELLIPSES - 1986.
- Jean Salençon** - Mécanique des milieux continus (cours de  
l'Ecole Polytechnique) -  
ELLIPSES - 1988 - 2 volumes  
Volume 1 - 272p., 160F.  
Volume 2 - 320p., 190F.
- Bernard Sapoval, Claudine Hermann** - Physique des semi-  
conducteurs - Cours de l'Ecole Polytechnique -  
ELLIPSES - 1990 - 288 pages, 190F.
- Eikichi Yamashita** - Analysis methods for electromagnetic wave  
problems.  
Artch 1990 - 350p. £ 65.
- Prakish Bhartia, K.V.S. Rao and Tomar** - Millimeter wave  
microstrip and printed circuits antennas.  
Artech - 1991 - 256p. £ 55.

## Présentation d'ouvrage

Titre : Creusement d'ouvrages souterrains

Volume : I. TUNNEL. Calcul soutènement provisoire  
II. TUNNEL. Calcul revêtement définitif  
III. Calcul d'une station de métro  
IV. TUNNEL. Calcul à ciel ouvert

Auteur : C. CHARCHALI

Editeur : O.P.U. Année : 03. 1993 I.S.B.N. 2.03.3694:2.03.3695  
2.03.3696:2.03.3741

Ces 4 volumes constituent plus une bonne illustration qu'un cours. Ils regroupent les recettes relatives à l'étude de la stabilité et du creusement de tunnel en zone urbaine. Les méthodes exposées constituent une présentation simplifiée mais assez exhaustive des procédés classiques applicables dans ce domaine.

La sélection des points retenus couvre bien les problèmes relatifs à la réalisation d'un réseau de métro et de son application.

Les exemples cités correspondent à une expérience réelle sur le terrain.

L'intérêt de ces ouvrages réside dans la nouveauté de ce type d'expérience en Algérie, dans le choix d'un bon nombre d'exercices d'illustration, de figures, de documents techniques sous forme de plans et de coupes et une bibliographie bien appropriée.

Ces livres sont utiles pour les étudiants de 3ème, 4ème et 5ème années du cycle d'ingénieurs des mines et des travaux publics et ainsi que pour les techniciens supérieurs ; pour les enseignants et les chercheurs de ces domaines.

Ces livres comblent un vide certain de publications locales dans les secteurs minier et génie-civil et serviront de documents techniques et d'exemples pédagogiques et à bon marché.

**Titre** : Calcul des structures hyperstatiques  
**Auteurs** : G. MOMANU ; P. SARDA  
**Editeur** : O.P.U.. Réimpression 1993. Codification 2.03.320.  
**Nombre de volume** : un (01)

### Présentation globale de l'ouvrage.

Le recueil "Calcul des structures hyperstatiques" réuni des méthodes de conception bien connues, d'une manière assez exhaustive. Il traite le calcul des déformations élastiques des éléments de structures, et certaines compositions par les méthodes énergétiques en se basant sur les théorèmes de l'énergie qui constituent une approche, à la fois élégante et très puissante dans l'analyse des structures isostatiques et même hyperstatiques. Aussi, une présentation complète et détaillée, couvrant la majeure partie du livre, a été réservée aux méthodes des forces et des déformations servant au calcul des moments fléchissants sur appuis, ainsi que les efforts internes dans les structures planes hyperstatiques à noeuds fixes et déplaçables.

Les exercices traités sont très pédagogiques. Cependant l'ouvrage aurait gagné plus d'intérêt, si l'on y avait introduit une approche unifiée centrée sur le principe des travaux virtuels servant au calcul des structures, par une approche variationnelle basée sur une formulation matricielle. Car, on a ainsi la possibilité de coupler les comportements des éléments constitutifs de la structure globale, aussi bien dans le domaine linéaire que non linéaire.

Enfin, cette réimpression 1993, relativement bien présentée, correctement illustrée, de prix raisonnable reste bien utile pour les étudiants, les techniciens et les ingénieurs des bureaux d'études, concernés par la conception des structures usuelles.

Quelques colloques prévus pour l'année 1994

15 - 16 mars -

Les troisièmes entretiens de la Technologie - Paris (France)  
Tailhades, Europa Organisation/E.A.E.A.  
40 boulevard des Récollets, B.P. 4406, 31405 Toulouse Cedex

21 - 23 mars -

Eurogas 94 - Trondheim (Norvège)  
Eurogas 94, Norwegian Petroleum Society, P.O. Box 6050  
7003 Trondheim, Norvège.

20 - 24 avril

International workshop on super conductivity and particle  
detection. Toledé (Espagne)  
Ms. M. Fatas, Instituto de Fisica Nuclear Atlas Energias  
Universidad de Zaragoza, 50009 Zaragoza, Espagne.

10 - 11 mai

Conference on modelling Simulation of electrical systems -  
CMSES 94.  
Mr. Merdj Eddib, B.P. 26, ENSET de Skikda Algeria

28 - 30 mai

Les traitements de surface et revêtements par projection à  
chaud. Séminaire International SITSRPC'94.  
Mr. MESRATI - Ecole Nationale Polytechnique Alger - Algérie

30 mai - 03 juin

14th International Conference. Avignon (France)  
Artificial intelligence, K.B.S., Expert Systems, natural  
langage.  
J.C. Rault, EC2, 269 - 287 rue de la Garenne,  
92024 Nanterre Cedex

12 - 17 juin

9eme Congrès Méditerranéen de Chimiothérapie - Milan (Italie)  
Organizing Secretariat, OIC Incentive, Viale Majno, 21,  
20122 Milano, Italie

**20 - 23 juin**

19eme Congrès mondial du gaz - Milan (Italie)  
Comité National d'Organisation du 19eme Congrès mondial du gaz  
S/C SNAM S.p.A. Piazza S. Barbara, 7 I N S O 3. 20097  
San Donato Milanese (M.I.) Italie

**28 juin - 29 juillet -**

Les houches (France)  
Physique quantitative mésoscopique

**2 Août - 9 septembre -**

Les houches (France)  
Géométries fluctuantes en mécanique statistique et en théorie  
des champs.  
Ecole d'été de Physique théorique. 74310 Les houches

**24 - 26 septembre**

International Conference on Signals and Systems - ICSS'94  
Mr. A. Ouahabi - Institut d'Electronique U.S.T.H.B. B.P.32  
Bab-Ezzouar 16111 Alger Algeria

**11 - 13 octobre**

3eme Colloque International sur l'intelligence dans les  
réseaux - Bordeaux ( France)  
Secrétariat du Colloque, ADERA ICIN 94. B.P. 196, 33608  
Pessac Cedex

**5 - 6 novembre**

2eme Colloque sur l'électrotechnique et l'automatique.  
Ex - ITEEM , l'INSFP - Beaulieu - El-Harrach - Alger

**17 - 19 octobre**

3rd International Symposium on supercritical fluids -  
Strasbourg (France).  
Congrès "Fluides supercritiques", E.N.S.I.C.  
Melle Brionne, B.P. 451, 1 rue Grand-Ville 54001 Nancy Cedex

**14 - 18 novembre**

Fifth International Conference : envirossoft 94 - Development  
and application of computer techniques to environmental  
studies. San-Francisco (Etats-Unis).  
Wessex Institute of Technology, Ashurst Lodge, Ashurst, Sou  
thampton, S04 2AA, Grande Bretagne

La Revue A.J.O.T. est disponible à la vente auprès :

- de l'O.P.U. de Ben-Aknoun et ses librairies régionales ;

- du C.E.R.I.S.T., rue des Frères Aissou Ben-Aknoun Alger ;

- de l'Ecole Nationale Polytechnique - Hassan-Badi 16200 El-Harrach ALGER

L'abonnement ou l'achat de l'A.J.O.T. se fera dans le cas de l'E.N.P. par règlement au compte C.C.P. N° 16196 - 58, agent comptable - Ecole Nationale Polytechnique B.P. N°182 - H. Badi El-Harrach 16200.

# RECOMMANDATIONS AUX AUTEURS

L'Algerian Journal of Technology (AJOT) publie des articles originaux de travaux de recherche relevant de son domaine scientifique et technologique. Les sujets traités concernent la théorie, la conception, les applications et le développement dans le cadre des disciplines couvertes par les séries A, B, C et D. Les contributions paraîtront sous forme:

1. d'articles présentant un apport significatif en recherche, développement, ou applications de concepts (moins de 20 pages)
2. de notes techniques et correspondances courtes, commentant ou corrigeant des articles antérieurs publiés dans l'AJOT (moins de 10 pages)
3. de Synthèses ou Monographies (moins de 40 pages)
4. de Comptes Rendus de Conférences, Colloque, Symposium, Séminaires regroupés dans un numéro spécial de l'AJOT

La soumission d'un manuscrit signifie qu'il n'est pas déjà protégé par un Copyright, qu'il n'a pas été publié, ou soumis ou accepté pour publication ailleurs.

Les manuscrits doivent être écrits, de préférence, en Anglais. L'AJOT tendra en régime normal à n'accepter les manuscrits en Arabe ou en Français qu'à concurrence de 50% au maximum de son contenu global.

Tous les manuscrits doivent être aussi concis que possible. L'Editeur se réserve le droit de refuser de considérer les articles dont la pagination dépasse la limite maximale autorisée. En cas d'acceptation les dépassements seront facturés aux auteurs.

## A. PROCEDURE DE SOUMISSION D'UN MANUSCRIT

1. Tous les manuscrits seront soumis en 5 exemplaires complets, l'un d'eux étant l'original. Ceci est requis pour permettre au Comité de Lecture d'oeuvrer rapidement.
2. Les auteurs dont les articles sont acceptés, s'ils ne l'ont pas déjà fait, doivent fournir une brève biographie (moins de 100 mots) et 2 photographies de passeport.
3. Les manuscrits seront transmis avec 2 copies de la lettre demande de publication. Cette lettre donnera votre adresse préférée pour la correspondance et, si possible, le numéro de téléphone et/ou du télex. Informer le Rédacteur en Chef de tout changement d'adresse en temps utile.

## B. COPYRIGHT

Par son règlement intérieur, l'AJOT, pour compenser son apport d'éditeur, s'adjuge la moitié des droits de ses auteurs. A cet effet, la lettre demande de publication doit comporter l'accord signé des auteurs sur ce règlement.

## C. PRESENTATION DU MANUSCRIT

1. Les manuscrits seront dactylographiés sur du bon papier blanc de format A4 (21x29.7 cm), au recto seulement avec une marge de 3 cm relativement à chaque bord; la revue se présentant en format 27x19 cm avec une impression recto-verso.
2. On portera sur la première feuille:
  - le titre de l'article (sans symboles) aussi condensé que possible
  - les noms des auteurs (en nombre limité, éviter les articles de plus de 3 auteurs) seront précédés de leurs prénoms. Un Astérisque marquera le nom de l'auteur auquel sera adressée toute correspondance relative à l'article
  - les noms et adresses des Laboratoires concernés
  - les mots clés conformément aux normes admises par les banques de données
  - les résumés dans les 3 langues: Arabe, Anglais et Français, dans cet ordre (300 mots au maximum pour les articles originaux ou de Synthèse, 75 mots au maximum pour les notes techniques et correspondances, et sans équations, références, ou notes de remerciements)
3. Fournir une introduction qui indique un état du sujet et la contribution de l'article.
4. Indiquer éventuellement les avantages, limitations, et applications possibles en Conclusion.
5. Les références bibliographiques numérotés entre crochets, placées à la fin de l'article préciseront dans l'ordre:
  - les noms de tous les auteurs précédés des initiales de leurs prénoms,
  - le titre de l'article,
  - l'abréviation du titre du périodique, dans le cas d'un livre, donner le nom de l'Editeur,
  - les nombres de pages inclusifs (ou chapitre) à la suite de l'indication du Volume, le Mois et l'Année.

6. Les équations doivent être numérotées dans le texte en chiffres arabes (entre parenthèses) et on évitera l'emploi simultané des indices.

Les références dans le texte apparaîtront par numéro entre crochets placé éventuellement après le nom d'un ou deux auteurs au maximum.

8. La liste des références sera frappée en double interlignes à la fin du texte dans l'ordre de leur citation dans le texte.
9. La nomenclature et les abréviations doivent être représentées dans un glossaire en fin de texte après la liste de référence.
10. Le système d'unité international sera employé même si la pratique particulière nécessite l'emploi d'un autre système d'unités. L'équivalence dans le système international (SI) devra apparaître entre parenthèses.
11. L'impression de la frappe de couleur noire doit être bien contrastée. Se méfier des imprimantes d'ordinateurs donnant l'impression grise difficile à reproduire.
12. Les caractères de frappe choisis ne doivent être ni trop serrés ni trop grêles. Les lettres et signes auront une hauteur d'au moins 2 mm. Eviter les caractères et les symboles trop gras.
13. Pour les titres de paragraphe, utiliser des capitales ou des caractères gras, non soulignés. Les titres d'alinéas seront soulignés.
14. Tous les titres de paragraphes ou d'alinéas commencent à partir de la marge gauche de la feuille.
15. L'espacement de l'écriture sera de 60 à 70 signes par ligne 150 mm par ligne; celui des inter-lignes sera choisi de telle sorte qu'il ait environ 35 lignes par page.

#### D. COURBES, TABLEAUX ET PHOTOS

1. Il est dans l'intérêt des auteurs de soumettre des illustrations de qualité professionnelle. L'AJOT n'a pas de service d'art et de dessin à offrir.
2. Les dessins originaux seront faits à l'encre de chine noire sur calque blanc. La taille maximum est limitée à 21x13 cm. Les impressions sur papier glacé des illustrations sont aussi acceptables.
3. Toutes les inscriptions doivent être assez grandes pour pouvoir demeurer lisibles après réduction au quart de la dimension originale. Il est interdit de porter à même les figures, les inscriptions ou autres commentaires.
4. Numéroté très légèrement au crayon noir chaque figure de l'illustration originale. Aucune légende ne doit apparaître sur les figures.
5. Fournir dans une feuille séparée le listing de toutes les légendes, dans un style soigné pour la composition.

6. Les photographies des auteurs devraient mesurer entre 3 et 9 cm dans leur plus grande dimension. Le format des photographies, en générale, peut aller depuis celui d'identité jusqu'au format 21x13 cm.
7. La numérotation des figures et des photographies est commune. Une liste doit être fournie à part avec leurs titres.
8. Toutes les figures doivent être présentées dans le texte aux emplacements souhaités.
9. Les tableaux seront numérotés à part des figures, et doivent être présentés dans le texte aux emplacements qui leur sont destinés.

#### E. TIRAGE A PART

Quand cela est possible, il sera alloué 30 tirés à part sans couvertures aux auteurs. Dans ce cas, le paiement des frais correspondants doit être acquitté des acceptations du manuscrit conformément au vœu de l'imprimeur.

#### F. ADRESSAGE DES ARTICLES

Les articles manuscrits conformes à ces recommandations doivent être adressés à:

Mr. le Rédacteur en Chef de la Revue AJOT  
Ecole Nationale Polytechnique  
B.P. No. 182, Hassan Badi  
El-Harrach, Algiers 16200  
Algeria

TEL: 76-59-29  
76-53-01/03

TELEX: 64.147 ENP/DZ

FAX: 213-2-76-09-66

*Achevé d'imprimer sur les presses de*

**L'OFFICE DES PUBLICATIONS  
UNIVERSITAIRES**

*1, Place Centrale - Ben-Aknoun - ALGER*