

**ALGERIAN**



**J**

**ournal**

**O**

**f**

**T**

**echnology**

*Génie Civil  
Hydraulique  
Mines  
Mécanique*

*Série*

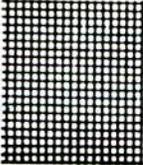
*A*

**Volume 11 N° 1**

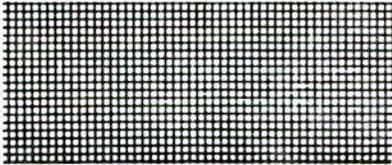
*Ecole Nationale Polytechnique International Publication*

ISSN 1111 - 357 X

**1995**



**ALGERIAN**



**J**

**ournal**

**O**

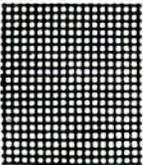
**f**

**T**

**echnology**



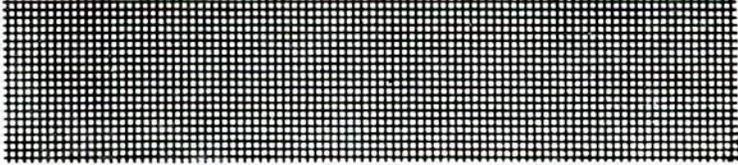
*Génie Civil  
Hydraulique  
Mines  
Mécanique*



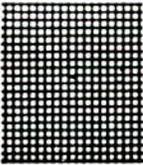
*Série*

*A*

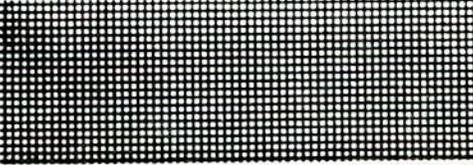
**Volume 11 N° 1**



*Ecole Nationale Polytechnique International Publication*



ISSN 111-357X



**1995**



## ALGERIAN JOURNAL OF TECHNOLOGY

Directeur de la Publication: Le Directeur de l'ENP, BENHADID, S.  
Directeur de la Rédaction: ZERGUERRAS, A.

### COMITE DE REDACTION

#### SERIE A

##### Section: Génie-Civil

ABADLIA, M.T.	I.N.M.C., Boumerdes	Algérie
BALI, A.	E.N.P., Alger	Algérie
BARD, P.Y.	LCPC, Paris et Univ.J.Fourier	France
BERRAH, M.K.	E.N.P., Alger	Algérie
CHARIF, A.	Université de Batna	Algérie
FLAVIGNY, E.	IMG-EHMG - Grenoble	France
SWAMY, R.N.	Sheffield University	Grande-Bretagne
TILIOUINE, B.	E.N.P., Alger	Algérie

##### Section: Mines

AIT-YAHIA TENE, A.	E.N.P., Alger	Algérie
GUERRAK, S.	E.N.P., Alger	Algérie
MOHAMED-AGUID, B.	E.N.P., Alger	Algérie
THIMUS, J.F.	U.C.L., Louvain	Belgique

##### Section: Hydraulique

BENHADID, S.	E.N.P., Alger	Algérie
BESBES, M.	E.N.I.T., Tunis	Tunisie
FORAY, P.	I.N.P.G., Grenoble	France
KETTAB, A.	E.N.P., Alger	Algérie
THIRRIOT, C.	INPT (ENSEEIH, Toulouse)	France
ZECH, Y.	U.C.L., Louvain	Belgique

##### Section: Génie-Mécanique

AIT-ALI, M.A.	E.N.P., Alger	Algérie
BENYOUCEF, B.	Université de Tlemcen	Algérie
GAHMUSSE, A.	E.N.P., Alger	Algérie
NACIB, B.	Université de Constantine	Algérie
RECHAK, S.	E.N.P., Alger	Algérie



## AVANT-PROPOS

Ce volume 11 de l'A.J.O.T accuse un retard d'un semestre indépendant de notre volonté. Nous nous en excusons auprès de nos auteurs et de nos lecteurs. Ce volume 11 comprendra quatre séries A, B, C et D. C'est la réalisation de la série C qui nous pose le plus de problème et fait que sa sortie sera plus tardive encore que les trois autres.

Le courrier que nous recevons traduit deux choses; la première l'intérêt croissant accordé à notre revue A.J.O.T par les chercheurs et pas seulement les nationaux, la seconde souligne le mécontentement induit par sa mauvaise diffusion. Ce dernier aspect est pris actuellement en charge; le système de facturation a été mis en place, la tarification des envois nationaux sur un barème réduit est pratiquement acquise. Seul reste encore le tarif réduit pour les envois internationaux qui ne semble pas possible encore. Par ailleurs ces dispositions nouvelles faciliteront aussi la diffusion de l'A.J.O.T par le C.E.R.I.S.T et l'O.P.U qui disposent tous deux des antennes à l'intérieur du pays.

La revue essaie de diversifier ses comités de rédaction de façon continue, en faisant appel aux personnalités marquantes de chaque filière.

Dans un autre registre, notre précédent volume 10 soulignait tout l'intérêt qu'il y avait pour le pays de développer et de promouvoir les sociétés et les associations à préoccupations scientifiques et techniques avec retombées socio-économiques favorables pour le pays. En particulier, pour le secteur des activités technologiques en raison de sa grande diversité il importait de le doter de moyens pour sa coordination et son organisation. Nous avons à cet effet préconisé et soutenu le projet de création de la Société Algérienne de Technologie (S.A.T). Maintenant c'est chose faite; la S.A.T a obtenu son agrément le 14 Juin 1995 sous le numéro 38; et ce conformément à la loi 90/31 du 04 décembre 1990 relative aux associations à caractère social, notamment son article 07.

L'association S.A.T, regroupe par affinité les filières dans des divisions, comme il suit à titre provisoire:

Division-1-G.C.M.H.	Génie Civil, Mines, Hydraulique, Architecture, Urbanisme
Division-2-E.E.A.I.	Electronique, Electrotechnique, Automatique, Informatique et Télécommunications.
Division-3-G.M.G.I.	Génie Mécanique, Génie Industriel, Energétique et Transport.
Division-4-G.P.M.M.	Génie Physique, Matériaux et Métallurgie.
Division-5-G.C.G.E.	Génie Chimique, Génie de l'Environnement et Ecologie.
Division-6-G.R.A.B.	Génie Rurale, Agronomie, Biotechnologie.

Les divisions sont susceptibles d'englober d'autres corps de métier. L'association dans son désir de dynamiser et d'organiser toute activité de Technologie reste ouverte à de nouvelles filières qui viendraient compléter celles énumérées. Les chercheurs d'une filière quand ils sont suffisamment nombreux, l'association les encouragera à fonder une association de filière indépendante mais fédérée aux autres associations dans le cadre de la S.A.T. Les chercheurs d'une filière ont donc la possibilité de s'organiser en association nationale, ou régionale ou même internationale tout en conservant leurs liens avec la

S.A.T. L'adhésion à celle-ci peut se faire individuellement ou collectivement, du moment que l'on accepte les objectifs, du moins dans leur grande ligne.

Le siège de la S.A.T est fixé provisoirement à Alger; au Centre de Recherche sur l'Information Scientifique et Technique (C.E.R.I.S.T), rue des frères Assiou-16030-Ben-Aknoun-ALGER.

Il y aura des antennes S.A.T autant que possible dans chaque ville universitaire du pays.

L'association exerce ses activités sur le territoire algérien. Cependant, elle pourra coordonner l'activité scientifique et technique de ses adhérents se trouvant à l'étranger.

L'adhésion à la S.A.T est graduée comme il suit de façon décroissante:

- a) Membre dignitaire (Fellow)
- b) Membre Senior
- c) Membre
- d) associé
- e) Etudiant
- f) d'Echange

Afin de structurer ses adhérents algériens non résidents ainsi que ses affiliés non nationaux, la S.A.T organise l'espace des cinq continents, à titre provisoire, en six (6) grandes régions, tel qu'il suit:

\*La région une (1) est constituée de l'Algérie divisée elle-même en trois (3) zones géographiques: l'Ouest, le Centre et l'Est.

\*La région deux (2) est constituée de l'Afrique du Nord (Maroc, Mauritanie, Tunisie, Libye, Egypte).

\*La région trois (3) est constituée par l'Europe continentale (Europe des 12, C.E.I et autres pays)

\*La région quatre (4) est constituée par le continent américain.

\*La région cinq (5) est constituée par le Moyen-Orient et l'Afrique subsaharienne.

\*La région six (6) est constituée par l'Asie et l'Océanie.

La S.A.T a des adhérents dans chacune de ces régions. L'objectif cherché est d'atteindre les 3000 adhérents d'ici l'an 2000. Souhaitons-lui à cet effet succès et longue vie; et surtout que les révisions actuelles au niveau de l'enseignement supérieur lui offriront l'occasion de présenter ses propositions sur le sujet. Le statut des grandes écoles est sorti également cette année. Comme je n'en ai pas encore eu le texte en main, je ne peux pas en faire une présentation pertinente du moins pour le moment. Cela fera peut-être l'objet de notre prochain avant-Propos au Volume 12 de 1996.

Ahmed ZERGUERRAS

## TABLE DES MATIERES

1- M. HADID and M.K. BERRAH, " Boundary Element Method Applied to Elastodynamic Problems"	1
2- Y. LABADI et K. SAANOUNI " Modelling of Anisothermal Elastoviscoplastic Structures Under Cyclic Loading"	13
3- T. AYADAT " Collapse of Stone Column Foundation Due to Innundation "	21
4- B. BENGHRIB et C.BEGUEIR " Vortex Formation of a Double Blade Savonius Rotor"	45
5- M. DEMIDEM, M.K. BERRAH, O.SAHA et M.BERBAS " Utilisation d'une Technique de Couplage M.E.F. - B.E.M. pour l'Analyse de Problèmes de Concentration de Contraintes et d'Interaction Sol-Structure"	49
6- M.HADID and M.K.BERRAH " Analyse de l'Interaction Cinématique Déterministe et Stochastique pour Fondations Rigides Bidimensionnelles par une Approche Intégrale aux Frontières"	57
7- B. MELBOUCI " Utilisation des Enregistrements des Paramètres de Forage pour la Reconnaissance d'un Site"	73
8- A.NOUNE et R.M. COURTADE " Analyse Numérique d'un Problème de Contact avec Frottement par la Méthode des Eléments de Frontières"	85
9- B. TILIOUINE et A. YAHIAOUI " Analyse Statique et Dynamique des Systèmes Fluides-Coques Cylindriques"	89
Recommandations aux Auteurs	107

# BOUNDARY ELEMENT METHOD APPLIED TO ELASTODYNAMIC PROBLEMS: APPLICATION TO SOIL- FOUNDATION INTERACTION

M. HADID\* and M.K. BERRAH\*\*

Département de Génie-Civil, Ecole National Polytechnique, Alger  
10, Avenue Hassan Badi El Harrach, Alger

## ABSTRACT

The study of the dynamic response of rigid foundations is of significant importance in machine foundation design and soil-foundation interaction problems in general. In this paper, the dynamic response of a rigid strip foundation, in viscoelastic soils, under horizontal, vertical and rocking loading is obtained using the boundary element method (B.E.M) in the frequency domain. The theoretical basis is presented. Further, a numerical integration is proposed and analytical expressions for the singular integrals are given. Specific results are compared with known solutions.

## 2 INTRODUCTION

During the last two decades, the boundary element method (B.E.M) has become increasingly popular for the solution of a wide class of engineering problems [4,6]. In this method, the domain boundary only needs to be discretized, thereby reducing the problem dimension by one. Accurate results are obtained because boundary integral equations are an exact formulation of the problem and approximations are needed only for the numerical treatment of these integral equations. On the other hand, one of the strong points of the B.E.M is in its capability to automatically take into account the radiation condition in the far field.

The first B.E.M application to elastodynamic problems was done by Cruse and Rizzo [7] and Cruse [8] in 1968 to solve a transient half-plane wave propagation problem. However, the work of Dominguez [9,10] represents the first attempt to study in the frequency domain the dynamic response of rigid surface or embedded foundations in both two-and three-dimensions by B.E.M. Spyrakos and Beskos [11,12] used time domain B.E.M. in the study of dynamic behaviour of 2D rigid and flexible foundations. Abascal and Dominguez [1] used B.E.M. to find the dynamic compliance of rigid strip foundation on visco-elastic soil.

In this paper, the theoretical basis will be briefly presented. A numerical integration for the calculation of the element matrices is proposed and analytical expressions for the singular integrals are provided. Finally, a few case studies are performed and results are compared with known solutions.

\* Postgraduant

\*\* Maître de Conférences

### 3 BASIC THEORY

Under the assumption of small displacement theory and conditions of plane strain, the motion in a homogeneous, isotropic, linear elastic medium is governed by the Navier-Cauchy

$$(c_1^2 - c_2^2)u_{,ij} + c_2^2 u_{,ji} + \frac{b_j}{\rho} = \ddot{u}_i \quad \text{in } \Omega \quad (1)$$

Where  $u_i$  indicates the displacement component in the  $x_i$  direction;  $b_j$  are the body force components. Commas indicate space derivatives and the dots time derivatives.  $\Omega$  the domain and  $\Gamma$  its boundary, which has an outer normal vector designated as  $\mathbf{n}$ .

$\rho$  denotes the mass density of the medium,  $c_1$  and  $c_2$  are the dilatational and shear wave velocities respectively, which for the case of plane strain are given in terms of the Lamé constants  $\lambda$  and  $\mu$  by

$$c_1 = \sqrt{\frac{(\lambda + 2\mu)}{\rho}} \quad \text{and} \quad c_2 = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (2)$$

Strain components are defined as

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (3)$$

The material is assumed to obey Hooke's law, i.e.

$$\sigma_{ij} = 2\mu\varepsilon_{ij} + \lambda\varepsilon_{kk}\delta_{ij} \quad (4)$$

Where  $\delta_{ij}$  is Kronecker symbol.

In addition to the above equations the problem has to satisfy initial and boundary conditions. The initial conditions are defined as follows,

$$\begin{aligned} u_i(x, t) &= u_i^0(x) \\ \dot{u}_i(x, t) &= v_i^0(x) \quad \text{for } t = t_0 \text{ in } \Omega + \Gamma \end{aligned} \quad (5)$$

Where  $u_i^0(x)$  and  $v_i^0(x)$  are prescribed displacement and velocity at time  $t = 0$ .

The solution also has to satisfy essential and natural boundary conditions on  $\Gamma$ . The essential -or displacement- boundary conditions in this case are

$$u_i(x, t) = \bar{u}_i(x, t) \quad \text{for } t > t_0 \text{ on } \Gamma_1 \quad (6)$$

and the natural-or traction- conditions can be written as,

$$q_i(x, t) = \sigma_{ij} n_j = \bar{q}_i(x, t) \quad \text{for } t > t_0 \text{ on } \Gamma_2 \quad (7)$$

In which the bar as usual indicates known values,  $n_j$  is the direction cosine of the normal to the boundary with respect to the  $x_j$  co-ordinate axis and  $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$ .

Application of Fourier Transform on equation (1) in conjunction with the assumption of zero initial conditions and zero body forces, leads to

$$(c_1^2 - c_2^2) \hat{u}_{i,jj} + c_2^2 \hat{u}_{j,ii} + \omega^2 \hat{u}_j = 0 \quad (8)$$

Where  $\omega$  is the circular frequency and the overbar (^) denotes the functions in the Fourier transformed domain defined as

$$\hat{u} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega t} dt \quad (9)$$

Also, the boundary conditions are transformed into

$$\hat{u}_i(x, \omega) = \hat{\bar{u}}(x, \omega) \quad x \in \Gamma_1 \quad (10.a)$$

$$\hat{n}_j = T \hat{u}_i = \hat{t}_i \quad x \in \Gamma_2 \quad (10.b)$$

T is a differential operator

After solving this transformed problem the solution of the original problem is found in the form of a Fourier integral

$$u_i(x, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{u}_i(x, \omega) e^{-i\omega t} d\omega \quad (11)$$

The fundamental solution for equation (8) as given by Cruse and Rizzo [7,8] is an essential prerequisite for the application of the boundary element method. In this context it corresponds to the response of the system to an impulsive loading of the form of a Dirac-Delta function.

Writing equation (8) as

$$(c_1^2 - c_2^2) \hat{u}_{j,ii}^* + c_2^2 \hat{u}_{i,jj}^* + \omega^2 \hat{u}_i + \delta_i = 0 \quad (12)$$

Where  $\delta$  is a point load, the fundamental singular solution  $u_{ij}^*$  which appears in equation (12) expresses the components in the j-th direction of the transformed displacement at the observation point  $\mathbf{x}$ , at a distance  $r = |\mathbf{x} - \xi|$  away from the source point  $\xi$ , due to a concentrated unit force acting at  $\xi$  in the i-th direction. It is given by

$$u_{ij}^*(x, \xi, \omega) = \frac{1}{2\pi\mu} \left\{ \left[ \left( \frac{c_2}{c_1} \right)^2 K_2 \left( \frac{sr}{c_1} \right) - K_2 \left( \frac{sr}{c_2} \right) \right] r_i r_j - \left[ \left( \frac{c_2}{c_1} \right)^2 \frac{c_1}{sr} K_1 \left( \frac{sr}{c_1} \right) - \frac{c_2}{sr} K_1 \left( \frac{sr}{c_2} \right) - K_0 \left( \frac{sr}{c_2} \right) \right] \delta_{ij} \right\} \quad (13)$$

Where  $s=i\omega$  is the complex transformation parameter.

The corresponding traction  $q_{ij}^*$  be determined by substituting the displacement  $q$  components of (13) into

$$q_j = \rho \left[ \delta_{jk} (c_1^2 - 2c_2^2) u_{i,l} + c_2^2 (u_{j,k} + u_{k,j}) \right] n_k \quad (14)$$

We obtain

$$q_{ij}^*(x, \xi, \omega) = \frac{1}{2\pi} \left\{ \frac{s}{c_1} \left[ 2 \left( \frac{c_2}{c_1} \right)^2 - 1 \right] r_j r_j - 2 \left( \frac{c_2}{c_1} \right)^2 r_j r_j r_n \right\} \times K_1 \left( \frac{sr}{c_1} \right) + \frac{s}{c_2} \left[ 2 r_j r_j r_n - \delta_{ij} r_n - r_j n_j \right. \\ \left. \times K_1 \left( \frac{sr}{c_2} \right) - \frac{2}{r} \left[ K_2 \left( \frac{sr}{c_2} \right) - \left( \frac{c_2}{c_1} \right)^2 K_2 \left( \frac{sr}{c_1} \right) \right] \times \left[ r_j n_j + r_j n_j + \delta_{ij} r_n - 4 r_j r_j r_n \right] \right\} \quad (15)$$

Where, as in (13,15),  $K_0(z)$  and  $K_1(z)$  are modified zero and first order Bessel functions of the second kind which related to  $K_2(z)$  via  $K_0(z) + \frac{2}{z} K_1(z)$ . The values of  $K_0(z)$  and  $K_1(z)$  at the integration point will be obtained by polynomials approximations[2].

The dynamic equivalent of Betti-Maxwell reciprocity relation established between the Fourier transforms of the actual and virtual states (denoted by \*), neglecting the body forces, can be written as

$$\int_{\Gamma} q_i u_i^* ds = \int_{\Gamma} q_i^* u_i ds \quad (16)$$

by letting the virtual state be the fundamental solution state such that  $u_i^* = u_i^* e_j$  and,  $t_i^* = q_i^* e_j$ , equation (16) finally transforms into the following integral equation [5] Where  $u_i^*$  and  $q_i^*$  are the displacement and the traction respectively at any point in the  $i$  direction when point load is applied at  $k$  considering each direction indicated by the unit vector  $e_j$ .

$$c_{ij}^k(\xi) u_j^k(\xi, \omega) + \int_{\Gamma} q_{ij}^*(x, \xi, \omega) u_j(x, \xi) d\Gamma(x) = \int_{\Gamma} u_{ij}^*(x, \xi, \omega) q_j(x, \omega) d\Gamma(x) \quad (17)$$

Where  $\xi$  and  $x$  are the source and field points respectively.

In equation (17),  $c_{ij}$  is known as the jump term and it assumes the following values:

- i)  $\delta_{ij}$  if  $\xi$  is an interior point
- ii) 0 if  $\xi$  in exterior point, and
- iii) if  $\xi$  lies on the boundary, it is a function of the geometry of the boundary in the vicinity of  $\xi$ , or smooth surfaces it is  $0.5\delta_{ij}$ .

### 3-COMPUTATIONAL IMPLEMENTATION

Assuming that the surface  $\Gamma$  is discretized into a series of  $n$  boundary elements, and the displacements and tractions were kept constant within an element, i.e., constant elements were used to model the geometry as well as to represent the field variables, equation (17) can be written as

$$c_{ij}^k(\xi) u_j^k(\xi, \omega) + \sum_{r=1}^n u_r^* \int_{\Gamma_r} q_{ij}^*(x, \xi, \omega) u_j(x, \xi) d\Gamma(x) = \sum_{r=1}^n q_r^* \int_{\Gamma_r} u_{ij}^*(x, \xi, \omega) q_j(x, \omega) d\Gamma(x) \quad (18)$$

Equation (18) can be also written in matrix notation ad follows

$$c u_i + \sum_{j=1}^n H_{ij} u_j = \sum_{j=1}^n G_{ij} q_j \quad (19)$$

### 3.1 Numerical and analytical integration

After the boundary discretisation and approximation of the values of  $u$  and  $q$  within each element as constants, the following integrals have to be computed over each element  $\Gamma_j$

$$H_{ij} = \int_{\Gamma_j} q_{ij}^*(x, \xi, \omega) d\Gamma_j(x) \quad (20.a)$$

$$G_{ij} = \int_{\Gamma_j} u_{ij}^*(x, \xi, \omega) d\Gamma_j(x) \quad (20.b)$$

The evaluation of expressions (20.a) and (20.b) usually requires numerical evaluation of singular integrals, which is important to the performance and accuracy of the B.E.M.

#### a) Source point $\xi$ is not lying on the element being integrated

The numerical integration of non singular integrals causes no problem. Gaussian Quadrature with four points is sufficient to perform the integration.

$$\int_{-1}^{+1} f(x) dx = \sum_{i=1}^4 A_i f(x_i) \quad (21)$$

with

$$\begin{aligned} x_1 = -x_4 &= 0.8611363115941 \\ x_2 = -x_3 &= 0.3399810435849 \\ A_1 = -A_4 &= 0.3478548513750 \\ A_2 = -A_3 &= 0.6521451548625 \end{aligned}$$

#### b) Source point $\xi$ lies on the element being integrated

In this case, the integrand (20.a) and (20.b) becomes singular. We then have to integrate the two following sub-matrices

$$H_{ij} = \begin{bmatrix} H_{i1} & H_{i2} \\ H_{j1} & H_{j2} \end{bmatrix} \quad (22.a)$$

And

$$G_{ij} = \begin{bmatrix} G_{i1} & G_{i2} \\ G_{j1} & G_{j2} \end{bmatrix} \quad (22.b)$$

Integrating (22) in a system of local axes (fig.1). It can be seen that all  $H_{ij}=0$ ; either because all the terms of the Kernel are zero or because the integrals on both sides of the node are opposite. Also, it can be shown that  $G_{12}=G_{21}=0$  and consequently, the only terms that require treatment are  $G_{11}$  and  $G_{22}$ .

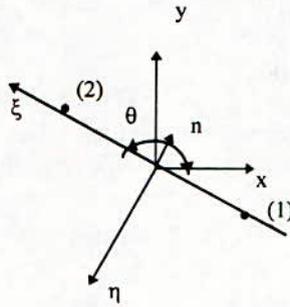


Figure 1.

Because we have  $\frac{\partial r}{\partial \xi} = 1, \frac{\partial r}{\partial n} = 0$  and using the recurrence relation of Bessel functions [2]

$$K_n(z) = K_{n-2}(z) + \frac{2n}{z} K_{n-1}(z) \quad (23)$$

We can write  $G_{11}$  and  $G_{22}$  in the following form

$$G_{11} = \frac{1}{\pi\mu} \int_0^R \left\{ \left( \frac{c_2}{c_1} \right)^2 \left[ K_0 \left( \frac{sr}{c_1} \right) + \frac{c_1}{sr} K_1 \left( \frac{sr}{c_1} \right) \right] - \frac{c_2}{sr} K_1 \left( \frac{sr}{c_2} \right) \right\} dr \quad (24.a)$$

$$G_{22} = \frac{1}{\pi\mu} \int_0^R \left\{ - \left( \frac{c_2}{c_1} \right)^2 \frac{c_1}{sr} K_1 \left( \frac{sr}{c_1} \right) + K_0 \left( \frac{sr}{c_2} \right) + \frac{c_2}{sr} K_1 \left( \frac{sr}{c_2} \right) \right\} dr \quad (24.b)$$

using the other recurrence relation of Bessel function [2]

$$K'_n(z) = -K_{n-1}(z) - \frac{n}{z} K_n(z) \quad (25)$$

we can prove that

$$G_{11} = \frac{1}{\pi\mu} \left\{ \left[ - \left( \frac{c_2}{c_1} \right)^2 \frac{c_1}{s} K_1 \left( \frac{sR}{c_1} \right) + \frac{c_2}{s} K_1 \left( \frac{sR}{c_2} \right) \right] + \int_0^R K_0 \left( \frac{sr}{c_2} \right) dr \right\} \quad (26.a)$$

$$G_{22} = \frac{1}{\pi\mu} \left\{ \left( \frac{c_2}{c_1} \right)^2 \frac{c_1}{s} K_1 \left( \frac{sR}{c_1} \right) - \frac{c_2}{s} K_1 \left( \frac{sR}{c_2} \right) + \left( \frac{c_2}{c_1} \right)^2 \int_0^R K_0 \left( \frac{sr}{c_1} \right) dr \right\} \quad (26.b)$$

The integrals which appeared in ( 26) are not singular. Their analytical expressions, can be calculated by integration of the  $K_0$  polynomials approximations.

The expressions of the submatrices  $H_{ii}$  and  $G_{ii}$  in a system of real axis are obtained by

$$H_{ii}^g = T' H_{ii}' T \quad (27.a)$$

$$G_{ii}^g = T' G_{ii}' T \quad (27.b)$$

Where

$$T = \begin{bmatrix} \cos(\phi) & \sin(\phi) \\ -\sin(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (28)$$

### 3.2 system of equations

The application of equation (19) to all source points, corresponding to a collocation technique, produces a system of algebraic equations of the form

$$H u = G q \quad (29)$$

or, after introduction of the boundary conditions,

$$A x = G y \quad (30)$$

Where  $x$  contains the unknown values of  $u$  and  $q$ . The above system can be solved by standard Gaussian elimination algorithms, noting that all variables are complexe.

## 4. APPLICATIONS

Dynamic soil-structure interaction problems have a considerable importance in earthquake resistant design of structures. therefore, the computation of the dynamic compliance of the foundations, i.e. the translatory or rotatory motion produced by unit dynamic forces or moment acting on a massless rigid foundation on or embedded in the half space is of great interest. The compliance can be written in adimensionalized form by multiplying it with the shear modulus of the soil. The values of the compliance are obtained for dimensionless frequencies from 0 to 3.

The dimensionless frequency is defined as (after E. Reissner) :  $\alpha_0 = \frac{\omega B}{c_2}$

where  $B$  is the half-width of the strip foundation and  $c_2$  is the shear wave velocity.

Due to the fact that the fundamental solution corresponds to the complete space, the boundary to discretized will be the soil-foundation interface and the free surface (fig2). However, it can be shown that only a small amount of free-field around the foundation has to be discretized in order to obtain accurate results, No free field element needed for the surface foundation, and  $D=B, 3B$  for embedded foundations with embedment ratio  $E/B=0.5$  and  $E/B=1$  respectively (fig.5). We can mention that the amount of free-field has to be discretized to obtain good results increases with the embedment ratio.

To establish the accuracy of the present analysis, the vertical, horizontal and rocking compliances of a rigid strip footing resting on or embedded in a viscoelastic soil was analysed.

First consider a surface strip-foundation on the homogenous viscoelastic half-space. The soil-foundation interface is discretized by eight equal elements (fig.3) Relaxed boundary conditions are adopted at the contact area permitting the decoupling of the motions. Figure 6. presents the variation of non-dimensionalized vertical, horizontal and rocking motion amplitudes, at the center of the surface rigid footing subjected to vertical, horizontal and rocking unit harmonic loading over an adimensional frequency range of  $0 < a_0 < 3$ .

Next, an embedded foundation is considered. Perfect contact between the foundation and soil exists in this case and the adjacent soil moves with the foundation. Modelling of the soil surface surrounding the soil foundation is necessary (fig.4). The variation of the vertical, horizontal and rocking motion amplitudes of the embedded rigid foundation ( $E/B=1$ ) are presented over a same range as the above surface footing in figure 7. Horizontal, vertical and rocking compliances obtained by the present formulation are compared with those of Antes and Von Estorff [3] (fig.6 and fig.7). Very good agreement can be noticed between the two sets of results presented in fig.6 and fig.7.

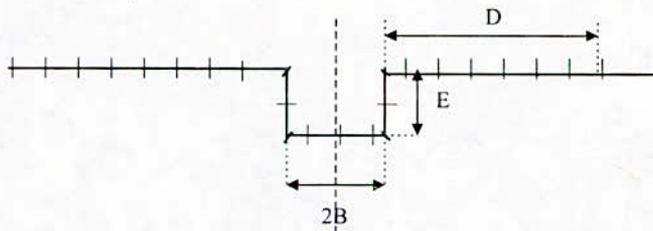


Figure 2. Discretisation and Notation of the embedded foundation

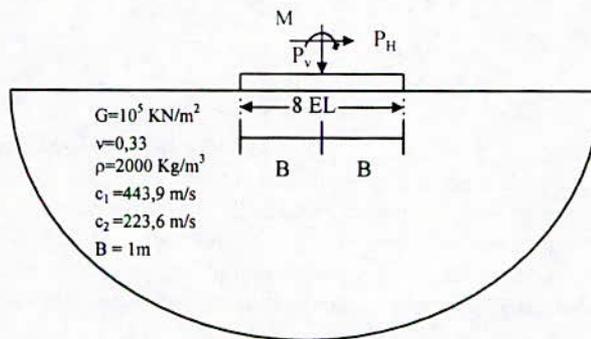


Figure3. Discretisation and Geometry of surface foundation

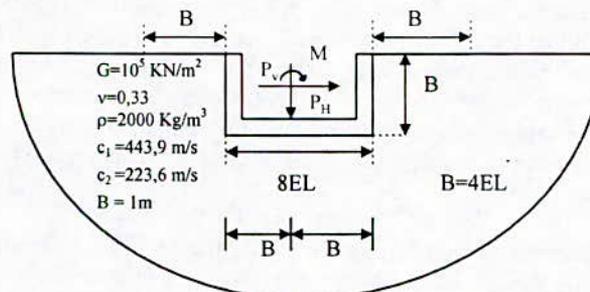


Figure 4. Geometry and Discretisation of the embedded foundation

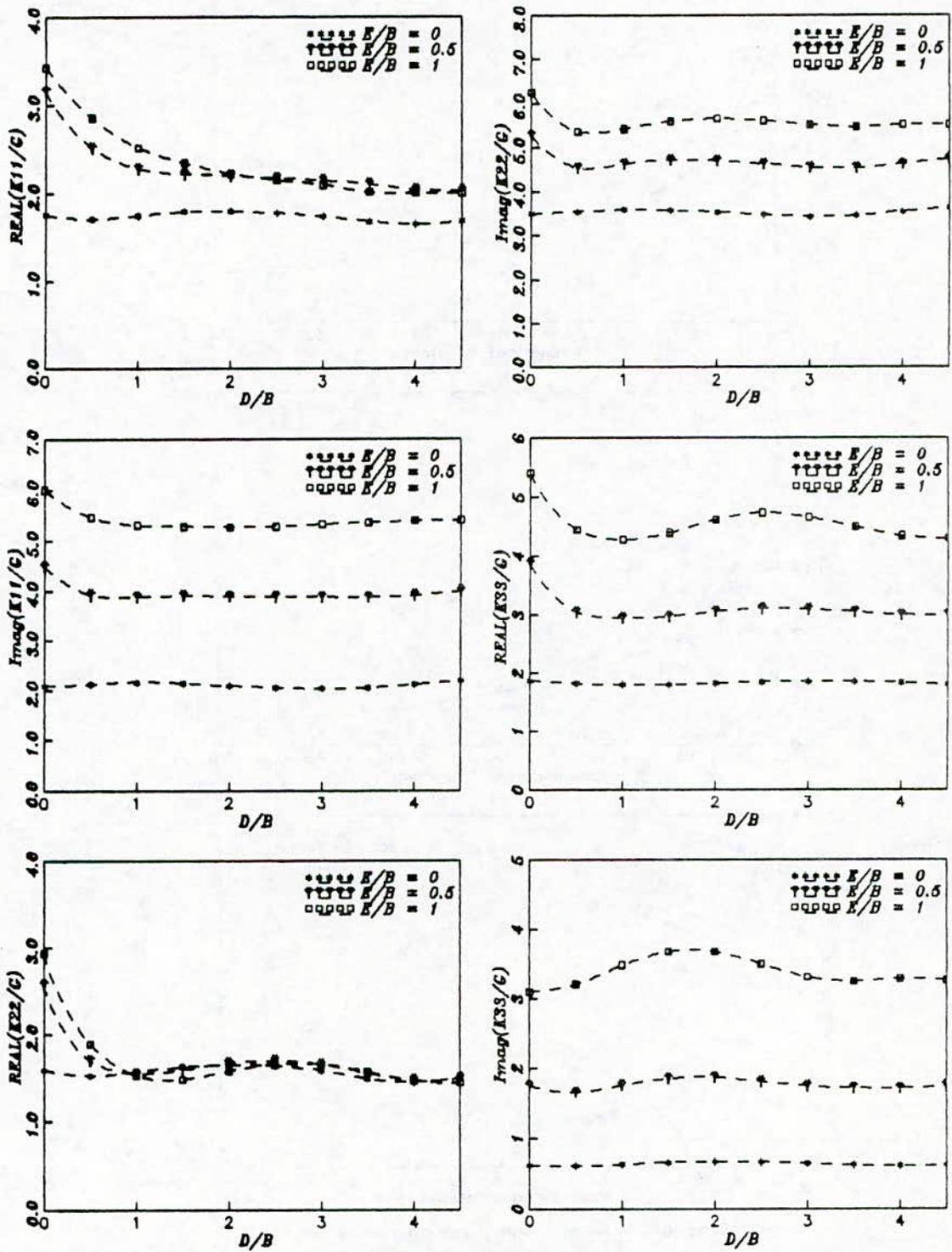


FIGURE 5. Effect of the free-field discretisation  
-Surface and Embedded Foundations-

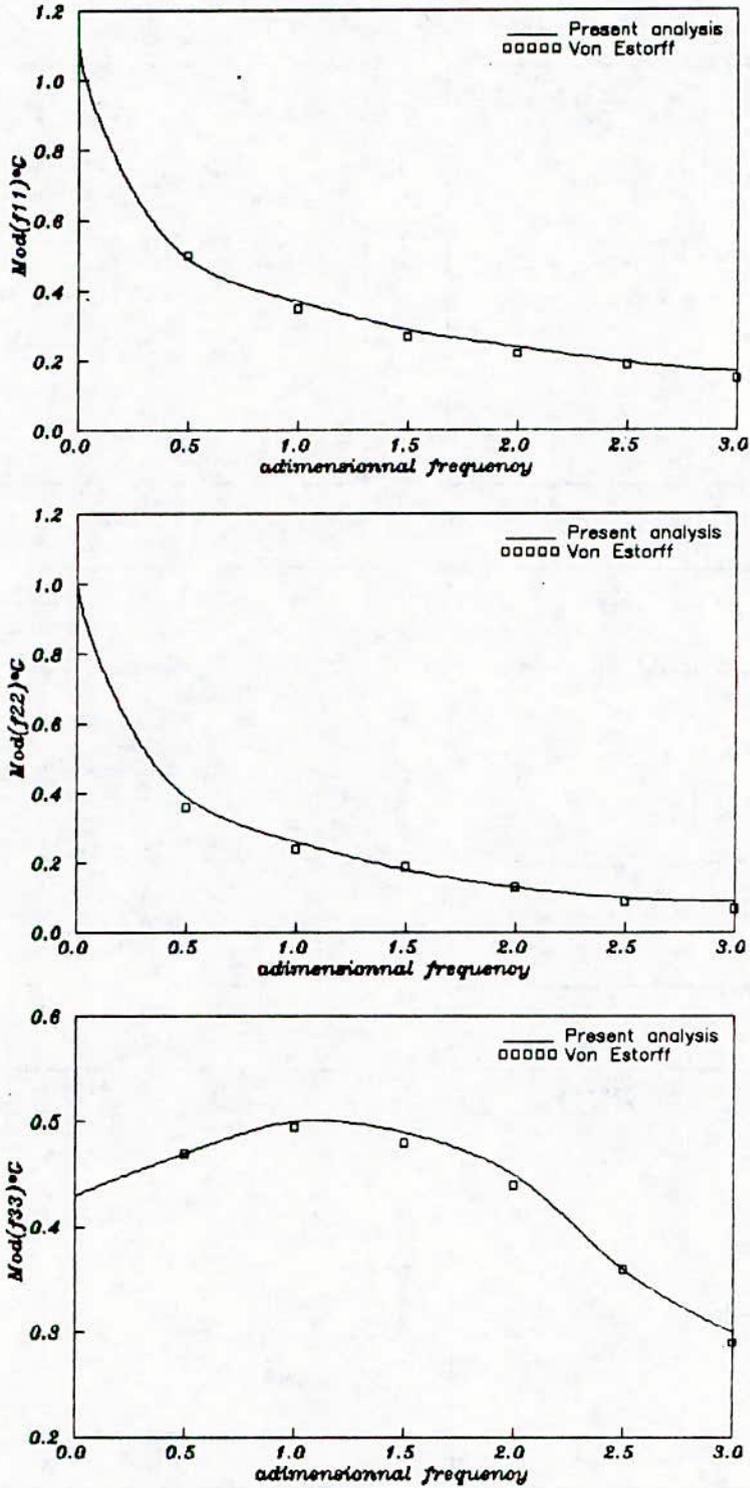


FIGURE 6 Comparison with published results  
Relaxed boundary conditions  
(Surface foundation)

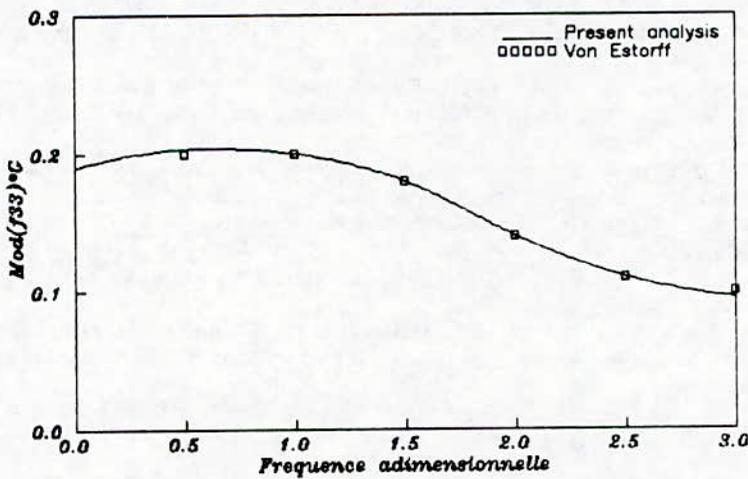
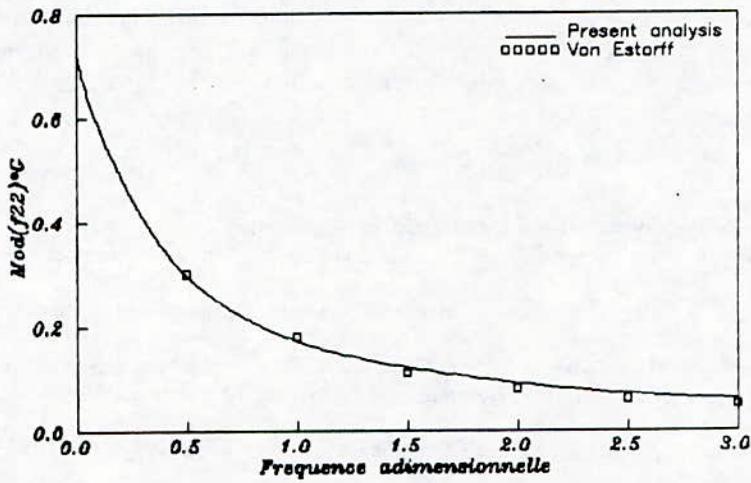
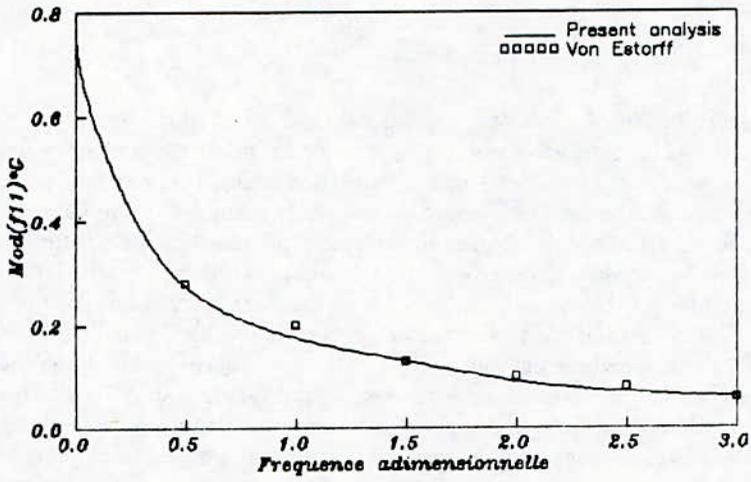


FIGURE 7 Comparison with published results  
 Perfect boundary conditions  
 (Surface foundation  $E/B = 1$ )

## 5. CONCLUSION

The frequency domain boundary element formulation presented in this paper can be successfully employed to solve linear elastodynamic problems under plane strain/plane stress conditions and appears to be well suited for elastodynamic foundation interaction problems. Thus, it requires discretization along the boundary only and it automatically accounts for the radiation condition. Relaxed boundary conditions are adopted for surface strip foundation permitting a considerable reduction of the amount of computational effort without significant loss of solution accuracy. A small amount of free-field around the foundation has been discretized. Accurate results have been obtained with no free field elements needed for surface foundation, and  $D=B$  and  $3B$  for embedded foundations with embedment ratios ( $E/B$ ) of 0.5 and 1 respectively. From the results presented in this paper it can be concluded that the response of the rigid strip foundations under vertical, horizontal and rocking loading decreases for increasing frequency. Comparing surface and embedded foundation responses it can be seen that embedment reduces the amplitudes. Our results have been compared with available data in the literature and attest of the accuracy and computational efficiency of the formulation. Although our results are given here only for rigid, flat or embedded strip foundations in homogeneous viscoelastic soil, the approach can be extended to foundations on layered viscoelastic soil without much difficulties.

## 6. REFERENCES

1. Abascale, R. and Dominguez, J., 1984. 'Dynamic Behaviour of Strip Footings on Non-Homogeneous Viscoelastic Soils,' Proc. of Interaction Symposium on Dynamic Soil-Structure Interaction, Minneapolis, pp.25-35.
2. Abramowitz, M., and Stegun, I.A., 1970. Handbook of Mathematical Functions, Dover Publications, Inc. New York, NY.
3. Antes, H., and Von Estorff, o., 1989. 'Dynamic Response Analysis of Rigid Foundations and of Elastic Structures by Boundary Element Procedures,' Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Vol.8, No.2, pp.68-74.
4. Banerjee, P.K., and Butterfield, R., 1981. 'Boundary Element Methods in Engineering science,' Mc Graw-Hill, New York
5. Brebbia, C.A., 1978. 'The Boundary Element Method for Engineers,' Pentech Press, London.
6. Brebbia, C.A., Telles, J.C.F, and Wrobel, L.C., 1984. 'Boundary Element Techniques,' Springer, New York.
7. Cruse, T.A. and Rizzo, F.J., 1968. 'A Direct Formulation and Numerical Solution of the General Transient Elasto-Dynamic Problem, Part I,' Journal of Mathematical Analysis and Applications.,22, pp.244-259.
8. Cruse, T.A. , 1968. 'A Direct Formulation and Numerical Solution of the General Transient Elasto-Dynamic Problem, Part II,' Journal of Mathematical Analysis Applic.,22, pp.341-355.
9. Dominguez, J., 1978. 'Dynamic Stiffness of Rectangular Foundations,' Report No.R78.20, Dept. of Civil Engineering, MIT, Cambridge, USA.
10. Dominguez, J., 1978. 'Response of Embedded Foundations to Traveling Waves,' Report No.R78.24, Dept. of Civil Engineering, MIT., Cambridge, USA.
11. Spyrakos, C.C., and Beskos, D.E., 1986. 'Dynamic Response of Rigid Strip Foundation by Time Domain Boundary Element Method,' International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.23, pp.1547-1565.
12. Spyrakos, C.C., and Beskos, D.E., 1986. 'Dynamic Response of Flexible Strip Foundation by Boundary and Finite Elements,' Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Vol.5, pp.84-96.

## نمذجة الهياكل اللازجة المرنة، اللدنة ذات الحرارة المتغيرة تحت إجهاد دوري.

Y. LABADI et K. SAANOUNI

### ملخص :

نهتم في هذا البحث بدراسة نمذجة العياد الحرارية الميكانيكي لهياكل معرضة لدرجة حرارة مرتفعة. ندرس هذه المسألة باعتبارها كمسألة الهياكل اللازجة المرنة اللدنة دورية تحت درجة حرارة متغيرة. نستعمل الاطار العام القادر بأخذ الاعتبار بالناتج الملاحظة تجريبيا. حل المسألة يتجزأ زوجيا بالزمان والمكان: العناصر المنتهية في المكان والفروق المنتهية في الزمان بهذا نصل إلى جملة معادلات تفاضلية غير خطية وهذا الاخير يدفعنا إلى استعمال طريقة تكرار نيوتن و رافسون لاجاد الحل لهذه الجملة. أخيرا نستعمل الاطار السابق لاجراء الدراسة على المادتين : فولاد 25CD4 و الكوبالت HS21 و على حساب أسطوانة مرفقة المتكونة من هتين المادتين.

### MODELLING OF ANISOTHERMAL ELASTOVISCOPLASTIC

#### STRUCTURES UNDER CYCLIC LOADING

Y. LABADI & K. SAANOUNI

The thermal fatigue modeling of structures at high temperatures was investigated. This is considered as a structural problem under anisothermal elasto-viscoplastic cyclic. In this case, the framework of continuous media is used following the local state method. Thus, it can be determined a quite general elasto-viscoplastic constitutive equations which are able to take into account various phenomenon that is observed experimentally. For solving this problem, it is used the finite element method for space discretization and the  $\theta$  method for the time integration we obtain a set of non linear differential equations. A way to obtain a "good" solution for solving the non-linear problem is applying an iterative method, so that, Newton-Raphson method was chosen. Using, the precedent framework to study two selectives materials : steel 25 CD4 and cobalt HS21. Lastly, a numerical solution was done on a rolling mill disc which is composed at these two materials.

MODELISATION DES STRUCTURES ELASTOVISCOPLASTIQUES  
ANISOTHERME SOUS CHARGEMENTS CYCLIQUES

Y. LABADI\* et K. SAANOUNI

\* Université de Tizi-Ouzou, BP 17 RP 15000 Tizi-Ouzou.  
- Université de Technologie de Compiègne, BP 649 - 60206 Compiègne  
Cedex France.

RESUME

Nous nous intéressons dans cette étude à la modélisation de la fatigue thermomécanique des structures à haute température. Nous abordons ce problème comme étant un problème de structure sollicitée en élastoviscoplasticité cyclique anisotherme. Nous utiliserons le cadre général de la thermodynamique des milieux continus en suivant la méthode de l'état local, pour cette modélisation. Nous arrivons ainsi à une loi de comportement assez générale et modulaire pouvant rendre compte des divers phénomènes observés expérimentalement. La résolution du problème se fait par une double discrétisation : les éléments finis en espace et les différences finies en temps. Ainsi, nous arrivons à un système non linéaire d'équations différentielles. La non linéarité de ce problème exige l'utilisation d'une méthode itérative (Newton-Raphson) pour sa résolution. Enfin, on applique le cadre précédent à l'étude de deux matériaux : l'acier 25CD4 et le cobalt HS21 et au calcul d'un cylindre de laminoir constitué de ces deux matériaux.

I. INTRODUCTION.

Le développement des méthodes de calcul des structures conduit souvent à des calculs longs et coûteux, en particulier dans le domaine des déformations plastiques ou viscoplastiques aux températures élevées. La précision et la fiabilité de ces méthodes étant avant tout conditionnée par la validité des lois de comportement introduites pour décrire le matériau. De plus, les performances demandées à de nombreux composants des structures de l'industrie aéronautique, spatiale, de la sidérurgie et surtout nucléaire sont de plus en plus élevées. Pour répondre à ces exigences, il est nécessaire de connaître le plus finement possible le comportement, la dégradation et la rupture des matériaux constituant ces composants. Ces matériaux travaillent de plus en plus à des niveaux de contraintes et de températures où leur comportement est de nature élastoviscoplastique endommageable. Il est donc souhaitable de disposer de lois physiquement justifiées modélisant correctement les phénomènes réels. L'approche par les variables internes nous fournit un cadre efficace pour une modélisation cohérente, elle donne des lois compatibles avec les mécanismes physiques microstructuraux et surtout compatibles avec les principes thermodynamiques et les phénomènes macroscopiques observés.

Dans cet article nous allons montrer comment utiliser une telle approche pour la modélisation et le calcul des structures dans les domaines de contraintes et de températures assez élevées et variables dans le temps.

## II. FORMULATION DES LOIS DE COMPORTEMENT VISCOPLASTIQUE. LE CADRE THERMODYNAMIQUE GENERAL.

Nous utilisons l'approche purement phénoménologique. Elle entre dans le moule des variables internes dans le cadre le plus général de la thermodynamique des milieux continus [1], [2], [3], [4]. On suivra la méthode de l'état local [2]. On se situera dans le cas des petites perturbations (H.P.P), ceci permet de réaliser de façon additive la décomposition de la déformation viscoplastique totale en déformations élastique et anélastique. Cette approche consiste à appliquer les concepts de la thermostatique à un petit élément matériel déformé plastiquement, cet élément étant considéré comme un système thermodynamique en équilibre contraint. Ainsi, on postule que l'équilibre est assuré non seulement par les contraintes externes mais également par les contraintes internes et l'on suppose que l'évolution du milieu peut être considérée comme une succession d'états d'équilibre thermodynamiquement admissibles, c'est à dire qu'il existe un potentiel thermodynamique, l'énergie libre par exemple, défini à partir des variables d'état du système à un instant donné. A ce stade, on peut noter que les variables internes de nature scalaire ou tensorielle représentent l'état actuel de la matière, et que le choix arbitraire de la nature et du nombre des variables permet de décrire plus ou moins bien les différents phénomènes physiques considérés.

Ainsi si  $\rho$ ,  $U$ ,  $S$ ,  $T$ ,  $\sigma$ ,  $\epsilon$  et  $q$  sont respectivement la masse volumique, l'énergie interne spécifique, l'entropie, la température de l'élément de volume, le tenseur de contrainte de Cauchy, le tenseur de déformation et le flux de chaleur, la combinaison de l'équation de conservation de l'énergie (premier principe), du second principe et de la définition de l'énergie libre spécifique  $\psi$  (par  $\psi = U - T S$ ), permet de traduire le second principe de la thermodynamique sous la forme (Inégalité de CLAUSIUS-DUHEM) :

$$\sigma : \dot{\epsilon} - \rho(\dot{\psi} + S \dot{T}) - q \frac{\text{grad } T}{T} \geq 0$$

Cette inégalité peut se mettre sous la forme  $\phi_i + \phi_{th} \geq 0$ .

Avec  $\phi_i = \sigma : \dot{\epsilon} - \rho(\dot{\psi} + S \dot{T})$ , la dissipation intrinsèque

et  $\phi_{th} = - \frac{q \text{ grad } T}{T}$ , la dissipation thermique.

D'après la loi de Fourier la positivité de la dissipation thermique est assurée, il suffit donc de trouver un potentiel thermodynamique vérifiant la positivité de la dissipation intrinsèque.

### II.1. Potentiel thermodynamique. Lois d'état.

La donnée d'une fonction à valeur scalaire, concave par rapport à  $T$ , convexe par rapport aux autres variables d'état, vérifie la stabilité thermodynamique. Nous choisissons le potentiel thermodynamique énergie libre spécifique qui peut être décomposé en une partie élastique et une partie viscoplastique :

$$\psi = \psi(\varepsilon^e, T, \varepsilon^p, \alpha, r) = \psi^e(\varepsilon, T) + \psi^{vp}(\alpha, r, T)$$

Avec  $r$  et  $\alpha$  sont respectivement les variables internes d'érouissage isotrope et cinématique et  $\varepsilon$  et  $T$  les variables d'état observables ou commandables.

Dans le cas isotrope linéaire une forme particulière de  $\psi$  s'écrit par :

$$\psi^e = \frac{\lambda}{2} (\varepsilon^e : I)^2 + \mu (\varepsilon^e : \varepsilon^e) - (3\lambda + 2\mu)\alpha\theta(\varepsilon^e : I) - \frac{\rho C_v}{2 T_0} \theta^2$$

$$\psi^{vp} = \frac{1}{3} c \alpha : \alpha + \frac{1}{2} Q r^2$$

où  $\lambda$  et  $\mu$  sont les coefficients de Lamé

$\alpha$ ,  $C_v$  et  $T_0$  sont respectivement le coefficient de dilatation, la

chaleur spécifique à volume constant et la température initiale du matériau.  $c$  et  $Q$  sont respectivement les modules d'érouissage cinématique et isotrope du matériau.

Les lois d'état régissant le comportement réversible de la structure s'écrivent :

$$\sigma = \frac{\partial \psi^e}{\partial \varepsilon^e} = \lambda (\varepsilon^e : I) + 2\mu \varepsilon^e - (3\lambda + 2\mu)\alpha \theta I$$

$$S = - \frac{\partial \psi^e}{\partial T} = \frac{C_v}{T_0} \theta + \frac{1}{\rho} (3\lambda + 2\mu)\alpha \theta (\varepsilon^e : I)$$

$$X = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \alpha} = \frac{2}{3} c \alpha$$

$$R = \rho \frac{\partial \psi}{\partial r} = Qr$$

Où  $R$  et  $X$  sont respectivement les contraintes isotropes et cinématiques.

### II.2. Potentiel de dissipation. Lois complémentaires.

Pour décrire le comportement irréversible de la structure, il faut introduire un formalisme complémentaire. L'hypothèse de l'existence d'un pseudo-potentiel permet d'exprimer les lois complémentaires à l'aide d'une seule fonction convexe fermée  $\varphi$ , positive et nulle à l'origine. Une forme particulière de ce potentiel est donnée par [5] :

$$\varphi = \frac{K}{n+1} \left\langle \frac{J(\sigma-X) - R - k + h_1(X) - h_2(\alpha) + g_1(R) - g_2(r)}{K} \right\rangle^{n+1}$$

Avec  $h_1(X) - h_2(\alpha) = \frac{3a}{4c} X : X - \frac{ac}{3} \alpha : \alpha = 0$

et  $g_1(R) - g_2(r) = \frac{b}{2Q} R^2 - \frac{1}{2} bQr^2 = 0$

Les coefficients a et b caractérisent la non linéarité de l'écroutissage cinématique et isotrope.

La loi d'évolution complète s'écrit à partir de l'hypothèse de la normalité sous la forme :

$$\dot{\varepsilon}^{VP} = \frac{3}{2} p \frac{(\sigma - X)}{J(\sigma - X)} \quad \text{avec } p = \left\langle \frac{J(\sigma - X) - R - k}{K} \right\rangle^n$$

$$\dot{r} = p(1 - br)$$

$$\dot{\alpha} = \dot{\varepsilon}^{VP} - a p \alpha$$

En conditions anisothermes les paramètres de la loi sont variables. On décrira cette variation par des fonctions indéfiniment dérivables [6], [7].

### III. MODELISATION ET CALCUL PAR ELEMENTS FINIS DES STRUCTURES THERMOVISCOPLASTIQUES SOUS CHARGEMENTS CYCLIQUES.

Le domaine V constituant la structure est subdivisé en éléments finis, on applique le principe des puissances virtuelles. Le problème d'élastoviscoplasticité se ramène à la résolution du système différentiel suivant :

$$[K](\dot{u}_n) = \langle \dot{F}^P \rangle + \langle \dot{F}^m \rangle$$

$$\dot{\sigma} = [D] \left( [B](\dot{u}_n) - \dot{\varepsilon}^P \right)$$

$$\dot{\varepsilon}^P = F(\sigma, X, R)$$

$$\dot{R} = f(\sigma, X, R)$$

$$\dot{X} = G(\sigma, X, R)$$

On écrit symboliquement ce système sous la forme :  $y = Y(y, t)$  ou y désigne l'ensemble des inconnues. L'intervalle de temps (0, T) est subdivisé en pas de temps  $\Delta t_n = t_{n+1} - t_n$ .

La discrétisation temporelle se fera à l'aide du schéma implicite de la  $\theta$ -méthode. Elle permet d'exprimer les incréments des variables sous la forme :

$$\Delta y_{n+1} = \Delta t \cdot Y(y_{n+\theta}, t_{n+\theta}) \quad \text{tel que} \quad y_{n+\theta} = (1-\theta)y_n + \theta y_{n+1}$$

Avec  $0 \leq \theta \leq 1$ .

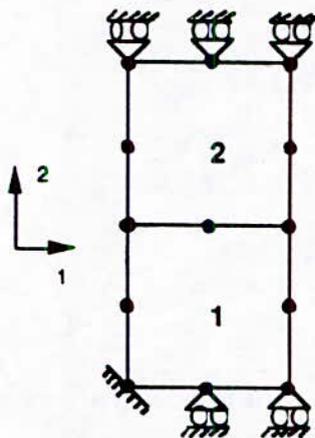
Ceci conduit à un système non linéaire d'équations algébriques qui sera résolu par la méthode itérative de Newton-Raphson.

L'algorithme de calcul et les détails des différentes étapes sont donnés dans [8]. L'algorithme associé à la loi de comportement donnée ci-dessus ont été implémenté dans le code de calcul MEF-MOSAIC de CSI-FRAMASOFT [9].

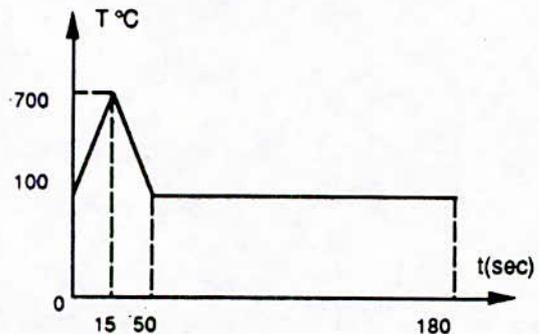
#### IV. APPLICATION ET RESULTATS

Afin de valider le bloc de calcul ainsi développé on a été amené à définir deux types de tests : tests sur un élément de volume et un test sur une structure industrielle. Les résultats sont confrontés aussi bien à des résultats expérimentaux qu'à des résultats donnés par d'autres codes de calcul. L'étude a été menée sur deux matériaux : l'acier faiblement allié 25CD4 et un superalliage base cobalt HS21. Les paramètres intrinsèques, intervenant dans la loi de comportement, de ces deux matériaux ont été identifiés entre 20°C et 700°C par [7].

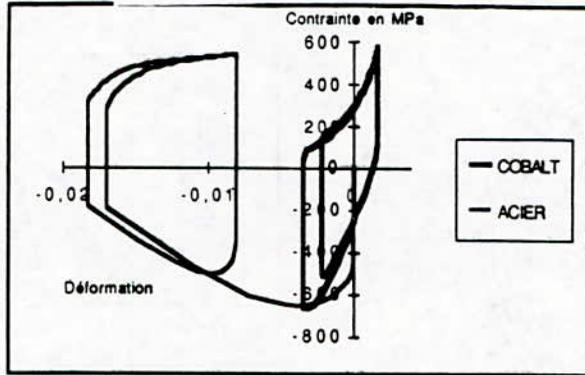
Tests sur un élément de volume : Ils concernent l'algorithme d'intégration de la loi de comportement et sont donc construits sur un élément de volume isolé soumis à des états homogènes de contrainte et déformation. On choisit des éléments isoparamétriques quadrangulaires à 4 et 8 noeuds et à deux degrés de liberté par noeud. On présentera ici deux éléments de plaque constitués de deux matériaux différents (25CD4 et HS21), soumis à un chargement cyclique en température. Les résultats obtenus sont comparés à ceux obtenus par ZEBULON [7] et sont très satisfaisants.



a) Assemblage de deux éléments constitués de deux matériaux différents.



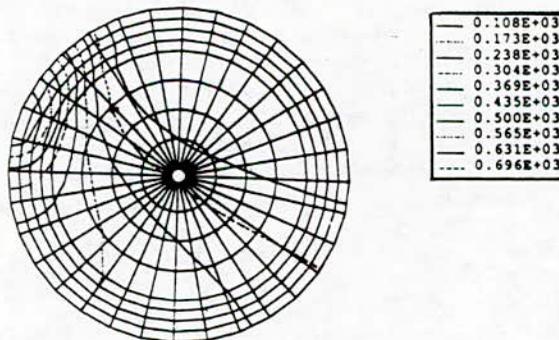
b) Chargement cyclique en température.



Comportement du bimatériau acier-cobalt ( $\sigma_{22} = f(\epsilon_{22})$ ).

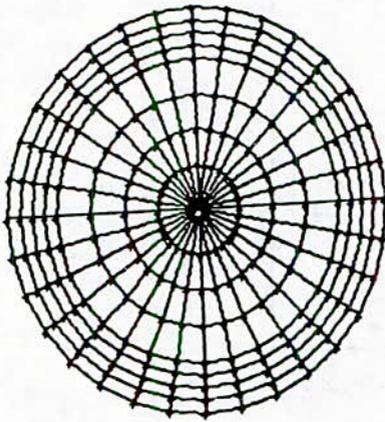
Test sur une structure industrielle : Il sert à tester à la fois l'algorithme de comportement et la méthode de rééquilibrage de la structure. Nous traitons ici le cas d'un cylindre de laminoir travaillant à très haute température. Il faut calculer les contraintes, les déformations et leurs invariants afin d'évaluer sa durée de vie. C'est un calcul élastoviscoplastique par éléments finis, qui se décompose en deux parties :

**Calcul thermique :** Nous considérons un cylindre en 25CD4 et revêtu d'une couche d'un superalliage à base cobalt HS21 en surface, d'épaisseur relativement faible par rapport à son diamètre, en rotation uniforme, dont la circonférence est cycliquement chauffée par un inducteur puis brutalement refroidie. Le maillage utilisé comprend 1024 éléments quadrilatéraux (à 4 noeuds par élément), 64 éléments linéiques (à 2 noeuds par élément) et donc 1088 au total.

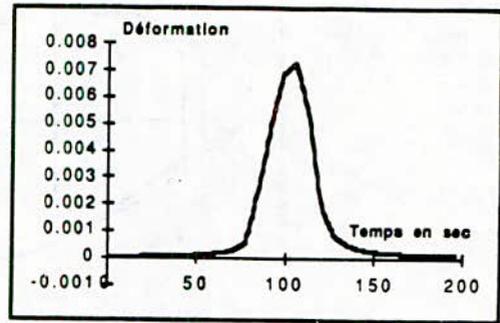


Carte thermique au cycle stabilisé.

**Calcul viscoplastique :** Nous avons calculé les déformations et contraintes induites par la température et aux forces centrifuges dues à la rotation du disque. Le maillage comprend 256 éléments quadrilatéraux à 4 noeuds et 4 points de Gauss, soit au total 288 noeud et 576 degrés de liberté. Le calcul est fait dans l'hypothèse des contraintes planes en 2D.



Maillage du disque pour le calcul viscoplastique.



Evolution de la déformation radiale au premier point de Gauss de l'élément périphérique.

#### REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.

- [1]. GERMAIN, P. Cours de mécanique des milieux continus. Masson, Paris, 1973.
- [2]. LEMAITRE, J et CHABOCHE, J.L. Mécanique des matériaux solides. Dunod 1985.
- [3]. CHABOCHE, J.L. Description thermodynamique et phénoménologique de la viscoplasticité avec endommagement. Thèse Publication ONERA, 1978-3.
- [4] SAANOUNI, K. Sur l'analyse de la fissuration des milieux élastoviscoplastiques par la théorie de l'endommagement continu. Thèse de Doctorat d'Etat. U. T. Compiègne, 1988.
- [5]. SAANOUNI, K. Notes de cours DEA MAAM. U.T. Compiègne.
- [6]. BENCHEIKH, A. Elastoviscoplasticité à température variable. Thèse de Docteur de l'université P. et M. Curie, 1987.
- [7]. REVEL, P. Etude du comportement et de l'endommagement d'un revêtement en superalliage base cobalt soumis à la fatigue thermique. Thèse de Docteur de l'U.T. Compiègne.
- [8]. LABADI, Y. Modélisation des structures élastoviscoplastiques anisothermes sous chargements cycliques. Thèse de Magister en Génie-Nucléaire, CDSE, 1991.
- [9]. MEF-MOSAIC : Code de calcul par éléments finis de Compiègne Science Industrie et de Framasoft.
- [10]. GAMHA, H. Calculs par éléments finis des structures élastoviscoplastiques. Thèse de Docteur de l' U.T.Compiègne. 1990.
- [11]. ZeBuLoN : A finite element code for non linear material behaviour. GIS-GRECO : "CALCUL DES STRUCTURES" - Avril 1991.

## Collapse of Stone Column Foundations due to Inundation

by Tahar Ayadat

M'sila University (Algeria). Formerly poste graduate student Sheffield University (England).

**Abstract:** An important problem encountered by foundation engineers involves partially saturated soils which possess considerable in-situ dry strength that is largely lost when the soils become wetted. Foundation design in such soils is difficult at best. In many cases, deep foundations may be required to transmit foundation loads to suitable bearing strata below the 'collapsible' soil deposit. This research has studied the behaviour and performance of stone columns confined and not confined by geofabrics and rigid piles, as deep foundations, in collapsible soil subjected to inundation.

### 1- Introduction:

Collapsing soils are defined as any unsaturated soil that goes through a radical rearrangement of particles and a large loss of volume upon wetting with or without additional loading. They have been found in soils from many sources (loess, alluvial, residual, aelion subaerial, colluvial, gypsiferous silts, etc.).

Most of the works that have been carried out on collapsing soils have concentrated on the development of methods of identifying readily the soils that could collapse and determining the amount of collapse that may occur. In the field of research, progress has been continuous but not to an extent which enables a practising engineer to design his structure on these soils with a high degree of confidence, safety and economy

Foundation design in collapsible soils is difficult at best. The results from laboratory or field tests can be used to predict the amount of settlement that can be expected. In many cases, it may be feasible to apply a pretreatment technique in order to either stabilize or cause collapse of the soil deposit prior to construction of a specific structure or facility. The amount of treatment and type depend on the depth of the collapsible soil and the support requirement for the proposed facility. A wide variety of treatment methods has been suggested. However, rising construction costs along with present day environmental considerations will undoubtedly make the stone column method, which consists of granular material compacted in long cylindrical holes, a more attractive alternative to conventional methods as time goes on.

### 2- Description of the Problem:

Stone columns occupy an important place and have a major role in ground treatment methods. They can be used in different types of soils and sites. Their costs are relatively moderate and their installation requires medium-priced equipment. Their use for more than 50 years in reinforcing soft soils has demonstrated their usefulness and make them one of the most attractive methods in improving bearing capacity and reducing settlement. However, in spite of their recommendation as a treatment method for collapsible soils by several researchers; Bara (1976), Fargher et al. (1979) and Ronan (1980), there is no published work reporting their use in such soils except the case history described by Stroud (1990) where stone columns have failed in strengthening a chalk fill.

This research investigation is based on some field information which is not published. The information refer to some works carried out to reinforce loose fill using stone columns. They showed that, when the water table rose, the loose fill collapsed and the stone columns didn't reduce the settlement and there was failure when using this method of foundation support. Based on reported results on the successful use of stone columns to reinforce soft soils and loose fills a basic question arose. Why did this happen and what were the causes?

Before answering this question, it was decided to produce a similar testing programme to that believed to apply on site using a 'model' sand column loaded in a stress controlled pot which contained a loose fill made of a collapsible soil, the water level being allowed to rise slowly inside it. The apparatus used is shown in Figure 1. At the end, a similar trend to that of field tests was observed and similar results were obtained with a high level of repeatability. Provided that stone columns generally fail by bulging at relatively shallow depths (typically less than 4 diameters from the top of the column, Williams (1969), Hughes et al. (1974) and Poulos et al. (1969)), the water table, in a loose fill (not collapsible), would have to rise close to ground level in order to have any significant effect on the performance of the column when loaded. It was reported that, under such circumstances, the ultimate capacity of the column could be reduced by up to 50 % in the worst cases (Simpson et al. 1989). However, in this case (a collapsible fill) the capacity of the column was

reduced drastically and large settlements were observed even for partial penetration and partial inundation (see the following section).

After the confirmation of the field results by laboratory test, a careful investigation was performed in order to answer the question posed earlier. Based on some excellent works carried out on the deformation characteristics and the stress-path followed during wetting of an element of a collapsible soil, the causes of the problem were deduced. Grigorian (1967), Zur et al. (1973) and Maswoswe (1985) found that, during the inundation of an element of soil in a collapsing ground, the lateral pressure around the element decreased and a large reduction of its volume resulted from axial as well as lateral deformations. These findings were found to be the main causes of the problem and the phenomenon encountered in collapsible loose fills reinforced by stone columns. To explain the process, Fig. 2 has been used. It consists of a fully penetrating stone column loaded in a collapsible soil. Fig. 2-a is taken as the initial state where the water table is below the top of the hard layer. Consider the section A-A where the distance between it and the hard layer is an arbitrary value  $D$  (diameter of the stone column). The small element of the stone column under this section is in equilibrium. The forces acting on it are:

- 1-The vertical forces acting downward due to the weight and the load of all the top bloc.
- 2-The reaction forces acting upward and which are due to the confining pressure around the element provided by the soil.

In Fig. 2-b, the water table has risen up to the section A-A. This results in a large reduction of volume of the soil and consequently the section A-A will settle to the position of section B-B and the whole bloc above this section will move downward and will press the thin layer below it. With the decrease of the confining pressure around the small element of the column, caused by inundation the element will deform laterally and settle by the same amount as that of the soil. The same explanation can be used for an other element of the stone column and so on. This explains how the column settles and fails in strengthening a collapsing loose fill.

By discovering the causes of the problem, another question was asked. How to deal with this problem and how to eliminate or control it? This time the answer was very simple. The elimination of the problem consisted of the prevention of the loss of the confining pressure around the stone column. According to McGown et al (1977 and 1978), Gray et al. (1982) and Gorle et al. (1989), internal or external reinforcement of sand, using geotextiles, improves its mechanical properties. Either of the methods can strengthen and stiffen a column of sand significantly. From this came the idea of using geotextiles (i.e. covering the whole length of the column by a geotextile).

The main objective of the research work described here is to investigate the efficiency of this method (i.e. covering the column by a geotextile) on the improvement of the carrying capacity and on the reduction of the settlement of the foundation.

### 3- Experimental Program:

#### 3.1- Soils description:

The collapsible soil used was a gap graded soil. It was composed of three components which were locally available: 78 % of concrete sand, 10 % of Leighton bazzard sand less than 90 microns, size, and 12 % of speswhite kaolin clay. The particles size distribution curve is presented in Fig. 3. The specific gravity of particles was 2.65. The optimum moisture content which was obtained by standard proctor compaction method, was 9 %. The moisture content of the soil was 4 %. Maximum and minimum densities at 4 % moisture content were 2.02 Mg/m<sup>3</sup> and 1.37 Mg/m<sup>3</sup> respectively. The working density was 1.54 Mg/m<sup>3</sup>. The liquid limit and plastic limit were 20 % and 13.5 % respectively.

By the majority of the criteria listed by Lutenegeger et al. (1988), the soil would generally be considered collapsible.

The sand forming the sand columns was a coarse uniformly graded sand, Fig. 3. Its grading was located between 1.18 mm and 2.36 mm sizes. Its maximum and minimum densities were 1.98 Mg/m<sup>3</sup> and 1.45 Mg/m<sup>3</sup>. The sand was compacted to a relative density of 80 %.

### 3.2- Reinforcements:

Commercially available geotextiles with a range of mechanical properties were selected for testing. The results presented herein are based on four non-woven fabrics (Terram 700, 1000, 1500 and 2000). Properties of these fabrics are summarized in Table 1. This information was compiled from data supplied by the manufacturer (ICI, 1977). Terram is made from 67 % polypropylene and 33 % polyethylene.

### 3.3- Testing Program and General Procedures:

Laboratory tests were carried out, under controlled conditions of soil density and surcharge pressure, using six different types of foundation supports (a sand column, sand columns encapsulated in a 'Terram' fabric of the types, T700, T1000, T1500, and T2000, and a rigid pile). Each type of foundation, of 23 mm diameter, was considered in three different lengths 250mm, 300 mm and 410 mm (for the case of full penetration).

This work consisted of installing and loading 'model' foundations into a stress controlled pot containing a collapsible soil and allowing a slow rise of the water level inside it using a constant head system.

The test rig, as illustrated in Fig. 1, consists of a cylindrical steel container of 390 mm inside diameter, 520 mm deep and 17.5 mm wall thickness, closed at the bottom end by a circular steel plate 25 mm thick and bolted to the bottom flang of the cylinder. Another 25 mm thick circular plate served as a lid on the top end of the cylinder with a circular 40 mm diameter hole in the centre. This lid provided with facilities for application of the surcharge pressure.

The sand column confined or not confined by the geofabric or the rigid pile was installed in the collapsible soil at 4 % moisture content placed under controlled conditions in the cylindrical steel container. Static loads were applied by means of loading system using a lever arm. Overburden pressure was simulated by applying a surcharge pressure of 100 KPa on the soil surface whereby the stress condition on the soil could be controlled.

Wall friction was reduced to some extent by polishing the internal wall surface and applying a very thin layer of silicone grease on it.

The ancilliary equipment used in the present investigation, for the soil placement and 'pile' construction, are described by Ayadat (1991). They consisted of, the apparatus designed for compacting the collapsible soil, the compaction apparatus for sand columns, the centering beam, the extractor, and the soil scraper.

The vertical movement of 'pile' top and the soil was monitored by two linear variable differential transformers (LVDT).

An attempt was made to measure the horizontal movements within the soil mass due to the expansion of the sand column by using either 8 horizontal sand movement gauges similar to those developed by Carr (1970) or the strain gage system, called the radio strain method, developed by Selig et al. (1970). Unfortunately no horizontal displacements were monitored during the tests because of the damage or disturbance caused to the instruments during collapse of the soil.

## 4- Test Results:

### 4.1- Performance of Sand Columns in a Collapsible Soil:

A series of tests was carried out in order to investigate the performance of sand columns in a collapsible soil subjected to inundation. The resulting curves are shown in Figs 4 and 5. It was noted from the latter figure that, the foundation 'model' on the soil alone settled by an amount of 53 mm and with the presence of the sand column fully penetrating it settled by an amount of 52 mm. It was quite clear that when the specimen was inundated with the reinforcing sand column in-situ there was no reduction (or very slight) in settlement due to the presence of the sand column. The bearing capacity, which was improved in the 'dry' state due to the presence of the sand column (see Fig. 4), was reduced drastically due to full inundation (Fig. 5).

Before drawing any conclusions, it was decided to carry out more tests with different foundation supports and different types of inundation. Provided that the stone columns generally failed by bulging at relatively shallow depths (typically less than 4 diameters from the top of the column), the next stage was designed to investigate the effects of partial inundation and partial penetration of the sand column on the settlement behaviour of the foundation model. Partial inundation is difficult to carry out, but it was performed by inundating the lower part of the ground around the column. This operation was controlled by the quantity of water allowed to enter the container each time.

An examination of the resulting curves shown in these figures 5 et 6, confirmed that the similar trends were being observed. All the different foundation supports (soil alone, sand columns partially and fully penetrating) settled by approximately the same amount of around 53 mm for full inundation and around 18 mm for partial inundation. Therefore even for partial inundation and partial penetration, large settlements were observed which resulted in a catastrophic reduction in the bearing capacity of the sand columns.

To understand the mechanism of collapse of the sand columns during inundation (i.e. to find out where the sand columns collapse), several techniques were considered to establish the pattern of vertical displacement within the column and radial displacements at the edge of the column against depth. However, as stated previously, none of these methods has been used because of the damage or disturbance caused to the instruments during collapse of the soil. In these circumstances, the establishment of the behaviour of the sand column during collapse was limited only to a comparison between the settlement of the column and the soil around it at any time during inundation. For this purpose, readings of the settlement of the column and the soil around it, during the process of inundation, were taken at equal intervals of time. The results obtained from these measurements show that the settlement of the column and the soil around it was approximately uniform and equal at any time during inundation even for partial inundation and for partial penetration. The fitting curves for these results made approximately an angle equal to  $45^\circ$  with the abscissa axis.

From this result it was concluded that stone columns have failed in strengthening a loose fill which exhibits a collapse behaviour when subjected to inundation or partial inundation. The causes of this phenomenon were discussed previously. It is very important here to specify that the findings reported by Simpson et al. (1989) should be applied only to loose fills which are not collapsible.

The differences between the behaviour of a sand column in a collapsible fill and a column in non-collapsible fill resulted mainly from the differences in the behaviour of a typical element of soil in the vicinity of the sand column during inundation. Quite clearly, in both cases, there is a change in volume, a change in stiffness and also a change in stress state. However, the magnitude of these changes are quite different. A change in volume of a collapsible specimen is much larger than that of non-collapsible one. Also, the lateral deformation resulting from the change in volume of a collapsible specimen is remarkably different from that of a non-collapsible soil. Grigorian (1967) found that, for specimens of loess of diameter ( $d$ ), height ( $h$ ) and a ratio of  $h/d$  equal 2, the lateral deformation exceeded the vertical one by a factor of 5 to 17 under all-around pressures. These considerations alone can explain the differences in the behaviour of stone columns. The inundation of a non-collapsible fill around a stone column and below its critical length ( $L_c$ ) has a negligible effect on its settlement behaviour because the volume change of a typical element of soil in the vicinity of the column is very small and the changes of stresses in the column caused by wetting are negligible. The water must reach the critical length in order to have any significant effect. This is because the lateral stresses in the column at that part are larger and any change in the passive pressure may lead to the appearance of additional stresses in the surrounding soil and caused its deformation to a limited extent depending on the type of the soil. In the case of a collapsible fill this is different. Even below the critical length, the large change in volume of an element of soil in the vicinity of the column, which resulted from large vertical and lateral strains, caused the downward movement of all the mass of soil situated above the element. Consequently, the element of soil and the small portion of the column beside it will undergo additional vertical stresses and this will increase the volume change of the element and also the lateral stresses in the small portion of the column. The small portion of the column will then deform laterally and the deformation will be easily accommodated by the soil.

#### **4.2- Performance of Sand Columns encapsulated in 'Terram' Fabrics and Rigid Piles in Collapsible Soil:**

The need to reinforce the sand columns by a geofabric was discussed in detail in the previous section. With the achievement of the previous tests, it was decided to investigate the efficiency of this method (covering the column by a geofabric) on the improvement of the carrying capacity and the reduction of the settlement of a foundation support.

##### **4.2.1- Ultimate Carrying Capacity of 'piles':**

A series of tests was performed to demonstrate the effects of the introduction of a geofabric reinforcement to the sand column and the resulting increase of the stiffness of the foundation support on its carrying capacity. The effects of the 'pile' length were also considered.

The resulting curves obtained from these tests for the lengths 250 mm and 410 mm are shown in Figs 7 and 8. It seems that, with the exception of the rigid pile, there is no significant difference in the general trend of these curves apart from the decreasing rate of the displacement for a given load with the increase of 'pile' rigidity as the pile approaches its ultimate load. For the rigid pile, the top load increased fairly linearly with pile settlement to about 80 % of its ultimate load, beyond which the pile exhibited relatively larger amounts of settlement for small increments of top load. It is clear that the increase of the strength of the geotextile resulted in a better performance of these 'piles' under load.

Since no distinct indication of failure could be observed from these graphs, Chin's stability method (1972) was used to predict the ultimate carrying load ( $P_u$ ) of these 'piles' (table 2). It is confirmed that the reinforced sand column concept is a better alternative to the sand column alone. In the reinforced sand column concept, lateral restraint comes not only from the surrounding soil but also from the encapsulating fabric. The increase in confining stress induced by the fabric may equal or exceed the restraint provided by earth pressure from the surrounding soil. The fabric inhibits the development of internal tensile strains in the soil and develops tensile stresses. The composite soil-fabric system will develop overall smaller deformations for any particular load or larger load carrying capacity at any given deformations than the soil alone.

It is evident therefore that, as the ultimate carrying capacities of these 'piles' were increasing with increase in their rigidity the corresponding displacements of the 'piles' were also increasing. These displacements are much higher than those of the rigid pile (Figs 7 and 8). This is in agreement with McGown et al. (1978). This is considered to be one of the practical disadvantages of the behaviour of reinforced sand columns. Although the columns showed satisfactory capacity to withstand the design loads, they experienced settlements greater than those for the nominally rigid pile tested under the same conditions.

To examine the effects of the length on the carrying capacity behaviour of each type, all the results discussed previously were re-plotted differently. All the figures are similar to each other and show an increase of the bearing capacity of the 'piles' as the length increases (Figs 9 and 10). This agreed well with the findings of Poulos (1982). It was deduced that, when the length of a 'pile' of this type increases, the settlement which corresponds to a given working load decreased. Therefore, it is practically more convenient to carry the sand columns confined or unconfined by a geofabric down to a rigid stratum.

##### **4.2.2- Settlement Behaviour of the 'piles' Under Load and Inundation:**

The purpose of this series of test was to investigate the settlement behaviour caused by inundation under an external axial load, in a collapsible soil, for the different types of foundation support. The loads adopted were 20 %, 50 % and 80 % of the ultimate bearing capacity ( $P_u$ ).

Since all the figures are similar to each other, only 4 figures are presented (Figs 11 to 14). It is confirmed, by studying the resulting curves of all the figures, that the sand column without confinement did not reduce the settlement of the foundation 'model' caused by inundation even with light loads. It is also clear from these figures that the introduction of the geotextile reinforcement to the sand column has contributed to the reduction of settlement.

This reduction increased with increase in the stiffness of the 'pile'.

Another noticeable feature of these curves is the settlement recorded when using the first type of reinforcement (i.e. the fabric T700). It was noticed that the settlement was largely reduced. This is mainly due to the large difference between the stiffness of the sand column without confinement and the sand column confined by the geofabric T700. The rate of increase was then reduced with the subsequent reinforcement and this agreed well with the rate of increase in the mechanical properties of the reinforcing fabrics.

As expected, the method of reinforcing a sand column with a geofabric is more effective at supporting light loads than heavy loads. But in general, this method did reduce the settlement of a foundation 'model' caused by inundation of the surrounding collapsible soil. The reduction increased by increasing the 'pile'-rigidity.

The more important feature is the settlement reduction of the foundation supports which were fully penetrating (410 mm). The settlement was reduced to around 2.5 mm for rigid pile and about 36 mm for the foundation 'model' resting on a sand column confined by the geofabric T2000 (from about 53 mm to around 17 mm). It appears that a fully penetrating foundation is the more reliable and convenient solution to the problem of settlement of a collapsible soil caused by inundation.

An attempt was made in order to explain how the increase of the pile rigidity, provided to some 'piles' by the covering geotextile, decreased the settlement. The settlement of the 'pile' may be divided into three components, the elastic settlement due to load, the settlement caused by downdrag and the settlement caused by lateral deformation. Under a given working load, the increase of pile-stiffness resulted in:

- 1- A decrease in the elastic settlement (Poulos et al., 1980; Bjerrum et al., 1969).
- 2- An increase of the settlement caused by downdrag (Poulos et al., 1980)
- 3- A decrease in the settlement caused by lateral deformation (Gray et al., 1982 and Gorle et al., 1989)

The total settlement, which is the sum of the three components, always decreases when the pile-stiffness increases. Therefore, provided that the settlement caused by downdrag is larger than the elastic settlement (Poulos et al., 1980) it is evident that the settlement caused by lateral deformation is the predominant one in this kind of foundation support. In addition, it is noted that this component of settlement decreases rapidly with increase of pile-stiffness. This is another confirmation that the collapse of a stone column in a collapsible soil is caused by loss of confinement around the column.

All the results obtained show that the total settlement of the foundation 'model' due to the external load and inundation decreased on increasing the length of the 'pile' (e.g. Figs 15 et 16). The decrease obtained by increasing the length from 300 mm to 410 mm is bigger than that between 250 mm and 300 mm. This trend may be simply explained by the existence of a collapsible layer beneath the tip of the partially penetrating 'pile'. The additional settlement of the 'pile' caused by the collapse of this layer decreases with increasing length. Therefore, although the increase of the length of the 'pile' increases its contact with the surrounding soil and hence the additional settlement caused by downdrag (Zeevaert, 1978), it seems that the settlement caused by the collapse of the layer situated beneath the tip of the 'pile' is the more predominant and has a greater influence on the total settlement recorded. Accordingly, as mentioned previously, in collapsible soils the foundation must be carried to a depth where the collapse is negligible or doesn't exist.

## 5- Conclusion:

The main conclusions drawn from this work are :

1- Stone columns have failed in strengthening a loose fill which exhibits a collapse behaviour caused by inundation. The use of a stone column without confinement by a geotextile in a collapsible soil, which at some stage in its future could be subjected to inundation or partial inundation, is quite wrong.

2- Results of the ultimate carrying capacity tests on the different type of 'piles' show that:

a- The ultimate carrying capacity of these 'piles' increased with increases stiffnesses (for sand columns, the increase in stiffness was provided by the different strengths of the geotextile used).

b- Following the same trend of the ultimate carrying capacities, the displacements at failure experienced by these 'piles' were also noticed to increase with increase in their stiffnesses.

c- For a given applied load the displacement of the 'pile' head of any of these types was found to decrease with increase in the 'pile' length.

3- Results of tests performed for the examination of settlement behaviour of the 'piles' under load and inundation show that:

a- The introduction of the geotextile reinforcement to the sand column has contributed to the reduction of settlement. This reduction was found to increase with increase in the 'pile' rigidity

b- The total settlement of the 'pile' head due to an external load and inundation decreased by increasing the length of the 'pile'.

c- Partial penetration represented the critical situation of all types of deep foundations in collapsible soils subjected to inundation. This can simply be explained by the existence of a collapsible layer beneath the tip of the partially penetrating foundation.

d- It is practically more convenient to carry the foundation to a depth where the collapse is negligible or doesn't exist. In practice it may not be possible to fulfil this ideal because of practical limitations in the depth capacity of the vibro machine.

e- The use of sand columns encapsulated in a geofabric as deep foundations is more effective for light weights. For a fully penetrating sand column confined by T2000 fabric and under a working load of 20 % Pu, it was found that, the settlement was reduced by about 2/3 of that of the soil alone.

f- In general this method of reinforcing the sand columns is very promising and the use of other types of 'Terram' having a higher strength (e.g. T3000) will give a smaller settlement reduction factor.

Ayadat, T 1991. Collapse of Stone Column Foundations due to Inundation. PhD Thesis, Sheffield University, England.

Banerjee, P.K. 1969 Quoted by Banerjee, P.K. 1971 Discussion on Settlement and Construction Aspects. Behaviour of Piles. Proceedings of the Conference Organized by the Institution of Civil Engineering in London.

Bara, J.P 1976. Collapsible Soils. Presented at ASCE Annual Convention and Exposition held at Philadelphia.

Carr, R.W. 1970. An Experimental investigation of Plate Anchors in Sand". Ph.D. Thesis. University of Sheffield, England.

Chin, F.K. 1972. The inverse Slope as a Prediction of Ultimate Bearing Capacity of Piles. Proc. 3rd Southeast Asian Conf. on Soil Engng, Hong Kong, pp. 83-91.

Fargher, P.J., Woodburn, J.A. and Selby J. (eds) 1979. Footings and Foundations for Small Buildings in Arid Climates. Institution of Engineering, Australia (South Australian Division).

Gorle, D. and Thijs, M. 1989. Geosynthetic-reinforced Granular Materials. 12th. ICSMFE, Rio de Janeiro, vol.1, pp. 715-718.

Gray, D.H., Athanasopoulos, G. and Ohashi, H. 1982. Internal/External Fabric Reinforcement of Sand. Second Inter. Conf. on Geotextiles, Las Vegas, U.S.A, vol.III, pp. 611-616.

Griogoryan, A.A. 1967. Prediction of Deformation of Loess Soils Under Building and Structure Foundations. Proc. of the 3rd. Asian Reg. Conf. on Soil Mechanics and Found. Engng, pp. 9-12.

Hughes, J.M.O and Withers, N.J. 1974. Reinforcing of Soft Cohesive Soils with Stone Columns. Ground Engineering, pp. 42-49.

- ICI 1977. Designing with Terram. A Summary of Techniques and Physical Data Used in the Design of 'Terram'/Soil Structures. ICI fibres, Harrogate.
- Lutenegger, A.J. and Saber, R.T. 1988. Determination of Collapse Potential Of Soils. Geot. Testing Jnl, GTJODJ. vol. 11, No. 3, pp. 173-178.
- Maswoswe, J. 1985. Stress-Paths for Compacted Soil During Collapse Due to Wetting. PhD Thesis, Imperial College of Sciences and Technologie. England.
- Mc Gown, A. and Andrawes, K.Z. 1977. The Influence of Non-Woven Fabric Inclusions on The Stress-Strain Behaviour of a Soil Mass. Proceedings Inter. Conf. on the Use of Fabrics in Geotechnics. Paris, vol.1, pp. 161-167.
- Mc Gown, A., Andrawes, K.Z. and Al-Hassani, M.M. 1978. Effects of Inclusion Properties on the Behaviour of Sand. Geotechnique, vol.28, No.3, pp. 327-346
- Poulos, H.G. 1982. The Influence of Shaft Length on Pile Load Capacity in Clays, Geotechnique, vol.32, No.2, pp. 145-148
- Poulos, H.G. and Davis, E.R. 1980. Pile Foundation Analysis and Design. Series in Geotechnical Engineering, John Wiley & Sons, Inc., New York.
- Poulos, H.G. and Mattes, N.S. 1969. The Analysis of Downdrag in End-Bearing Piles due to Negative Friction. Proc. of the 7th. ICSMFE, Mexico city, Mexico, vol.2, pp. 205-209.
- Ronan, S.R. 1980. Heavy Structures Founded in Aeolian Soils. Proc. 3rd. ANZ Conf. on Geomechanics, Wellington, NZ Institute of Engineers.
- Selig, E.T. and Grangaard, O.H.Jr. 1970. A New Technique for Soil Strain Measurement. Materials Research and Standards, MTRSA, vol.10, No.10, pp. 19.
- Simpson, B., Blower, T. Craig, R.N. and Wilkinson, W.B. 1989. The engineering Implication of Rising Groundwater Levels in the Deep Aquifer Beneath London. CIRIA. Special Publication 69, pp. 59-69.
- Stroud, M.A. and Mitchell, J.M. 1990. Collapse Settlement of Old Chalk Fill at Brighton. Chalk. Thomas Telford. London, Paper No. 25, pp. 343-350.
- Williams, J.D.G. 1969. Small Scale Tests on Granular Piles in Soft Clay. B.Sc Thesis, University of Wales.
- Zeevaert, L. 1972. Foundation Engineering for Difficult Subsoil Conditions. Van Nostrand Reinhold Company, 652 pages.
- Zur, A. and Wiseman, G. 1973. A Study of Collapse Phenomena of an Undisturbed Loess. Proc. 8th. ICSMFE vol.2 Section 4 pp. 265-269.

**List of symbols:**

CP	Collapse potential.
d	Diameter of the sample.
D	Diameter of the stone column.
h	Heigh of the sample.
Lc	Critical length of the column ( $L_c = 4 \times D$ ).
Pu	ultimate carrying capacity.
T700	'Terram' product of a density of 700 g/m <sup>2</sup> .
T1000	'Terram' product of a density of 1000 g/m <sup>2</sup> .
T1500	'Terram' product of a density of 1500 g/m <sup>2</sup> .
T2000	'Terram' product of a density of 2000 g/m <sup>2</sup> .
T3000	'Terram' product of a density of 3000 g/m <sup>2</sup> .

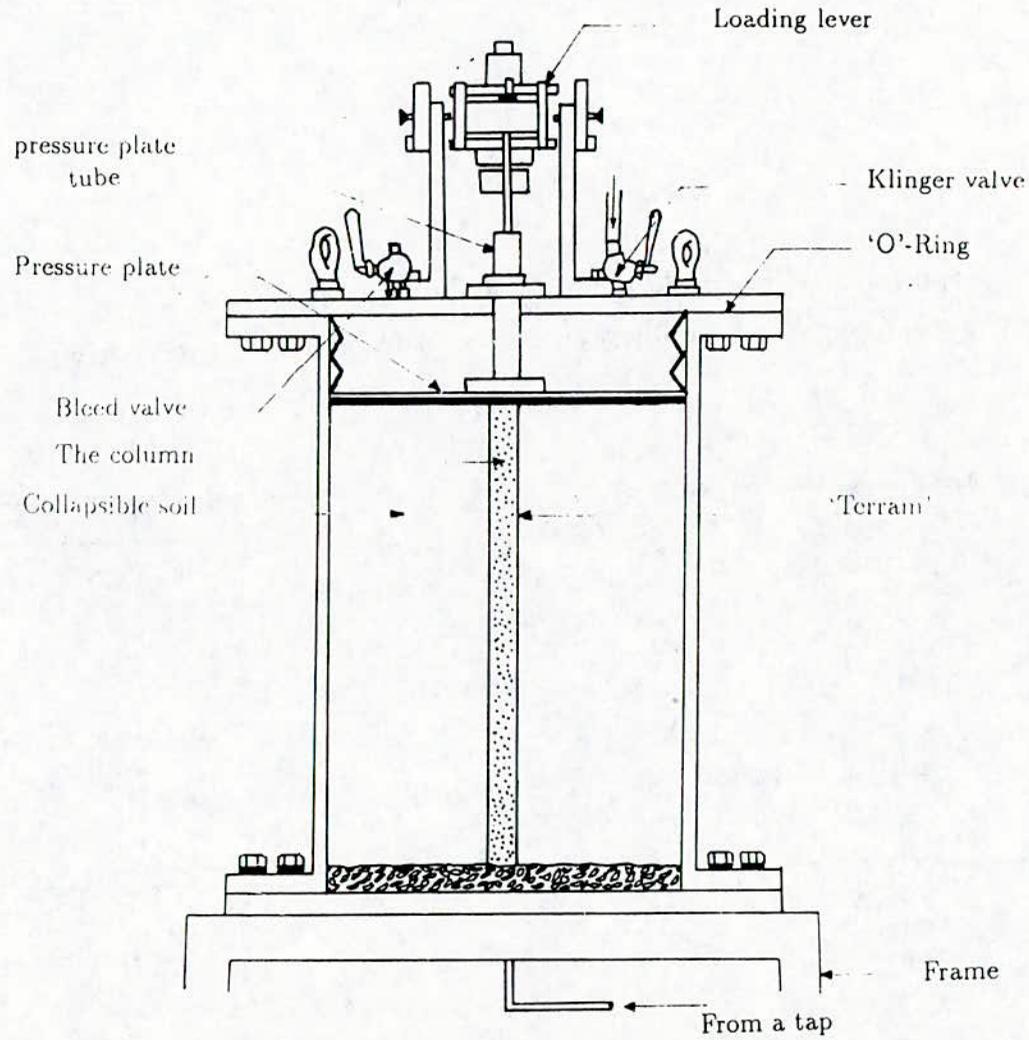


Fig. 1: Cross-Section of the Apparatus

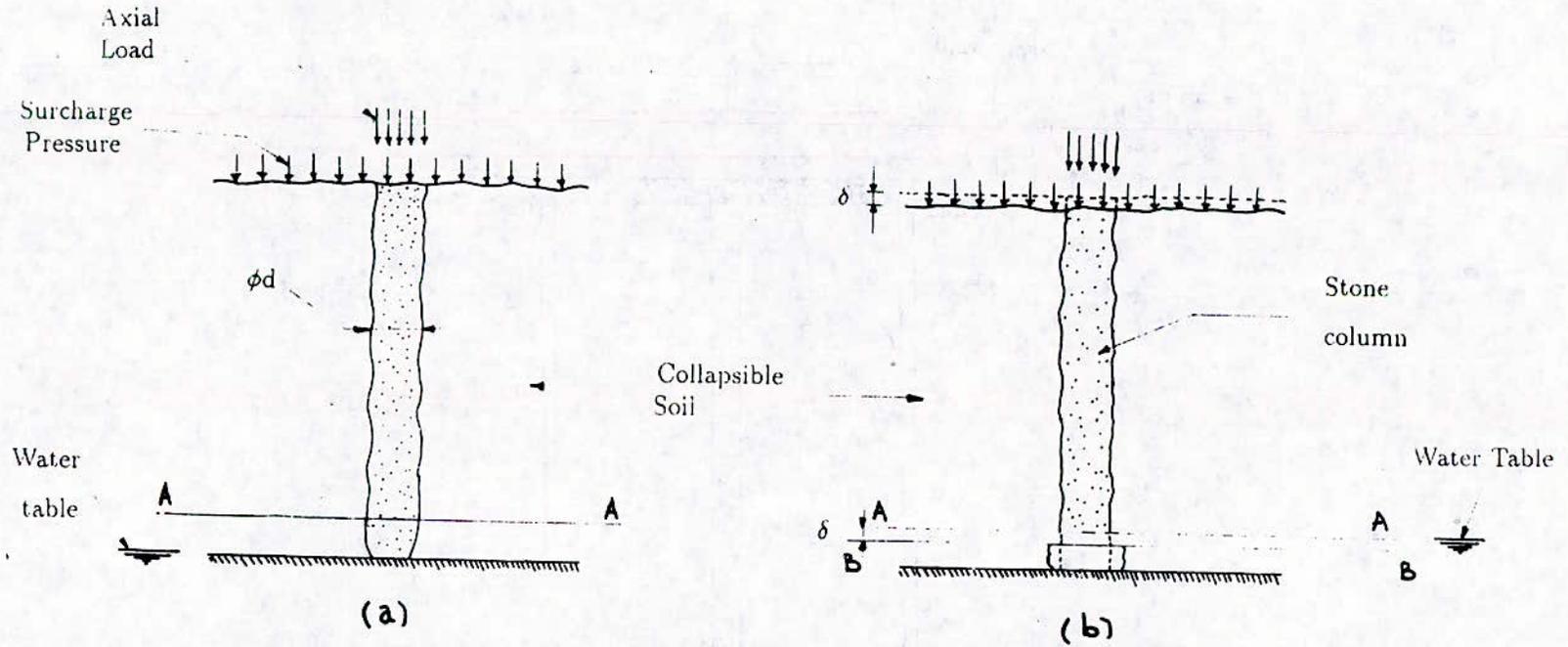
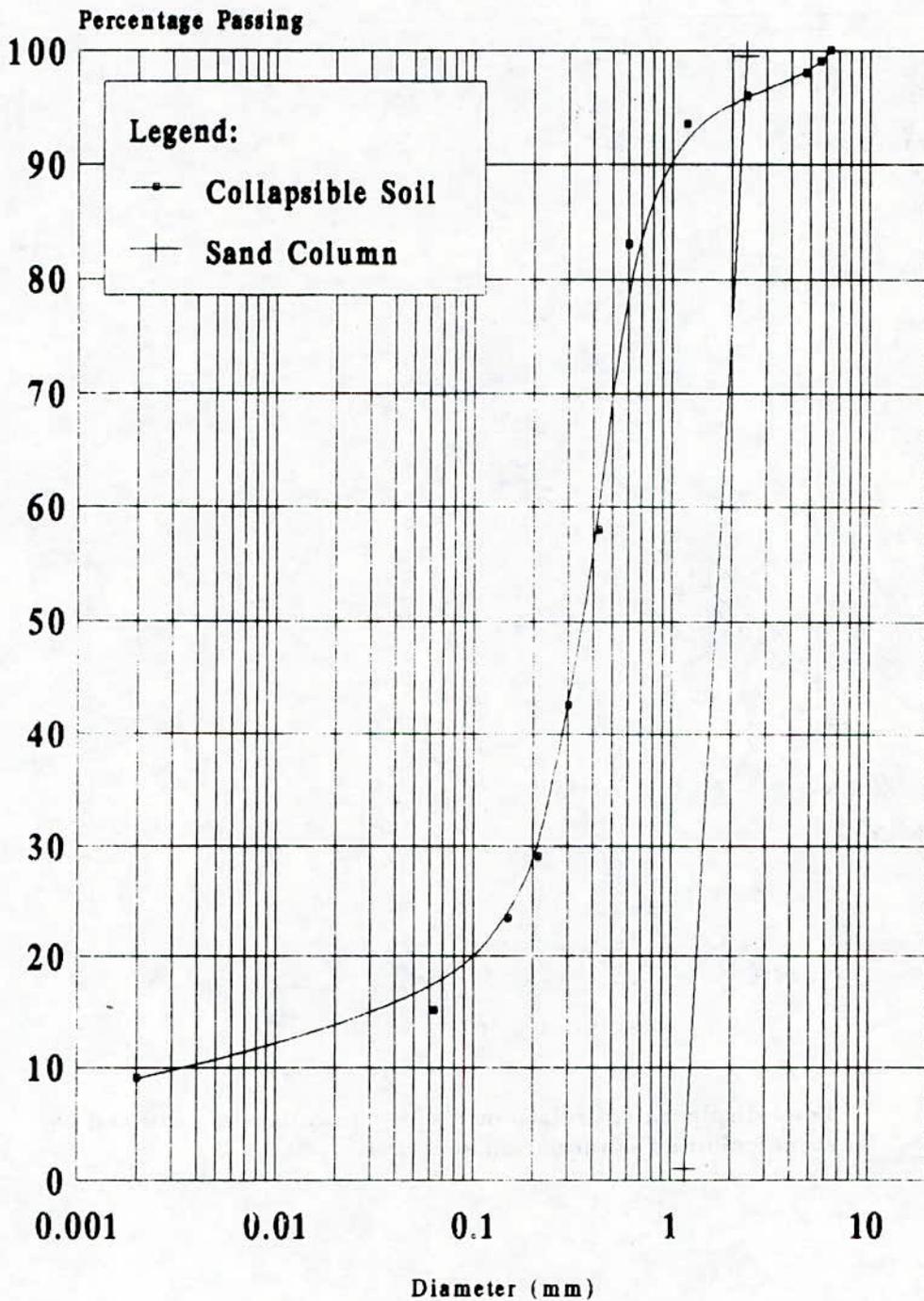
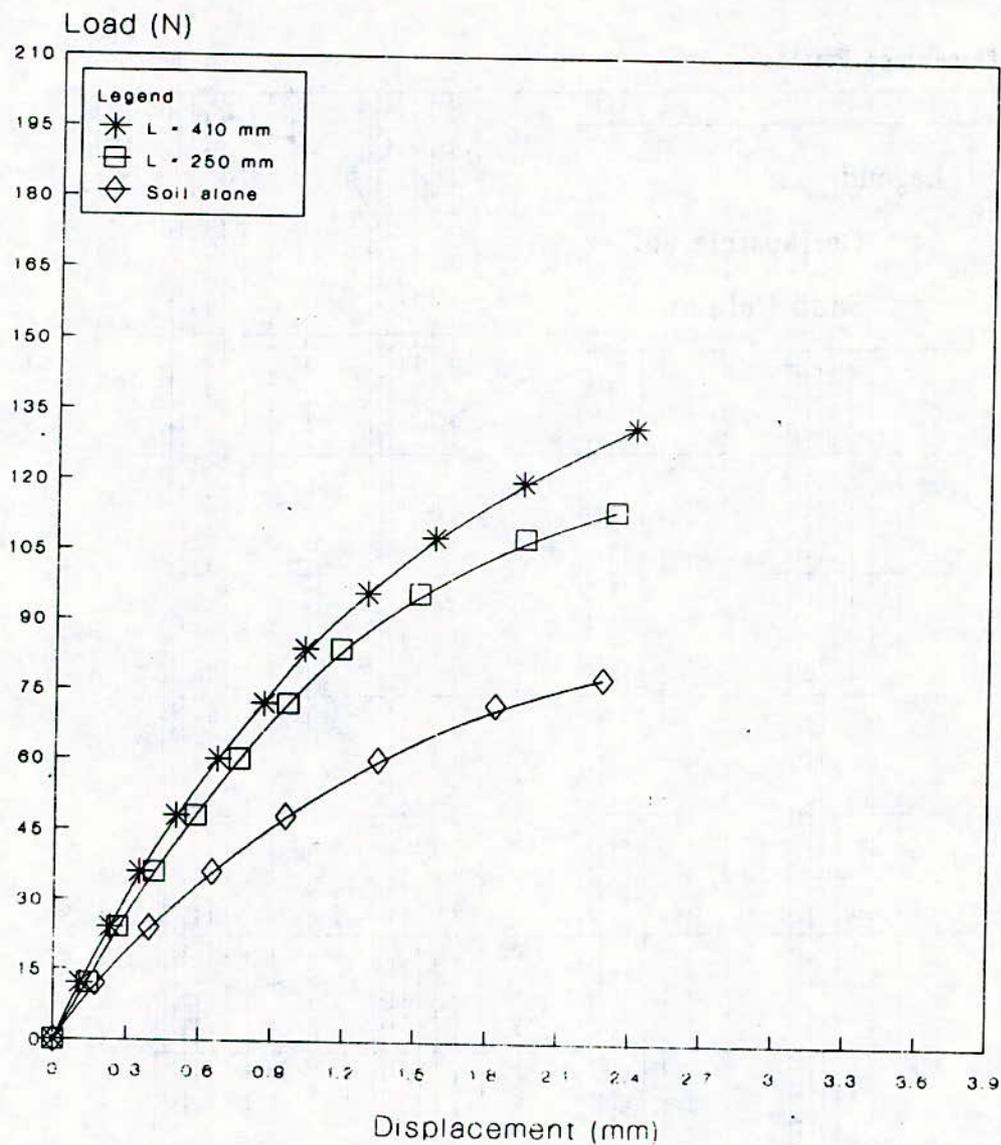


Fig. 2: Process of Collapse of a Stone Column in a Collapsible Soil Subjected to Inundation Caused by Rise of <sup>the</sup> Water Table

**Fig.3: Grain Size Curves for Soils Used**





**Fig. 4** Load-displacement relationship for the collapsible soil and the stone columns as foundation supports.

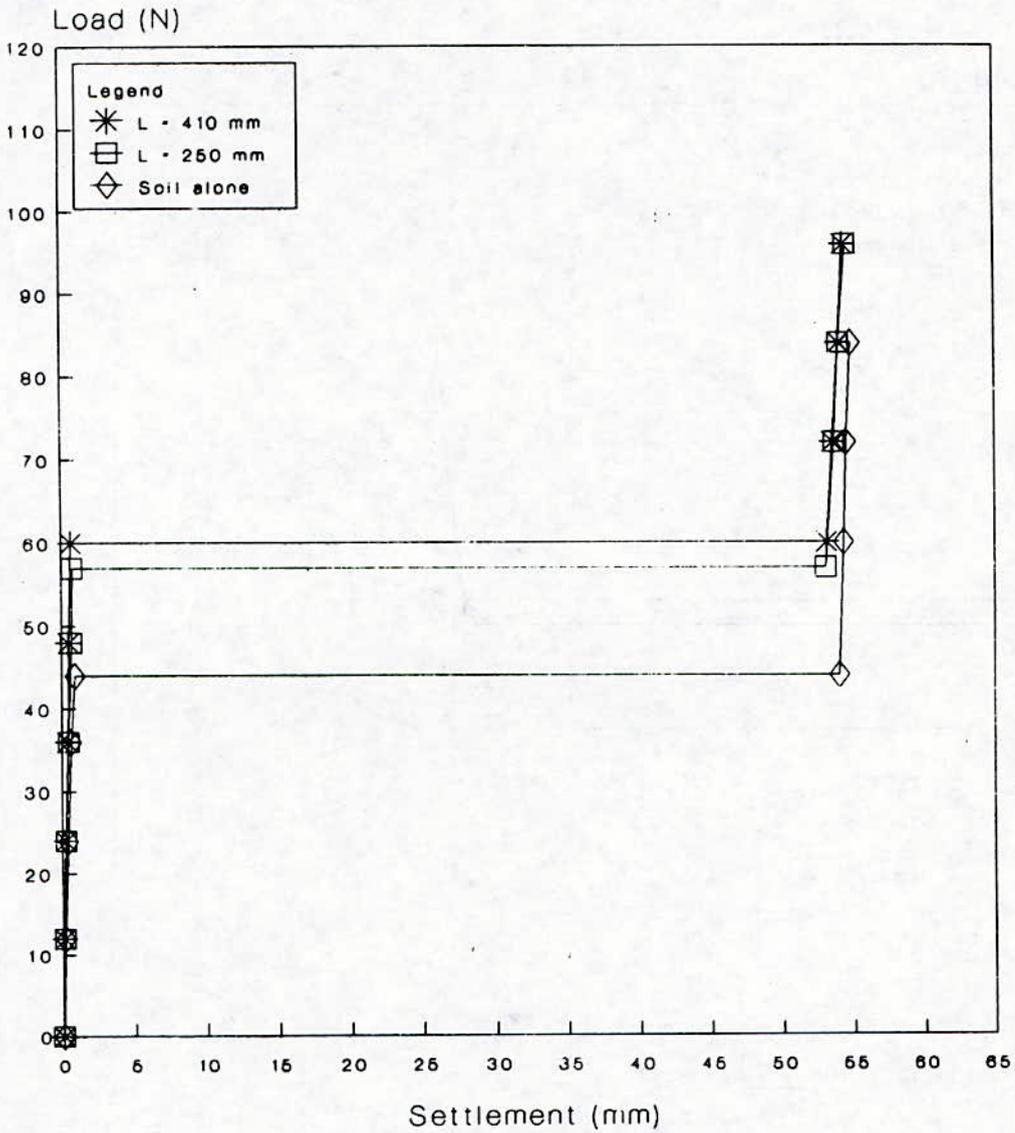
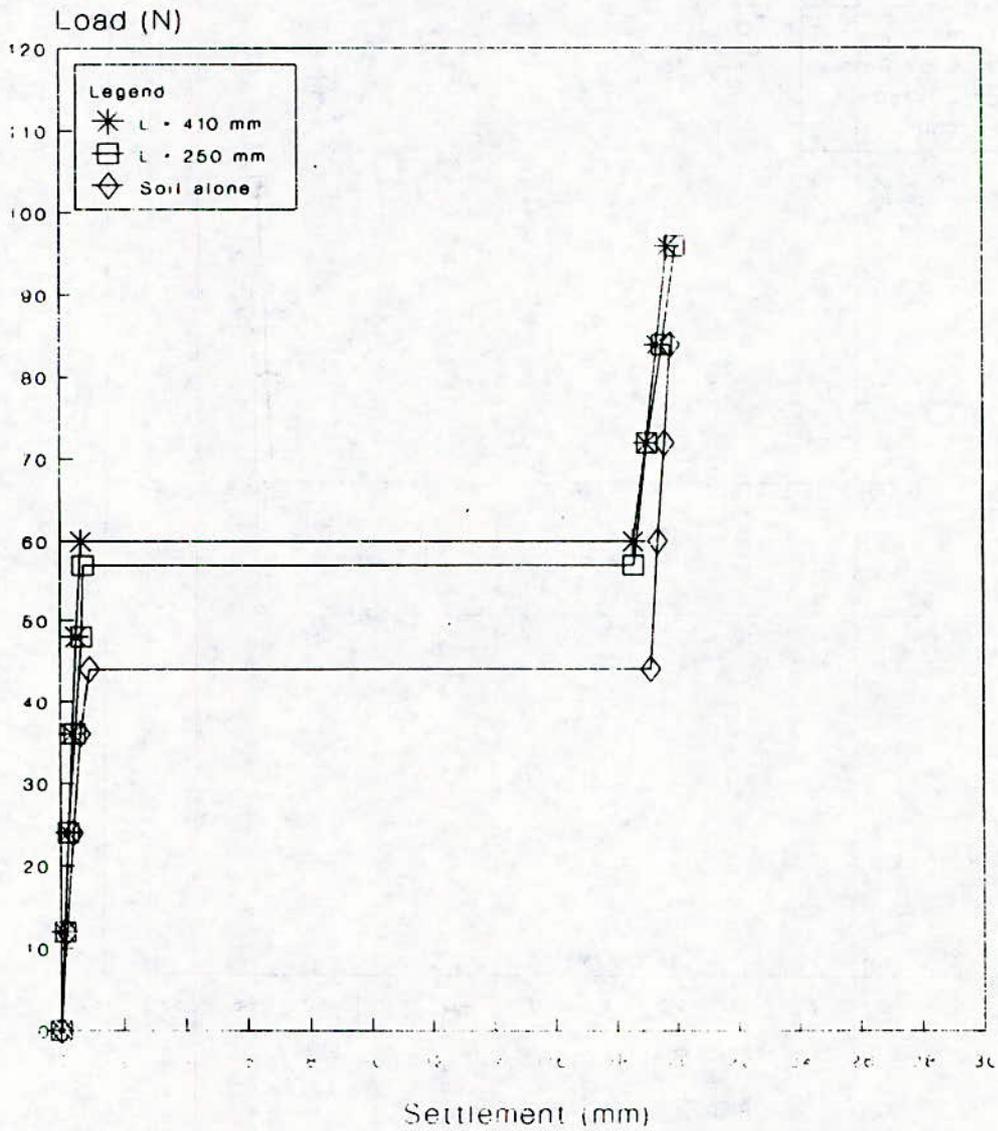


Fig. .5 Settlement curves for the collapsible soil and the stone columns after full inundation under a working load = 30%  $P_u$ .



**Fig 6** Settlement curves for the collapsible soil and the stone columns after partial inundation under a working load = 30%  $P_v$ .

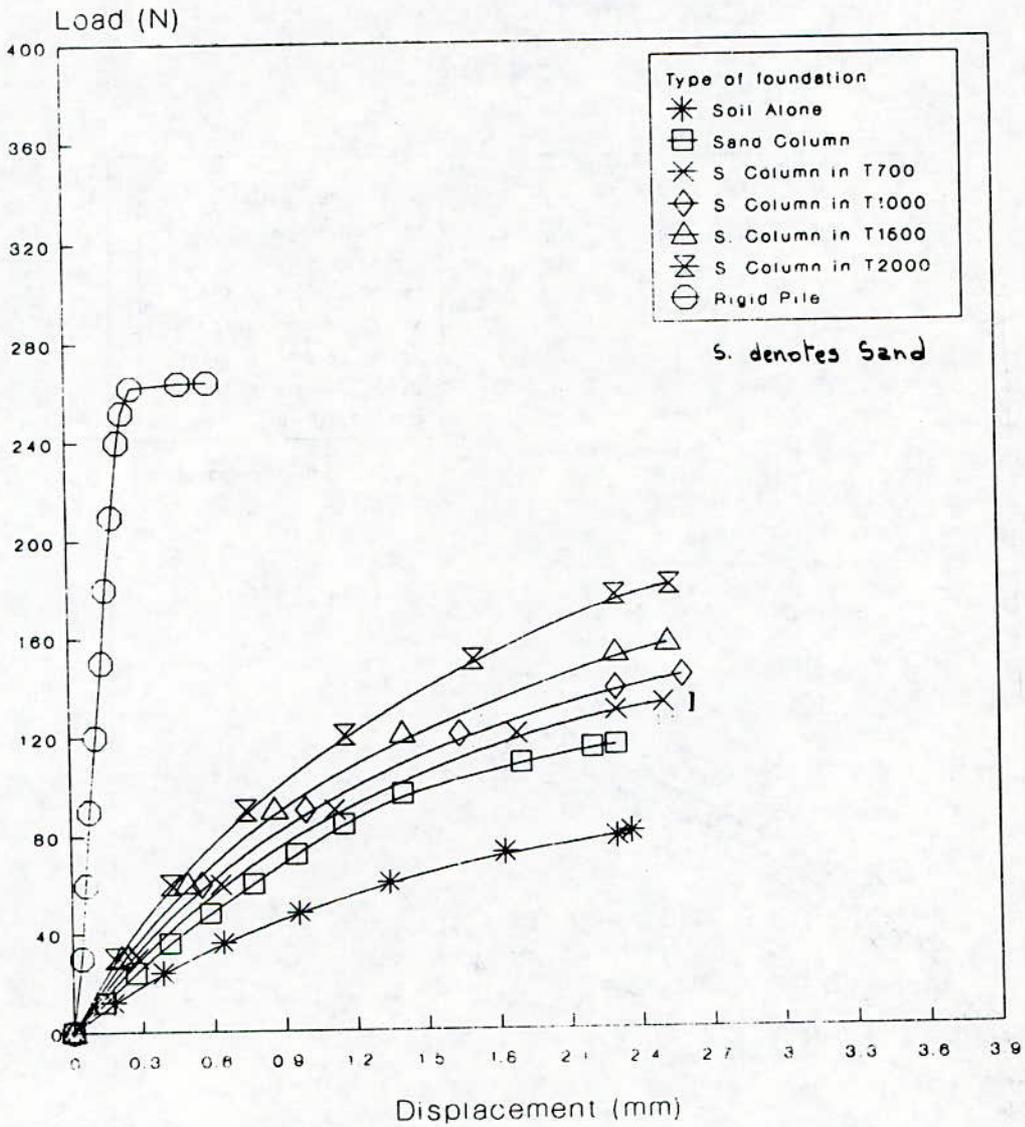


Fig. 7: Load-displacement relationship for sand columns encapsulated and not encapsulated in a geofabric and a rigid pile of length,  $L = 250$  mm.

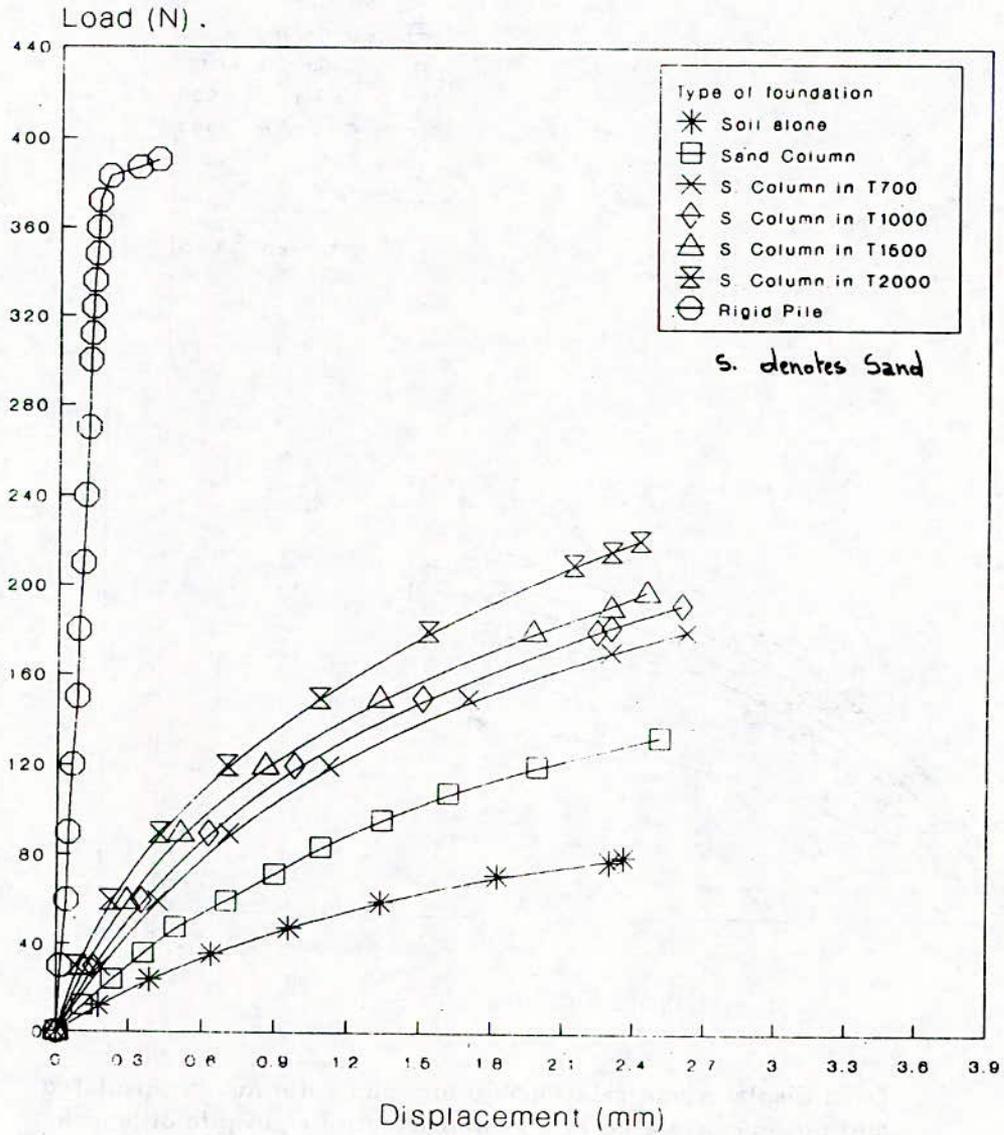


Fig. 8F: Load-displacement relationship for sand columns encapsulated and not encapsulated in a geofabric and a rigid pile of length,  $L = 410$  mm

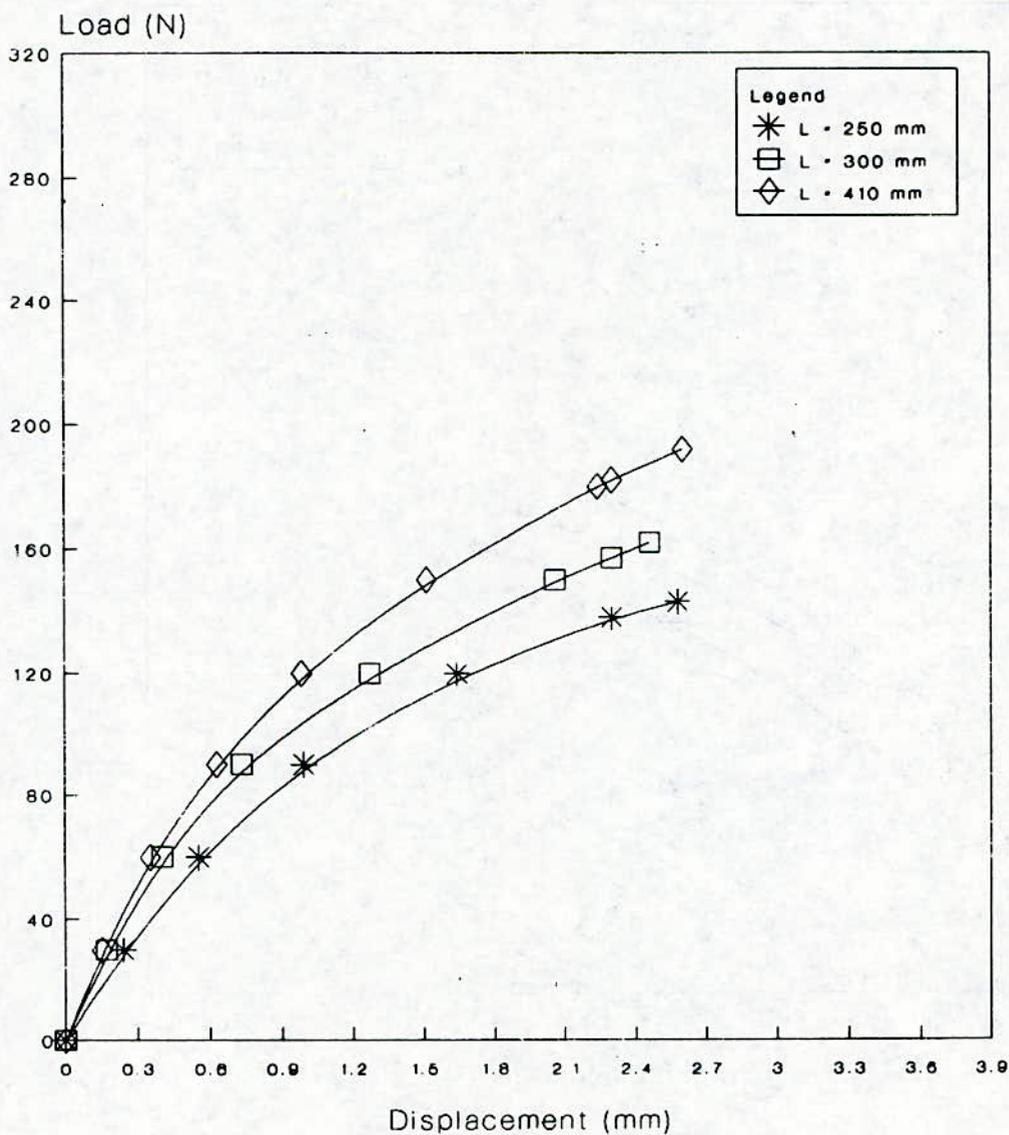


Fig. 9: Load-displacement relationship for sand columns confined by T1000.

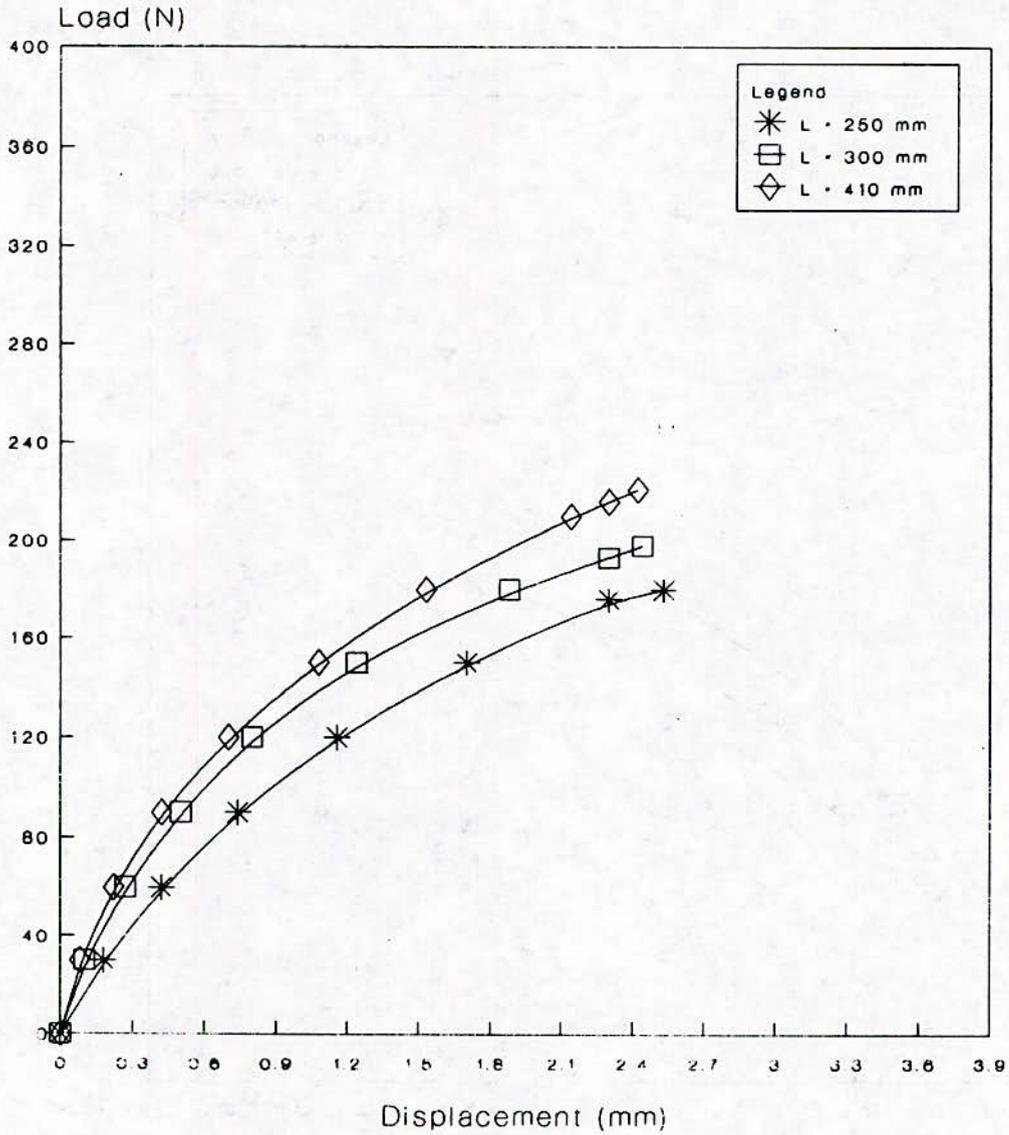


Fig. 10: Load-displacement relationship for sand columns confined by T2000.

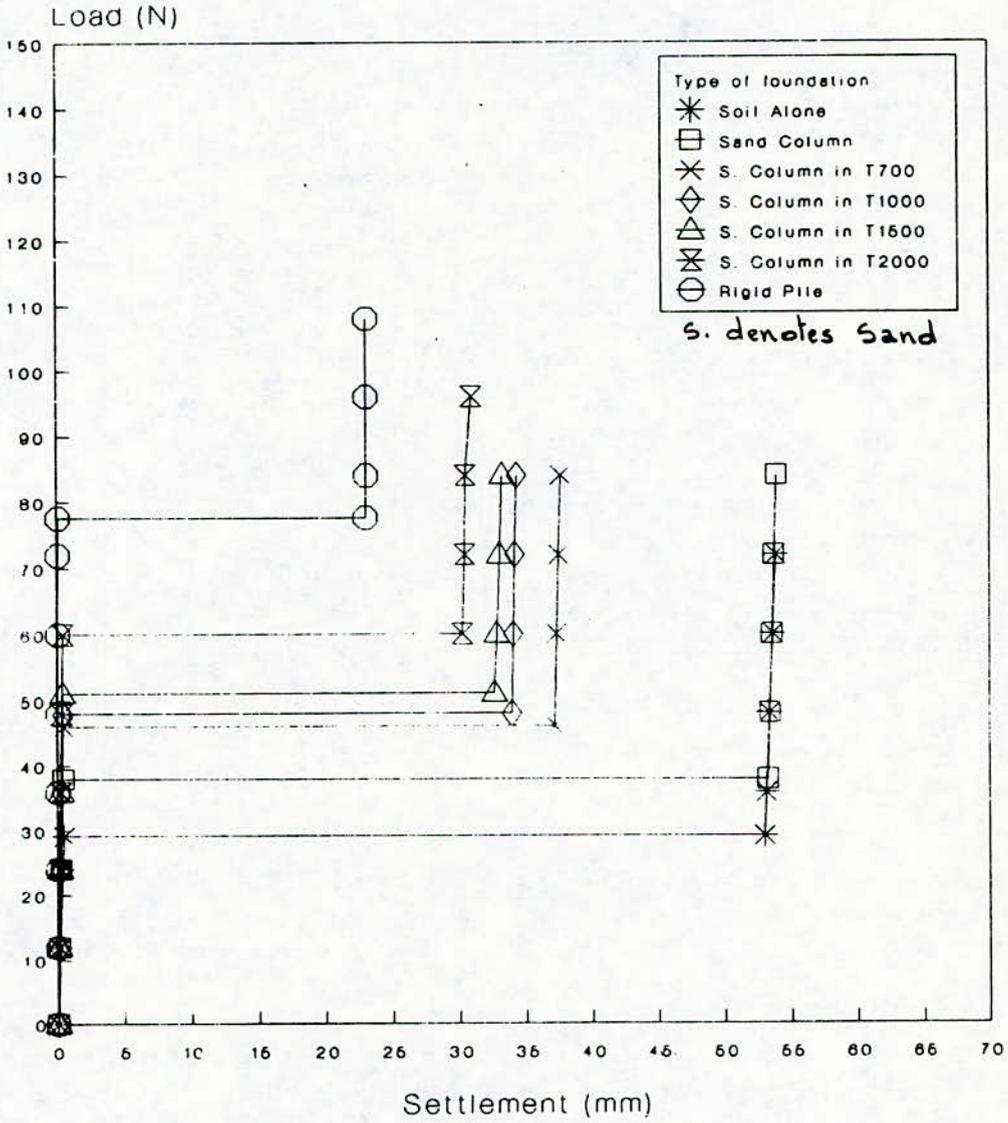


Fig. 11: Settlement curves for the different foundation supports, of length  $L = 250$  mm, after full inundation under an applied load equal  $20\% P_u$ .

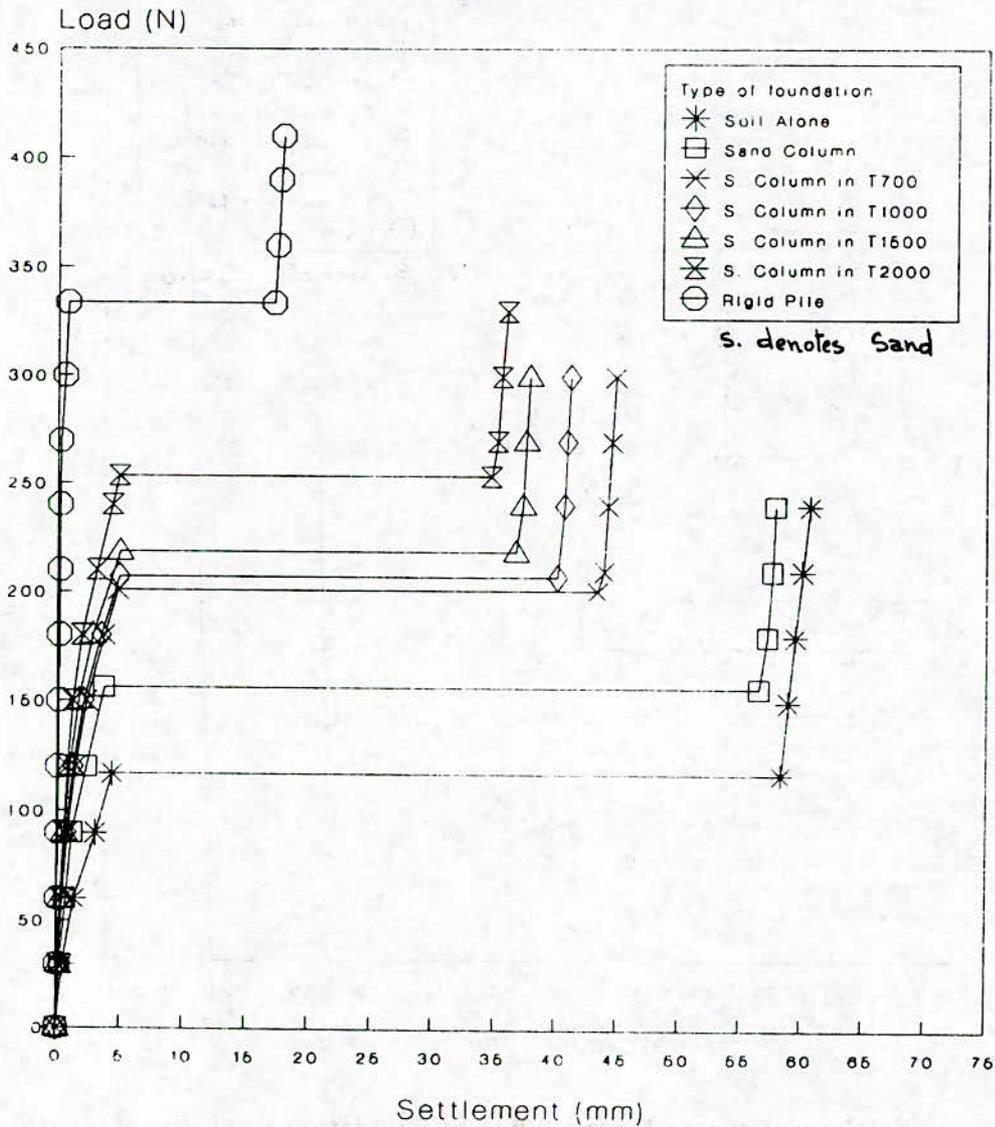


Fig. 12: Settlement curves for the different foundation supports, of length  $L = 300$  mm, after full inundation under an applied load equal  $80\% P_u$ .

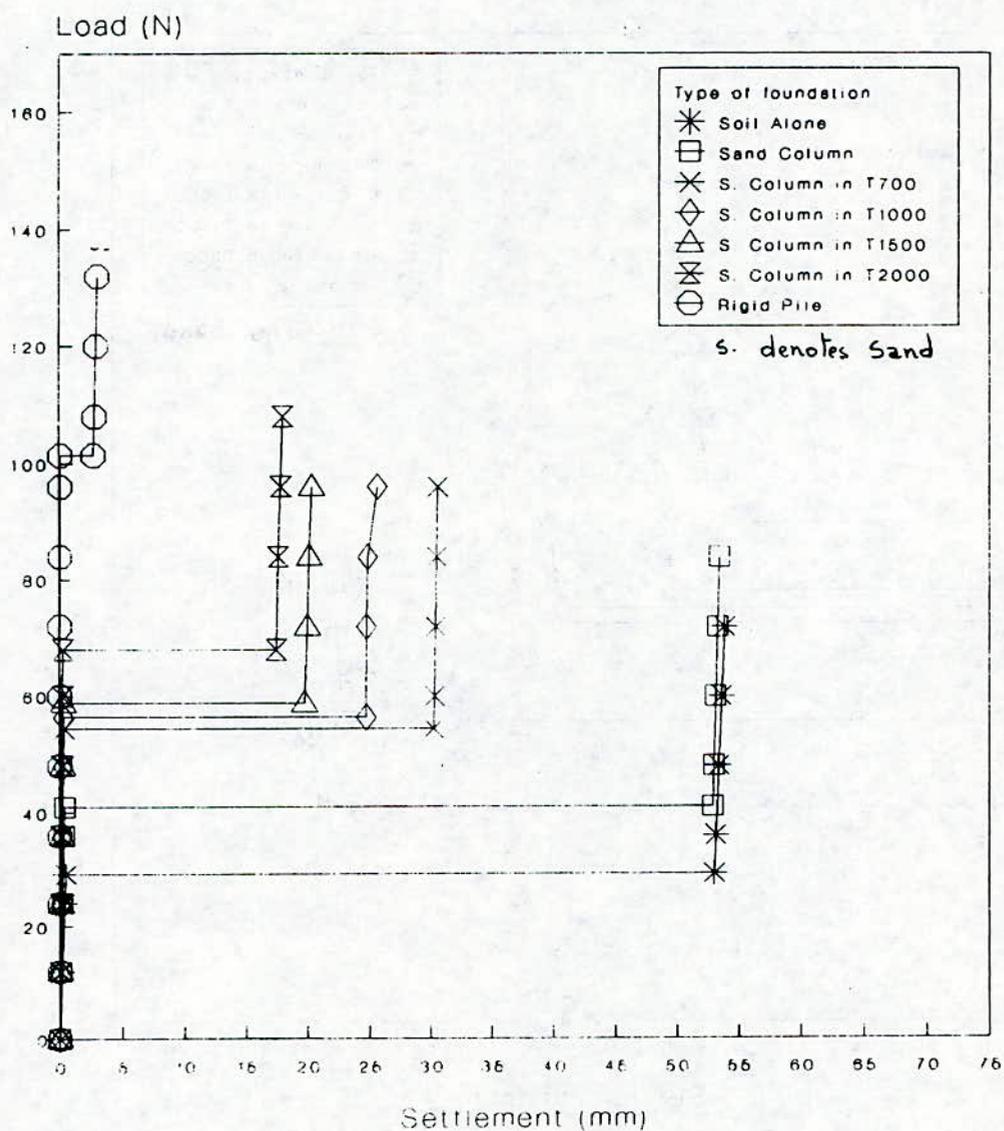


Fig. 13 Settlement curves for the different foundation supports, of length  $L = 410$  mm, after full inundation under an applied load equal  $20\% P_u$ .

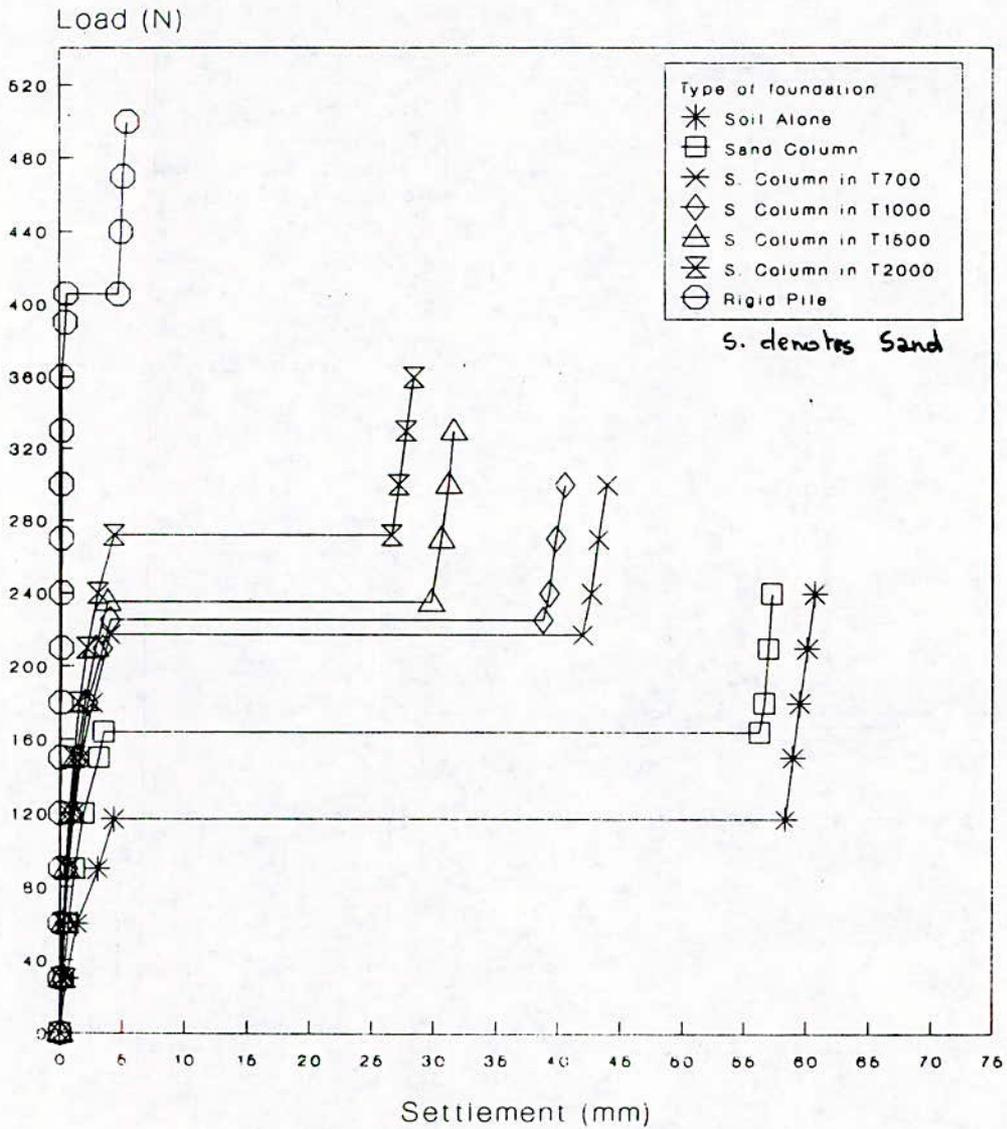


Fig. 14: Settlement curves for the different foundation supports, of length  $L = 410$  mm, after full inundation under an applied load equal  $80\% P_u$ .

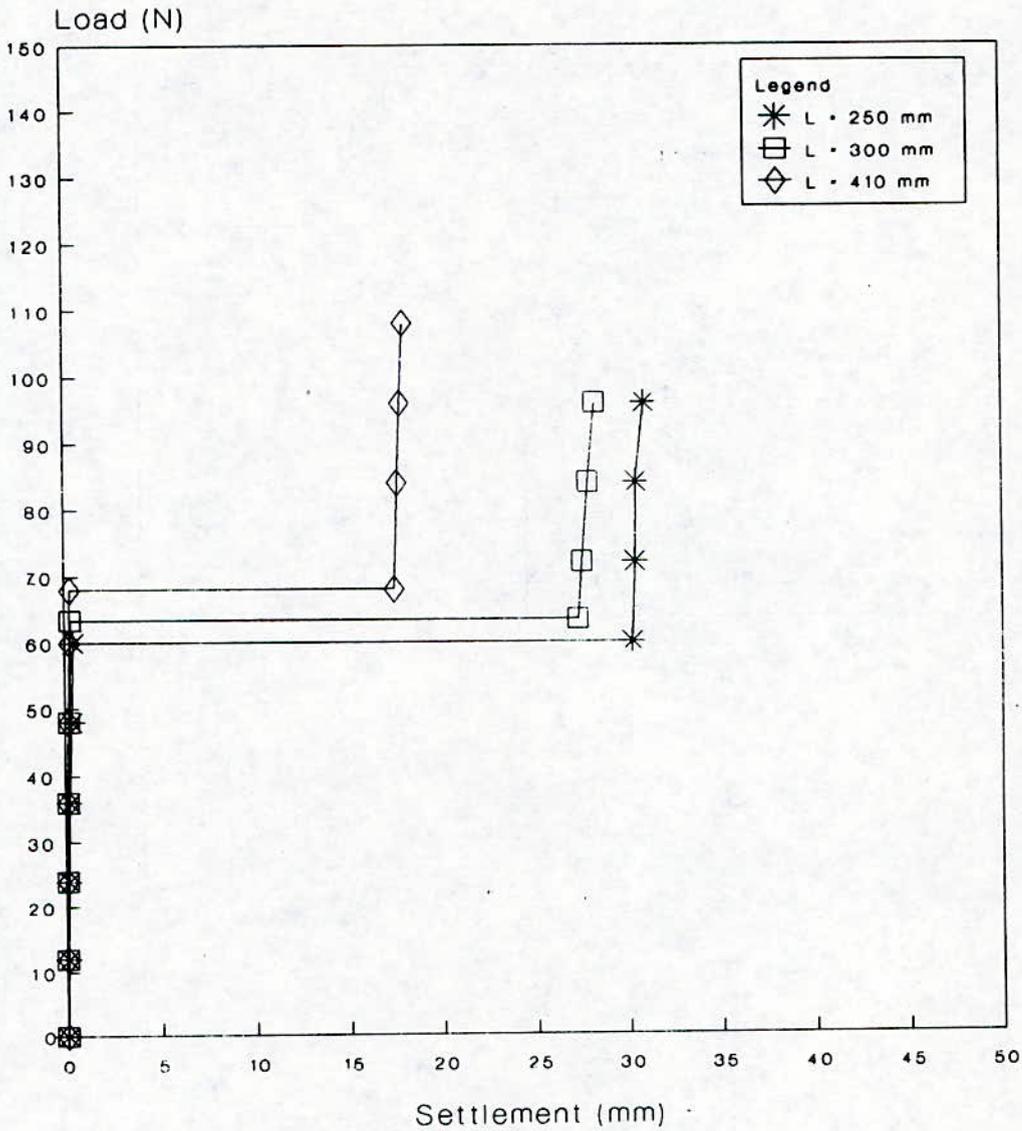


Fig. 15: Settlement curves for sand columns confined by T2000 after full inundation under an applied load = 20%  $P_v$ .

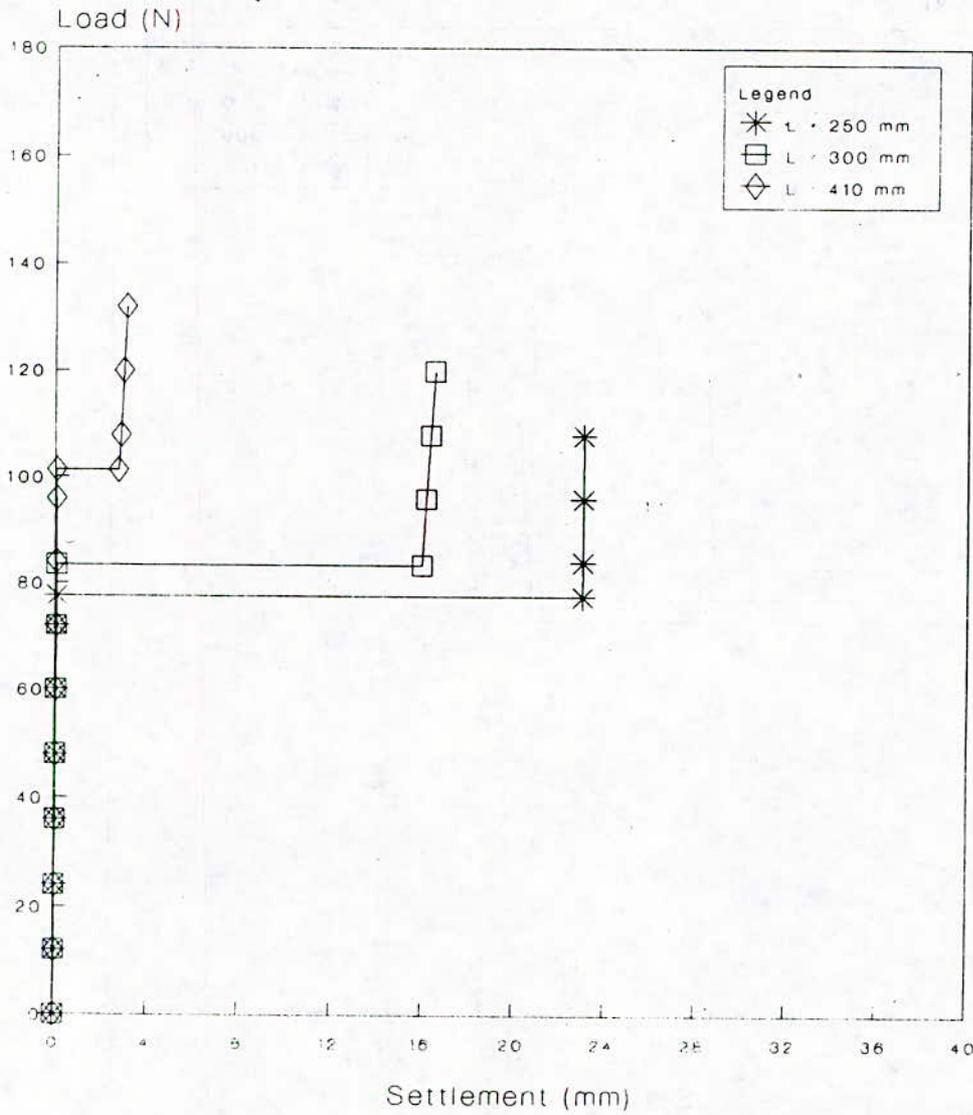


Fig. 16: Settlement curves for rigid piles after full inundation under an applied load = 20%  $P_u$ .

VORTEX FORMATION OF A DOUBLE BLADE SAVONIUS ROTOR

D.Benghrib\*, C.Begquier\*\*

\* Faculté des Sciences, Université Chouaib Doukkali, B.P. 20, Eljadida, Maroc

\*\* Institut de Mécanique Statistique de la Turbulence, Université d'Aix-Marseille II, 12 Avenue du Général Leclerc, 13003 Marseille, France

**ABSTRACT** We study the vortex formation of a Savonius Rotor "propulsive" blade. Particularly we describe the different events happening during a half period of rotation by means of chronophotography technics. The studied film has been registered from visualisation in a water channel with the dye emitted from the center of the rotor. The rotor blade is in plexiglas and we have been able to detect the different fluid motions on each side of the curved propulsive blade.

### 1. Introduction

The Savonius Rotor is a cheap wind-mill consisting by example of two half circular blades separated by a central gap [1]. It is often used for pumping or as source of electricity production. Its power coefficient is rather low (10.% to 30.%) but its life duration is quite good which gives a real attractivity to this wind-mill.

We were interested in the vortex formation of such a rotor placed in a water channel from visualisation technics and L.D.A measurements. In a first stage we studied the vortex shedding appearing in the wake. It is, in certain conditions, composed of three vortex systems (fig 1). During the period of rotation, two vortices are emitted from the "propulsive" blades which have the same sense of rotation than the rotor. One of these vortices is convected to the right of the wake, while the second is convected to the left. In the same time the "resistive" blade gives two counter-rotating vortices, which one is captured by one of the propulsive vortices, while the second is leaving the rotor without problem. Such a three vortex system presents a good stability and it can be refound at different rotation velocities. It can be related to the interaction between the excitation rotational frequency and the Strouhal natural frequency of the rotor considered as bluff body [3].

In the present study we are interested in the "propulsive" vortex formation during a half period of rotation. So we focussed our attention on the fluid motions close to the outer and the inner sides of the "propulsive" blade as the reverse flows in the central region.

### 2. Experimental network

We have performed an experimental network of a Savonius rotor placed in an hydrodynamical tunnel in order to obtain visualisation of the flow. The studied rotor is 196 mm long, with a maximum lateral expansion of 46 mm. The rotor is constituted of two semi-circular blades of 28mm in diameter and 2mm thickness.

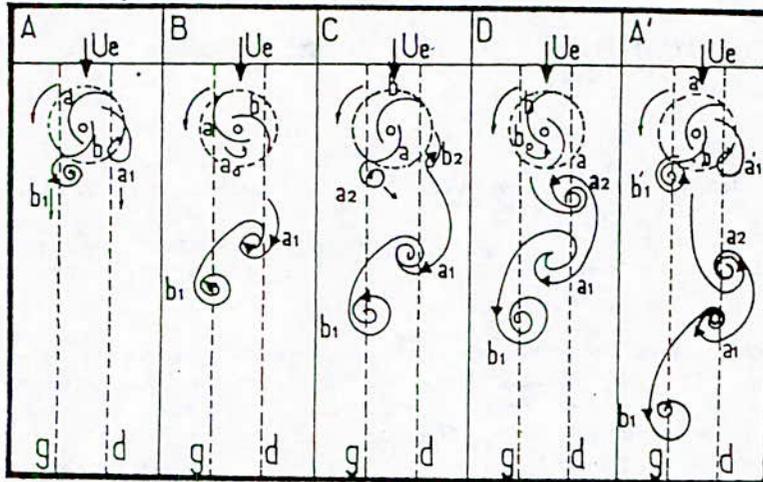


Fig:1 Three vortex system

The central gap is 8 mm large with a small tube of 4mm for the axial tube bringing the dye. The two blades are in plexiglas to permit to see the two sides in the same time. The axial tube is used as the rotation axis. The rotor is placed in the center of the channel of  $(20 \times 20) \text{cm}^2$  square section. It freely rotates in the mean flow. The dye is emitted from the central axis in the mean plane exposed to a lightly slide of 1cm width. The rotation frequency is 21 RPM as the upstream velocity is equal to 14cm/s. The natural Strouhal number of this double blade rotor for a fixed stable position being around 0.2 roughly corresponds to the Strouhal of rotation varying between 0.2 to 0.35. In such conditions the vortex formation has a maximum intensity .

### 3. Vortex trajectories along the blades

The figure 2 and photography show the motion of the vortices along each blade profile and their escaping in the near wake during a half period of rotation.

During the first quarter of period ( fig2.a) corresponding to the position for which the blade (A) becomes "propulsive" and (B) "resistive", a big eddy (Be) leaves the blade (B) to be convected in the wake. This eddy is coming from the blade (B) and was formed during its propulsive phase. A packet of fluid (A1) comes from the blade face (A) during its resistive phase. This packet of fluid is dividing in two parts in the first quarter period : (A'I) and (A''I) the first one stays in the inner surface while the second one is convected in the wake and gives a vortex with counter rotation with respect to the rotor. The packet of fluid (A'I) contributes to increase (B1) from the central gap situated on the outer face of the blade (A). A part of this packet of fluid (B'I) is rolling up along the surface of the blade (A), from the center of the circle, (see fig2.b), up to a rotation angle of about  $120^\circ$ .

At this stage the packets of fluid (A'I) and (B'I) on each side of the blade are collapsing together to give a strong vortex which is formed at the leading edge side of the blade. At this position, during a small time, there is a strong rotational concentration which generates the big corotating "propulsive" vortex. During this stage another flux appears from (B'I) to (A'I) in the central gap.

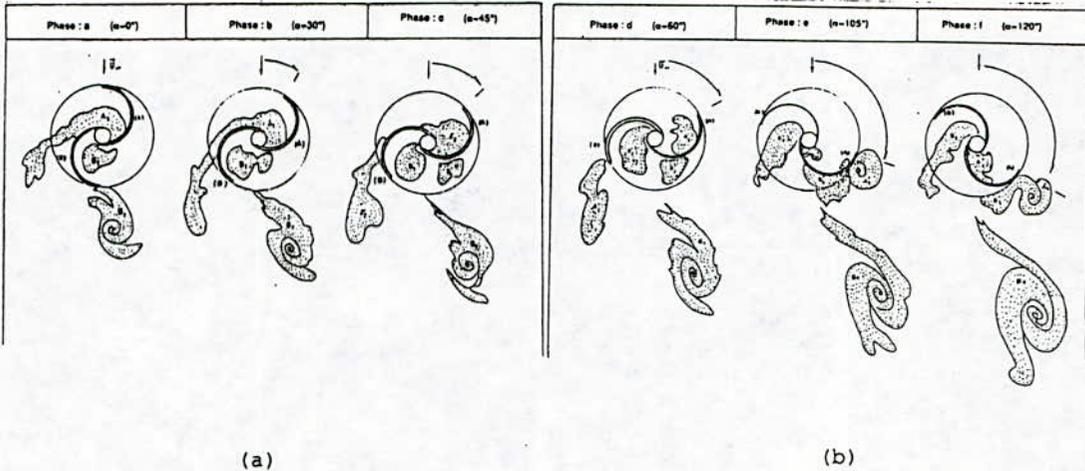


Fig:2 Vortex shedding downstream the Savonius rotor

#### 4 Conclusions

We can give the following conclusions about the vortex formation of this double blade Savonius rotor.

1) There are different fluxes through the central gap from one blade to the other during the rotation, especially during the "propulsive" vortex formation for which a flux is coming from the concave surface of the resistive blade to that of the propulsive blade.

2) The resistive and propulsive blades give two counter rotation vortices. The propulsive one is stronger in intensity and has the same sense of rotation than the rotor .

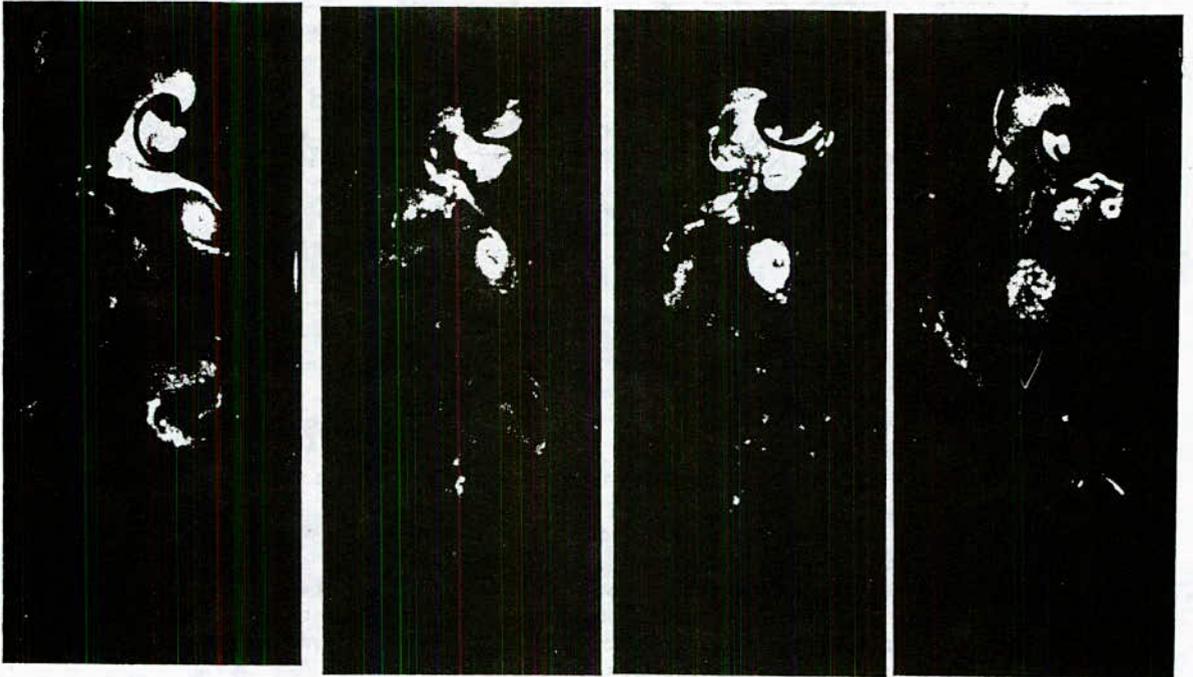
During a period of rotation, one of the resistive vortices is captured by one of the propulsive vortices, giving in the wake a characteristic three vortex system.

3) Other V.A.W.T such as the Darrieus Wind-mill [4], even though its basic principle is different, generate big corotating eddies during the "propulsive" phase and we can ask to us if these eddies contribute or not to the wind power capture.

It seems that the "propulsive" vortex which has a maximum intensity near the maximum power coefficient point contributes to the rotation by means of a certain "lift effect". This "propulsive" vortex is related to the captured power and its presence can increase the efficiency of the rotor. That is what happens during the dynamic stall for the Darrieus Rotor [5]. However such a vortex generates overloads on the blades, vibrations and sound, all things that it is better to avoid.

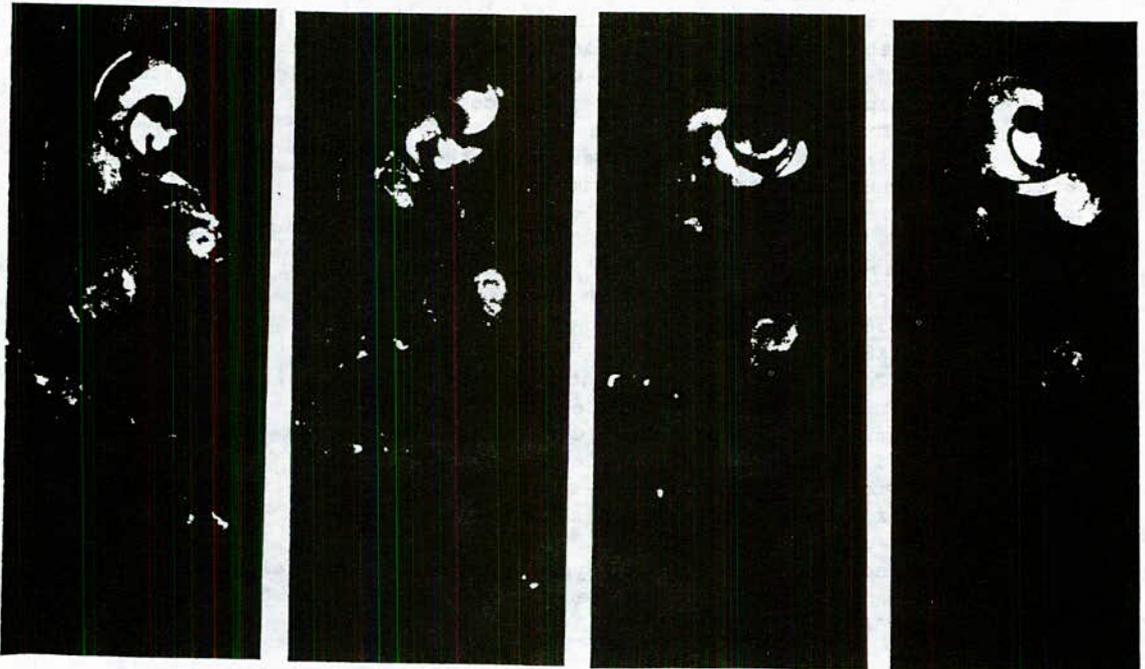
#### References

- [1] Savonius, S.J.: "The Savonius-Rotors and its Applications" Mechanical Engineering, Vol. 53. N°5, pp333-338 (Mai 1931)
- [2] PARASCHIVOIU, I., BILGEN, E, DAMATHA SANT'ANNA, F.: "Effet Tourbillonnaire à l'Intérieur d'une Roue Eolienne en Rotation" E.P 77- R- 50 (Décembre 1977)
- [3] Botrini, M., Béguier, C., Chauvin, A., and Brun, R C.R.A.S - Paris - t298- série II, N°20 (Mai 1983)
- [4] Botrini, M.: Etude aérodynamique d'une éolienne Savonius, PHD - Université Aix-Marseille II (1982)
- [5] Fraunié, P., Béguier, C., and Paraschivoiu, I.: Importance du décrochage dynamique dans les calculs aérodynamique du rotor Darrieus, J de Méc Théo et Appl, Vol4, N°6 pp 785-804 (1985)



Photography : Vortex shedding of a double blade Savonius rotor

(  $S_T=0.2$ ;  $Re=4600$  )



# UTILISATION D'UNE TECHNIQUE DE COUPLAGE M.E.F-B.E.M POUR L'ANALYSE DE PROBLEMES DE CONCENTRATION DE CONTRAINTES ET D'INTERACTION SOL-STRUCTURE

par

**M. DEMIDEM** : Chargé de Cours, Département de Génie Civil, E.N.P. (Alger)

**M.K. BERRAH** : Maître de Conférences, Département de Génie Civil, E.N.P. (Alger)

**O. SAHA** : Ingénieur d'Etat en Génie Civil, Post-Graduant, E.N.P. (Alger)

**M. BERBAS** : Ingénieur d'Etat en Génie Civil, E.N.P. (Alger)

## ملخص

الجمع بين طريقة العناصر المنتهية (M.E.F) و طريقة المعادلات التكاملية في الحدود (B.E.M) مهم جدا في حالة استعمال كل طريقة في مجال قوتها .  
و لهذا الغرض تم دراسة بعض المسائل (صفحة مثقوبة و بناية فوق التربة - نصف فضاء -) لايضاح مزايا الجمع بين الطريقتين في حالتي تركيز إجهادات و تفاعل بين التربة و البناية .

## RESUME

Le couplage de la methode des éléments finis et de la methode des equations integrales aux frontieres est une technique très efficace pour le traitement numérique de problemes complexes de mecanique. Elle trouve sa puissance dans la conjugaison des points forts de chacune des deux methodes.

A ce titre, la technique de couplage a été mise en œuvre aux fins de traiter des problemes de concentration de contraintes et de mecanique multi-milieux illustrées par des cas de plaque percee et d'interaction sol-structure.

## ABSTRACT

The coupling of finite element and boundary element methods is an efficient technique for the numerical analysis of complex mechanics problems. It finds its power in the association of each method's strong points.

Examples have been tested (plate with a hole and structure on half space) to put into evidence the advantages of the combination in the particular cases of high stress concentration and soil-structure interaction.

## 1 - INTRODUCTION

Un certain nombre de problèmes spécifiques, présentent un couplage ou une sorte d'interaction entre les différentes parts constituant le système étudié. A titre indicatif, on peut citer les systèmes representant la structure, le fluide et le sol dans lequel différentes méthodes numériques peuvent être utilisées, d'une manière spécifique, aux régions physiques constituant le dit système.

A cet effet, le couplage des méthodes numériques peut s'avérer très efficace pour le traitement numérique de tels problèmes. Afin de tirer profit des avantages qu'offrent la méthode des éléments finis (M.E.F) et la methode des équations intégrales aux frontières (B.E.M), il est judicieux de procéder à la combinaison de ces deux techniques numériques, et ce pour la résolution de plusieurs problèmes pratiques dont l'interaction sol-structure, la concentration de contraintes, les problèmes de fissuration et de la mécanique de la fracture, la mécanique des milieux non linéaires ou non homogènes... etc.

Du point de vue de la mise en œuvre technique, il est à noter que le couplage d'éléments de frontières linéaires ou d'ordre supérieur exige des éléments finis du même ordre.

Les premières contributions à ce sujet sont dues à McDonald et Wexler<sup>4</sup>, Shaw et Fably<sup>6</sup>, Brebbia et Georgiou<sup>2</sup> et Zienkiewicz et al.<sup>8</sup> où la formulation de base a été présentée (matrice de rigidité équivalente pour élément frontière).

## 2 - COMPARAISON ENTRE LA M.E.F ET LA B.E.M

Les principaux aspects autour desquels s'articule la comparaison sont les suivants:

### *Domaine d'application :*

La M.E.F s'applique plus facilement aux problèmes complexes de structures (non-homogénéité, non-linéarité) par opposition à la méthode des équations intégrales aux frontières, qui exige la connaissance de la solution de chaque problème particulier, du reste potentiellement très délicate à obtenir.

La B.E.M a beaucoup d'avantages par rapport à la M.E.F dans le domaine linéaire et s'adapte mieux aux domaines infinis et semi-infinis ainsi qu'aux cas de concentration de contraintes.

### *Discretisation :*

La M.E.F consiste à subdiviser le domaine, tout entier, en un réseau d'éléments. Tandis que dans la B.E.M, seule la frontière est discrétisée et la solution aux points intérieurs peut être obtenue.

### *Dimension du problème :*

Dans la B.E.M, la dimension du problème étudié est réduite d'une unité, autrement dit, pour un problème bi-dimensionnel, on aura une équation intégrale de frontière unidimensionnelle, ce qui représente un avantage appréciable par rapport à la M.E.F.

## 3 - COUPLAGE DE LA M.E.F ET LA B.E.M

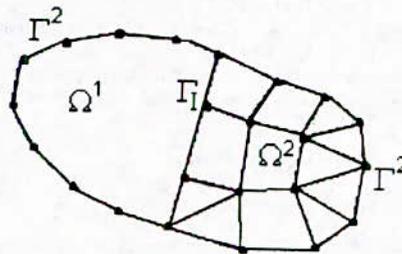


Fig-3-1- Division du domaine en deux régions élément fini et élément frontière ainsi que leur interface.

### *Formulation en éléments finis :*

Elle se base sur une approche Variationnelle :

$$\int_{\Omega} \delta \epsilon_{ij} \sigma_{ij} d\Omega = \int_{\Gamma_1} \delta U_i P_i d\Gamma + \int_{\Gamma^2} \delta U_i B_i d\Omega \quad (1)$$

où :  $\epsilon_{ij}$  : le tenseur déformation.

$\sigma_{ij}$  : le tenseur contrainte.

$U_i$  : le vecteur déplacement.

$P_i$  : le vecteur traction.

$B_i$  : le vecteur des charges volumiques.

En subdivisant le domaine en une série d'éléments dans lesquels les déplacements et les tractions sont connus aux nœuds :

$$\begin{aligned} U &= N.U^n & \delta U &= N.\delta U^n \\ \epsilon &= B.U^n & \delta \epsilon &= B.\delta U^n \\ \sigma &= D.B.U^n & P &= \psi.P^n \end{aligned} \quad (2)$$

avec :  $N$  : matrice d'interpolation.

$B$  : matrice des déformations.

$D$  : matrice des propriétés physiques.

L'exposant  $n$  désigne une valeur nodale.

En remplaçant et en effectuant l'assemblage on aboutit à :

$$K.U = M.P + D \quad (3)$$

où :  $K$  : la matrice de rigidité globale.

$M$  : la matrice de transformation des tractions nodales en forces nodales.

$D$  : le vecteur de répartition de masse en forces concentrées au nœuds.

$U$  : le vecteur des déplacements nodaux.

$P$  : le vecteur des tractions nodales.

#### Formulation en éléments frontières :

La formulation directe de la B.E.M conduit à des équations de la forme :

$$C_{ij} U_j + \int_{\Gamma} P_y^* U_j d\Gamma = \int_{\Gamma} U_y^* P_j d\Gamma + \int_{\Omega} U_y^* b_j d\Omega \quad (4)$$

où :  $C_{ij}$  est une matrice dépendante de la frontière.

$U_y^*$  et  $P_y^*$  sont la solution fondamentale du problème d'élasticité.

$U_j$  et  $P_j$  sont respectivement les déplacements et tractions nodales.

$b_j$  est la contribution de la force de volume de l'élément  $j$  au nœud  $i$ .

En discrétisant le domaine et en faisant l'assemblage on obtient :

$$H.U = G.P + B \quad (5)$$

où :  $H$ ,  $G$  et  $B$  résultent des intégrales et sont souvent appelées coefficients d'influence

#### Couplage :

Transformons maintenant la région élément frontière en un élément fini équivalent. Pour cela, multiplions l'équation (5) par la matrice  $G^{-1}$  :

$$G^{-1}(H.U - B) = P \quad (6)$$

Transformons le vecteur force en vecteur traction nodale :

$$F = M.P \quad (7)$$

Puis multiplions l'équation ( 6 ) par la matrice de distribution M on obtient :

$$(M \cdot G^{-1} \cdot H) \cdot U = M \cdot P + (M \cdot G^{-1} \cdot B) \quad (8)$$

On peut maintenant définir :

$$K' = M \cdot G^{-1} \cdot H$$

$$D' = M \cdot G^{-1} \cdot B \quad (9)$$

$$F' = M \cdot P$$

L'équation ( 8 ) est de la forme :

$$K' \cdot U = F' + D' \quad (10)$$

qui est celle rencontrée dans le cadre d'une formulation en éléments finis.

Une fois la matrice de rigidité équivalente de la région élément frontière obtenue, il est procédé à l'assemblage avec la matrice de rigidité de la région élément fini.

Cette opération est faite en respectant les conditions d'équilibre et de compatibilité à l'interface des deux régions:

i) *La compatibilité* : les déplacements à l'interface des deux régions doivent être égaux :

$$U_i^1 = U_i^2$$

ii) *L'équilibre* : la somme des tractions à l'interface des deux régions doit être nulle :

$$P_i^1 + P_i^2 = 0$$

#### 4 - APPLICATIONS

*Plaque percée à ouverture circulaire :*

La première application de la technique du couplage concerne une plaque percée à ouverture circulaire. La Fig-4-1 représente la moitié de la plaque à cause de la symétrie. L'application a pour objectif l'étude du comportement de la plaque dans le cas de concentration de contrainte.

Il est évident que la zone à haute concentration de contrainte est modélisée par des éléments frontières pour des raisons économiques car il faudrait un très grand nombre d'éléments finis pour modéliser le phénomène à l'étude.

La Fig-4-2 montre la variation du facteur de concentration de contrainte  $K_T$  le long de l'encastrement. Il est rappelé que la théorie de l'élasticité<sup>7</sup> prévoit une valeur de  $K_T = 3$  avec  $K_T = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{appl}}$ .

Il est à noter que cette application peut être étendue au cas de fissure en faisant tendre le cercle vers une ellipse dont le grand axe serait perpendiculaire au chargement.

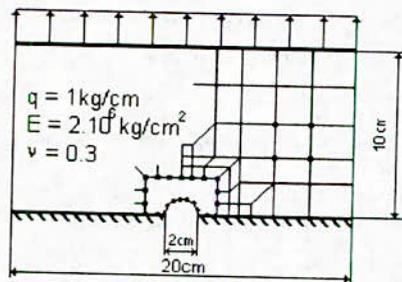


Fig-4-1- Plaque encastree à ouverture circulaire soumise à un chargement uniforme dans son plan.

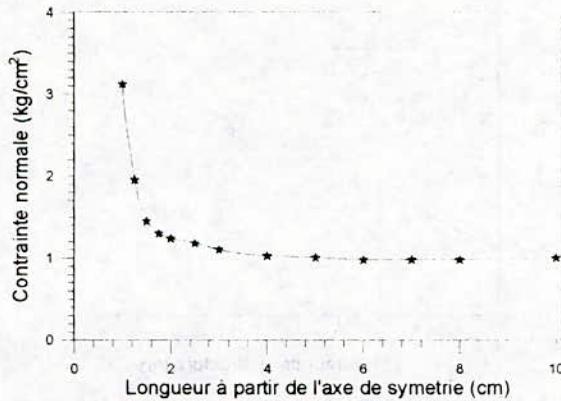


Fig-4-2- Facteur de concentration de contrainte  $K_t$ .

**Structure sur sol semi-infini :**

La deuxième application est relative au problème de l'interaction sol-structure. Pour cela, on considère une structure en béton reposant sur un sol semi-infini (Fig-4-3). La structure, modélisée par éléments finis, a pour dimensions  $5m \times 12m$ . Le sol -modélisé par éléments frontières- est représenté par un demi cercle de rayon  $92.5m$ .

La structure est soumise en premier lieu à une traction simple ensuite à une flexion composée.

On note que la structure est modélisée par éléments finis plans dont les conditions préalables de convergence sont satisfaites. Quant au sol, il sera modélisé par éléments frontières linéaires.

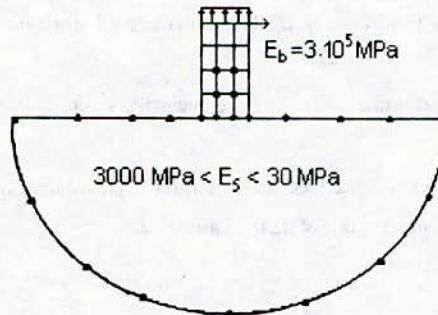


Fig-4-3- Structure sur sol soumise à une traction plus flexion.

**Traction simple :**

Les Fig-4-4 et Fig4-5 montrent respectivement :

- La déformation de la structure en tenant compte du déplacement du sol de fondation.

On remarque que plus le sol est rigide plus la déformation de la structure est grande.

- Les contraintes de traction à l'interface sol-structure.

Noton que plus le sol est mou plus les contraintes aux bords de la fondation sont élevées

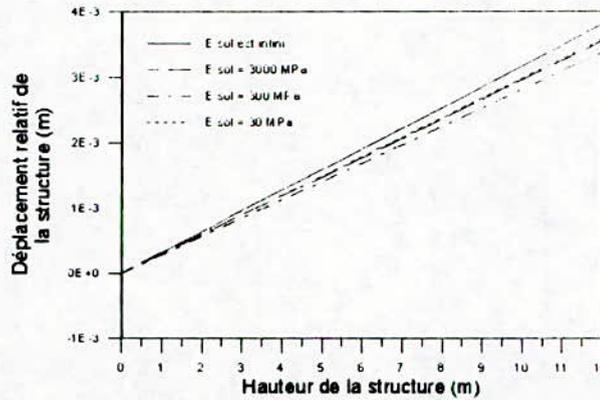


Fig-4-4- Allongement relatif de la structure. (à partir de la base).

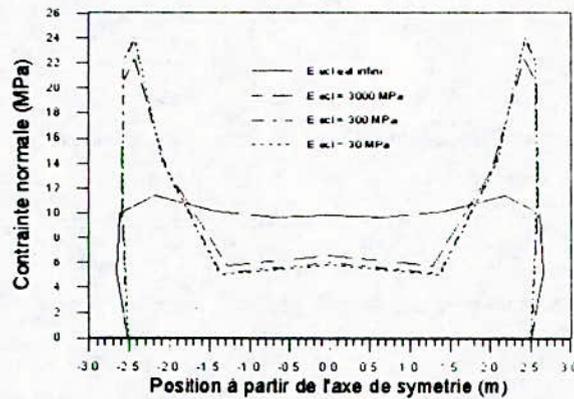


Fig-4-5- Contrainte normale à l'interface sol-structure

*Flexion composée :*

La Fig-4-6 montre la déformée du sommet de la structure encastree soumise à une traction simple dans un cas et à une flexion composée dans l'autre.

La Fig-4-7 est celle des contraintes à l'interface sol-fondation. Remarquons qu'il y a une relation entre la contrainte normale à l'interface et la souplesse du sol de fondation.

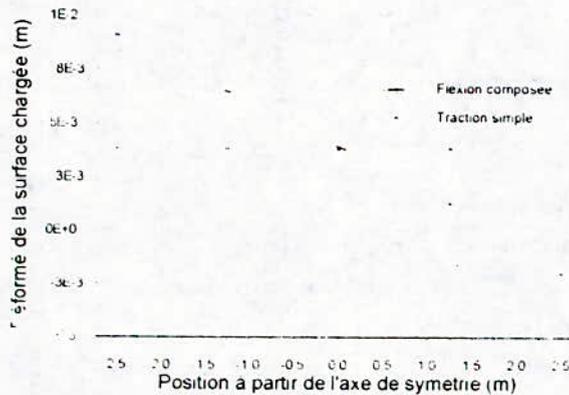


Fig-4-6- Deforme du sommet de la structure encastree.

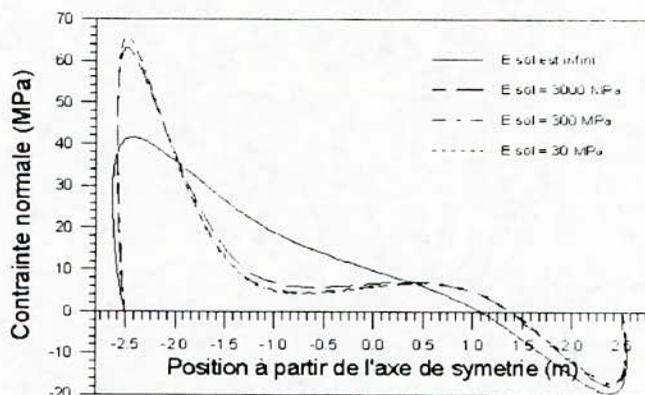


Fig-4-7- Contraite de traction-compression à l'interface.

## 5 - CONCLUSION

Le traitement numérique de certains problèmes de mécanique, et notamment ceux relatifs aux multi-milieux, requiert la maîtrise des techniques numériques avancées appliquées d'une manière spécifique aux différentes régions du problème. La combinaison de ces techniques permet de surmonter certaines difficultés d'analyse avec une grande efficacité.

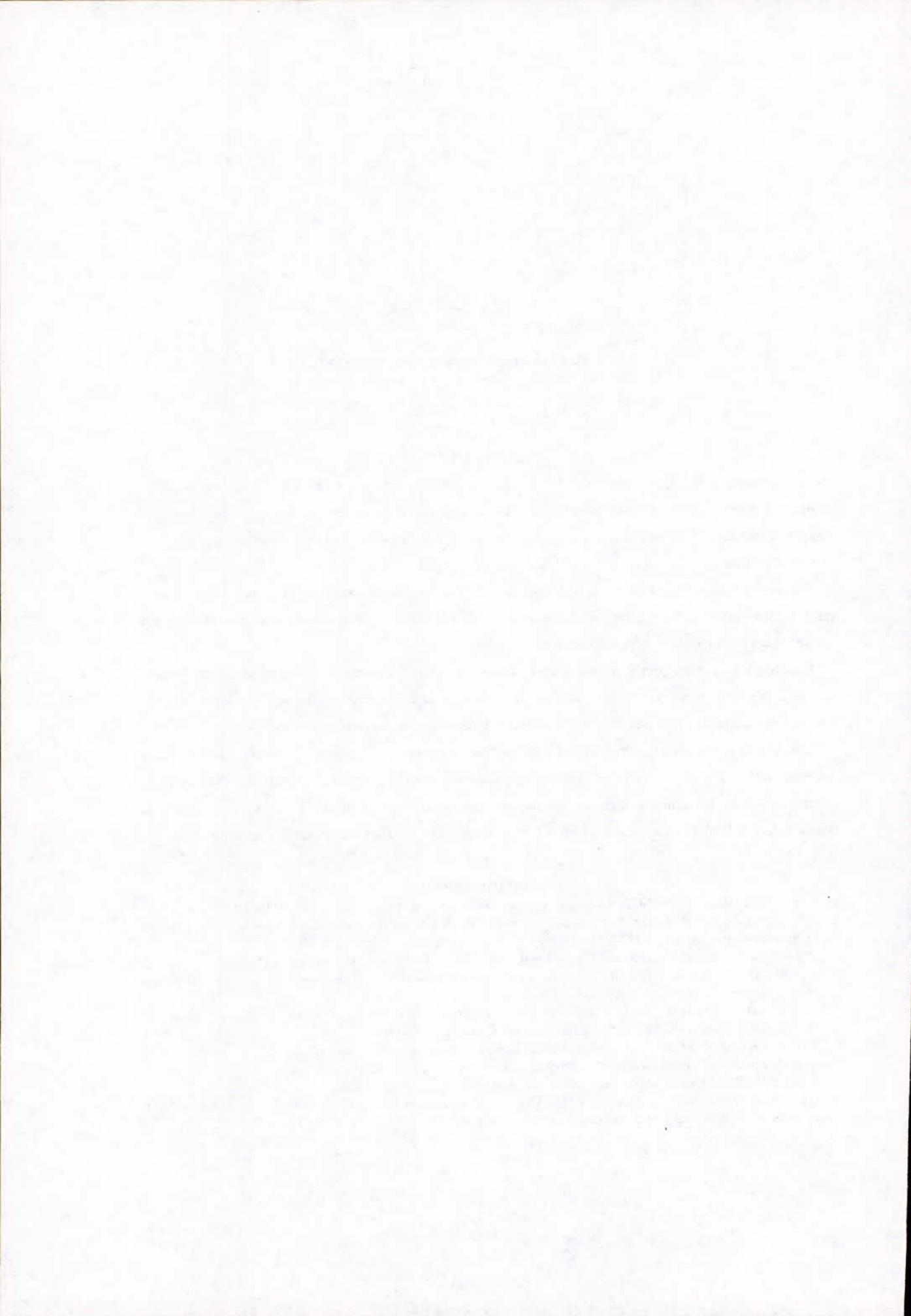
A ce titre, le couplage de la méthode des éléments finis et la méthode des équations intégrales aux frontières a rendu possible, d'une manière attrayante, l'analyse de problèmes aussi complexes que ceux de structures reposant sur un sol semi-infini ou ceux des plaques percées ou fissurées.

L'analyse a montré que pour le cas d'une plaque à ouverture circulaire les résultats obtenus ont été conformes à la théorie ( $K_1 = 3$ ), et plus on s'éloigne de l'ouverture, le long de l'encastrement, plus les contraintes normales chutent pour atteindre la contrainte appliquée, résultat prévisible en vertu du principe de Saint-Venant.

L'analyse de l'interaction sol-structure a montré que plus le rapport  $E_b/E_s$  est grand plus l'effet de l'interaction est important. Plus le rapport  $E_b/E_s$  est faible, plus la déformation de la structure est grande, par conséquent les efforts internes de la structure sont grands. L'hypothèse classique de l'encastrement à la base est donc sécuritaire pour le calcul de la super-structure, mais cette hypothèse sous estime les efforts aux extrémités de la fondations.

## 6 - BIBLIOGRAPHIE

1. C. A. BREBBIA and J. DOMINGUEZ, " Boundary element an introductory course ". Mc. Graw-Hill Book Company (1989).
2. C.A. BREBBIA and P. GEORGIU " Combination of boundary and finite elements for elastostatics ". Applied Mathematical Modeling 3, pp. 212-220. (1979).
3. C. A. BREBBIA, J. C. F. TELLES and L. C. WROBEL. " Boundary element technics ". Springer-Verlag (1984).
4. B.H. McDONALD and A. WEXLER " Finite element solution of unbounded field problems ". IEEE Trans, Microwave theory and techniques, MTT20, pp. 841-847. (1972).
5. O. SAHA et M. BERBAS " Analyse des problèmes de l'élasticité bidimensionnelle par la M.E.F. la B.E.M et leur COUPLAGE " Projet de fin d'études, Ecole Nationale Polytechnique Alger (1993).
6. R.P. SHAW and W. FAHLY " A combined finite element-boundary integral equations method ". 1<sup>st</sup> Symposium on innovative numerical analysis in applied engineering science, Versailles, CETIM. (1977).
7. S.TIMOSHENKO " Théorie de l'élasticité ". Edition Gaston Maillet & C<sup>ie</sup>, imp. (1948).
8. O.C. ZIENKIEWICZ, D.W. KELLY and P. BETTESS " The coupling of finite element method and boundary solution procedures ". International Journal for Numerical Methods in Engineering. Vol. 11, pp. 355-375. (1977)



## **ANALYSE DE L'INTERACTION CINEMATIQUE DETERMINISTE ET STOCHASTIQUE POUR FONDATIONS RIGIDES BIDIMENSIONNELLES PAR UNE APPROCHE INTEGRALE AUX FRONTIERES**

par

**M. Hadid\* et M.K. Berrah\*\***

### **ملخص**

تمثل دراسة الرد الديناميكي للأسس الصلبة أهمية ملموسة لتصميم الأسس الحاملة للمكانات المهتزة، و لتصميم المنشآت مع أخذ بعين الاعتبار التفاعل تربة-أسس. نعرض، أولاً، بحث عددي للرد الديناميكي لأسس ثنائية الأبعاد، صلبة، سطحية أو مدفونة بتربة لزجة مرنة، على تأثيرات توليفية إنسحابية أو تمايلية. نقدم في هذا الإطار نتائج دراسة وسطية بالنسبة لتأثير الخواص الميكانيكية للتربة كمعامل Poisson و التخميد، تأثير الدفن و نوعية الملامسة تربة-أسس. ندرس، ثانياً، تأثير إنتقال الموجة و كذلك تأثير عدم تجانس حركة التربة على رد الأسس الصلبة ثنائية الأبعاد. إعتبرنا في هذا التقرير بأن عدم تجانس حركة التربة ناتجة عن تضديد أمواج سطحية مختلفة الأصل (P, SV et Rayleigh) ليست متناسبة مؤثرة حسب زوايا مختلفة و مالكة لنفس الكثافة الطيفية. استعملنا طريقة معادلات التكامل على الحدود بالتوازي مع طريقة تحليلية لتقادي التكامل العددي لدوال Green. نتائج هذا الإستقصاء تبين أن تأثير عدم تجانس حركة التربة على رد الأسس مطابقاً كيفية لتأثير إنتقال الموجة. التأثيران يحدثان بصفة ملموسة مركبات حركة الإنسحاب للذبذبات المتوسطة و المرتفعة و ينتجان عند ذبذبات وسيطة مركبة دورانية للرد و التي تتظب عند الذبذبات المرتفعة.

### **Résumé**

Dans cet article, en premier lieu, nous présentons une investigation numérique de la réponse dynamique de fondations bidimensionnelles rigides, superficielles ou enterrées dans un sol viscoélastique, à des excitations harmoniques de translation et de balancement. Dans ce contexte, nous fournissons les résultats d'une étude paramétrique relative à l'influence des propriétés mécaniques des sols telles que le coefficient de Poisson, et l'amortissement, et à l'influence de l'enterrement et du type de contact sol-fondation. En deuxième lieu, nous étudions l'effet du passage d'onde, ainsi que l'effet de l'incohérence du mouvement du sol sur la réponse de fondations rigides bidimensionnelles. Il est supposé dans ce travail que l'incohérence du mouvement du sol est due à la superposition des ondes planes stationnaires de différents types (P, SV et de Rayleigh) non corrélées arrivant suivant plusieurs angles et possédant la même densité spectrale de puissance. La méthode des équations intégrales aux frontières est utilisée à travers ce travail de recherche conjointement avec une procédure analytique contournant les intégrations numériques de fonctions de Green singulières.

Les résultats de cette investigation montrent que l'effet de l'incohérence du mouvement de sol sur la réponse de fondations est qualitativement similaire à l'effet de passage d'onde. Les deux effets réduisent significativement les composantes du mouvement de translation aux fréquences moyennes et élevées et développent aux fréquences moyennes une composante rotationnelle de la réponse, laquelle se réduit aux fréquences supérieures.

### **Abstract**

In this paper, at first, results of a detailed numerical investigation on the dynamic response of rigid strip foundation, in viscoelastic soils, under horizontal, vertical and rocking excitation are presented. Influence of material properties such as Poisson's ratio, material damping as well as the influence of geometrical properties, such as depth of embedment are studied. The effect of the type of contact at the soil-foundation interface is also investigated. Secondly, wave passage effect as well as ground motion incoherence effect on the response of rigid strip foundations are studied in this research work, it is assumed that the ground motion incoherence is the result of the superposition of several types of plane, stationary, uncorellated waves (P, SV and Rayleigh) coming at different angles and having a common power spectral density function. A boundary element method is used in this study jointly with an analytical procedure to circumvent the numerical integration of singular Green functions.

The results obtained indicate that the effect of ground motion incoherence on the response of the foundations is qualitatively similar to the wave passage effect. Both effects involve a reduction of the translational components

\* Postgraduant

\*\* Maître de conférences

## 1. Introduction

Le comportement d'une construction lors d'un séisme et les dommages qui peuvent en résulter sont conditionnés, selon les caractéristiques de l'ouvrage, par le mouvement engendré par les actions du sol à la base de la construction. Le mouvement, résultant de l'action superposée des ondes sismiques parvenant au point considéré, est extrêmement complexe.

Classiquement, l'évaluation de la réponse sismique des structures, suppose que tous les points de la surface du sol voisins de la fondation sont animés de mouvements pratiquement identiques et synchrones<sup>15,25,28</sup>. En d'autres termes, le mouvement de la fondation est synchronisé avec le mouvement en champ libre qui est supposé uniforme. Cependant, cette hypothèse n'est strictement valide que dans le cas où les vibrations du sol résultent d'une propagation verticale spatialement uniforme d'ondes sismiques (ondes cohérentes) ou bien que les dimensions de la base de la structure sont considérées petites relativement aux longueurs d'ondes sismiques.

En réalité, deux points considérés sont animés l'un par rapport à l'autre de déplacements différentiels<sup>1,11,19</sup>. En effet, quand le front d'onde est plan et se propage dans un milieu parfaitement homogène, il sollicite la fondation suivant un angle fini, et par conséquent deux points de l'interface sol-fondation distants d'une longueur finie sont animés de mouvements différentiels. Ce phénomène connu sous le vocable de "Wave passage" (passage d'onde) a été étudié à l'occasion de nombreux travaux de recherche. Kobori et al<sup>18</sup> ont analysé la vibration d'un disque circulaire reposant sur un demi espace élastique sollicité par une onde incidente oblique de type SH en réduisant le problème à la résolution numérique des équations intégrales de Fredholm. En utilisant une approche similaire, tout en séparant l'effet cinématique de l'effet inertiel, Luco<sup>20</sup> a déterminé la réponse torsionnelle d'un disque et d'une fondation enterrée hémisphérique excitée par une onde incidente inclinée de type SH. Apsel et Luco<sup>3</sup> ont généralisé ces derniers résultats au cas d'une fondation enterrée ellipsoïdale. Wong et Trifunac<sup>31</sup> ont analysé le cas d'une fondation filante avec un enterrement semi-elliptique, sollicité par une onde SH. En ce qui concerne les autres formes géométriques, l'utilisation de méthodes numériques est nécessaire. Wong et Luco<sup>30</sup> ont évalué la réponse dynamique d'une fondation rectangulaire rigide, limitée par un demi-espace et excitée par une onde sismique oblique. La discrétisation de la zone de contact entre le sol et la fondation se fait en un certain nombre de sous-regions où l'on suppose un état de contrainte constant. Day<sup>4</sup> utilise la méthode des éléments finis (M.E.F.), pour représenter le mouvement d'entrée d'une fondation rigide hémisphérique et cylindrique pour une onde SH horizontale et verticale. La méthode des équations intégrales aux frontières (M.E.I.F.) a été appliquée pour la première fois aux problèmes de diffraction d'onde sismique par Dominguez<sup>5</sup> en 1978. Il a étudié dans le domaine des fréquences, la réponse des fondations tridimensionnelles, enterrées dans un sol viscoélastique et excitées par l'incidence des ondes planes de types SH, SV et P. Récemment, Karabalis et Beskos<sup>16</sup>, Spyrakos et Beskos<sup>26,27</sup> ont mené une étude similaire bi-et tridimensionnelle, dans le domaine des temps. L'effet du sol sous-jacent et celui d'un substratum non rigide sur l'amplification du site et sur la réponse de fondations filantes sous sollicitations sismiques de type P et SV, enterrées dans un demi-espace viscoélastique a été analysé récemment par Dominguez et Abascal<sup>6</sup>. Dans tous ces travaux, il est supposé que la variabilité spatiale du mouvement en champ libre est le résultat de la propagation cohérente d'ondes planes.

Plusieurs facteurs additionnels contribuent à la variabilité spatiale du déplacement du sol en champ libre. Le train d'ondes issu des différents points d'une source (faille), étendue a pour effet d'induire une interférence entre les arrivées simultanées d'ondes à la surface du sol selon divers angles d'incidence. Aussi, ce train d'ondes est altéré différemment en phase et en amplitude par la complexité caractérisant la structure souterraine du sol (non homogénéité, anisotropie, présence d'aspérités, etc...) durant sa propagation de la source à la surface du sol et par les réflexions et les diffractions dues à la présence de la fondation. Ces effets, contribuant à la variabilité spatiale du déplacement du sol, peuvent être classés sous le vocable de "l'effet de l'incohérence" qui est la perte de cohérence que subissent les ondes sismiques au cours de leur trajet du foyer au site considéré. Plusieurs approches sont développées pour l'estimation de l'effet de la variabilité spatiale du mouvement du sol en champ libre sur la réponse sismique de fondations, nous citerons ici trois approches:

La première approche estime les effets de la variabilité spatiale du mouvement du sol en champ libre sur la réponse de fondations étendues en se basant sur une représentation analytique du mouvement du sol en champ libre dans le domaine fréquentiel et sur l'utilisation de la moyenne spatiale pondérée dont le poids est classiquement une fonction linéaire de position. En ce qui concerne la variabilité spatiale, les caractéristiques aléatoires spatiales du mouvement du sol sont représentées par l'inter-corrélation ou la fonction de cohérence entre les mouvements en deux points distincts. Cette approche a été utilisée par Hoshiya et Ishii<sup>12</sup> pour l'évaluation de l'interaction cinématique de fondations rectangulaires enterrées. Dans cette étude seul l'effet de l'incohérence du mouvement du sol a été pris en considération; l'effet du passage d'onde a été négligé. Harichandran<sup>10</sup> a étudié l'effet de l'interaction cinématique sur des fondations superficielles rectangulaires étendues rigides en utilisant un modèle stochastique de la variabilité spatiale du mouvement du sol basé sur les résultats fournis par le SMART1 (Strong Motion Array Recorded Near Taiwan), opérationnel depuis 1980 à Lotung, Taiwan. Les effets de passage d'onde ainsi que les effets de l'incohérence sont considérés. Veletsos et Prasad<sup>29</sup>, en se basant sur le modèle stochastique de la variabilité spatiale du mouvement de sol proposé par Harichandran et Vanmarcke<sup>11</sup>, ont analysé l'interaction cinématique et inertielle de structures supportées par des fondations circulaires superficielles et rigides. L'effet de passage d'onde relatif à une onde de type SH se propageant obliquement est pris en compte.

La deuxième approche, plus proche de la réalité, se base sur une représentation analytique de la variabilité spatiale du mouvement du sol. Cette approche ne néglige pas le problème contact sol-fondation et considère ce problème comme étant un problème aux valeurs limites de nature mixte. La formulation mène à une représentation intégrale de la réponse de la fondation en termes du mouvement du sol en champ libre et des contraintes de contact entre la fondation et le sol. Luco et Wong<sup>22</sup> ont présenté une procédure pseudo-analytique déterminant la réponse dynamique de fondations superficielles rigides reposant sur un demi-espace élastique et sollicitées par un mouvement sismique basé sur un modèle stochastique de la variabilité spatiale du mouvement du sol en champ libre. Une application numérique est présentée en particulier pour le cas d'une fondation rectangulaire. Luco et Mita<sup>21</sup> ont étudié le cas d'une fondation circulaire reposant sur un demi-espace élastique en suivant presque la même démarche que dans [22].

La troisième approche découle des travaux de Kausel et Pais<sup>17</sup> et Pais et Kausel<sup>24</sup>. Elle consiste à développer un modèle physique décrivant la variabilité spatiale du mouvement du sol en champ libre par l'effet de la propagation d'onde stochastique de type SH dans un milieu homogène sous divers angles d'incidence. Il est supposé que le mouvement de la fondation est le résultat de la superposition d'ondes planes stationnaires non corrélées arrivant suivant plusieurs angles et possédant la même densité spectrale de puissance. Une méthode approchée proposée par Igushi<sup>13,14</sup> est utilisée par Pais et Kausel<sup>24</sup> pour l'évaluation de la réponse sismique de fondations cylindriques et rectangulaires enterrées sollicitées par l'incidence des ondes stochastiques de types SH.

Dans cet article, nous avons analysé dans un premier temps, la réponse dynamique des fondations bidimensionnelles rigides superficielles et enterrées sous sollicitations harmoniques. Une étude paramétrique relative à l'influence des propriétés mécaniques du sol, telles que le coefficient de Poisson, et l'amortissement, à l'influence de l'enterrement et le type du contact sol-fondation est également présentée. L'évaluation de la réponse déterministe et probabiliste de la réponse de fondations bidimensionnelles sollicitées individuellement par les ondes P, SV et de Rayleigh ainsi que de leur combinaison se propageant dans un sol homogène sous différents angles est aussi présentée. L'approche probabiliste suppose que le mouvement des fondations est du à la superposition d'ondes planes stationnaires non corrélées arrivant suivant plusieurs angles et possédant la même densité spectrale de puissance. La méthode des équations intégrales aux frontières est utilisée dans tout notre travail conjointement avec une procédure analytique contournant les intégrations numériques de fonctions de Green singulières.

## 2. Méthode d'analyse

### 2.1. Approche déterministe

Ce travail s'inscrit dans le cadre de l'hypothèse des petites perturbations. Dans un solide linéairement élastique, homogène et isotrope occupant un domaine  $\Omega$ , limité par sa surface  $\Gamma$ ; l'équation d'équilibre de l'élastodynamique pour l'état stationnaire dans le domaine fréquentiel exprimée dans les coordonnées cartésiennes  $(x_1, x_2, x_3)$  avec la notation indicielle est comme suit

$$(\lambda^* + \mu^*) \bar{u}_{j,ji} + \mu^* \bar{u}_{i,jj} + \rho \omega^2 \bar{u}_i = 0 \quad (1)$$

avec  $\lambda^* = \lambda (1 + 2\beta i)$  et  $\mu^* = \mu (1 + 2\beta i)$  sont les constantes complexes de Lamé ( $\beta$  est le coefficient d'amortissement),  $\rho$  est la masse volumique,  $\omega$  est la fréquence circulaire, et  $\bar{u}_i$  est la transformée de Fourier de vecteur déplacement  $u_i$ . Dans ce qui suit, on omet le symbole de transformée de Fourier '-' sur les vecteurs déplacements pour le but d'alléger la notation. La formulation intégrale aux frontières des équations de l'élastodynamique est représentée comme suit

$$[c]^i \{u\}^i + \int_{\Gamma} [p^*] \{u\} d\Gamma - \int_{\Gamma} [u^*] \{p\} d\Gamma = \frac{1}{2} \{u_g\}^i \quad (2)$$

où  $[c]^i$  est une matrice constituée par des valeurs constantes déterminées suivant une configuration géométrique au voisinage du point  $i$ ,  $\{u\}^i$  est le vecteur déplacement au point  $i$ ,  $[u^*]$  et  $[p^*]$  sont les matrices déplacement et contrainte respectivement dues à un chargement unitaire au point  $i$ ,  $\{u\}$  et  $\{p\}$  sont les vecteurs déplacement et contrainte respectivement,  $\Gamma$  est la frontière d'intégration, et  $\{u_g\}^i$  est le vecteur déplacement en champ libre nécessaire pour l'analyse du problème de diffraction d'onde.

Procédons à présent à la discrétisation du contour en  $N$  éléments constants, l'équation intégrale (2) se met alors sous la forme discrétisée suivante

$$[c]^i \{u\}^i + \sum_{j=1}^N \left[ \int_{\Gamma} [p^*] d\Gamma \right] \{u\}_j - \sum_{j=1}^N \left[ \int_{\Gamma} [u^*] d\Gamma \right] \{p\}_j = \frac{1}{2} \{u_g\}^i \quad (3)$$

où  $\{u\}_j$  et  $\{p\}_j$  sont les vecteurs déplacements et contraintes du  $j^{\text{ème}}$  élément, respectivement.

Les expressions analytiques des intégrales aux frontières apparaissant dans l'équation (3) présentant des singularités sont présentées dans [7].

Sous forme matricielle, en prenant en considération tous les éléments, l'équation (3) devient

$$[H] \{u\} - [G] \{p\} = \frac{1}{2} \{u_g\} \quad (4)$$

L'équation (4) sera utilisée pour la détermination de la réponse dynamique de la fondation. Les éléments de frontières sont divisés en deux parties. La première partie identifiée par l'indice  $c$ , désigne les éléments de contact sol-fondation; la deuxième partie identifiée par l'indice  $l$ , désigne les éléments de la surface libre.

en vertu de ce partitionnement, l'équation (4) se présente comme suit

$$\begin{bmatrix} H^{cc} & H^{cl} \\ H^{lc} & H^{ll} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u^c \\ u^l \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} G^{cc} & G^{cl} \\ G^{lc} & G^{ll} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p^c \\ p^l \end{Bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} u^{gc} \\ u^{gl} \end{Bmatrix} \quad (5)$$

dans ce travail, la fonction d'impédance<sup>8</sup> et la réponse sismique<sup>9</sup> de fondations bidimensionnelles rigides sont calculées. Considérons la matrice [T] qui transforme le vecteur déplacement  $\{u_f\}$  de la fondation rigide en un vecteur de déplacement translationnel  $\{u\}$ , la relation entre la force  $\{F\}$  et le déplacement  $\{u_f\}$  dans l'hypothèse de fondations rigides est donnée par

$$F = Ku_f + \frac{1}{2}T^t A(G^\infty - H^d (H^u)^{-1} G^k)^{-1} (H^d (H^u)^{-1} u^d - u^k) \quad (6)$$

où K est la matrice d'impédance définie comme étant

$$K = T^t A(G^\infty - H^d (H^u)^{-1} G^k)^{-1} (H^\infty - H^d (H^u)^{-1} H^k) T \quad (7)$$

A est la matrice diagonale désignant "l'aire" de chaque élément de frontière de la fondation.

il en découle que le vecteur déplacement de la fondation en l'absence des sollicitations harmoniques est défini comme

$$u_f = \frac{1}{2} K^{-1} T^t A(G^\infty - H^d (H^u)^{-1} G^k)^{-1} (u^k - H^d (H^u)^{-1} u^d) \quad (8)$$

On définit donc les fonctions de transfert T reliant les composantes en champ libre avec les composantes du mouvement de fondations filantes rigides comme étant

$$u_i^f = T_i u_i^s \quad (9)$$

où  $T_i$  sont les fonctions de transfert définies comme suit

$T_1 = \frac{u_1^f}{u_2^s}$  amplitude de déplacement horizontal de la fondation normalisée par rapport au déplacement horizontal du mouvement de champ libre,

$T_2 = \frac{u_2^f}{u_2^s}$  amplitude de déplacement vertical de la fondation normalisée par rapport au déplacement vertical du mouvement de champ libre,

$T_3 = \frac{u_3^f}{u_2^s}$  amplitude de déplacement vertical induit par le mode de balancement de la fondation normalisée par rapport au déplacement vertical du mouvement de champ libre.

avec

$u_1^f, u_2^f, u_3^f$  sont les composantes horizontale, verticale et de balancement respectives du déplacement de centre de la fondation, et  $u_1^s, u_2^s$  sont respectivement les composantes horizontale et verticale du déplacement de champ libre de la surface de sol.

## 2.2 Approche probabiliste

Le mouvement en champ libre  $u_i^f$  est supposé être le résultat de la propagation d'onde de type P, SV ou de Rayleigh. Si on attribue aux différents types d'onde sismique, la même densité spectrale de puissance  $S_g(\omega)$ , alors la densité de puissance spectrale du mouvement de la fondation sollicitée par une seule onde de type P, SV ou de Rayleigh suivant un angle d'incidence  $\theta_i$ , est exprimée de la sorte

$$S_{u_i}(\omega) = |T_{\theta_i}|^2 S_i(\omega) \quad (10)$$

En réalité, les ondes sismiques peuvent arriver suivant plusieurs directions en même temps. On suppose que ces ondes ont des densités spectrales de puissance ayant la même variation en fréquence, mais pas nécessairement les mêmes amplitudes ( $S_{u_i}(\omega) = |T_{\theta_i}|^2 u_{\theta_i}^2 S_i(\omega)$ ). Si on a  $m$  ondes arrivant suivant différents angles  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m$ , on obtient

$$S_{u_j}(\omega) = |T_j|^2 S_g(\omega) \quad (11)$$

avec

$$|T_j|^2 = \sum_{i=1}^m |T_{\theta_i}|^2 u_{\theta_i}^2 \quad (12)$$

on définit

$$|T_j| = \sqrt{\frac{S_{u_j}(\omega)}{S_i(\omega)}} = \sqrt{\sum_{i=1}^m |T_{\theta_i}|^2 u_{\theta_i}^2} \quad (13)$$

comme étant la fonction de transfert

Dans le but de comparer les résultats pour chaque cas, il convient de normaliser les fonctions de transfert par rapport à la somme des carrés de l'intensité de chaque onde, d'où

$$|T_j| = \sqrt{\frac{S_{u_j}(\omega)}{S_i(\omega)}} = \sqrt{\sum_{i=1}^m |T_{\theta_i}|^2 u_{\theta_i}^2 / \sum_{i=1}^m u_{\theta_i}^2} \quad (14)$$

### 3. Application numériques

#### 3.1 Fonctions d'impédances dynamiques de fondations

L'interaction sol-structure a une importance considérable dans la conception parasismique des structures. Dans ce cadre, le calcul des fonctions d'impédances dynamiques des fondations, i.e. les forces de translation et de balancement produisant des déplacements de translation et de rotation unitaires d'une fondation non-pesante et rigide posée ou enterrée dans un sol viscoélastique est une étape clé. Les fonctions d'impédances ( $K_{11}$ ,  $K_{22}$  et  $K_{33}$ ) ainsi que leurs inverses ( $f_{11}$ ,  $f_{22}$  et  $f_{33}$ ) peuvent être écrites en notation adimensionnelle en les divisant/multipliant par le module de cisaillement du sol. Les valeurs de ces dernières sont obtenues en fonction de la fréquence adimensionnelle variant de 0 à 3. La fréquence adimensionnelle est définie par  $a_0 = \frac{\omega B}{c_s}$ .

où  $B$  est la demi-largeur de la fondation filante et  $c_s$  la vitesse de l'onde de cisaillement.

On note que le maillage est choisi en correspondance avec la fréquence d'excitation considérée. Nous avons pris le soin de limiter à  $\lambda_s/8$  la taille des éléments de frontières,  $\lambda_s$  étant la longueur d'onde de cisaillement. Pour mettre en exergue la précision de la présente étude, les fonctions d'impédances de fondations filantes superficielles et enterrées sont analysées. En premier lieu, nous considérons la fondation superficielle reposant sur un sol semi-infini. Nous adoptons des conditions aux limites relâchées permettant le découplage des mouvements et partant une réduction considérable de l'effort de calcul sans altération de la précision. L'interface sol-fondation est discrétisée en huit éléments de longueur égale (fig.1). Les figures 2 et 3 présentent la variation de l'amplitude adimensionnelle des fonctions d'impédances ainsi que les mouvements horizontaux, verticaux et de balancement, du centre de la fondation rigide sujette des sollicitations harmoniques de différents types (horizontal, vertical et de

balancement) sur une plage de fréquences adimensionnelles allant de 0 à 3. En deuxième lieu, une fondation enterrée est considérée. Un contact parfait entre le sol et la fondation est supposé. Dans ce cas, la discrétisation de la surface libre dans le proche voisinage de la fondation est nécessaire (fig.4). Les amplitudes du déplacement horizontal, vertical et du balancement de la fondation enterrée ( $E/B=1$ ) en fonction de la fréquence adimensionnelle  $a_0$  sont présentées dans la figure 5. Les fonctions d'impédances ou leurs inverses obtenues par la présente formulation sont comparées avec celles obtenues par Antes et Von Estorff<sup>2</sup>. Les deux séries de résultats sont en parfait accord. Nous observons dans la figure 6 que l'effet du coefficient de Poisson est plus prononcé sur la fonction d'impédance inverse verticale et de balancement que sur la fonction d'impédance inverse horizontale. La fonction d'impédance inverse horizontale varie légèrement avec la variation du coefficient de Poisson, et nous pouvons noter qu'elle reste invariante en hautes fréquences. Nous pouvons observer aussi que lorsque le coefficient de Poisson augmente, les fonctions d'impédances inverses diminuent, impliquant que la fondation devient plus rigide. Le coefficient de Poisson a un effet pratiquement négligeable sur la vibration des massifs de fondations enterrées (fig.7). La figure 8 montre que l'augmentation du coefficient d'amortissement entraîne une diminution des valeurs des fonctions d'impédances inverses. Nous remarquons une légère différence en basse fréquence, alors qu'il n'y a aucune différence en haute fréquence. L'influence de l'amortissement sur les fondations enterrées suit la même allure que pour les fondations superficielles, mais de manière plus atténuée (fig.9). L'enterrement augmente significativement la rigidité dynamique des fondations puisque la surface de contact entre la fondation et le sol augmente. La figure 10 montre que l'enterrement affecte légèrement la partie réelle des fonctions d'impédances horizontale et verticale.

### 3.2 Réponse sismique de fondations

Trois types d'onde sismique (P, SV et de Rayleigh) sont considérés dans cette étude. La réponse de la fondation filante superficielle (fig.1) à l'incidence oblique des ondes est concrétisée par les composantes horizontale  $u_1^t$ , verticale  $u_2^t$  et de balancement  $u_3^t$  du déplacement de son centre. Les amplitudes de déplacement normalisées de la fondation excitée par les différents types d'ondes P, SV et de Rayleigh  $\left| \frac{u_1^t}{u_1^s} \right|$ ,  $\left| \frac{u_2^t}{u_2^s} \right|$  et  $\left| \frac{u_3^t B}{u_3^s} \right|$  (où  $u_1^s$  et  $u_2^s$  sont respectivement les composantes horizontale et verticale du déplacement de champ libre de la surface de sol) sont définies comme étant les fonctions de transfert du mouvement de champ libre au mouvement de la fondation. Ces fonctions représentées dans les figures 11, 12 et 13 pour les cinq valeurs de  $\theta$  (angle d'incidence de l'onde harmonique par rapport à l'horizontale), en fonction de la fréquence adimensionnelle variant de 0 à 9.

Les résultats observés dans la figure 11 montre que la réduction des composantes horizontale et verticale de déplacement de la fondation sous l'effet de l'onde SV est remarquable aux fréquences moyennes et élevées pour les ondes non verticales. Cette réduction est plus importante pour les ondes à angle d'incidence faible (inférieur à  $45^\circ$ ) que pour les ondes à angle d'incidence important. Aussi, nous observons un développement important du balancement aux fréquences moyennes. Ce dernier se réduit aux fréquences supérieures. Cette réduction est plus accentuée pour les ondes à angle d'incidence faible. L'effet des ondes P sur la réponse des fondations filantes (fig.12) est le même qualitativement que l'effet des ondes SV. Quantitativement, la réduction des déplacements de translation est moins accentuée que celle engendrée par le passage des ondes SV. La réduction est relativement lente avec l'augmentation des fréquences. On note la même remarque en ce qui concerne le balancement engendré par le passage des ondes P. Dans le cas des ondes de Rayleigh, on observe une réduction très sévère des mouvements de translation (fig.13). Les mouvements de translation s'atténuent rapidement dans la plage des fréquences adimensionnelles entre 0 et 2. L'onde de surface développe aussi le mode de balancement qui atteint son maximum aux environs de la fréquence adimensionnelle  $a_0 = 2$ , et tend à s'atténuer rapidement pour les fréquences moyennes et élevées.

### 3.3 Réponse probabiliste de fondations

La formulation décrite dans la section 2.2 est appliquée dans le cas de fondations filantes rigides superficielles. En se référant à l'équation 14, les valeurs des fonctions de transfert dues à l'interaction cinématique  $T_{\theta_i}$  sont évaluées pour les deux modes de translation (horizontal et vertical) et de balancement par la méthode des équations intégrales aux frontières présentée dans la section 2.1. On suppose que les ondes arrivent continuellement entre deux directions extrêmes. Nous avons choisi 4 secteurs définissant l'arrivée des ondes entre deux directions extrêmes (fig.14). Trois types d'onde sismique (P, SV et de Rayleigh) sont considérés dans cette étude. Les figures (15) à (18) présentent les résultats de la valeur absolue de la fonction de transfert, relative à chaque composante du mouvement induit dans la fondation pour les quatre secteurs et en fonction de la fréquence adimensionnelle  $\omega_0$  variant de 0 à 9. Les courbes représentées dans les figures sont en concordance avec leurs homologues présentées dans la section 3.2, i.e, l'effet de l'incohérence sur le mouvement de la fondation est qualitativement le même que l'effet de l'onde de passage. Ceci rejoint les conclusions de la section 3.2. Pour les trois types d'excitation ainsi que leur combinaison, nous pouvons conclure que les déplacements de translation se réduisent significativement aux fréquences moyennes et élevées. La réduction est plus importante pour les ondes à angle d'incidence faible que pour les ondes à angle d'incidence important. Aussi, aux fréquences moyennes, nous observons un développement important du balancement, lequel se réduit aux fréquences supérieures. Cette réduction est plus accentuée pour les ondes à angle d'incidence faible.

### 4. Conclusion

Dans cet article, nous nous sommes intéressés à la modélisation numérique des problèmes dynamiques mettant en jeu les phénomènes d'interaction sol-fondation. Pour cela nous avons fait usage de la méthode d'équations intégrales aux frontières laquelle constitue un outil de calcul précis et efficace pour le type de problème étudié.

Tout au long de notre travail, nous avons appliqué la méthode des équations intégrales aux frontières aux problèmes de l'élastodynamique stationnaire bidimensionnelle. Nous avons en particulier mis au point une méthode d'intégration analytique permettant de résoudre les problèmes liés aux singularités, ce qui permet de ne pas introduire l'imprécision dans les calculs numériques. Pour mettre en exergue cette méthode, nous avons développé en premier lieu une formulation intégréo-matricielle pour le calcul de la réponse dynamique des fondations filantes rigides superficielles et enterrées. Dans ce contexte nous avons fourni les résultats d'une étude paramétrique relative à l'influence des propriétés mécaniques du sol, telles que le coefficient de Poisson, et l'amortissement, à l'influence de l'enterrement et le type de contact sol-fondation. En deuxième lieu, nous avons exposé la formulation matricielle des équations intégrales aux frontières pour le calcul de la réponse sismique de la fondation filante et rigide, celle-ci est posée sur un demi-espace homogène et élastique et excitée par divers types d'ondes sismiques (P, SV et de Rayleigh) selon plusieurs angles d'incidence. Pour les trois types d'excitation, nous pouvons conclure que les déplacements de translation se réduisent significativement aux fréquences moyennes et élevées. La réduction est plus importante pour les ondes à angle d'incidence faible que pour les ondes à angle d'incidence important. Aussi, aux fréquences intermédiaires, nous observons un développement important du balancement, lequel se réduit aux fréquences supérieures; cette réduction est plus accentuée pour les ondes à angle d'incidence faible. Enfin, en dernier lieu nous avons étudié l'effet de l'incohérence du mouvement du sol sur la réponse de fondations rigides bidimensionnelles. On a supposé dans cette étude que l'incohérence du mouvement du sol était due à la superposition des ondes planes stationnaires de différents types (P, SV et de Rayleigh) non corrélées arrivant suivant plusieurs angles et possédant la même densité spectrale de puissance. Les résultats de cette investigation montrent que l'effet de l'incohérence du mouvement du sol sur la réponse de fondations est qualitativement similaire à l'effet de passage d'onde. Les deux effets réduisent significativement les composantes du mouvement de translation aux fréquences moyennes et élevées et développent aux fréquences moyennes une composante rotationnelle de la réponse, laquelle se réduit aux fréquences supérieures.

## 5. Références

- [1] ABRAHAMSON, N.A., and Bolt, B.A, 1985. " The Spatial Variation of the Phasing of Seismic Strong Motion," Bulletin of the Seismological Society of America, Vol.75, No.5, pp.1247-1264.
- [2] ANTES, H., and VON ESTORFF, O., 1989. " Dynamic Response Analysis of Rigide Foundations and of Elastic Structures by Boundary Element Procedures," Soil Dynamics and earthquake Engineering, Vol.8, No.2., pp.68-74.
- [3] APSEL, R.J. and LUCO, J.E., 1976., " Torsional Response of Rigid Embedded Foundations," Journal of the Eng. Mech. Division, ASCE, Vol.102, No. EM6, Dec., pp.957-970.
- [4] DAY, S.M., 1977. " Finite Element Analysis of Seismic Scattering Problems," PhD Thesis, Univ. of California at san Diego.
- [5] DOMINGUEZ, J., 1978. "Response of Embedded Foundations to Travelling Waves," Report No.R78.24, Dept. of Civil Eng., MIT, Cambridge, USA.
- [6] DOMINGUEZ, J., and R. ABASCAL, 1989. " Seismic Response of Strip Footings on Zoned Viscoelastic Soils" J. of Eng Mechanics, Vol.115, No.5, pp. 913-934.
- [7] HADID, M., and BERRAH, M.K., 1995. " Boundary Element Method Applied to Elastodynamic Problems: Application to Soil-Foundation Interaction," Algerian Journal of Technology, Ecole Nationale Polytechnique, Série A, Vol.11, (à paraître).
- [8] HADID, M., and BERRAH, M.K., 1995. " Evaluation des Impédances dynamiques de Foundations Filantes par la Méthode des Equations Intégrales aux Frontières," Algérie Equipement, Ecole Nationale des Travaux Publics,
- [9] HADID, M., and BERRAH, M.K., 1996. " Analyse de la réponse Sismique de Fondations Filantes Sollicitées par l'Incidence des ondes Planes de types P, SV et de Rayleigh en Utilisant la Méthode des Equations Intégrales aux Frontières," Algérie Equipement, Ecole Nationale des Travaux Publics, (à paraître)
- [10] HARICHANDRAN, R.S., 1987. " Stochastic Analysis of Rigid Foundation Filtering," Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.15, pp.889-899.
- [11] HARICHANDRAN, R.S., and VANMARCKE, E.H., 1986. " Stochastic Variation of Earthquake Ground Motion in Space and Time," Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol.112, No.2, pp.154-174.
- [12] HOSHIYA, M., and ISHII, K., 1983. " Evaluation of Kinematic Interaction of Soil Foundation Systems by a Stochastic Model," Journal of Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Vol.2, No.3, pp.128-134.
- [13] IGUSHI, M., 1982. "An Approximate Analysis of Input Motions for Rigid Embedded Foundations," Trans. of Architectural Inst. of Japan, No.315, May, pp.61-75.
- [14] IGUCHI, M., 1984. "Earthquake Response of Embedded Cylindrical Foundations to SH ad SV Waves," Proceedings of the 8 World Conference on Earthquake Engineering ( San Francisco).
- [15] JENNINGS, P.C., and J.BIELAK, 1973. " Dynamics of Building-soil Interaction," Bulletin of the Seismological Society of America, Vol.63, No.1, pp.9-49
- [16] KARABALIS, D.L., and BESKOS, D.E., 1984. " Dynamic Response of 3D Rigid Surface Foundations by Time Domain Boundary Element Method.," Earthquake Eng. and Struct. Dyn., Vol.12, pp.73-94.
- [17] KAUSEL, E., and PAIS, A., 1987. " Stochastic Deconvolution of Earthquake Motions," Journal of Engineering mechanics Division, ASCE, Vol.113, No.2, pp.266-277.
- [18] KOBORI, T., MINAI, R. and SHINOZAKI, Y., 1973. " Vibration of a Circular Disque on an Elastic Half-Space Subjected to Plane Waves," Theoretical and Applied Mechanics, 21, pp.109-119, Univ. of Tokyo Press.
- [19] LOH, C-H., 1985. " Analysis of the Spatial Variation of Seismic Waves and Ground Movements from Smart1 Array Data," Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.13, pp.561-581.
- [20] LUCO, J.E., 1976. " Torsional Response of Structures for SH Waves: The Case of Hemispherical Foundations," Bull. Seism. Soc. Amer., Vol.66, No.1, pp.109-123.
- [21] LUCO, J.E., and MITA, A., 1987. " Response of a Circular Foundation to Spatially Random Ground Motion," Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol.113, No.1, pp.1-15.
- [22] LUCO, J.E., and WONG, H.L., 1986. " Response of Rigid Foundation to a Spatially Random Ground Motion," Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.14, pp.891-908.
- [23] PAIS, A., and KAUSEL, E., 1989. "On Rigid Foundations Subjected to Seismic Waves," Earthquake Eng. and Struct. Dyn., Vol.18, pp.475-489.
- [24] PAIS, A., and KAUSEL, E., 1990. " Stochastic Response of Rigid Foundations," Earthquake Eng. and Struct. Dyn., Vol.19, pp.611-622.
- [25] SEED, H.B., J. LYSMER, and R. HWANG, 1975. " Soil-Structure Interaction Analysis for Seismic Response," J. Geot. Eng. Div., ASCE, Vol.101, No.GT5, pp.439-457.
- [26] SPYRAKOS, C.C., and BESKOS, D.E., 1986. " Dynamic Response of Rigid Strip Foundation by Time domain Boundary Element Method," International Journal for Numerical Methods in Engineering , Vol.23, pp. 1547-1565.
- [27] SPYRAKOS, C.C., and BESKOS, D.E., 1986. " Dynamic Response of Flexible Strip Foundation by Boundary and Finite Element," Soil Dynamics and earthquake Engineering, Vol.5, pp.84-96.
- [28] VELETOSOS, A.S., and MEEK, J.W., 1974. " Dynamic Behavior of Building-Foundation Systems," Earthquake Engineering and structural Dynamics, Vol.3, pp.121-138.
- [29] VELETOSOS, A.S., and PRASAD, A.M., 1989. " Seismic Interaction of Structures and Soils: Stochastic Approach," J. of Struct. Eng., Vol.115, No.4, pp.935-956.
- [30] WONG, H.L. and LUCO, J.E., 1978. "Dynamic Response of Rectangular Foundations to Obliquely Incident Seismic Waves," Earthquake Eng. and Struct. Dyn., Vol.6, pp.3-16.

[31] WONG, H.L., and TRIFUNAC, M.D., 1974. "Interaction of a Shear Wall With the Soil for Incident Plane SH-Waves: Elliptical Rigid Foundation," Bull. Seism. Soc. Amer., Vol.64, pp.1825-1842.

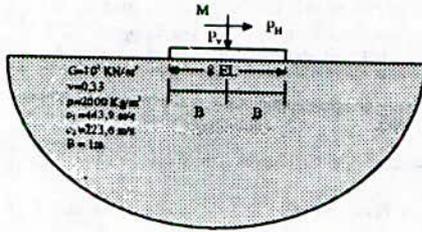


Figure1. Discretisation et Géométrie d'une fondation superficielle

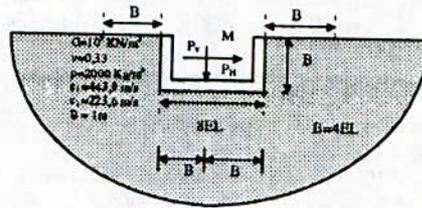


Figure4. Géométrie et Discretisation d'une fondation enterrée

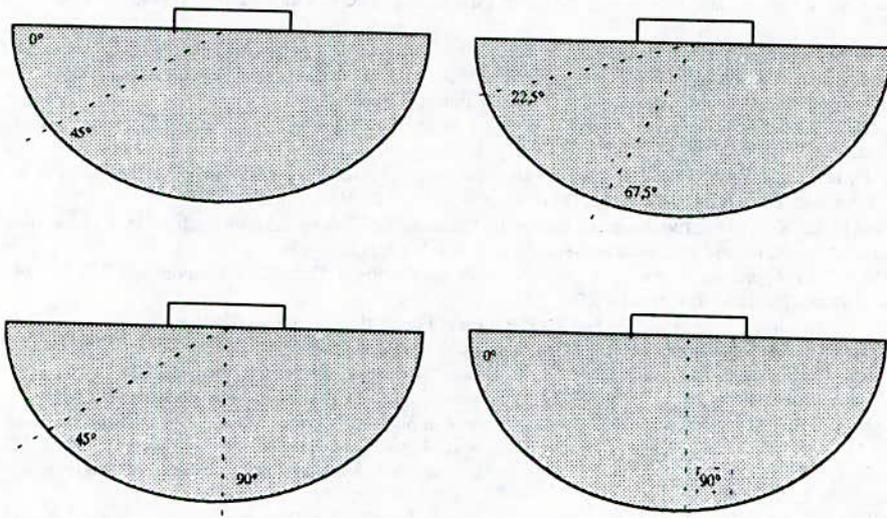


Fig.14 Secteurs définissant l'arrivées des ondes entre deux directions extrêmes

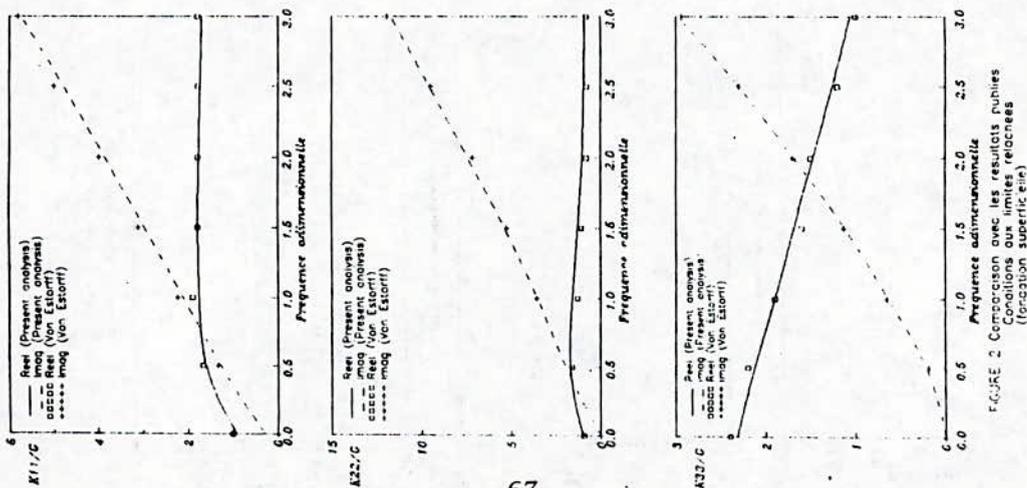


FIGURE 2 Comparaison avec les resultats publies Conditions aux limites reliées (fondation superficielle)

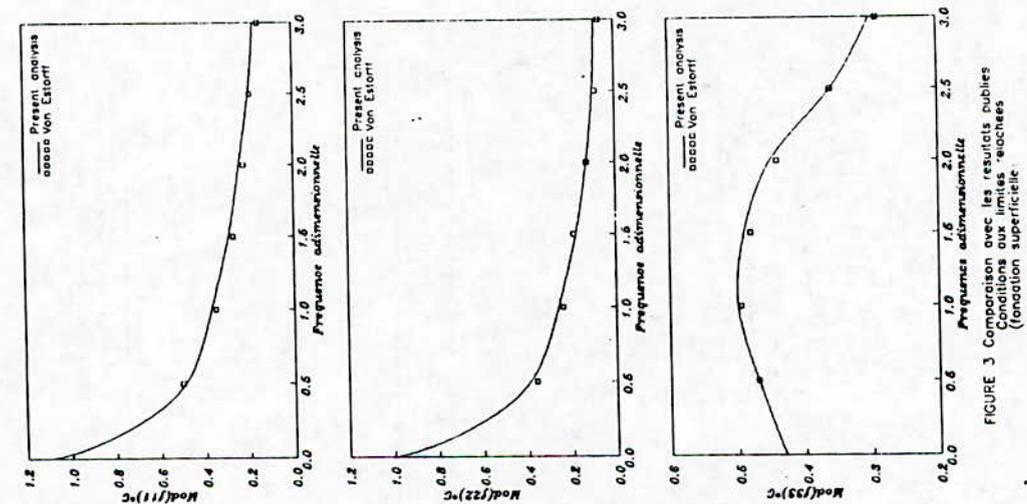


FIGURE 3 Comparaison avec les resultats publies Conditions aux limites 'enclées' (fondation superficielle)

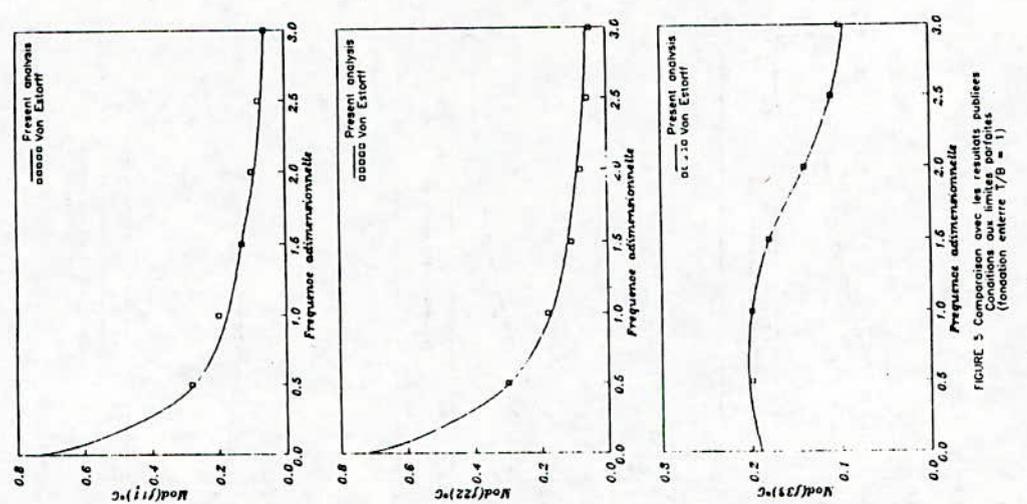


FIGURE 5 Comparaison avec les resultats publies Conditions aux limites 'enclées' (fondation entiere T/B = 1)

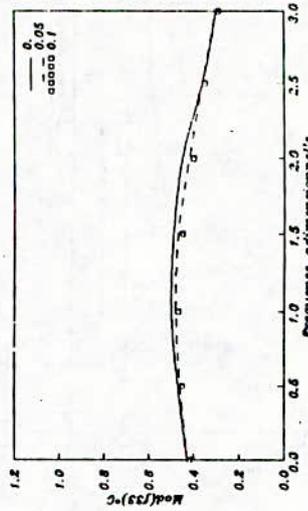
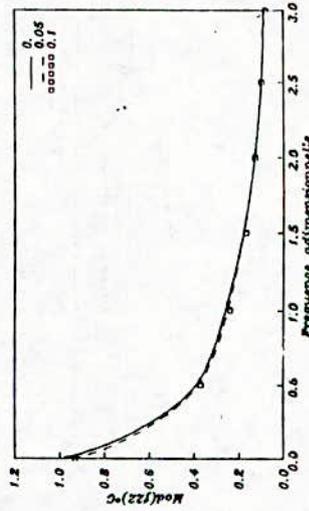
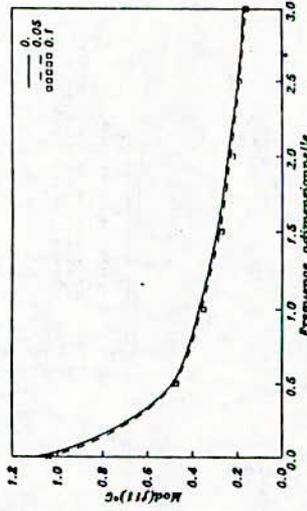


FIGURE 5 Effet de l'amortissement Fondation superficielle

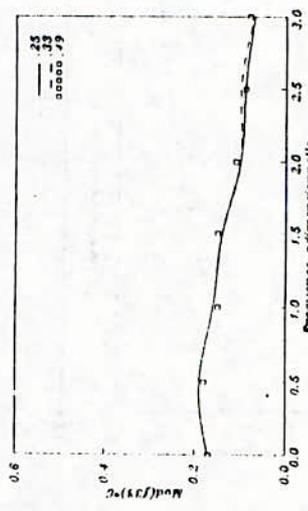
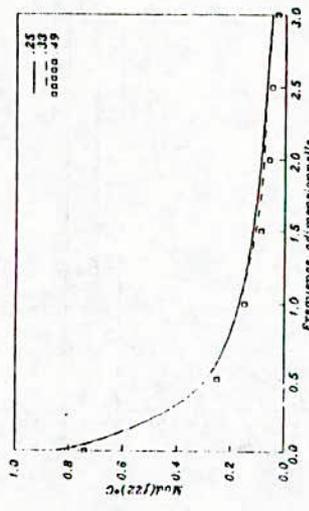
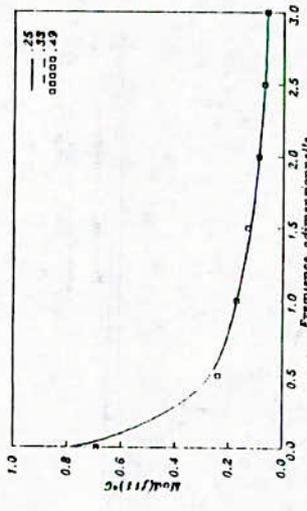


FIGURE 3 Effet du coefficient de Poisson Fondation entree (1/8 = 1)

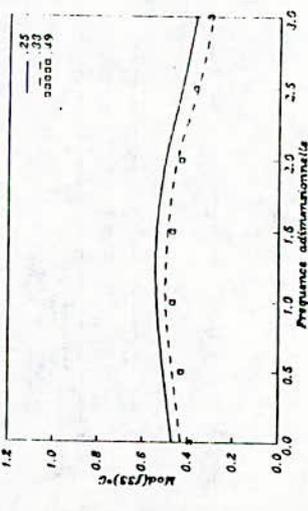
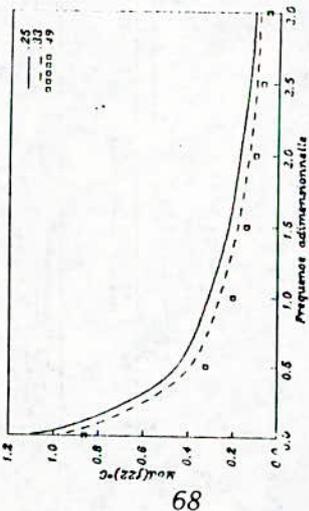
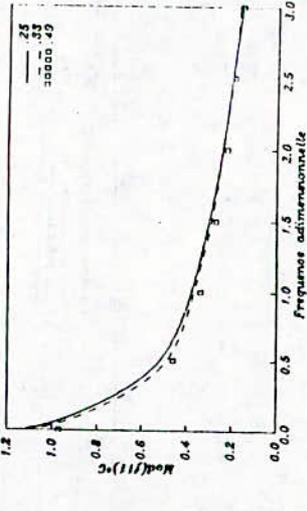


FIGURE 5 Effet de coefficient du Poisson Fondation superficielle

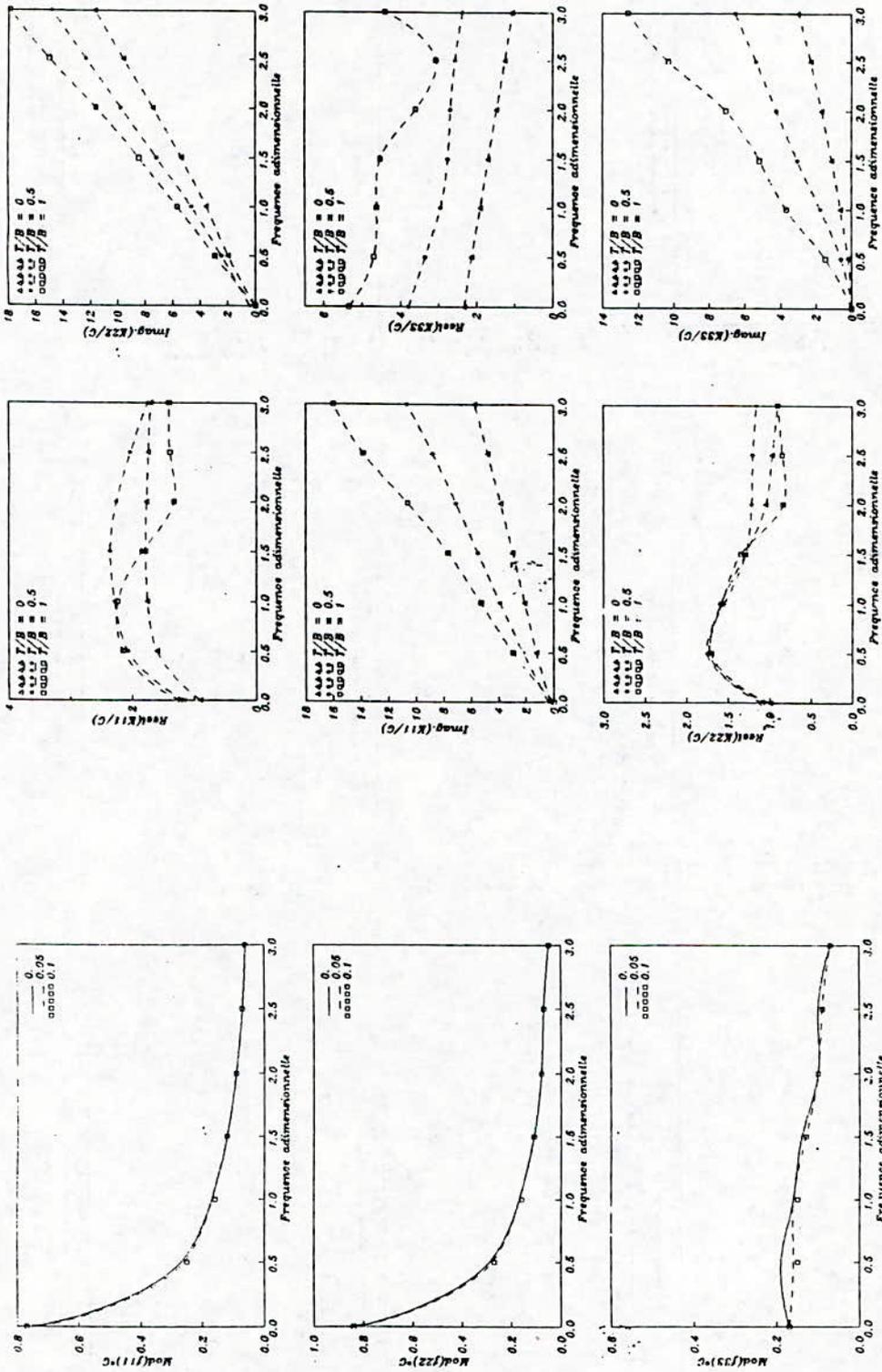


FIGURE 10 Effet de l'enferement

FIGURE 9 Effet de l'amortissement  
Fondation entières ( $T/B = 1$ )

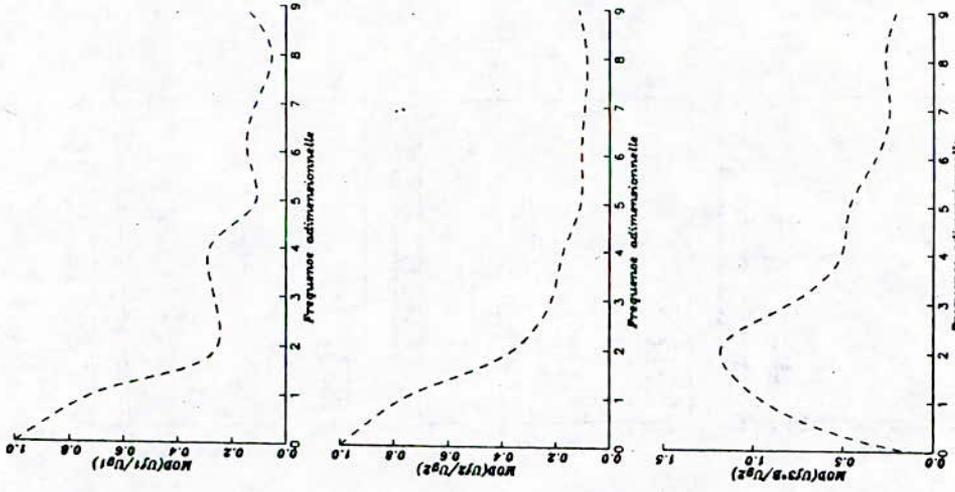


FIGURE 13 Fonctions de transfert  
Effet de l'onde de Rayleigh

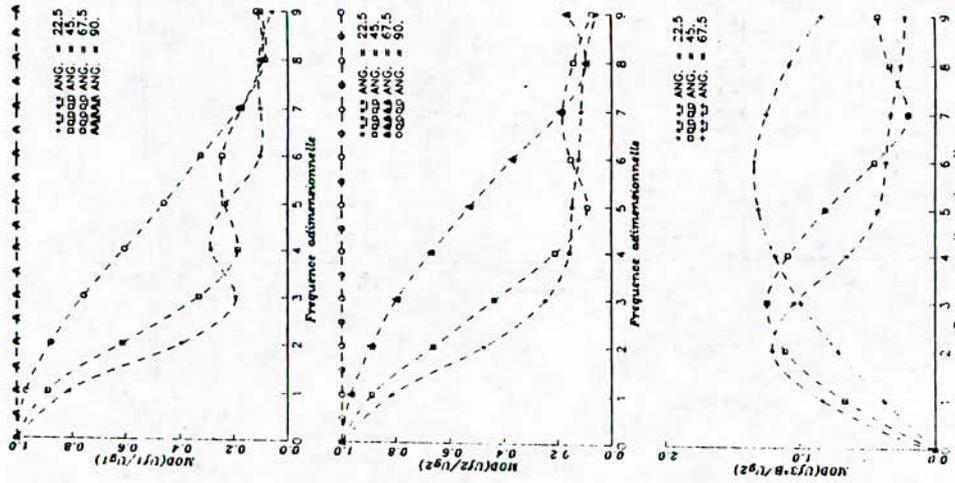


FIGURE 12 Fonctions de transfert  
Effet de l'onde S<sub>V</sub>

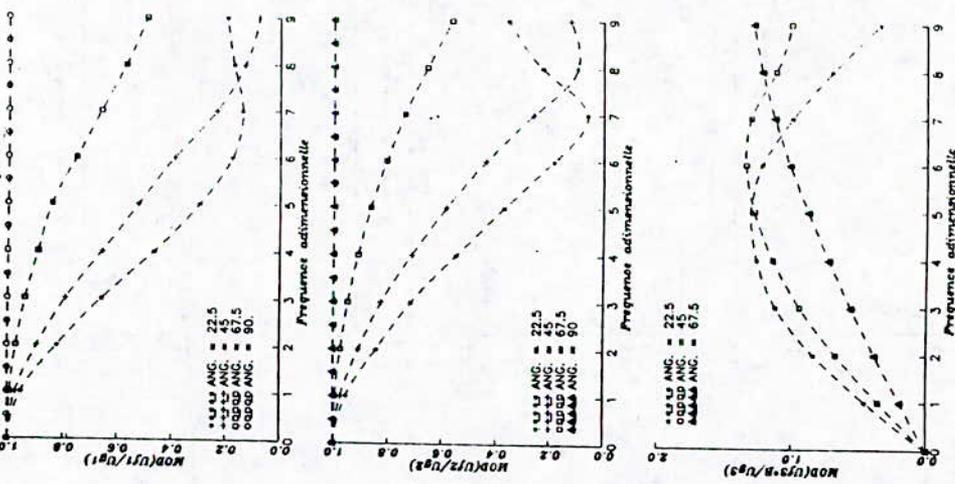


FIGURE 11 Fonctions de transfert  
Effet de l'onde P

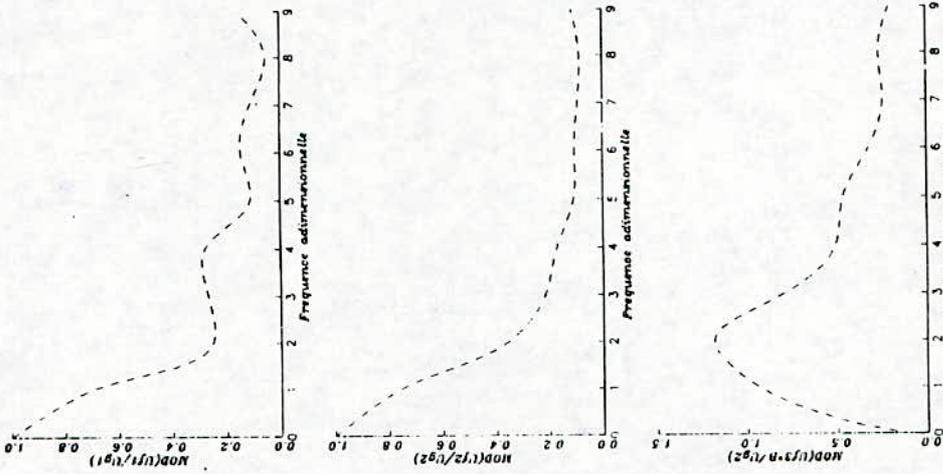


FIGURE 17 Fonctions de transfert  
Effet de l'angle du Rayleigh

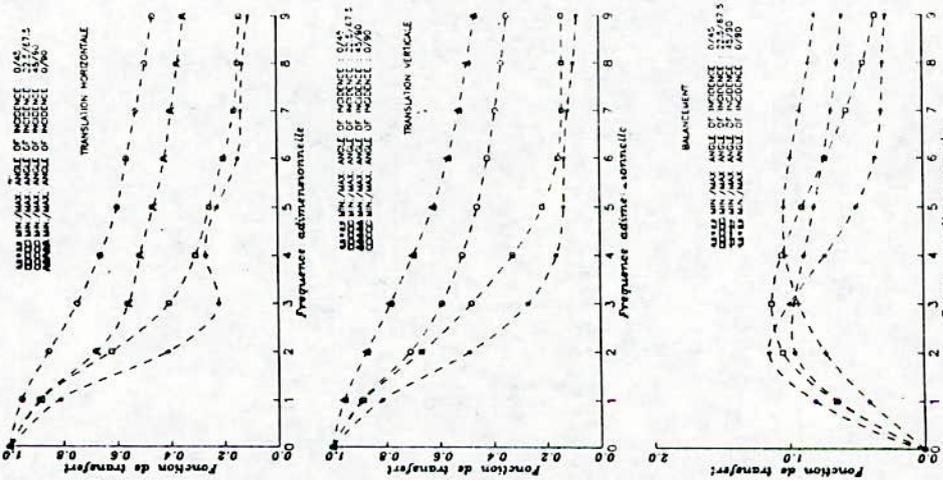


FIGURE 16 Fonctions de transfert  
Effet de l'angle  $\alpha$

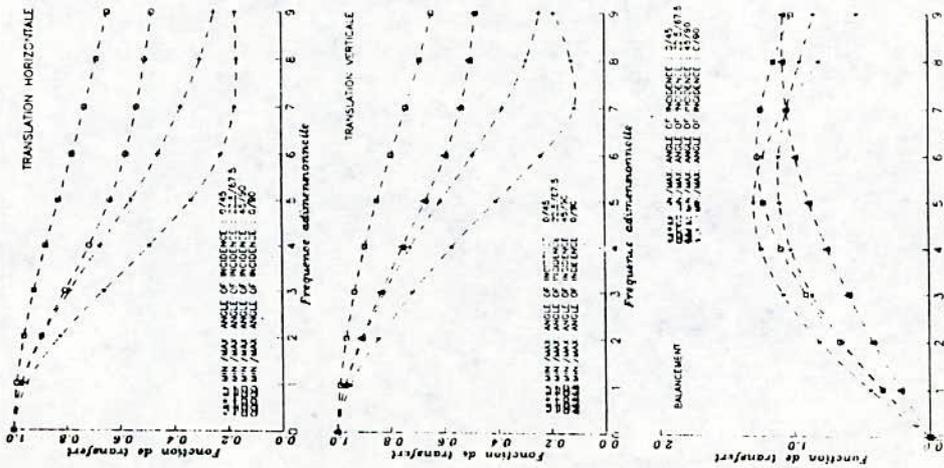
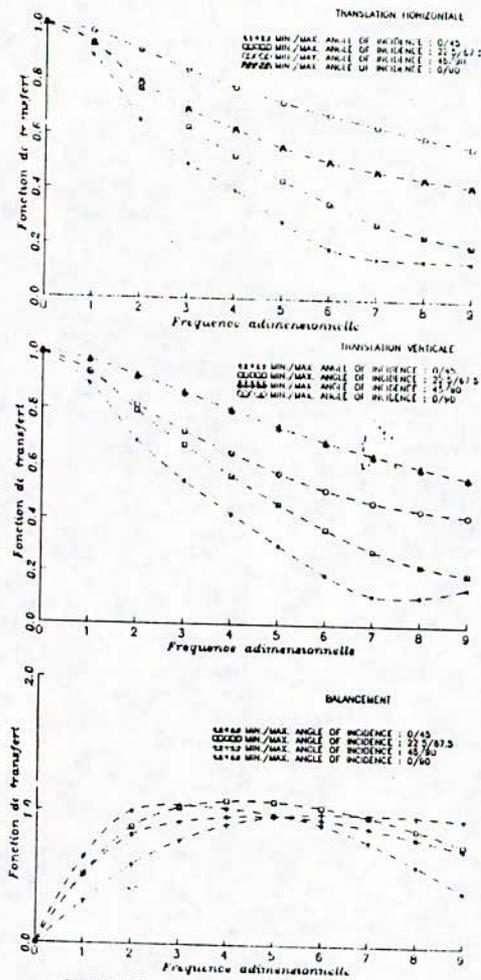


FIGURE 15 Fonctions de transfert  
Effet de l'angle  $\beta$



UTILISATION DES ENREGISTREMENTS DES PARAMETRES  
DE FORAGE POUR LA RECONNAISSANCE D'UN SITE

Bachir MELBOUCI institut Génie civil Université Tizi ouzou

Mots clés: reconnaissance, site, diagraphie instantanée, paramètres,  
forage, couches, vides, cavités, fissures, variation.

ملخص  
إن مقياس معايرة التسجيل الذي يشرح آليات  
الحفارة منسوبة بإجابات الإبريقا، يعتبر مكملا  
صام لتجارب التعرف بالإبريقا. لهذا الصكك  
النوعي يسمح أكثر بأحسن تعريف للطبقات  
الجيولوجية ويكشف كل العرا قبل مثل السقوف،  
الفجوات، الفراغ... الموجودة في هذه الحفارة.

ABSTRACT:

The measure of drilling records relative to the drill efforts combined to the site response, are an interesting complement to the in situ investigation tests. This qualitatif complement helps to define better the geological formations, and detect all the anomalies such as ( caves, voids, cracks,....) that may exist in the later ones

RESUME:

La mesure des paramètres de forage traduisant les actions de la foreuse accompagnées des réponses de terrain, est un complément intéressant des essais de reconnaissance in situ. Ce complément d'ordre qualitatif permet de mieux définir les horizons géologiques traversés et de déceler toutes les anomalies telles que ( cavités, vides, fissures.....) existantes dans ces derniers.

INTRODUCTION:

Les sondages de reconnaissance géologique donnent des renseignements intéressants sur la qualité des terrains et permettent de localiser les zones faibles. Mais comme un sondage coûte cher, on a tendance à en limiter le nombre. Pour multiplier les points de reconnaissance, on peut avoir recours aux essais mécaniques in situ.

Si l'on se trouve en présence d'argiles molles, le scissomètre mettra en évidence les zones où la cohésion est la plus faible. Mais il est assez difficile de détecter au scissomètre des couches minces car l'espacement entre les mesures est de l'ordre de 0.5 m. Par contre, l'essai de pénétration statique est très intéressant, car il donne une représentation continue de la résistance du sol en fonction de la profondeur. Les zones faibles apparaissent très clairement sur les diagrammes, et on peut ainsi, dans la mesure où le nombre de points de reconnaissance est suffisant, repérer une surface potentielle de glissement.

Evidemment le procédé est en défaut si le terrain est trop consistant. Dans ce cas, on peut envisager de réaliser des essais pressiométriques dans les forages qui peuvent être d'ailleurs de simples forages destructifs. Mais l'espacement des essais qui ne peut être inférieur au mètre est trop important pour déceler les couches de faibles épaisseurs.

C'est alors qu'il faut s'orienter vers la méthode d'enregistrement des paramètres de forage, dite diagraphie instantanée, qui apporte un progrès considérable dans le domaine de la reconnaissance des sols. Dans un site géologique donné, défini par quelques sondages carottés, l'enregistrement de paramètres de forage établit la plus grande certitude dans le tracé des couches géologiques et y décele aussi toutes anomalies dans celles-ci.

## I- METHODES DE FORAGE EN DIAGRAPHIE INSTANTANEE

Les mesures en cours de forage se sont développées avec les progrès de l'électronique dans le domaine pétrolier. C'est à partir des années 60 que les systèmes d'enregistrement se sont multipliés dans ce domaine. Par contre l'exploitation des forages destructifs avec enregistrement de paramètres dans le domaine du génie civil est très récente. Les premiers appareils d'enregistrement sont apparus dans les années 70 et sont ensuite brevetés et utilisés dans des domaines protégés.

On distingue cinq appareillages en France permettant la saisie et l'enregistrement graphique des paramètres de forage. Ce sont:

- Le Diagrafor LUTZ
- Le dispositif MAZIER-RENOULT
- Le Parafor L.P.C.
- Le Célérographe SEFI-SAMEGA
- L'Enpasol et l'Enbesol SOLETANCHE

### a- Méthodes de forage:

Il existe trois méthodes de forage en fonction de la forme sous laquelle l'énergie fournie par la machine a été transmise à l'outil:

#### \* Percussion:

.Energie: frappe

.Outils: trépan, trépan bennes, soupapes.

#### \* Rotation:

.Energie: poussée et couple

.Outils: tarière, tricones, outils à lames.

#### \* Roto-percussion:

.Energie: frappe et couple

.Outils: marteau perforateur "Wagon Drill", marteau fond de trou.

Selon l'outil adapté, ces trois méthodes sont appliquées aux deux types de terrain:

- sols meubles
- roches

b- Paramètres enregistrés:

Ces appareils enregistrent instantanément en fonction de la profondeur plusieurs paramètres (variant de deux à huit). Les plus fréquemment enregistrés sont:

- \* Vitesse d'avancement ou vitesse de pénétration de l'outil de perforation dans le sol ou la roche.
- \* Pression dans le circuit de poussée de l'outil
- \* Pression d'injection du fluide de perforation
- \* Couple appliqué sur l'outil
- \* Percussion réfléchie par la roche lors d'un forage en roto percussion

et moins fréquemment

- \* Vitesse de rotation de l'outil
- \* Pression de retenue: mesure de la force de freinage du train de tiges, lors de la traversée des terrains décomprimés.
- \* Temps: intervalle de temps entre deux prises de mesures.

Ces paramètres de forage sont influencés à des degrés divers par des facteurs tels que la résistance mécanique des sols ou roches, leur état de fissuration ou d'altération, leur perméabilité, la présence des vides, de cavités dans les terrains.....etc.

## II-INTERPRETATION QUALITATIVE DES ENREGISTREMENTS DES PARAMETRES DE FORAGE

Les paramètres de forage varient de façon continue au cours de la perforation, lorsque l'outil passe d'un terrain à un autre, ou si, dans un même terrain, certaines propriétés varient comme la granulométrie, la fissuration.....etc.

En matière de reconnaissance sur un site géologique donné, défini par un ou deux sondages carottés, l'enregistrement des paramètres de forage permet de retrouver sur toute la surface d'un site, la position des différentes couches constitutives et est adapté aussi à diverses recherches géologiques souvent délicates et longues à réaliser telles que:

- \* La recherche de la cote d'un bed rock dans une vallée alluviale comblée de morains ou des alluvions.
- \* La recherche de la cote du rocher en place sous un éboulement
- \* Les reconnaissances dans les morains à gros blocs
- \* La détermination des formations injectables (alluvionnaires ou rocheuses)
- \* La localisation karstique
- \* La localisation des niveaux désorganisés superficiels (remblais, vides)
- \* La localisation des fuites à travers un barrage
- \* Une estimation à l'état de fissuration du rocher

Ainsi, à partir des enregistrements graphiques généralement de quatre paramètres: ( couple, vitesse d'avancement, pression sur l'outil et pression du fluide d'injection ), quelques chercheurs exposent un certain nombre d'éléments pour l'interprétation qualitative des diagraphies instantanées.

- Pfister [9] avec l'Enpasol sur un site argileux à niveau sableux, montre que le passage d'une couche à une autre se caractérise par une variation de trois paramètres ( vitesse d'avancement, poussée sur l'outil et pression du fluide d'injection ) figure 1.

- Lutz [7] avec Diagrafor a étudié la sensibilité du paramètre vitesse d'avancement et cela dans une matrice tendre présentant des éléments durs. Il montre une très bonne différenciation des couches lithologiques faites par la simple mesure de la vitesse d'avancement et il distingue des passages durs à très durs par opposition aux couches plastiques. Figure 2.

- Les enregistrements tirés d'une campagne de sondages [5] réalisée dans un horizon sableux avec galets et graviers, ont montré figure 3 :

- \* Au niveau des sables:
  - .Une pression du fluide faible et continue
  - .Une vitesse d'avancement relativement élevée et régulière

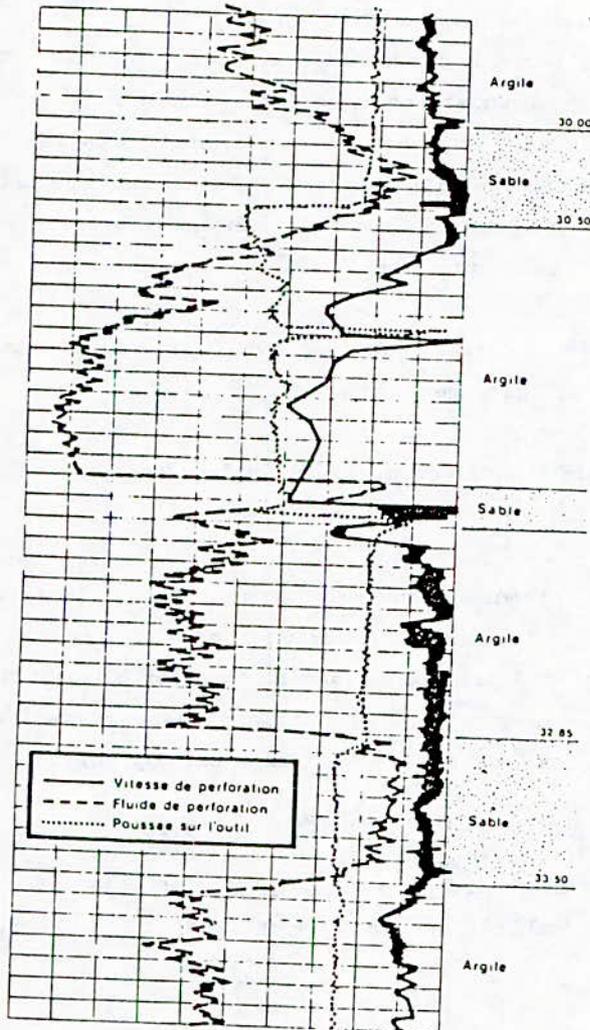


Figure 1 : variation des paramètres en milieu argileux à niveau sableux .

- .Un couple de rotation et une poussée, régulière et faible
- \* Au niveau des sables et graviers:

- .La pression sur l'outil et le couple augmentent
- .La vitesse d'avancement est régulière
- .La pression d'injection reste faible

Dans le cas de l'horizon marneux figure 4, les enregistrements ont montré que la pression du fluide est beaucoup plus forte que pour les sables, ainsi que le couple et la pression sur l'outil. La vitesse d'avancement est plus faible que précédemment.

a / Utilisation des enregistrements pour la recherche des vides:

En matière de recherche de vides, lors de la conduite du forage rotatif, une faible variation des caractéristiques physiques du sol provoque une grande variation de la vitesse d'avancement. Ceci témoigne de l'extrême sensibilité de ce paramètre et de sa parfaite adaptation au problème de reconnaissance des vides ou des cavités et des anomalies qui en dérivent. En fait, ce paramètre enregistré seul n'a pas non plus une signification unique, mais doit être interprété en même temps que la pression de l'outil et la pression du fluide d'injection.

- Ainsi Cailleux et Toulemont [2] montrent que les vides francs se différencient des cavités remblayées par des vitesses dépassant 1000 m/h. Figure 5.

- De son côté Pfister [9] donne un autre exemple de repérage de cavités en enregistrant les trois paramètres : vitesse d'avancement, couple et pression sur l'outil à l'Enpasol. Figure 6.

- Dans le cas de la craie de la région parisienne [5], la figure 7 montre l'évolution de la fissuration matérialisée par le paramètre vitesse d'avancement dans les trois forages représentés.

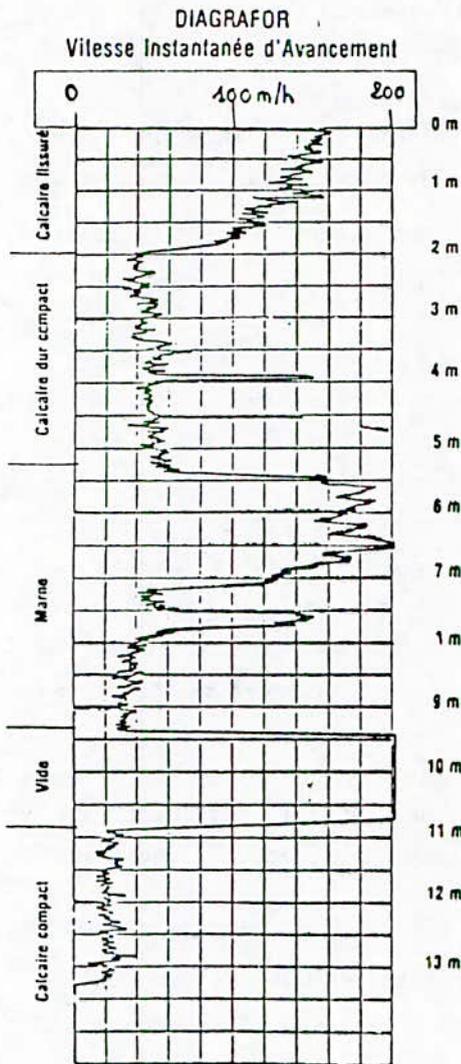


Fig. 2 : Variation de la vitesse d'avancement dans un site à bancs de calcaire.

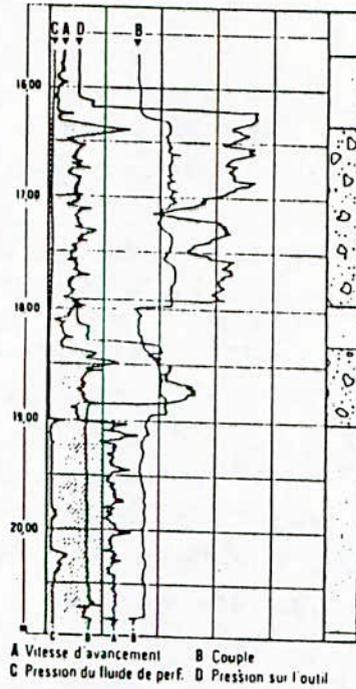


Fig. 3: Variation des paramètres en milieu sableux avec galets et graviers.

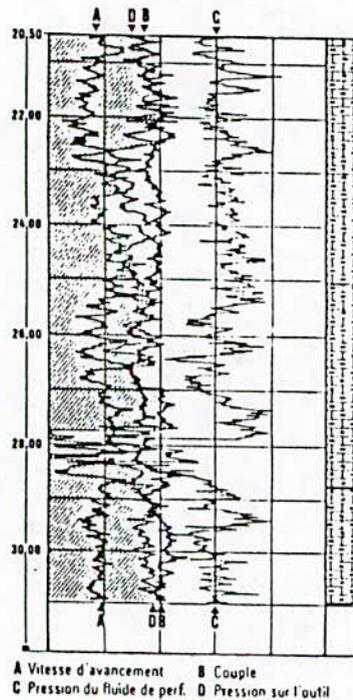


Fig. 4: Variation des paramètres en milieu marnéux.

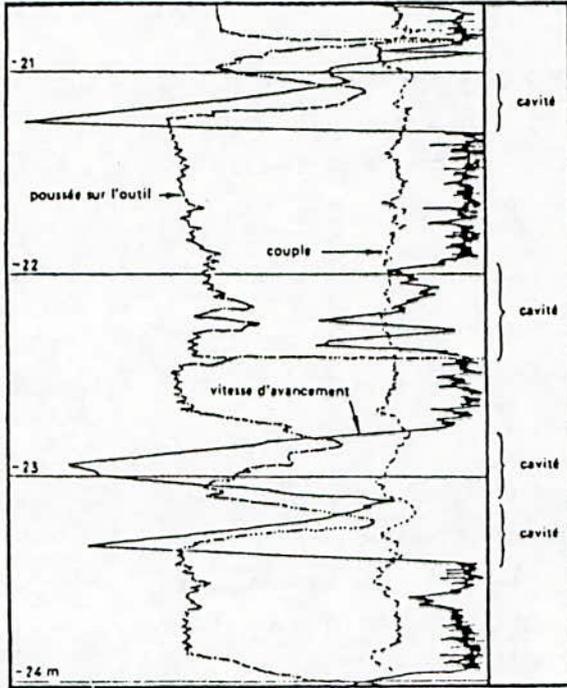
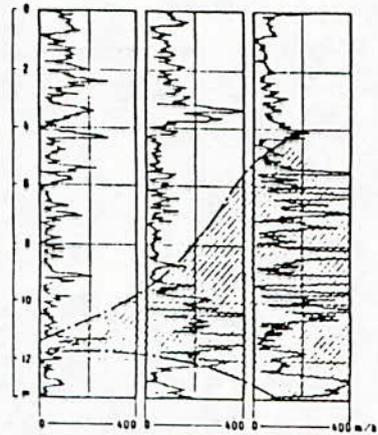
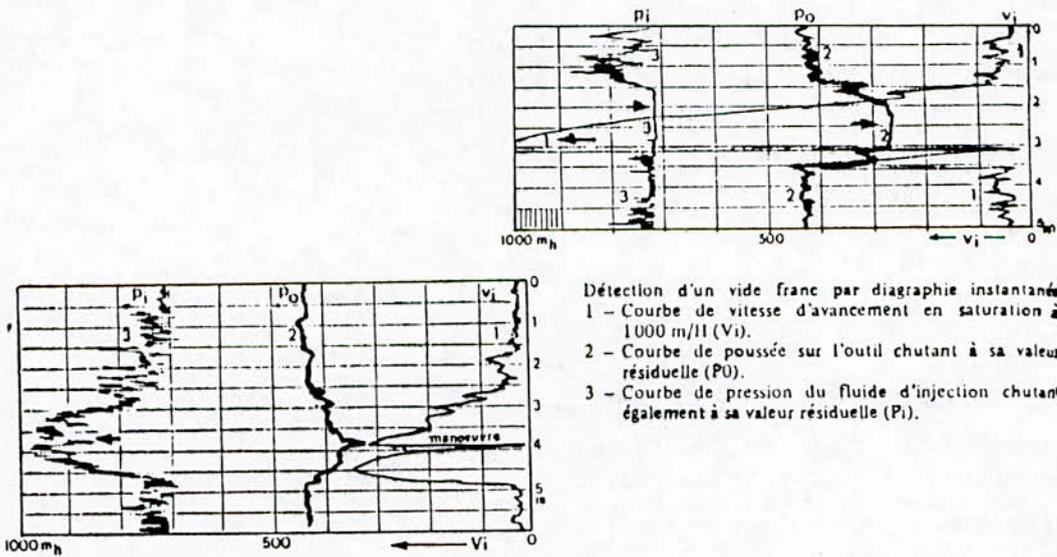


Figure 6 : repérage de cavités dans le calcaire de Beauce



DIAGRAMMES DE VITESSES D'AVANCEMENT.

Fig. 7: Evolution de la fissuration dans la craie.



Détection d'un vide franc par diagraphie instantanée

- 1 - Courbe de vitesse d'avancement en saturation à 1000 m/H ( $V_i$ ).
- 2 - Courbe de poussée sur l'outil chutant à sa valeur résiduelle ( $P_o$ ).
- 3 - Courbe de pression du fluide d'injection chutant également à sa valeur résiduelle ( $P_i$ ).

Détection d'une zone de bourrage argileux

- 1 - Vitesse d'avancement élevée de l'ordre de 450 m/H ( $V_i$ ).
- 2 - Chute partielle de la pression appliquée sur l'outil ( $P_o$ ).
- 3 - Montée en pression du fluide d'injection ( $P_i$ ).

Fig. 5 : Distinction entre vide franc et zone de bourrage argileux.

b - Tableau récapitulatif des variations de ces paramètres de forage.

L'étude de l'enregistrement des différents paramètres de forage dans différents sites avec les cinq types d'appareillage, nous a permis de dresser une synthèse de variation des quatre paramètres les plus fréquemment utilisés ( tableau 1 ) en fonction:

- \* de la nature des couches
- \* de leur dureté ou compacité
- \* et des anomalies qu'elles peuvent en présenter ( vides, bourrage, fissures,.....etc)

#### CONCLUSION:

Le recours aux diagraphies instantanées peut être très riche d'enseignements. En effet, non seulement cette méthode contribue à diminuer le nombre de forages carottés, mais elle permet d'arriver plus rapidement et plus sûrement à une meilleure connaissance des qualités et des défauts des différentes couches d'un site donné.

#### BIBLIOGRAPHIE:

- [1] J. B. CAILLEUX  
"Etude des diagraphies instantanées en forage"  
Rapport de Labo des P. et Ch. GT2 Février 1986
- [2] J.B. CAILLEUX, M. TOULEMONT  
"La reconnaissance des cavités souterraines par méthodes diagraphiques".  
Bull. de l'Ass. Int. de Géol. de l'Ing. N 26-27 1983, pp 33-42
- [3] A. CHOQUIN  
"Paramètres mécaniques et choix de l'outil"  
"Forage d'aujourd'hui" tome 1: Ed technip 1970
- [4] R. DESBRANDES  
"Diagraphies dans les sondages"  
Pub de l'I.F.P. , Ed Technip 1982

PARAMETRES TERRAINS	VITESSE (V)				POUSSE (P <sub>0</sub> )				PRESSION FLUIDE (P <sub>i</sub> )				COUPLE (C)				OBSERVATIONS
	Faible	Moyenne	Forte	Très Forte	Faible	Moyenne	Forte	Très Forte	Faible	Moyenne	Forte	Très Forte	Faible	Moyenne	Forte	Très Forte	
Eboulis remblais			*	o	+	*				*				+			Variation irrégulière de V, P <sub>i</sub> et C.
Argiles Sils			*			*	o				*	o		*			Variation de V et P <sub>0</sub> avec la compacité.
Sables		+	*		+	*			*	+			+	o			Variation régulière de V, P <sub>0</sub> , C et P <sub>i</sub> .
Graviers Galets	*		o			+	*		*						*		Variation très irrégulière de V et P <sub>0</sub> .
Marnes		*	+				*	+			*			*	*	+	Variation de V et P <sub>0</sub> avec la compacité. Valeurs élevées de C pouvant traduire le bourrage.
Calcaires Compacts	*							*	*				*				Augmentation de P <sub>0</sub> , diminution de V, variation de C limitée. Dans les calcaires fissurés P <sub>0</sub> et P <sub>i</sub> diminuent et V augmente.
Rochers	*							*	+				+				Augmentation de V et P <sub>i</sub> et dimi- nution de P <sub>0</sub> dans les passages altérés, fissurés. Variation de C limitée.
Vides Francs			*		*				*					o	*		Chute de P <sub>0</sub> et P <sub>i</sub> et augmen- tation de V.
Fissures argileuses			*		o	+					*			*			P <sub>0</sub> diminue, V et P <sub>i</sub> augmentent, alors que P <sub>i</sub> diminue dans le cas des fissures ouvertes sans remplissage.

Tableau 1 : Synthèse des variations des paramètres de forage  
dans les différents types de terrains.

\* Prépondérant  
+ cas fréquent

\* Cas le plus fréquent  
o cas possible.

- [5] DEVEAUX, MARTIN, RECH, E. ALESSANDRELLO et Y. LEMOINE  
"Diagraphies instantanées en recherche d'eau"  
Bull. de l'Ass. Int. de Géol. de l'Ing. N 26-27 1983, pp 59-63
- [6] H. GIRARD  
"Contribution à l'exploitation des paramètres de forage en  
génie civil".  
Thèse Doct. Ing. de L'Université de Bordeaux 1 Dec 1985
- [7] P. LUTZ  
"L'enregistrements des paramètres de forage"  
Revue Travaux N 552 1981
- [8] B. MELBOUCI  
"Détermination de la capacité portante des pieux réalisés avec  
le dispositif STARSOL-ENBESOL".  
Thèse Doct. Ing. I.N.P.L. Nancy (FRANCE); Février 1988
- [9] P. PFISTER  
"Interpretation des enregistrements des paramètres de forage"  
Bull. de l'Ass. Int. de Géol. de l'Ing. N 21 1980, pp 49-52

# ANALYSE NUMERIQUE D'UN PROBLEME DE CONTACT AVEC FROTTEMENT PAR LA METHODE DES ELEMENTS FRONTIERES

NOUNE Abdelkader & COURTADE Rose Marie

Laboratoire Mécanique Matériaux(L2M)

U.C.B.L. Génie civil. 43, Bd du 11 Novembre 69622 villeurbanne cedex

## RESUME

Un algorithme d'élément de frontière résolvant les problèmes de contact bidimensionnels avec frottement est présenté. Les conditions de contact sont appliquées sur chaque noeud de la zone concernée. Les équations, celles qui décrivent la mise en équation d'un problème traité par la méthode des équations intégrales concernant des corps en contact, sont couplées par l'utilisation des conditions aux limites de type contact au niveau de l'interface, sans qu' aucune variable supplémentaire ne soit introduite dans la matrice solution.

## I-INTRODUCTION

L'application des solutions analytiques aux problèmes de contact est limitée aux modèles idéalisés du fait de la nature irréversible et non linéaire de la plupart des problèmes de contact avec frottement. Désormais, le développement d'algorithmes numériques efficaces capables de déterminer des régions de contact évolutives, ainsi que des efforts de frottement aux niveaux des interfaces, est devenu impératif. Les conditions de frottement sont imposées en utilisant la loi de Coulomb, et une procédure itérative automatique est utilisée dans l'identification des divers états de contact à savoir: frottement glissement; décollement. La procédure de résolution utilise les fonctions de forme de l'élément de frontière afin de distribuer, la géométrie, les tractions et les déplacements sur chaque élément de contact. L'algorithme est appliqué à un exemple de contact bidimensionnel avec frottement, et les résultats obtenus sont en accord avec les solutions données par l'approche éléments finis.

## II-TRAITEMENT ANALYTIQUE DU CONTACT

Une configuration de contact avec frottement est envisagée. La zone  $\Gamma_c$  est une frontière susceptible d'être en contact. Lorsqu'en un noeud, un contact est établi, sur la partie  $\Gamma_c$  le solide est soumis à une contrainte inconnue due à l'obstacle qui est le massif rigide. Soit  $d(x)$  l'écart normal entre la position d'origine d'un point et la fondation rigide. La surface de contact n'est pas connue a priori, mais les conditions de contact unilatéral peuvent être écrites.

Les noeuds appartenant à la zone de contact doivent satisfaire les lois régissant le contact unilatéral avec frottement qui s'énoncent ci-dessous:

**a-**Condition de non pénétration du solide sur le massif rigide:

$$(u_N - d(x)) \leq 0 \quad (1)$$

Cette condition décrit l'existence d'un bord libre, où d'un bord en contact avec le massif rigide

**b-Condition du contact unilatéral:**

$$\sigma_N \leq 0 \tag{2}$$

Cette condition traduit l'état de compression de la zone en contact. Par hypothèse, le glissement se fait sans frottement ( $\sigma_T = 0$ , glissement parfait, donc  $\sigma = \sigma_N \cdot n$ ).

**c-Condition de contact ou de bord libre:**

En présence d'une compression ( $\sigma_N < 0$ ), il y a contact ( $u_N - d(x)) = 0$ ; dans le cas où le solide n'est pas en contact ( $u_N - d(x)) < 0$ , les contraintes de compression sont nulles ( $\sigma_N = 0$ ).

Les conditions précédentes se résument en une seule expression sur  $\Gamma_c$ .

$$\sigma_N \cdot (u_N - d(x)) = 0 \tag{3}$$

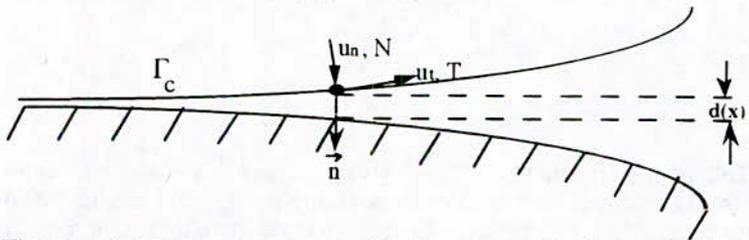


Figure-1- Contact entre un corps élastique et une fondation rigide.

**\*Loi de frottement**

La loi de frottement retenue est la loi de Coulomb. Elle formule un seuil de frottement à partir du rapport des composantes des densités de forces de contact

$$\begin{aligned} |\sigma_T| &\leq \lambda \cdot |\sigma_N| / \text{sur} \Gamma_c \\ |\sigma_T| < \lambda \cdot |\sigma_N| &\rightarrow u_T = 0 / \text{sur} \Gamma_c \\ |\sigma_T| = \lambda \cdot |\sigma_N| &\rightarrow \exists \beta \geq 0 / u_T = -\beta \cdot \sigma_T / \text{sur} \Gamma_c \end{aligned} \tag{4}$$

Le problème de contact unilatéral avec frottement de Coulomb consiste à trouver un champ de déplacement "U" et un champ de contrainte "σ" vérifiant les équations d'équilibre sur le domaine Ω, les conditions aux limites cinématiques et statiques sur  $\Gamma_u$  et  $\Gamma_\sigma$  respectivement ainsi que les conditions de contact unilatéral avec frottement énumérées précédemment.

**III-TRAITEMENT NUMERIQUE DU CONTACT ET ALGORITHMIE**

Soit un découpage de la frontière Γ du domaine Ω en "M" éléments quadratiques (3 noeuds sur l'élément). Soit  $a_n^1, a_n^2, a_n^3$  les noeuds extrémité et noeud milieu de l'élément, "n" variant de 1 à "M".

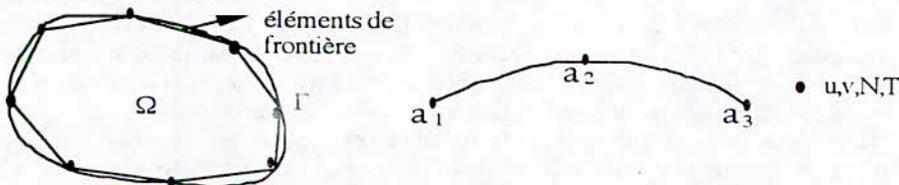


Figure-2- Discrétisation de la frontière en éléments quadratiques.

"n" désignant l'élément de  $\Gamma_c$  considéré. Une série de tests constitue l'algorithme de contact avec frottement qui se décompose comme suit:

\*si  $\langle \sigma_N^n \rangle_i > 0$  à l'itération "i+1" il faut imposer que  $\langle \sigma_N^n \rangle_i = 0$

\*si  $\langle \sigma_T^n \rangle_i < \lambda \langle \sigma_N^n \rangle_i$  alors les conditions de contact avec adhérence parfaite seront imposées

Donc, il faut prescrire la valeur  $\langle u_T^n \rangle_{i+1} = 0$  et  $\langle u_N^n \rangle_{i+1} = 0$ .

\* si  $\langle \sigma_T^n \rangle_i = \lambda \langle \sigma_N^n \rangle_i$  et si en plus  $\langle \sigma_N^n \rangle_i \neq 0$ , alors les conditions de contact avec glissement seront imposées. Donc, il faut prescrire la valeur  $\langle u_T^n \rangle_{i+1} = \langle u_T^n \rangle_i$  et  $\langle u_N^n \rangle_{i+1} = \langle d^n \rangle_i$ .

\* si  $\langle \sigma_T^n \rangle_i = \lambda \langle \sigma_N^n \rangle_i$  et si en plus  $\langle \sigma_N^n \rangle_i = 0$ , alors les conditions de contact avec décollement seront imposées. Donc, il faut prescrire la valeur  $\langle \sigma_T^n \rangle_{i+1} = 0$  et  $\langle \sigma_N^n \rangle_{i+1} = 0$ .

#### IV-CONTACT ENTRE UN BARREAU ELASTIQUE ET UN MASSIF RIGIDE

Nous allons appliquer la méthode des équations intégrales pour résoudre l'un des problèmes de contact avec frottement: le contact entre un barreau et une fondation rigide.

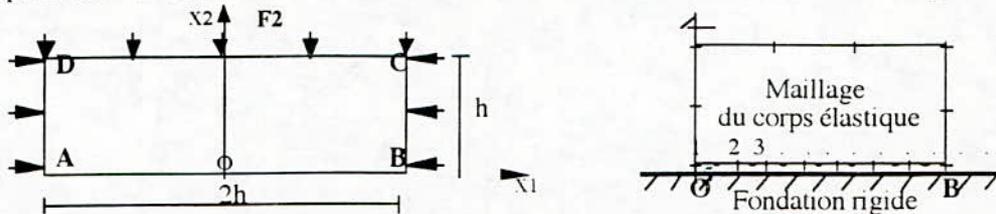


Figure-3- Cas de chargement, et maillage du corps élastique sur la fondation rigide.

Nous présentons un graphe comparant les résultats obtenus par B. Deshouilleries[1] ainsi que celui obtenu par M.Raous et al [2]. La distribution des contraintes est représentée sur la figure(4-a).

Pour un coefficient de frottement  $\lambda=1$  (valeur académique), l'évolution de la distribution des contraintes est représentée sur la figure(4-b,c,d,e).

Pour des commodités d'interprétation, nous avons exprimé les valeurs de  $\sigma_N$  et  $\sigma_T / \lambda$  pour chaque segment. De cette façon, lorsque les deux courbes  $\sigma_N(x)$  et  $\sigma_T(x) / \lambda$  se rejoignent, nous savons qu'il y a du glissement; si la courbe  $\sigma_T(x) / \lambda$  est au-dessous de celle de  $\sigma_T(x)$ , nous avons un contact parfaitement adhérent (blocage); enfin quand les deux courbes coïncident avec l'axe des abscisses, nous aurons un décollement.

Sur la figure (4-f), nous constatons qu'au début de chargement, la zone de glissement est petite et localisée sur le bord extérieur de (OB). Avec l'augmentation de la charge, la zone de glissement s'accroît et nous observons un décollement de l'extrémité. La figure(4-f) représente l'accroissement correspondant des déplacements tangentiels

#### V-CONCLUSION

La méthode des équations intégrales est présentée pour la prédiction de l'état des surfaces de contact entre un corps élastique et une fondation rigide. Le problème de contact est résolu en utilisant la loi de frottement de Coulomb. Nous avons fait l'étude d'un exemple pour illustrer l'applicabilité de la méthode des équations intégrales ainsi que la validité de l'algorithme développé. La discrétisation en éléments de frontière limite d'une façon certaine le degré de complexité du problème; cependant, nous ne pouvons pas inclure des phénomènes de plasticité ni des grands déplacements. Aussi, vu que l'algorithme développé manie deux variables (U,  $\sigma$ ), celles-ci doivent être les inconnues de base du problème. Toutes ces considérations nous mènent à l'approche éléments finis, non pas des éléments finis classiques (à un seul champ), mais des éléments finis à deux champs donc, mixtes.

Nous envisageons par conséquent l'adaptation de l'algorithme à l'approche éléments finis mixtes, et le développement d'un élément de frottement afin de spécialiser la discrétisation de la zone de contact.

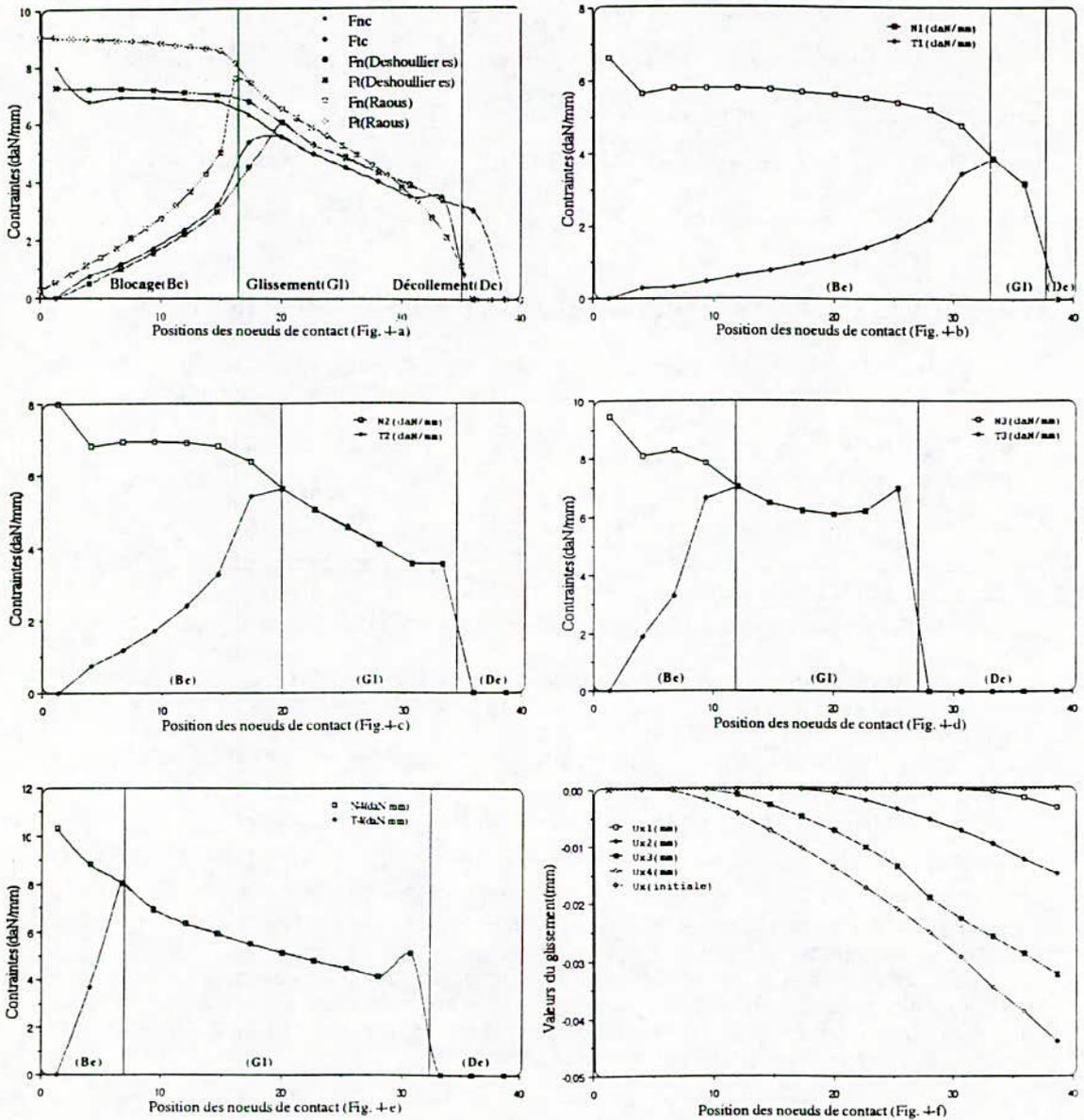


Figure-4: (a) graphes comparatifs de la distribution des contraintes  
 (b,c,d,e) évolution de la distribution des contraintes sur la surface de contact.  
 $F_2=5$  daN/mm et  $F_1=(5, 10, 15, 20)$ daN/mm, respectivement.  
 (f) évolution de la distribution des déplacements tangentiels  
 $F_2=5$  daN/mm et  $F_1=(5, 10, 15, 20)$ daN/mm, respectivement

**BIBLIOGRAPHIE**

1. Deshoullieres B. & Fortune D.: "A boundary integral equation approach to friction contact problems of classical elastostatics", proceedings of the first "European boundary element meeting", Brussels, 8-10 may (1988).
2. Raous J.M., Chabrand P. & lebon F.: "Numerical methods for frictional contact problems and applications", Journal of theoretical and applied Mechanics. Special issue, Vol. 7, n°1., pp. 111-128 (1988).

## ANALYSE STATIQUE ET DYNAMIQUE DES SYSTEMES FLUIDES-COQUES CYLINDRIQUES

B. TILIOUINE <sup>1</sup> et A. YAHIAOUI <sup>2</sup>

### الملخص

إن آثار الزلازل على الخزانات الأسطوانية تبين أننا لا نتحكم تماما في تحليل هذا النوع. هدف هذا البحث, بعد إستعراض التحليل الساكنة أولا ثم التحليل الديناميكية ثانيا, هو تبيان الطرق الحسابية التطبيقية و تبيان عن طريق المقارنة للأثار و المجالات المقبولة (الثقة) لمختلف النماذج لتبادل الفعل مانع- بنية و هذا مع فرض أن الخزان صلب أو مرن

### Résumé

La complexité des méthodes numériques d'analyse dynamique des réservoirs de stockage d'eau et d'hydrocarbures conjuguée à l'importance des dégâts structuraux observés lors des séismes, souligne la nécessité de développer des outils de conception et de calcul, rapides et fiables, pour l'évaluation de la performance de cette catégorie particulière de structures. A cet effet, nous effectuons d'abord une étude approfondie des formulations analytiques et numériques du problème des coques cylindriques sous pressions statiques et hydrodynamiques. Nous indiquons les moyens pratiques de calcul des caractéristiques dynamiques des systèmes fluides-coques et procédons ensuite au développement des abaques de calcul des efforts résultants maximaux pour les réservoirs aussi bien à parois rigides que flexibles. Enfin, nous présentons les principales conclusions d'une investigation numérique des domaines d'applicabilité de divers modèles mécaniques d'interaction fluides-structures pour l'analyse des réservoirs circulaires à parois flexibles sous l'effet des séismes.

### Summary

The complexity of numerical methods for the dynamic analysis of liquid storage tanks coupled with the large scale structural damage observed during past earthquakes, underlines the need for the development of fast and reliable design tools to assess the seismic performance of this special class of structures. To this end, we first carry out a detailed study of the analytical and numerical formulations of the problem of cylindrical shells under hydrostatic and hydrodynamic pressures. We show practical means of determining the dynamic characteristics of fluid-shell systems, and then proceed to the development of design charts for the maximal stress resultants of rigid as well as flexible liquid storage tanks. Finally, we present the main conclusions of a numerical investigation into the applicability domains of various mechanical models of fluid-structure interaction for the analysis of flexible liquid storage tanks under seismic excitation.

<sup>1</sup>. Professeur à E. N. P.

<sup>2</sup>. Postgraduant à E. N. P.

**ANALYSE STATIQUE ET DYNAMIQUE  
DES SYSTEMES  
FLUIDE-COQUES CYLINDRIQUES**

**I - INTRODUCTION**

La performance des systèmes coques-fluides durant les séismes d'Alaska (1964), Los Angeles (1971) et Coalinga (1983) [1,2,3], entre autres, ont mis en évidence un comportement structural plus complexe de ces systèmes que prévu initialement. Bien que la méthode des éléments finis ait apporté des réponses relativement précises à un certain nombre de problèmes liés à la complexité du comportement sismique observé, le fait demeure que la méthode des éléments finis en tant que méthode d'analyse dynamique des systèmes fluides-coques n'est pas toujours utilisée en pratique en raison des formulations parfois complexes, de la préparation laborieuse des données, de l'espace mémoire important et du coût parfois considérable qu'elle peut impliquer. De plus, malgré des recherches soutenues et l'utilisation de modélisations sophistiquées d'éléments finis tridimensionnels [24,25] couplés à des investigations expérimentales [27,28,29], l'état des connaissances du comportement dynamique des systèmes coques-fluides en zone de forte sismicité reste dans un certain sens, plutôt limité.

La prédiction des pressions hydrodynamiques et l'évaluation par des modèles physiques précis des moments de flexion, de renversement et de l'effort tranchant généré par les surpressions hydrodynamiques d'une part, ainsi que l'importance du spectre de réponse en tant que mode de représentation du chargement sismique et outil de calcul couramment utilisé dans les bureaux d'études d'autre part, ont constitué la motivation essentielle pour la méthodologie adoptée dans le présent travail.

C'est pourquoi, dans la présente recherche après un exposé théorique des diverses méthodes de calcul des coques sous pressions hydrostatiques d'abord et sous l'action des surpressions hydrodynamiques ensuite, on a eu le souci d'indiquer les moyens pratiques de calcul et de montrer par des études comparatives des efforts et des domaines de validité de divers modèles de l'interaction fluide-structure dans les réservoirs circulaires à parois déformables sous l'effet des séismes.

**II- METHODOLOGIE :**

**II-1 Analyse statique:**

Pour des raisons de comparaison, les réservoirs cylindriques ont été étudiés en utilisant deux méthodes d'analyse: la méthode des éléments finis et la méthode matricielle dont les principes sont très succinctement décrits ci-après.

**II-1-1 Méthode des éléments finis**

La première tentative de résolution par la méthode des éléments finis du problème de coques de révolution est due à Grafton et Strome[7]. Pour une coque de révolution soumise à un chargement axisymétrique (figure 1), le déplacement d'un point de la surface moyenne peut être défini par deux composantes  $u$  et  $w$  dans les directions tangentielle et normale respectivement.

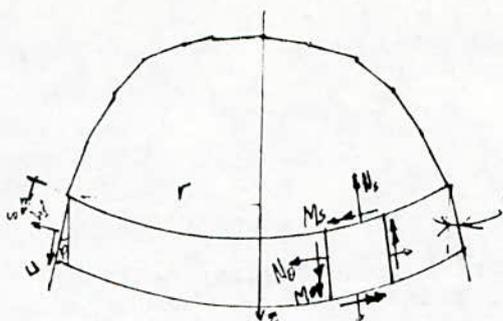


Figure 1: Déplacement et contraintes.

Les quatre composantes de déformation sont données par l'expression suivante, en utilisant l'hypothèse de Love-Kirchoff et en supposant que l'angle  $\phi$  ne varie pas (la valeur particulière  $\phi=0$  permet le traitement des coques cylindriques).

$$\{\epsilon\} = \begin{Bmatrix} \epsilon_s \\ \epsilon_\theta \\ \gamma_s \\ \gamma_\theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} du/ds \\ (w \cos\phi + u \sin\phi)/r \\ -d^2w/ds^2 \\ -\frac{\sin\phi}{r} \cdot \frac{dw}{ds} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

On en déduit les quatre résultantes des contraintes internes représentées sur la figure 1 et reliées aux déformations par la matrice [D] d'élasticité [5].

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} N_s \\ N_\theta \\ M_s \\ M_\theta \end{Bmatrix} = [D] \cdot \{\epsilon\} \quad (2)$$

On prend pour  $u$  une fonction linéaire de  $s$  et pour  $w$  une cubique où  $s$  représente le paramètre de position défini à partir de la ligne nodale supérieure de l'élément considéré.

#### II-1-2 Méthode Matricielle:

La théorie membranaire présente une limitation significative par rapport à la théorie de flexion. Cette dernière beaucoup plus précise, présente malheureusement de sérieuses difficultés pour la résolution des équations gouvernantes. Les deux théories peuvent être néanmoins combinées dans le cadre d'une méthode pratique de calcul. Celle-ci permet d'éliminer les limitations que présentent les deux théories et rend possible l'analyse de coques compliquées dans un temps plus court. La solution est représentée par la superposition d'une solution dite primaire (régie par la théorie membranaire) et d'une solution secondaire (régie par la théorie flexionnelle pour un chargement corrigé appliqué aux bordures).

Pour illustrer la méthode, considérons l'exemple d'interaction entre deux coques : l'une sphérique, l'autre cylindrique (Figure 2). La coque composée étant soumise à une pression interne uniforme. La théorie des membranes donne les déplacements et contraintes de chaque coque à part. Soient:

$\delta_c$  : Le déplacement radial du cylindre le long de la ligne de discontinuité.

$\beta_c$  : La rotation du cylindre le long de la ligne de discontinuité.

$\delta_d$  : Le déplacement radial du dome le long de la ligne de discontinuité.  
 $\beta_d$  : La rotation du dome le long de la ligne de discontinuité.  
 Les deux coques étant prises indépendamment l'une de l'autre, on a :

$$\delta_c \neq \delta_d$$

$$\beta_c \neq \beta_d$$

Par conséquent, il existe une discontinuité :

- 1- Dans le déplacement :  $\delta_c - \delta_d$
- 2- Dans la rotation :  $\beta_c - \beta_d$

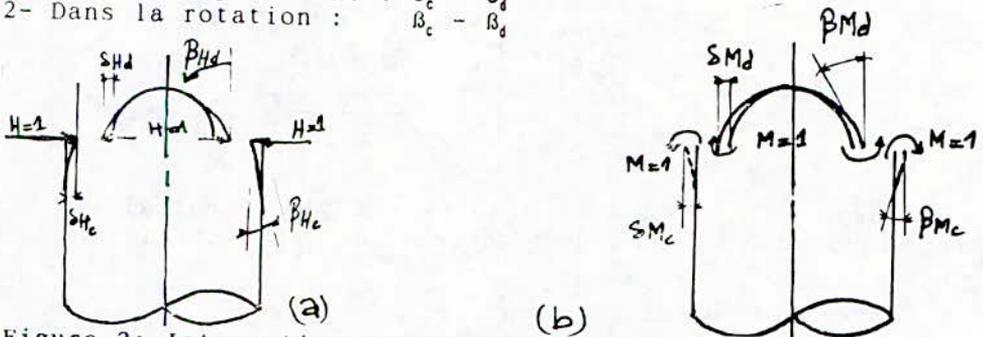


Figure 2: Interaction entre coques de géométrie variable  
 Les charges unitaires H et M produisent les déplacements suivants :

$\delta_{Hc}$ ,  $\beta_{Hc}$  et  $\delta_{Md}$ ,  $\beta_{Md}$  : Déplacements et rotations de la bordure du cylindre.

$\delta_{Hd}$ ,  $\beta_{Hd}$ , et  $\delta_{Md}$ ,  $\beta_{Md}$  : Déplacements et rotations de la bordure du dôme.

$\delta$  et  $\beta$  sont les déplacements et rotations des différentes coques sous le chargement existant, avec des conditions d'appuis compatibles à la théorie de membrane. Pour éliminer la discontinuité entre les deux coques, on établit les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \delta_d + \delta_{Hd} \cdot H + \delta_{Md} \cdot M &= \delta_c - \delta_{Hc} \cdot H + \delta_{Mc} \cdot M \\ \beta_d + \beta_{Hd} \cdot H + \beta_{Md} \cdot M &= \beta_c - \beta_{Hc} \cdot H + \beta_{Mc} \cdot M \end{aligned}$$

Les coefficients  $\delta$  et  $\beta$  sont généralement connus et tabulés pour différents cas de coques et de chargement. En utilisant les notations suivantes :

$$\begin{aligned} \delta_{Hc} + \delta_{Hd} &= \delta_H & \beta_{Hc} - \beta_{Hd} &= \beta_H \\ \delta_{Hc} - \delta_{Hd} &= \delta_H & -\beta_{Hc} - \beta_{Hd} &= \beta_H \\ \delta_c - \delta_d &= \delta & \beta_c - \beta_d &= \beta \end{aligned}$$

Et en sachant que :  $\beta_c = 0$ ,  $\beta_d = 0$ , on obtient le système suivant :

$$\begin{aligned} \delta_H \cdot H + \delta_M \cdot M &= \delta \\ \beta_H \cdot H + \beta_M \cdot M &= \beta \end{aligned}$$

dont la résolution donne les valeurs des charges de bordure corrigées.

En tout point, on peut maintenant déterminer les déplacements et contraintes membranaires et les déplacements et contraintes dus aux charges de bordure correctives H et M. La superposition fournit les

déplacements et les contraintes totaux en tout point de la structure. En tout point  $i$ , on pourra alors écrire:

$$\alpha_i = \sum \alpha_{ij} \cdot P_j + \alpha_{i0}$$

$\alpha_i$  : déplacement généralisé global  
 $\alpha_{i0}$  : déplacements généralisés primaires (obtenus par la théorie membranaire)  
 $\alpha_{ij}$  : déplacements généralisés secondaires dus à  $P_j = 1$ .  
 ou matriciellement:

$$\{\alpha_{ij}\} = [\alpha_{ij}] \cdot \{P_j\} + \{\alpha_{i0}\} \quad (6)$$

$[\alpha_{ij}]$ : étant appelée, matrice des flexibilités. Similairement, on détermine les contraintes en tout point par la relation matricielle suivante:

$$[N] = [\beta_{ij}]^t \cdot \{P_j\} + \{N_{i0}\}$$

où

$[N]$  :  $\{N_r, N_\theta, M_r, M_\theta\}$

$\{N_{i0}\}$  : vecteur des contraintes obtenues par la solution membranaire.

$[\beta_{ij}]$  : vecteur des contraintes aux points  $i$  dues à une charge  $P_j = 1$

Dans ce qui suit, la méthode des éléments finis et la méthode matricielle seront appliquées à plusieurs exemples déjà traités dans la littérature spécialisée. Les comparaisons seront établies sur la base des résultats obtenus pour 5 exemples d'applications relatifs à des coques cylindriques à épaisseurs aussi bien constantes que variables. Les principaux résultats obtenus pour chaque méthode seront comparés directement en examinant les variations des moments de flexion ( $M_x$ ) et des efforts ( $N_\phi$ ) en fonction de la profondeur du réservoir. La validité des deux méthodes est établie par comparaison directe avec les résultats analytiques obtenus par Timoshenko[5] dans la cas des coques cylindriques à rayons moyens constants et avec les résultats numériques obtenus par Thevandran[8] dans la cas des réservoirs à rayons moyens variant linéairement en fonction de la profondeur.

## II-2 Analyse dynamique :

En négligeant la viscosité du fluide et en supposant de petits déplacements petits, le mouvement du fluide est régi par l'équation aux dérivées partielles suivante:

$$c^2 \nabla^2 \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \quad (8)$$

où  $\phi$  désigne le potentiel de vitesse et  $c$  la vitesse du son .

Dans la plage des fréquences des séismes, le fluide peut-être supposé incompressible et l'équation(8) devient:

$$\nabla^2 \phi = 0$$

où  $\phi$  en coordonnées cylindriques vérifie la relation :

$$\frac{(\partial^2 \phi)}{(\partial r^2)} + \frac{1}{r} \frac{(\partial \phi)}{(\partial r)} + \frac{1}{r^2} \frac{(\partial^2 \phi)}{(\partial \theta^2)} + \frac{(\partial^2 \phi)}{(\partial z^2)} = 0$$

La pression du fluide  $p$  est gouvernée par l'équation de Bernoulli linearisée.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \cdot p + g \cdot z = 0 \quad (10)$$

La résultante des surpressions donne l'effort tranchant à la base suivant:

$$Q = 2 \cdot \int_0^h \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (p \cdot \cos \theta \cdot d\theta \cdot dz)_{(z=0)} \quad (11)$$

Le moment de flexion est donné par:

$$M = 2 \int_0^h \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (P_{(x=R)} \cdot z \cdot \cos \theta \cdot r \cdot d\theta \cdot dz) \quad (12)$$

Le couple des forces agissant sur le fond  $z=h$  est donnée par:

$$M_b = 2 \cdot \int_0^R \cdot \int_{(-\pi/2)}^{(+\pi/2)} \cdot P_{(z=h)} \cdot r^2 \cdot \cos \theta \cdot dr \cdot d\theta \quad (13)$$

Ce couple conjugué au moment de flexion  $M$  précédemment déterminé exerce sur le réservoir un moment de renversement  $M^*$ .

$$M^* = M + M_b \quad (14)$$

Dans la suite de l'exposé, il y aura lieu de différencier deux classes de réservoirs :

-Les réservoirs peu profonds dont le rapport  $\alpha$  de la hauteur  $h$  sur le rayon  $R$  est tel que  $\alpha = h/R \leq 1.5$

-Les réservoirs profonds caractérisés par un rapport  $\alpha \geq 1.5$

Pour des raisons évidentes de clarté et de différences fondamentales de comportement sous chargement dynamique, l'analyse des réservoirs à parois rigides sera traitée séparément de celle de réservoirs à parois flexibles et une comparaison numérique des méthodes présentées sera effectuée en vue de mieux appréhender les possibilités et limites de chacune d'elles quand à leur éventuelle utilisation pratique.

## II-2-1 Analyse des réservoirs rigides:

Les méthodes mentionnées dans ce paragraphe considèrent des hypothèses différentes selon la dépendance de la surpression dynamique par rapport au temps :

Pour la méthode de Jacobsen et Ayre[9] qui néglige l'oscillation du liquide, le champ de vitesse dans le réservoir est directement proportionnel à la vitesse du sol. En tenant compte à la fois des phénomènes d'impulsion et d'oscillation, l'étude de Hunt et Priestley [10] conduit à une relation entre le champ de vitesse fonction du temps et de l'accélération du sol. Ce calcul, qui a l'avantage d'être plus général, introduit néanmoins dans les résultats une inconnue supplémentaire : l'accélération du sol  $a(t)$ .

Donc, il faut prescrire la valeur  $\langle u_T^n \rangle_{i+1} = 0$  et  $\langle u_N^n \rangle_{i+1} = 0$ .

\* si  $\langle \sigma_T^n \rangle_i = \lambda \langle \sigma_N^n \rangle_i$  et si en plus  $\langle \sigma_N^n \rangle_i \neq 0$ , alors les conditions de contact avec glissement seront imposées. Donc, il faut prescrire la valeur  $\langle u_T^n \rangle_{i+1} = \langle u_T^n \rangle_i$  et  $\langle u_N^n \rangle_{i+1} = \langle d^n \rangle_i$ .

\* si  $\langle \sigma_T^n \rangle_i = \lambda \langle \sigma_N^n \rangle_i$  et si en plus  $\langle \sigma_N^n \rangle_i = 0$ , alors les conditions de contact avec décollement seront imposées. Donc, il faut prescrire la valeur  $\langle \sigma_T^n \rangle_{i+1} = 0$  et  $\langle \sigma_N^n \rangle_{i+1} = 0$ .

#### IV-CONTACT ENTRE UN BARREAU ELASTIQUE ET UN MASSIF RIGIDE

Nous allons appliquer la méthode des équations intégrales pour résoudre l'un des problèmes de contact avec frottement: le contact entre un barreau et une fondation rigide.

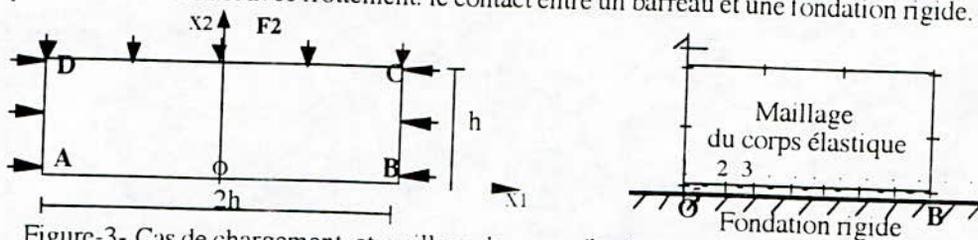


Figure-3- Cas de chargement, et maillage du corps élastique sur la fondation rigide.

Nous présentons un graphe comparant les résultats obtenus par B. Deshoullieres[1] ainsi que celui obtenu par M.Raous et al [2]. La distribution des contraintes est représentée sur la figure(4-a).

Pour un coefficient de frottement  $\lambda=1$  (valeur académique), l'évolution de la distribution des contraintes est représentée sur la figure(4-b,c,d,e).

Pour des commodités d'interprétation, nous avons exprimé les valeurs de  $\sigma_N$  et  $\sigma_T / \lambda$  pour chaque segment. De cette façon, lorsque les deux courbes  $\sigma_N(x)$  et  $\sigma_T(x) / \lambda$  se rejoignent, nous savons qu'il y a du glissement; si la courbe  $\sigma_T(x) / \lambda$  est au-dessous de celle de  $\sigma_T(x)$ , nous avons un contact parfaitement adhérent (blocage); enfin quand les deux courbes coïncident avec l'axe des abscisses, nous aurons un décollement.

Sur la figure (4-f), nous constatons qu'au début de chargement, la zone de glissement est petite et localisée sur le bord extérieur de (OB). Avec l'augmentation de la charge, la zone de glissement s'accroît et nous observons un décollement de l'extrémité. La figure(4-f) représente l'accroissement correspondant des déplacements tangentiels

#### V-CONCLUSION

La méthode des équations intégrales est présentée pour la prédiction de l'état des surfaces de contact entre un corps élastique et une fondation rigide. Le problème de contact est résolu en utilisant la loi de frottement de Coulomb. Nous avons fait l'étude d'un exemple pour illustrer l'applicabilité de la méthode des équations intégrales ainsi que la validité de l'algorithme développé. La discrétisation en éléments de frontière limite d'une façon certaine le degré de complexité du problème; cependant, nous ne pouvons pas inclure des phénomènes de plasticité ni des grands déplacements. Aussi, vu que l'algorithme développé manie deux variables ( $U, \sigma$ ), celles-ci doivent être les inconnues de base du problème. Toutes ces considérations nous mènent à l'approche éléments finis, non pas des éléments finis classiques (à un seul champ), mais des éléments finis à deux champs donc, mixtes.

Nous envisageons par conséquent l'adaptation de l'algorithme à l'approche éléments finis mixtes, et le développement d'un élément de frottement afin de spécialiser la discrétisation de la zone de contact.

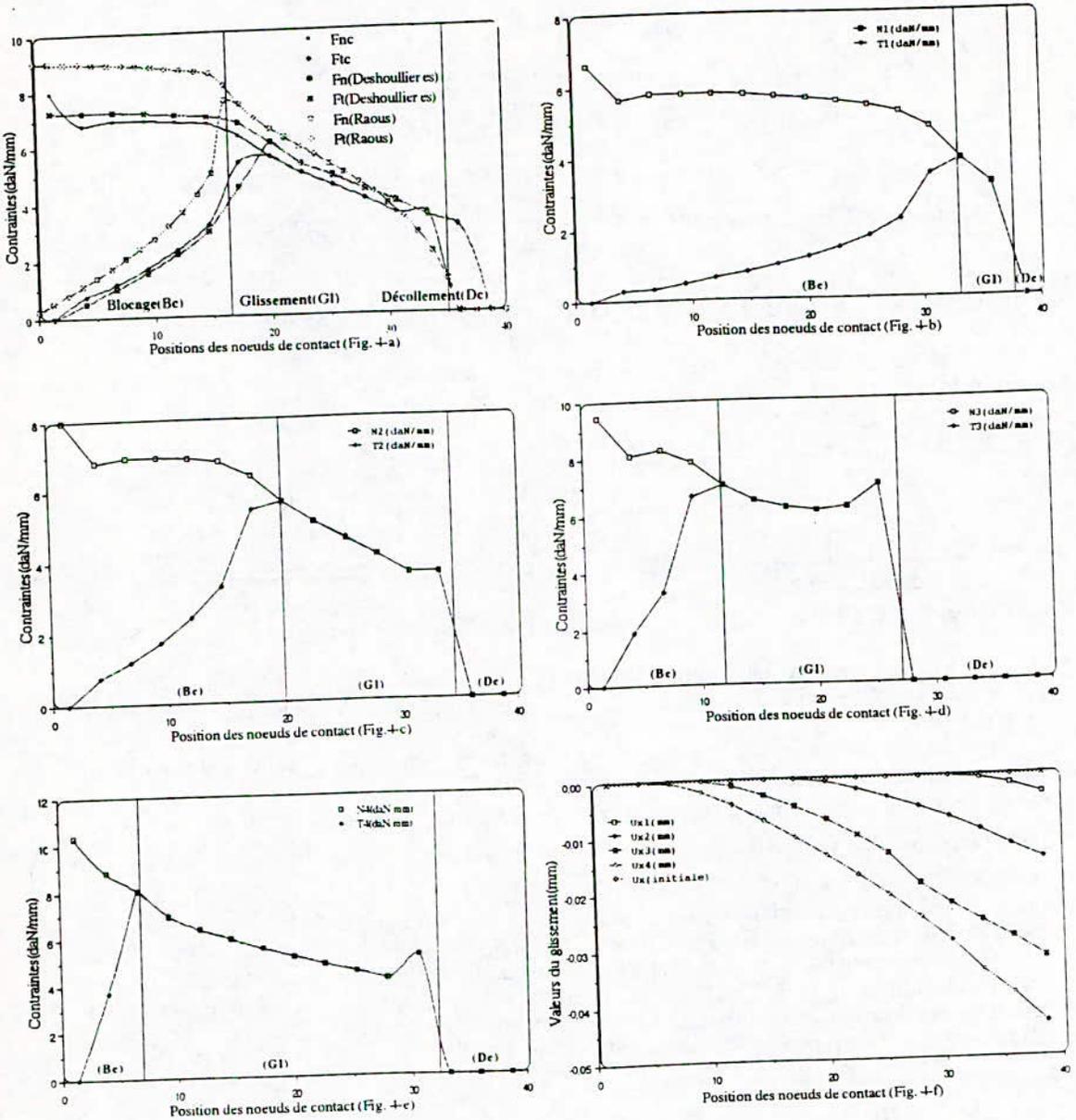


Figure-4: (a) graphes comparatifs de la distribution des contraintes  
 (b,c,d,e) évolution de la distribution des contraintes sur la surface de contact.  
 $F_2=5 \text{ daN/mm}$  et  $F_1=(5, 10, 15, 20)\text{daN/mm}$ , respectivement.  
 (f) évolution de la distribution des déplacements tangentiels  
 $F_2=5 \text{ daN/mm}$  et  $F_1=(5, 10, 15, 20)\text{daN/mm}$ , respectivement

**BIBLIOGRAPHIE**

1. Deshoullieres B. & Fortune D.: "A boundary integral equation approach to friction contact problems of classical elastostatics", proceedings of the first "European boundary element meeting", Brussels; 8-10 may (1988).  
 2. Raous J.M., Chabrand P. & Iéhon F.: "Numerical methods for frictional contact problems and applications", Journal of theoretical and applied Mechanics. Special issue, Vol. 7, n°1,, pp. 111-128 (1988).

## **ANALYSE STATIQUE ET DYNAMIQUE DES SYSTEMES FLUIDES-COQUES CYLINDRIQUES**

**B. TILIOUINE**<sup>1</sup> et **A. YAHIAOUI**<sup>2</sup>

### **الملخص**

إن آثار الزلازل على الخزانات الأسطوانية تبين أننا لا نتحكم تماما في تحليل هذا النوع. هدف هذا البحث, بعد إستعراض التحاليل الساكنة أولا ثم التحليل الديناميكية ثانيا, هو تبيان الطرق الحسابية التطبيقية و تبيان عن طريق المقارنة للأثار و المجالات المقبولة (الثقة) لمختلف النماذج لتبادل الفعل مانع- بنية و هذا مع فرض أن الخزان صلب أو مرن

### **Résumé**

La complexité des méthodes numériques d'analyse dynamique des réservoirs de stockage d'eau et d'hydrocarbures conjuguée à l'importance des dégâts structuraux observés lors des séismes, souligne la nécessité de développer des outils de conception et de calcul, rapides et fiables, pour l'évaluation de la performance de cette catégorie particulière de structures. A cet effet, nous effectuons d'abord une étude approfondie des formulations analytiques et numériques du problème des coques cylindriques sous pressions statiques et hydrodynamiques. Nous indiquons les moyens pratiques de calcul des caractéristiques dynamiques des systèmes fluides-coques et procédons ensuite au développement des abaques de calcul des efforts résultants maximaux pour les réservoirs aussi bien à parois rigides que flexibles. Enfin, nous présentons les principales conclusions d'une investigation numérique des domaines d'applicabilité de divers modèles mécaniques d'interaction fluides-structures pour l'analyse des réservoirs circulaires à parois flexibles sous l'effet des séismes.

### **Summary**

The complexity of numerical methods for the dynamic analysis of liquid storage tanks coupled with the large scale structural damage observed during past earthquakes, underlines the need for the development of fast and reliable design tools to assess the seismic performance of this special class of structures.

To this end, we first carry out a detailed study of the analytical and numerical formulations of the problem of cylindrical shells under hydrostatic and hydrodynamic pressures. We show practical means of determining the dynamic characteristics of fluid-shell systems, and then proceed to the development of design charts for the maximal stress resultants of rigid as well as flexible liquid storage tanks.

Finally, we present the main conclusions of a numerical investigation into the applicability domains of various mechanical models of fluid-structure interaction for the analysis of flexible liquid storage tanks under seismic excitation.

<sup>1</sup>. Professeur à E. N. P.

<sup>2</sup>. Postgraduant à E. N. P.

**ANALYSE STATIQUE ET DYNAMIQUE  
DES SYSTEMES  
FLUIDE-COQUES CYLINDRIQUES**

**I - INTRODUCTION**

La performance des systèmes coques-fluides durant les séismes d'Alaska (1964), Los Angeles (1971) et Coalinga (1983) [1,2,3], entre autres, ont mis en évidence un comportement structural plus complexe de ces systèmes que prévu initialement. Bien que la méthode des éléments finis ait apporté des réponses relativement précises à un certain nombre de problèmes liés à la complexité du comportement sismique observé, le fait demeure que la méthode des éléments finis en tant que méthode d'analyse dynamique des systèmes fluides-coques n'est pas toujours utilisée en pratique en raison des formulations parfois complexes, de la préparation laborieuse des données, de l'espace mémoire important et du coût parfois considérable qu'elle peut impliquer. De plus, malgré des recherches soutenues et l'utilisation de modélisations sophistiquées d'éléments finis tridimensionnels [24,25] couplés à des investigations expérimentales [27,28,29], l'état des connaissances du comportement dynamique des systèmes coques-fluides en zone de forte sismicité reste dans un certain sens, plutôt limité.

La prédiction des pressions hydrodynamiques et l'évaluation par des modèles physiques précis des moments de flexion, de renversement et de l'effort tranchant généré par les surpressions hydrodynamiques d'une part, ainsi que l'importance du spectre de réponse en tant que mode de représentation du chargement sismique et outil de calcul couramment utilisé dans les bureaux d'études d'autre part, ont constitué la motivation essentielle pour la méthodologie adoptée dans le présent travail.

C'est pourquoi, dans la présente recherche après un exposé théorique des diverses méthodes de calcul des coques sous pressions hydrostatiques d'abord et sous l'action des surpressions hydrodynamiques ensuite, on a eu le souci d'indiquer les moyens pratiques de calcul et de montrer par des études comparatives des efforts et des domaines de validité de divers modèles de l'interaction fluide-structure dans les réservoirs circulaires à parois déformables sous l'effet des séismes.

**II- METHODOLOGIE :**

**II-1 Analyse statique:**

Pour des raisons de comparaison, les réservoirs cylindriques ont été étudiés en utilisant deux méthodes d'analyse: la méthode des éléments finis et la méthode matricielle dont les principes sont très succinctement décrits ci-après.

**II-1-1 Méthode des éléments finis**

La première tentative de résolution par la méthode des éléments finis du problème de coques de révolution est due à Grafton et Stromel[7]. Pour une coque de révolution soumise à un chargement axisymétrique (figure 1), le déplacement d'un point de la surface moyenne peut être défini par deux composantes  $u$  et  $w$  dans les directions tangentielle et normale respectivement.

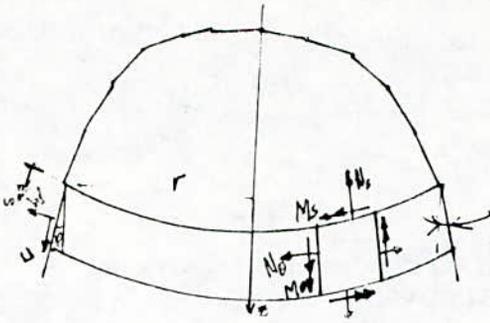


Figure 1: Déplacement et contraintes.

Les quatre composantes de déformation sont données par l'expression suivante, en utilisant l'hypothèse de Love-Kirchoff et en supposant que l'angle  $\phi$  ne varie pas ( la valeur particulière  $\phi=0$  permet le traitement des coques cylindriques).

$$\{e\} = \begin{Bmatrix} e_s \\ e_\theta \\ \gamma_s \\ \gamma_\theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} du/ds \\ (w \cos\phi + u \sin\phi)/r \\ -d^2w/ds^2 \\ -\frac{\sin\phi}{r} \cdot \frac{dw}{ds} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

On en déduit les quatre résultantes des contraintes internes représentées sur la figure 1 et reliées aux déformations par la matrice [D] d'élasticité [5].

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} N_s \\ N_\theta \\ M_s \\ M_\theta \end{Bmatrix} = [D] \cdot \{e\} \quad (2)$$

On prend pour u une fonction linéaire de s et pour w une cubique où s représente le paramètre de position défini à partir de la ligne nodale supérieure de l'élément considéré.

#### II-1-2 Méthode Matricielle:

La théorie membranaire présente une limitation significative par rapport à la théorie de flexion. Cette dernière beaucoup plus précise, présente malheureusement de sérieuses difficultés pour la résolution des équations gouvernantes. Les deux théories peuvent être néanmoins combinées dans le cadre d'une méthode pratique de calcul. Celle-ci permet d'éliminer les limitations que présentent les deux théories et rend possible l'analyse de coques compliquées dans un temps plus court. La solution est représentée par la superposition d'une solution dite primaire (régie par la théorie membranaire) et d'une solution secondaire (régie par la théorie flexionnelle pour un chargement corrigé appliqué aux bordures).

Pour illustrer la méthode, considérons l'exemple d'interaction entre deux coques : l'une sphérique, l'autre cylindrique (Figure 2). La coque composée étant soumise à une pression interne uniforme. La théorie des membranes donne les déplacements et contraintes de chaque coque à part. Soient:

$\delta_c$  : Le déplacement radial du cylindre le long de la ligne de discontinuité.

$\beta_c$  : La rotation du cylindre le long de la ligne de discontinuité.

$\delta_d$  : Le déplacement radial du dome le long de la ligne de discontinuité.  
 $\beta_d$  : La rotation du dome le long de la ligne de discontinuité.  
 Les deux coques étant prises indépendamment l'une de l'autre, on a :

$$\delta_c \neq \delta_d$$

$$\beta_c \neq \beta_d$$

Par conséquent, il existe une discontinuité :

- 1- Dans le déplacement :  $\delta_c - \delta_d$
- 2- Dans la rotation :  $\beta_c - \beta_d$

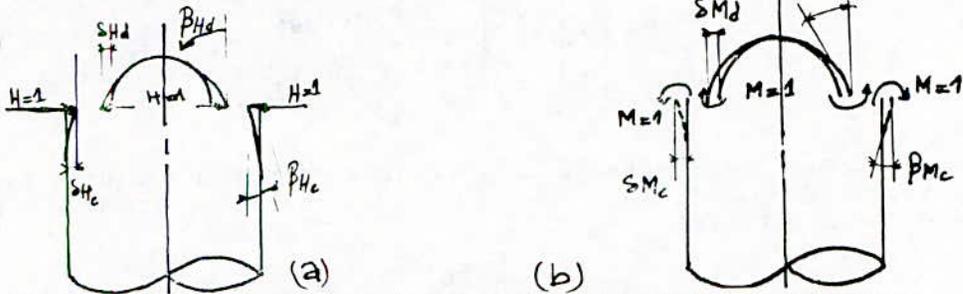


Figure 2: Interaction entre coques de géométrie variable

Les charges unitaires H et M produisent les déplacements suivants :

$\delta_{Hc}$ ,  $\beta_{Hc}$  et  $\delta_{Hd}$ ,  $\beta_{Hd}$  : Déplacements et rotations de la bordure du cylindre.

$\delta_{Md}$ ,  $\beta_{Md}$  et  $\delta_{Mc}$ ,  $\beta_{Mc}$  : Déplacements et rotations de la bordure du dôme.

$\delta$  et  $\beta$  sont les déplacements et rotations des différentes coques sous le chargement existant, avec des conditions d'appuis compatibles à la théorie de membrane. Pour éliminer la discontinuité entre les deux coques, on établit les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \delta_d + \delta_{Hd} \cdot H + \delta_{Md} \cdot M &= \delta_c - \delta_{Hc} \cdot H + \delta_{Mc} \cdot M \\ \beta_d + \beta_{Hd} \cdot H + \beta_{Md} \cdot M &= \beta_c - \beta_{Hc} \cdot H + \beta_{Mc} \cdot M \end{aligned}$$

Les coefficients  $\delta$  et  $\beta$  sont généralement connus et tabulés pour différents cas de coques et de chargement.

En utilisant les notations suivantes :

$$\begin{aligned} \delta_{Hc} + \delta_{Hd} &= \delta_H & \beta_{Hc} - \beta_{Hd} &= \beta_H \\ \delta_{Hc} - \delta_{Hd} &= \delta_M & -\beta_{Hc} - \beta_{Hd} &= \beta_M \\ \delta_c - \delta_d &= \delta & \beta_c - \beta_d &= \beta \end{aligned}$$

Et en sachant que :  $\beta_c = 0$  ,  $\beta_d = 0$ , on obtient le système suivant :

$$\begin{aligned} \delta_H \cdot H + \delta_M \cdot M &= \delta \\ \beta_H \cdot H + \beta_M \cdot M &= \beta \end{aligned}$$

dont la résolution donne les valeurs des charges de bordure corrigées.

En tout point, on peut maintenant déterminer les déplacements et contraintes membranaires et les déplacements et contraintes dus aux charges de bordure correctives H et M. La superposition fournit les

déplacements et les contraintes totaux en tout point de la structure. En tout point  $i$ , on pourra alors écrire:

$$\alpha_i = \sum \alpha_{ij} \cdot P_j + \alpha_{i0}$$

$\alpha_i$  : déplacement généralisé global  
 $\alpha_{i0}$  : déplacements généralisés primaires (obtenus par la théorie membranaire)  
 $\alpha_{ij}$  : déplacements généralisés secondaires dus à  $P_j = 1$ .  
 ou matriciellement:

$$\{\alpha_{ij}\} = [\alpha_{ij}] \cdot \{P_j\} + \{\alpha_{i0}\} \quad (6)$$

$[\alpha_{ij}]$ : étant appelée, matrice des flexibilités. Similairement, on détermine les contraintes en tout point par la relation matricielle suivante:

$$[N] = [\beta_{ij}]^t \cdot \{P_j\} + \{N_{i0}\}$$

où

$[N]$  :  $\{N_x, N_\theta, M_x, M_\theta\}$

$\{N_{i0}\}$  : vecteur des contraintes obtenues par la solution membranaire.

$[\beta_{ij}]$  : vecteur des contraintes aux points  $i$  dues à une charge  $P_j = 1$

Dans ce qui suit, la méthode des éléments finis et la méthode matricielle seront appliquées à plusieurs exemples déjà traités dans la littérature spécialisée. Les comparaisons seront établies sur la base des résultats obtenus pour 5 exemples d'applications relatifs à des coques cylindriques à épaisseurs aussi bien constantes que variables. Les principaux résultats obtenus pour chaque méthode seront comparés directement en examinant les variations des moments de flexion ( $M_x$ ) et des efforts ( $N_\phi$ ) en fonction de la profondeur du réservoir. La validité des deux méthodes est établie par comparaison directe avec les résultats analytiques obtenus par Timoshenko[5] dans la cas des coques cylindriques à rayons moyens constants et avec les résultats numériques obtenus par Thevandran[8] dans la cas des réservoirs à rayons moyens variant linéairement en fonction de la profondeur.

## II-2 Analyse dynamique :

En négligeant la viscosité du fluide et en supposant de petits déplacements petits, le mouvement du fluide est régi par l'équation aux dérivées partielles suivante:

$$c^2 \nabla^2 \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \quad (8)$$

où  $\phi$  désigne le potentiel de vitesse et  $c$  la vitesse du son .

Dans la plage des fréquences des séismes, le fluide peut-être supposé incompressible et l'équation(8) devient:

$$\nabla^2 \phi = 0$$

où  $\phi$  en coordonnées cylindriques vérifie la relation :

$$\frac{(\partial^2 \phi)}{(\partial r^2)} + \frac{1}{r} \frac{(\partial \phi)}{(\partial r)} + \frac{1}{r^2} \frac{(\partial^2 \phi)}{(\partial \theta^2)} + \frac{(\partial^2 \phi)}{(\partial z^2)} = 0$$

La pression du fluide  $p$  est gouvernée par l'équation de Bernoulli linearisée.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \cdot p + g \cdot z = 0 \quad (10)$$

La résultante des surpressions donne l'effort tranchant à la base suivant:

$$Q = 2 \cdot \int_0^h \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (p \cdot \cos \theta) r d\theta \cdot dz \Big|_{(z=0)} \quad (11)$$

Le moment de flexion est donné par:

$$M = 2 \int_0^h \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (P_{(x=R)} \cdot z \cdot \cos \theta) r d\theta \cdot dz \quad (12)$$

Le couple des forces agissant sur le fond  $z=h$  est donnée par:

$$M_b = 2 \cdot \int_0^R \int_{(-\pi/2)}^{(+\pi/2)} P_{(z=h)} \cdot r^2 \cdot \cos \theta \cdot dz \cdot d\theta \quad (13)$$

Ce couple conjugué au moment de flexion  $M$  précédemment déterminé exerce sur le réservoir un moment de renversement  $M^*$ .

$$M^* = M + M_b \quad (14)$$

Dans la suite de l'exposé, il y aura lieu de différencier deux classes de réservoirs :

-Les réservoirs peu profonds dont le rapport  $\alpha$  de la hauteur  $h$  sur le rayon  $R$  est tel que  $\alpha = h/R \leq 1.5$

-Les réservoirs profonds caractérisés par un rapport  $\alpha \geq 1.5$

Pour des raisons évidentes de clarté et de différences fondamentales de comportement sous chargement dynamique, l'analyse des réservoirs à parois rigides sera traitée séparément de celle de réservoirs à parois flexibles et une comparaison numérique des méthodes présentées sera effectuée en vue de mieux appréhender les possibilités et limites de chacune d'elles quand à leur éventuelle utilisation pratique.

#### II-2-1 Analyse des réservoirs rigides:

Les méthodes mentionnées dans ce paragraphe considèrent des hypothèses différentes selon la dépendance de la surpression dynamique par rapport au temps :

Pour la méthode de Jacobsen et Ayre[9] qui néglige l'oscillation du liquide, le champ de vitesse dans le réservoir est directement proportionnel à la vitesse du sol. En tenant compte à la fois des phénomènes d'impulsion et d'oscillation, l'étude de Hunt et Priestley [10] conduit à une relation entre le champ de vitesse fonction du temps et de l'accélération du sol. Ce calcul, qui a l'avantage d'être plus général, introduit néanmoins dans les résultats une inconnue supplémentaire : l'accélération du sol  $a(t)$ .

Ainsi, dans la comparaison, il a fallu affecter d'une forme particulière l'accélération du réservoir. Cette méthode fait apparaître bien entendu des pressions tenant compte de l'ensemble des modes de vibration du fluide.

La méthode de Housner [11,12] présente des solutions sous formes simplifiées en séparant les deux phénomènes : impulsion et oscillation. Il décompose l'action du liquide en deux types :

-Une action passive provoquant des efforts d'impulsion.

-Une action active provoquant des efforts d'oscillation.

Le modèle mécanique présenté est utilisé souvent dans différents règlements [13].

Pour le calcul des efforts d'oscillation quand  $\alpha \geq 1.5$ , Housner prend la hauteur totale d'eau pour garder les mêmes coefficients  $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$  quelque soit  $\alpha$ . Epstein [14] montre que le fait de prendre la hauteur totale revient à sous-estimer les moments de flexion de 2% et de renversement de 5%, et à avoir des expressions de ces moments plus compliquées relativement à celles où la hauteur prise sera la hauteur du liquide en mouvement ( $h = 1.5 R$ ).

Abramson [15] présente une étude exhaustive du comportement dynamique des fluides dans des réservoirs mobiles.

Les principaux résultats obtenus pour chacune des 5 méthodes sus-citées seront comparés directement en examinant les variations des efforts résultants adimensionnels (efforts tranchants ( $Q$ ), moments de flexion ( $M_f$ ) et moments de renversement ( $M_r$ )) en fonction du rapport  $\alpha = h/R$ . La validité des modèles sera établie par comparaison directe avec le modèle d'Abramson dont la solution sera adoptée aux réservoirs fixes.

#### II-2-2 Analyse des réservoirs flexibles:

L'effet de la flexibilité des parois a été considéré en premier lieu par Veletsos [16], en se basant sur l'hypothèse fortement simplificatrice selon laquelle le système fluide-structure se comportait comme un système à un seul degré de liberté.

La valeur de la pulsation fondamentale du système coque-fluide peut être déterminée par l'approximation de Dunkerley [16,18], par celle de Tedesco [19], ou encore par celle de Sakai [21].

La méthode de Housner modifiée [18] est une approche du problème dont le principe est d'utiliser les formules des réservoirs à parois rigides pour les réservoirs à parois flexibles en remplaçant l'accélération maximale par la valeur de l'accélération spectrale.

Haroun et Ellaithy [20] développent un modèle mécanique équivalent susceptible de considérer simultanément les mouvements de translation de la base d'un réservoir et de rotation de sa base rigide compte tenu de la flexibilité des parois.

Par ailleurs, en raison de la nette séparation des fréquences d'oscillation du liquide ( $< 0,5$  Hz) et des modes de vibrations des coques élastiques ( $> 2$  Hz), la détermination de la réponse du liquide due uniquement à la surface oscillante peut être normalement déterminée en utilisant l'hypothèse des réservoirs à parois rigides pour cette partie du problème [24]. C'est d'ailleurs, précisément pour cette raison, que l'on considérera, dans l'analyse des réservoirs flexibles, seulement le calcul de la partie impulsive.

Les comparaisons seront effectuées en examinant à l'instar de la méthodologie adoptée pour les réservoirs rigides, les variations des efforts adimensionnels (( $Q$ ), ( $M_f$ ) et ( $M_r$ )) en fonction de  $\alpha$ , pour un réservoir plein donc un taux de remplissage  $\beta = h/H = 1$  (cas le plus défavorable).

La validité des résultats obtenus pour chaque modèle sera établie par

comparaison directe avec les résultats déduits de l'application de la méthode des éléments finis ([22],[23]).

### III- PRINCIPAUX RESULTATS :

#### III-1 Etude comparative sous pressions hydrostatiques :

Comme souligné précédemment, l'étude comparative relative à l'analyse des coques de révolution cylindrique sous l'effet de la pression hydrostatique a été effectuée sur la base des résultats obtenus en utilisant la méthode des éléments finis pour cinq exemples d'application à des réservoirs à inertie aussi bien constante que variable. Toutefois, pour des raisons d'espace, nous ne présenterons ci-après, à titre illustratif que les résultats obtenus pour le cas du réservoir de Timoshenko pour lequel une solution analytique exacte existe [5]. Les caractéristiques de ce réservoir (figure 4) peuvent être résumées comme suit :

Module de young (E) = 28,0 E06 KN/m<sup>2</sup>  
 Coefficient de poisson (V) = 0,250  
 Rayon (R) = 9,144 m  
 Hauteur (H) = 7,925 m  
 Epaisseur (t) = 0,356 m  
 Sollicitation surfacique (Q<sub>r</sub>) = 9,81 KN/m<sup>2</sup> (maximale). Figure: 4

2-Variation du moment méridien le long de la hauteur (KN.m/m)  
 Tab. 1: Comparaison de M<sub>x</sub>

X/H	Theorie TIMO	Méthode Matri.	Méthode de Tevandran		Méthode des éléts finis	
			FI	FII	12 éléts	24 éléts
1.0	62.2	62.2	62.2	62.2	62.1	62.2
0.9	06.7	06.7	06.7	06.7	06.3	06.6
0.8	-13.6	-13.6	-13.6	-13.6	-14.0	-13.6
0.7	-15.1	-15.1	-15.1	-15.1	-15.2	-15.1
0.6	-10.0	-10.0	-10.0	-10.0	-10.0	-10.0
0.5	-04.8	-04.8	-04.8	-04.7	-04.7	-04.7
0.4	-01.3	-01.3	-01.3	-01.3	-01.3	-01.3
0.3	00.3	00.3	00.3	00.1	00.2	00.2
0.2	00.7	00.7	00.8	00.4	00.4	00.4
0.1	00.6	00.6	00.8	00.2	00.2	00.2
0.0	00.3	00.3	00.6	00.0	00.0	00.0

CPU	-	01.0	00.6	01.5	01.0	01.6
-----	---	------	------	------	------	------

3- Variation de l'effet annulaire le long de la hauteur (KN/m)  
 Tab. 2 : Comparaison de N<sub>φ</sub>

X/H	Theorie TIMO	Méthode Matri.	Méthode de Tevandran		Méthode des éléts finis	
			FI	FII	12 éléts	24 éléts
1.0	000.0	000.0	000.0	000.0	000.0	000.0
0.9	122.0	122.0	122.0	122.0	120.9	122.0
0.8	302.6	302.6	302.6	302.6	302.8	302.6
0.7	409.7	409.7	409.7	409.8	410.0	409.8
0.6	428.0	428.0	427.1	428.2	428.3	428.2
0.5	385.0	385.0	384.8	385.5	385.5	385.4
0.4	312.1	312.1	311.6	312.8	312.8	312.8
0.3	230.3	230.3	229.7	231.0	231.0	231.0
0.2	149.5	149.5	149.2	149.5	149.4	149.4
0.1	072.6	072.6	073.6	070.2	070.3	070.3
0.0	000.9	000.9	002.8	-04.0	008.9	008.4

CPU	-	01.0	00.6	01.5	01.0	01.6
-----	---	------	------	------	------	------

Dans le cas où l'épaisseur est constante on remarque immédiatement que les valeurs des efforts fournis par l'ensemble des 4 méthodes convergent vers celle de la solution exacte quelque soit le niveau de profondeur considéré. On remarque également que la méthode matricielle fournit des résultats rigoureusement identiques à ceux de la solution exacte lorsque celle-ci est disponible. De plus, d'après les valeurs des temps réels d'exécution (CPU time), on constate qu'elle est plus performante que les méthodes des éléments finis et Thevandran (Formulation II) pour le même degré de précision. Ceci peut s'expliquer par le fait qu'à l'encontre de la méthode des éléments finis, la méthode matricielle ne nécessite pas pour la détermination des déplacements ou des contraintes généralisées, en un point donné, la détermination obligatoire des déplacements ou des contraintes généralisées de tous les points du maillage.

Dans le cas des réservoirs à inertie variable, les conclusions observées, ci-dessus, demeurent valides. Il y a toutefois lieu de prendre acte, pour ce cas précis, des observations suivantes :

-Le maillage utilisé par la méthode des éléments finis doit-être affiné en vue de reproduire avec précision la configuration géométrique et par suite le comportement réel de la structure, notamment à sa base.  
 -La méthode matricielle devient difficile à mettre en oeuvre à l'exception du cas particulier de la classe des réservoirs à inertie variable et de rayon moyen constant [5] pour lequel une solution exacte est disponible, permettant ainsi d'utiliser des formules approchées, pour lesquelles les coefficients  $C_3$  et  $C_4$  de la solution exacte sont en général négligés ( hypothèse très raisonnable pour les structures relevant du domaine du génie civil ).

### III-2 Etude comparative sous pressions hydrodynamiques:

#### III-2-1 Réservoirs rigides:

Les efforts résultants déterminés en utilisant les quatre méthodes de calcul existantes des réservoirs rigides développés par Jacobsen et Ayre, Hunt et Priestly, Housner et Housner-Epstein sont comparées directement aux valeurs des efforts résultants fournis par le modèle d'Abramson en vue d'examiner leurs domaines d'applicabilités.

Les principaux résultats peuvent être résumés comme suit :

-Le modèle de Jacobsen et Ayre ne prend pas en compte l'effet de l'oscillation du liquide de sorte que seuls les résultats obtenus pour les actions d'impulsion peuvent être comparés.

\*Pour l'effort tranchant, la méthode donne d'excellents résultats (erreur maximale de l'ordre de 0,4%) quelque soit la valeur de  $\alpha = h/R$ .

\*Pour le moment de flexion, l'erreur varie entre 6% et 8% pour  $\alpha < 1,5$  et entre 5% et 9% pour  $\alpha > 1,5$ .

\*Pour le moment de renversement, l'erreur varie entre 5% et 7% pour  $\alpha < 1,5$  et entre 11% et 20% pour  $\alpha > 1,5$ .

-La contribution des modes supérieurs d'oscillation du liquide dans l'évaluation des efforts résultants est faible de sorte qu'en général les calculs basés sur la prise en compte du mode fondamental d'oscillation sont suffisamment précis.

-La méthode Hunt et Priestley considère le réservoir non amorti et la réponse transitoire comme la réponse de la partie oscillante. Toutefois s'agissant d'un problème physique, le système est évidemment amorti et la réponse transitoire s'estompe rapidement après les premiers cycles d'excitation sismique, de sorte que sa contribution dans la solution finale peut être négligée ( hypothèse considérée par Abramson dans son étude théorique). C'est pourquoi, des écarts substantiels ont été observés dans les résultats obtenus par cette méthode comparativement à ceux d'Abramson en ce qui concerne les actions d'oscillation. La situation est tout à fait différente pour les actions d'impulsion. En effet, pour les fréquences d'excitation élevées les efforts maximaux sont pratiquement identiques ( les pressions d'oscillation étant à ces fréquences, pratiquement nulles )

-Le modèle de Housner fournit des valeurs acceptables des efforts résultants relatifs aux actions d'oscillation et d'impulsion séparées ( erreur maximale de l'ordre de 8 % ) si les calculs sont effectués en considérant la masse oscillante du modèle d'Abramson, alors que pour les réservoirs peu profonds (  $\alpha < 1,5$  ) l'erreur maximale devient importante ( 14 % ).

-La correction apportée par le modèle d'Epstein-Housner dans l'expression des moments pour les réservoirs profonds ne dépasse pas 0,2 % quelque soit le rapport  $\alpha$ .

### III-2-2 Réservoirs flexibles:

Une phase critique dans le calcul des réservoirs à parois flexibles concerne la détermination de la pulsation fondamentale permettant de déduire la réponse spectrale en accélération associée. C'est pourquoi dans ce qui suit, les valeurs des pulsations fondamentales (des réservoirs pleins) calculées d'après diverses approximations [18,19,20 et 21] sont d'abord comparées par rapport aux valeurs données par la méthode des éléments finis [22,23]. Les efforts résultants sont ensuite comparés avec ceux fournis par les mêmes références [21,23].

#### Comparaison des pulsations:

-L'erreur relative de l'approximation de Sakai[21] pour le domaine réduit  $\alpha \in [0.3;4.3]$  n'excède pas 7%. Il s'ensuit que la formule proposée constitue donc une bonne approximation pour la pratique courante.

-L'erreur relative de l'approximation de Dunkerley pour le modèle de Housner modifié [18] varie entre 120% et 400% pour  $\alpha < 1,5$  et entre 120% et 250% pour  $\alpha > 1.5$ . Cette approximation est à écarter.

Les écarts sensibles peuvent s'expliquer par le fait que le comportement des coques ne peut être simulé seulement par celui d'une poutre cantilever, notamment lorsque le réservoir est peu profond ou lorsque le mode fondamental est dominé par la déformation radiale de la coque régie essentiellement par la distorsion de sa section transversale.

-L'erreur relative de l'approximation polynomiale de Tedesco[19], pour le domaine plus réduit,  $\alpha \in [0.3;0.7] \cup [2.5;5]$  sur pulsation ne dépasse pas 6%.

-L'erreur relative de l'approximation polynomiale de Haroun[20] pour l'intervalle [2.5;3.8] ne dépasse pas 6% de sorte que l'approximation proposée n'est valable que pour un  $\alpha$  très réduit appartenant à cet intervalle ( $\alpha \in [2.5;3.8]$ ).

#### Comparaison des efforts résultants:

Modèle de Housner modifié :

Les résultats obtenus montrent que l'erreur sur les efforts impulsifs varie entre 12% et 25% pour les réservoirs peu profonds et entre 8% et 40% pour les réservoirs profonds. Ce modèle n'est pas recommandé du fait de ces erreurs très élevées.

Modèle de Tedesco :

Les résultats obtenus montrent que l'erreur sur les efforts impulsifs varie entre 1% et 40% pour les réservoirs peu profonds et entre 1% et 15% pour les réservoirs profonds. Ce modèle n'est valable que pour le domaine suivant de  $\alpha [0.2;1.2] \cup [2.0;3.8]$  pour lequel l'erreur n'excède pas le seuil de 6%.

Modèle de Haroun et Ellaithy :

Les résultats obtenus montrent que l'erreur pour les efforts impulsifs varie entre 0% et 20% pour les réservoirs peu profonds et entre 0% et 100% pour les réservoirs profonds. Ce modèle n'est valable que pour le domaine réduit de  $\alpha [1,2;3,3]$  pour lequel l'erreur ne dépasse pas 6%.

### III-2-3 Comparaisons des efforts résultants dans les réservoirs rigides et flexibles :

Aux fins de faciliter l'évaluation rapide des efforts de dimensionnement ou de vérification dans les réservoirs (notamment au stade de leurs avant-projets), des abaques de calcul ont été

développés pour l'ensemble des modèles rigides et flexibles considérés, après étude de leurs domaines de validité.

Ces abaques ont été développés à l'aide de programmes de calcul conçus en vue de la détermination des efforts tranchants, des moments de flexion et des moments de renversement correspondants à chacun des modèles considérés.

A titre illustratif, la figure 5 présente pour le modèle des réservoirs rigides d'Abramson un abaque de calcul des moments de flexion adimensionnels:

$$(M_f) = \frac{M}{M_0} \text{ où } M_0 = \rho R^4 a_m$$

M étant le moment de flexion réel dans le réservoir et  $\rho$ , R,  $a_m$  désignant la masse volumique du liquide, le rayon du réservoir, et l'accélération maximale du sol respectivement.

On peut observer l'allure pratiquement parabolique des moments de flexion en fonction de  $\alpha=h/R$ , la variation étant d'autant plus considérable que le rapport  $(S_{ao}/a_m)$  de la réponse en accélération spectrale sur l'accélération maximale du sol est plus élevé (notamment pour les grandes valeurs de  $\alpha$  c'est à dire pour des niveaux de remplissage élevés correspondant à un réservoir donné).

Par un raisonnement analogue il est possible de développer les abaques de calcul similaires, pour le calcul des réservoirs flexibles. A titre indicatif la figure 6 présente pour le modèle des réservoirs flexibles de Tedesco un abaque de calcul des moments de flexion adimensionnels:

$$(M_f) = \frac{M}{M_0} \text{ où } M_0 = \rho R^4 S_a$$

$\rho$ , R,  $S_{ao}$  et  $S_a$  désignant la masse volumique du liquide, le rayon du réservoir, la réponse en accélération spectrale de l'oscillation des fluides et la réponse en accélération spectrale de la vibration du système fluide-coque respectivement.

On peut noter de nouveau, l'allure pratiquement parabolique des moments de flexion en fonction de  $\alpha$ , la variation étant d'autant plus considérable que le rapport  $S_{ao}/S_a$  est plus élevé. Il y a lieu de noter, que si les valeurs des moments adimensionnels rigides d'Abramson et flexibles de Tedesco sont identiques, tel n'est pas le cas pour les moments de flexion réels déduits des deux modèles puisque dans l'expression des moments de normalisation  $M_0$  l'accélération maximale du sol est remplacée par le spectre d'accélération de vibration du système fluide-coque. Cette constatation demeure également valable pour les abaques des moments de renversement, toutes actions passives et actives confondues. Toutefois, il y a lieu de noter que les résultats obtenus montrent que les efforts tranchants adimensionnels déterminés pour les modèles rigides et flexibles ne sont pas identiques, bien que présentant la même allure de variation. Ces trois dernières observations sont corroborées par les figures 7, 8 et 9 qui montrent clairement que pour les rapports  $S_a/A_m=1$ , les moments de flexion et les moments de renversement des actions impulsives pour les systèmes rigides et flexibles sont confondues quelque soit le rapport  $\alpha$  considéré mais que les efforts tranchants adimensionnels présentent des différences significatives pour des valeurs de  $\alpha > 1.5$ .

Par ailleurs, la figure 7 montre l'effort tranchant adimensionnel :

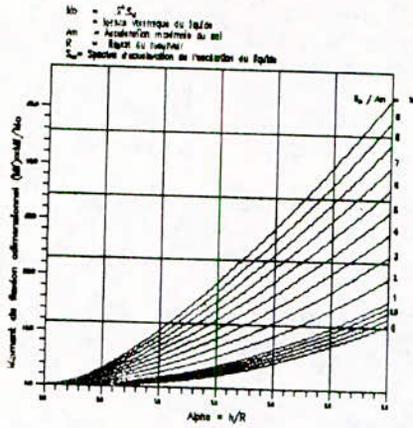


Figure 5 : Abaque des moments de flexion (réservoir flexible)

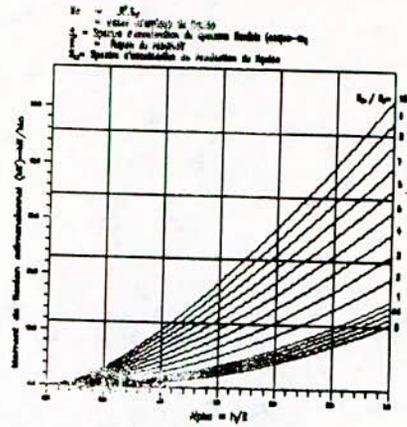


Figure 6 : Abaque des moments de flexion (réservoir rigide)

$Q_0 = m \cdot u \cdot \rho$   
 $m$  = masse du fluide  
 $u$  = accélération du sol  
 $\rho$  = 3,1415

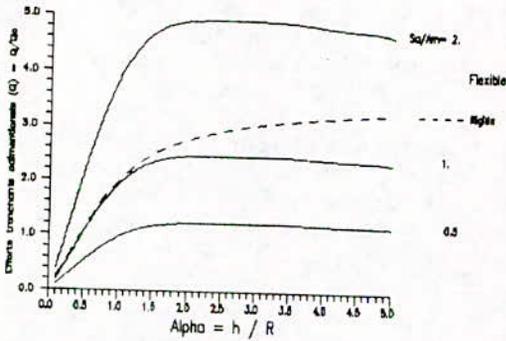


Fig 7 : Comparaison des efforts transversaux des réservoirs à parois rigides et flexibles (Action impulsive) pour  $\gamma/R=0.001$  et  $h/H=1$ .

$M_0 = m \cdot h \cdot u \cdot \rho$   
 $m$  = masse du fluide  
 $u$  = accélération du sol  
 $\rho$  = 3,1415  
 $h$  = hauteur du fluide

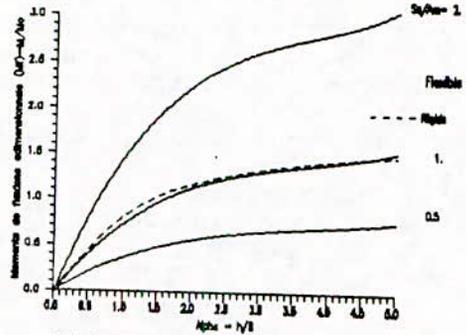


Fig 8 : Dispersion des moments de flexion des réservoirs à parois rigides et flexibles (action circulaire)

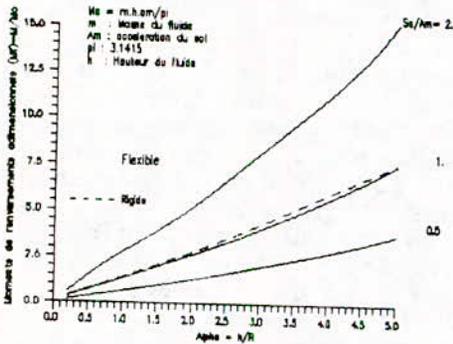


Fig 9 : Dispersion des moments de flexion des réservoirs à parois rigides et flexibles (Action impulsive) pour  $\gamma/R=0.001$  et  $h/H=1$ .

$$(Q) = \frac{Q}{Q_0}$$

$$\text{où } Q_0 = \frac{m S_a}{\pi}$$

On voit que dans le cas où le spectre d'accélération est proche de l'accélération du sol, la masse impulsive du réservoir flexible diminue par rapport à celle du réservoir rigide pour les valeurs de  $\alpha > 1$ . Dans le cas où le spectre d'accélération est amplifié l'effort tranchant est multiplié par le rapport  $(S_a/am)$ .

De même les figures 8 et 9 présentent les moments de flexion et de renversement adimensionnels:

$$(M_f)_i = \frac{M_i}{M_0} \quad \text{où } M_0 = \frac{m h S_h}{\pi}$$

et

$$(M_r)_i = \frac{M^*_i}{M_0}$$

De manière analogue, on peut noter dans ces figures, que les moments de flexion et de renversement des réservoirs rigides et flexibles sont comparables à 10% près si le spectre d'accélération est proche de l'accélération du sol. Si le spectre d'accélération est amplifié les moments doivent alors être multipliés par le rapport  $S_a/am$ .

En résumé, les efforts résultants (à l'exception de l'effort tranchant) des réservoirs flexibles sont pratiquement obtenus, à 10% près, en multipliant par le rapport  $S_a/am$  les efforts résultants des réservoirs supposés rigides.

#### IV-CONCLUSIONS :

##### IV-1 Pour l'analyse statique:

L'utilisation de l'élément "tronc de cône" permet d'introduire le concept de lignes nodales qui se substitue avantageusement à celui des points nodaux.

Parmi les avantages de cet élément citons l'absence du problème de discontinuité aux interfaces des éléments et une diminution importante de données ainsi que celle du temps d'exécution du logiciel élaboré. Les exemples traités montrent l'excellent accord entre la théorie et les résultats digitaux, du fait de la modélisation par élément finis tronconiques qui permet de reproduire avec une précision suffisante la géométrie de la structure réelle. Ceci permet d'obtenir des résultats très satisfaisants, avec un nombre d'éléments relativement faible dans le cas où l'épaisseur est constante. Dans le cas où l'épaisseur est variable, il convient d'affiner le maillage afin de reproduire avec précision la configuration et par suite le comportement réel de la structure.

La méthode matricielle de par sa conception fournit des résultats rigoureusement identiques à ceux de la théorie classique (épaisseur variable ou non). Les principaux avantages suivants peuvent être cités:

- Simplicité de programmation.
- Fichier de données très simplifié.

-Temps d'exécution réduit.

Dans le cas des réservoirs à épaisseurs variables les formulations exactes ne sont pas toujours disponibles. Toutefois en utilisant des formules approchées, il est possible de retrouver les résultats de la théorie classique pour laquelle les coefficients  $C_3$  et  $C_4$  sont en général négligés. Le cas des réservoirs "courts" à inertie variable ( pour lesquels les coefficients  $C_3$  et  $C_4$  doivent être pris en considération) n'a pas d'application pratique dans le domaine du génie civil.

A l'encontre de la méthode des éléments finis, la méthode matricielle ne nécessite pas pour la détermination des déplacements ou contraintes généralisés, en un point donné, la détermination obligatoire des déplacements ou contraintes généralisés de tous les points du maillage.

#### VI-1 Pour l'analyse dynamique:

A partir des résultats obtenus dans le cadre de cette recherche, il ressort clairement les conclusions principales suivantes :

##### Pour les réservoirs à parois rigides:

- En raison de l'ordre élevé des erreurs dans l'évaluation des moments de renversement et en raison de la non considération des pressions oscillantes, la méthode de Jacobsen et Ayre n'est pas recommandée pour le calcul para-sismique des réservoirs.

- La contribution des modes supérieurs d'oscillation du liquide dans l'évaluation des efforts résultants est faible de sorte qu'en général les calculs basés sur la prise en compte du mode fondamental d'oscillation sont suffisamment précis.

- Le modèle de Housner fournit des valeurs acceptables des efforts résultants (au plus à 8 % près) pour les réservoirs profonds ( $\alpha > 1,5$ ) si on prend la masse d'oscillation du modèle d'Abramson ( $k=0.4545$ ), alors que pour les réservoirs peu profonds ( $\alpha \leq 1,5$ ) l'erreur devient importante (14%).

- La correction apportée par le modèle d'Epstein-Housner dans l'expression des moments pour les réservoirs profonds ne dépasse pas 0.2% quelque soit le rapport  $h/R$ .

Par conséquent, pour des réservoirs cylindriques en béton armé ou en acier, dont  $\alpha$  est importante (réservoirs profonds  $\alpha > 1.5$ ) on peut retenir l'approximation de Housner.

Pour les réservoirs dont  $\alpha$  est faible (réservoirs peu profonds) l'approximation de Housner peut mener à un coûteux surdimensionnement et il est conseillé d'utiliser le modèle d'Abramson ou éventuellement la méthode de Hunt et Priestley.

##### Pour les réservoirs flexibles:

- En raison du découplage des modes d'oscillation du liquide et des modes de vibration des coques élastiques, les efforts d'oscillation pour un réservoir flexible peuvent être déterminés en utilisant l'hypothèse de réservoir à parois rigides.

- La formule de Sakai, valable pour des réservoirs flexibles pratiquement remplis de fluide, fournit les meilleures approximations, pour l'évaluation des périodes fondamentales de vibration des systèmes coques-fluide et ce pour le domaine de validité défini par la plage des valeurs courantes  $0.3 \leq \alpha \leq 4.3$

- Le modèle de Housner modifié n'est pas recommandé du fait des

erreurs très élevées (atteignant 25% pour  $\alpha > 1.5$  et 40% pour  $\alpha < 1.5$ ) dans l'évaluation des efforts résultants.

-Le modèle de Tedesco n'est valable que pour le domaine de  $\alpha$  [0.2 ; 1.2] U [ 2.0 ; 3.8 ] pour lequel l'erreur n'excède pas le seuil de 6% .

-Le modèle de Haroun et Ellaithy n'est valable que pour le domaine réduit de  $\alpha$  [1.2 ; 3.3] pour lequel l'erreur ne dépasse pas le seuil 6 % .

En résumé le réservoir peut être considéré comme flexible

$$\text{si } \tau < \frac{100\alpha R^2\rho}{\lambda^2 E}$$

(où  $\alpha = \frac{h}{R}$ ,  $\tau = \frac{t}{R}$ ,  $\lambda = 0.01675\alpha^2 - 0.15\alpha + 0.96$  et  $\rho$  masse

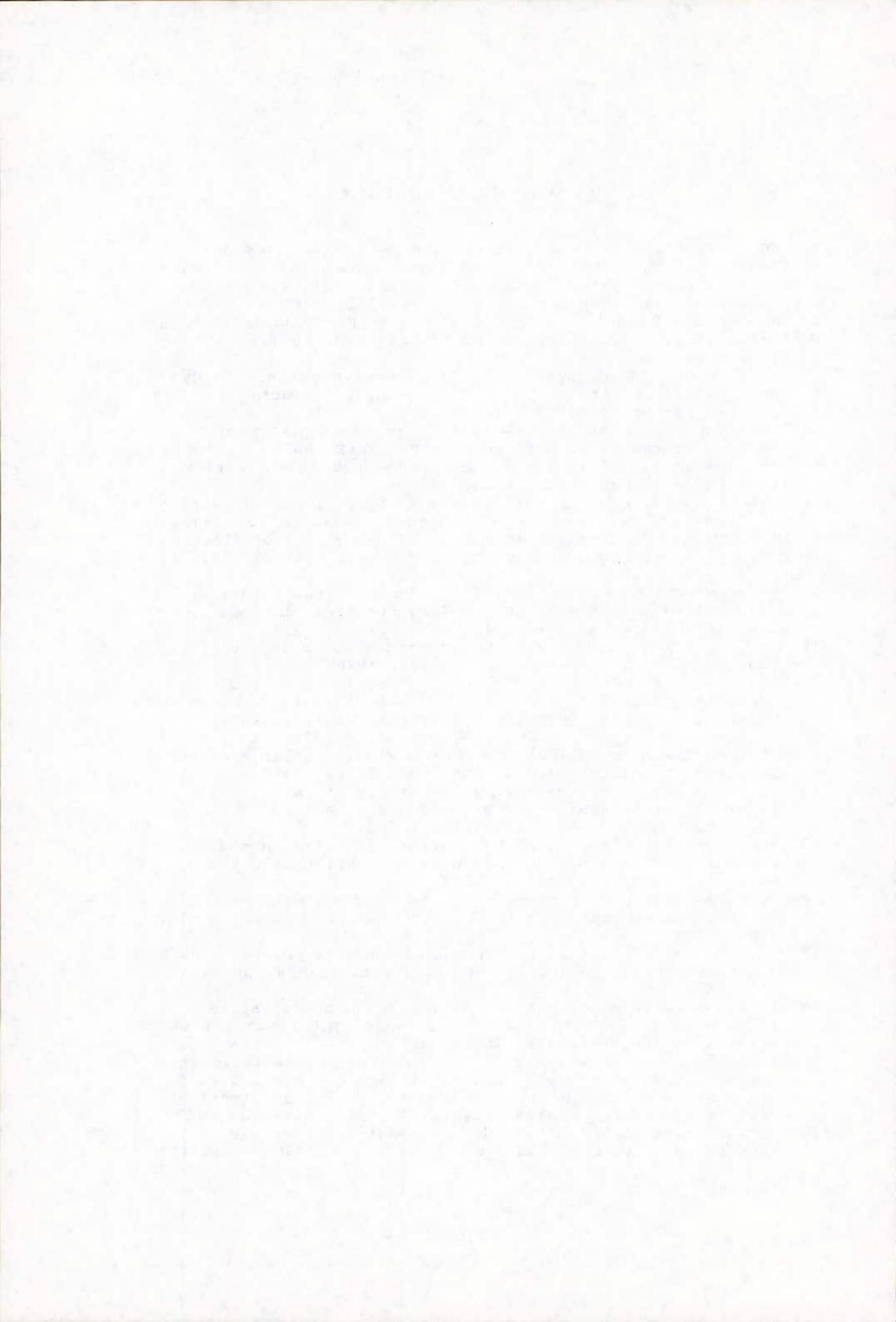
volumique du liquide, E le module de Young et R Rayon du réservoir). Le modèle flexible utilisé sera alors celui pour lequel  $\alpha$  appartiendra à l'intervalle de validité concerné. Dans le cas contraire, le réservoir est considéré comme rigide, au quel cas, l'on pourra utiliser le modèle rigide d'Abramson.

-Les amplifications des efforts dans les réservoirs à parois flexibles (par rapport à ceux supposés à parois rigides), peuvent atteindre des augmentations de l'ordre de 250% , voire d'un ordre supérieur si la valeur de la réponse en accélération se trouve dans la région amplifiée du spectre de calcul.

- 21- Sakai, F. et al "Horizontal, vertical and rocking fluid-elastic response and design of cylindrical liquid storage tanks", Proceedings of 8th W.C.C.E, Vol./V, pp.263-270, San Francisco, U.S.A., 1984.
- 22- Balendra, T., et al " Seismic design of flexible cylindrical storage tanks", J. Earthq. Engrg. Struct. Dyn., Vol./10, pp. 477-496, 1982.
- 23- Balendra, T. and Nash, W.A. "Earthquake analysis of a cylindrical liquid storage tank with a dome by finite element method". Dept. of Civil Engineering, Univ. of Massachusetts, 1978.
- 24- Edwards, N.W. "A procedure for dynamic analysis of thin walled cylindrical liquid storage tanks subjected to lateral ground motions." Ph. D. Thesis, University of Michigan, Ann Arbor, Michigan, 1969.
- 25- Hsiung, H.H., and Weingerten, V.I., "Dynamic analysis of hydroelastic systems using the finite element method," Report USCE 013. 1973.
- 26- Shaaban, S.H. and Nash, W.A., "Finite element analysis of a seismically excited cylindrical storage tank, ground supported, and partially filled with liquid", Dept. of Civil Engineering, Univ. of Massachusetts, 1976.
- 27- Clough, D.P. "Experimental evaluation of seismic design methods for Broad cylindrical tanks". Report - UCB / EERC - 77/10, 1977.
- 28- Niwa, A. "Seismic behavior of tall liquid storage tanks". Report - UCB / EERC 78 / 04, 1978.
- 29- Niwa, A. and Clough, R.W., "Buckling of cylindrical liquid - storage tanks under earthquake loading". J. Earthq. Engrg. and Struct. Dyn., Vol./10, pp. 107 - 122, 1982.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- 1- Rinne, J.E., "Oil storage tanks", The Prince William Sound, Alaska, Earthquake of 1964, and After Shocks, vol./II, Part A, ESSA. U.S. Coast and Geodetic Survey, Washington, Government Printing office, pp. 245 - 252, 1967.
- 2- Housner, G.W. and Jennings, P.C. "The San Fernando California earthquake", Earthq. Engrg. and Struct. Dyn. vol./1 pp. 5 - 32, 1972.
- 3- Manos, G.C., and Clough, R.W., "Tank damage during the May 1983 Coalinga earthquake", J. Earthq Engrg. Struct. Dyn., Vol./13, pp. 449-466, 1985.
- 5- Timoshenko S. P. and Woinowsky K. "Theory of plates and shells" McGraw Hill, pp. 466-497, New York 1957.
- 6- Zienkiewicz O.C. "The finite element method in engineering science." McGraw Hill, Paris, 1979.
- 7- Grafton P.E. and Strome D.R. "Analysis of axi-symmetric shells by the direct stiffness method", AIAA J., Vol.1, N° 10, 1963
- 8- Thevendran V. "A numerical approach to the analysis of circular cylindrical water tanks" Computer and structures, Vol.23, N° 3, pp 379-383, 1986.
- 9- Jacobsen, L.S. and Ayre, R.S. "Hydrodynamic experiments with rigid cylindrical tanks subjected to transient motions", Bull. Seism. Soc. Am., Vol./41, pp. 313-346, 1951.
- 10- Hunt, B. and Priestley N., "Seismic water waves in a storage tank". B.S.S.A, Vol./68, pp. 487-499, 1978.
- 11- Housner, G.W., "Dynamic pressures on accelerated fluid containers" Bull. Seism. Soc. Am., Vol./47, 1957.
- 12- Housner, G.W., "The dynamic behavior of water tanks". Bull. Seism. Soc. Am., Vol./53, pp. 381 - 387, 1963.
- 13- Edward, N.W., TID - 25021 "Summary of current seismic design practice for nuclear reactor and facilities" 1967.
- 14- Epstein, H.J., "Seismic design of liquid storage tanks". J. of the Structural Div., Proceedings of A.S.C.E, vol./102, N° ST 9, pp. 1659-1673, 1976.
- 15- Abramson, H.N. "The dynamic behavior of liquid in moving containers", NASA SP-106, National Aeronautics and Space Administration, Washington, D.C., 1966.
- 16- Veletsos, A.S. "Seismic effects in flexible liquid storage tanks". Proceedings of 5 th W.C.E.E, Vol./1, pp. 630 - 639, Rome, Italy, 1974.
- 17- Chopra, A.K., "Earthquake response of concrete gravity dams". J. of the Eng. Mech. Div., ASCE, Vol./96, No EM4, pp. 443 - 454, 1970.
- 18- "Fluid-Structure interaction during seismic excitation", A report by the ASCE Committee on Seismic Analysis on Nuclear Structures and Materials, ASCE, 1984.
- 19- Tedesco, J.W. and Kostem C.N., "Vibrational characteristics and seismic analysis of cylindrical liquid storage tanks" Fritz Engineering Laboratory Report N° 433 5, Department of Civil Engineering, Lehigh University, Bethlehem, PA 1982.
- 20- Haroun, M.A. and Ellaithy, H.M., "Model for flexible tanks undergoing rocking", J. of the Eng. Mec. Div., ASCE, Vol./111 1985.



# RECOMMANDATIONS AUX AUTEURS

La revue Algerian Journal of Technology (AJOT) publie des articles originaux de travaux de recherche relevant de son domaine scientifique et technologique. Les sujets traités concernent la théorie, la conception, les applications et le développement dans le cadre des disciplines couvertes par les séries A, B, C et D. Les contributions paraîtront sous forme:

1. d'articles présentant un apport significatif en recherche, développement, ou application de concepts (moins de 20 pages),
2. de notes techniques et correspondances courtes, commentant ou corrigeant des articles antérieurs publiés dans l'AJOT (moins de 10 pages),
3. de Synthèses ou Monographies (moins de 40 pages),
4. de Comptes Rendus de Conférences, Colloque, Symposium et Séminaires, regroupés dans un numéro spécial de l'AJOT.

La soumission d'un manuscrit signifie qu'il est déjà protégé par un Copyright, qu'il n'a pas été publié, ou soumis ou accepté pour publication ailleurs.

Les manuscrits doivent être écrits, de préférence, en Anglais. L'AJOT tendra en régime normal à n'accepter les manuscrits en Arabe ou en Français qu'à concurrence de 50% au maximum de son contenu global. Tous les manuscrits doivent être aussi concis que possible. L'Editeur se réserve le droit de refuser de considérer les articles dont la pagination dépasse la limite maximale autorisée. En cas d'acceptation les dépassements seront facturés aux auteurs.

## A. PROCEDURE DE SOUMISSION D'UN MANUSCRIT

1. Tous les manuscrits seront soumis en 5 exemplaires complets, l'un d'eux étant l'original. Ceci est requis pour permettre au Comité de Lecture d'oeuvrer rapidement.
2. Les auteurs dont les articles sont acceptés, s'ils ne l'ont pas déjà fait, doivent fournir une brève biographie (moins de 100 mots) et 2 photographies de passeport.
3. Les manuscrits seront transmis avec 2 copies de la lettre demande de publication. Cette lettre donnera l'adresse préférée pour la correspondance et, si possible, le numéro de téléphone et/ou de télex/fax. Informer le Directeur de la Rédaction de tout changement d'adresse en temps utile.

## B. COPYRIGHT

Par son règlement intérieur, l'AJOT, pour compenser son apport d'éditeur, s'adjudge la moitié des droits de ses auteurs. A cet effet, la lettre demande de publication doit comporter l'accord signé des auteurs sur ce règlement.

## C. PRESENTATION DU MANUSCRIT

1. Les manuscrits seront dactylographiés en double colonnes, sur du bon papier blanc de format A4 (21x29,7cm), au recto seulement avec une marge de 3 cm relativement à chaque bord; la revue se présentant en format 19x27 cm avec une impression recto-verso. La police de caractères utilisée est Times-Roman. Le titre en 14pt, les noms d'auteurs et adresse en 12pt et le reste du texte en 10pt.

2. On portera sur la première feuille:

- le titre de l'article (sans symboles) aussi condensé que possible

- les noms des auteurs (en nombre limité - éviter les articles de plus de trois auteurs) qui seront précédés des initiales de leurs prénoms. Un astérisque marquera le nom de l'auteur auquel sera adressée toute correspondance relative à l'article

- les noms et adresses des laboratoires concernés

- les mots clés conformément aux normes admises par les banques de données

- les résumés dans les 3 langues: Arabe, Anglais et Français, dans cet ordre - 300 mots au maximum pour les articles originaux ou de synthèse - 75 mots au maximum pour les notes techniques et correspondances. Ces résumés ne doivent pas contenir des équations, références, ou notes de remerciements.

- Les articles entièrement rédigés en Anglais sont dispensés des résumés en Arabe et en Français.

3. Fournir une introduction qui indique un état du sujet et la contribution de l'article.

4. Indiquer éventuellement les avantages, limitations, et applications possibles en conclusion.

5. Les références bibliographiques numérotées entre crochets, placées à la fin de l'article préciseront dans l'ordre:

- les noms de tous les auteurs précédés des initiales de leurs prénoms,
- le titre de l'article,
- l'abréviation du titre du périodique; dans le cas d'un ouvrage donner le nom de l'Editeur,
- les numéros de pages inclusifs (ou chapitre) à la suite de l'indication du Volume, le Mois et l'Année.

6. Les équations doivent être numérotées dans le texte en chiffres arabes (entre parenthèses) et on évitera l'emploi simultané des indices.

7. Les références dans le texte apparaîtront par numéro entre crochets placé éventuellement après le nom d'un ou deux auteurs au maximum.

8. La liste des références sera frappée en double interlignes à la fin du texte dans l'ordre de leur citation dans le texte.

9. La nomenclature et les abréviations doivent être représentées dans un glossaire en fin de texte après la liste des références.

10. Le Système International (SI) sera employé même si la pratique particulière nécessite l'emploi d'un autre système d'unités. L'équivalence dans le Système International devra apparaître entre parenthèses.

11. L'impression de la frappe de couleur noire doit être bien contrastée (impression laser par exemple). Eviter les imprimantes d'ordinateurs donnant l'impression grise difficile à reproduire.

12. Les caractères de frappe choisis, du type Times-Roman, ne doivent être ni trop serrés ni trop grêles. Les lettres et signes auront une hauteur d'au moins 2 mm. Eviter les caractères et les symboles trop gras.

13. Pour les titres de paragraphe, utiliser des lettres capitales ou des caractères gras, non soulignés. Les titres d'alinéas seront soulignés.

14. Tous les titres de paragraphe ou d'alinéas commencent à partir de la marge gauche de la page.

15. La largeur des colonnes est de 70 mm, et l'espacement entre colonnes de 10 mm. Le texte sera écrit en Times-Roman 10pt.

## D. COURBES, TABLEAUX ET PHOTOS

1. Il est demandé aux auteurs de soumettre des illustrations de qualité professionnelle. L'AJOT n'a pas de service d'art et de dessin à offrir.

2. Les dessins originaux seront faits à l'encre de chine noire sur calque blanc. La taille recommandée des figures est de 7x7cm. Pour les figures, tableaux et photos impossibles à insérer dans les colonnes, la taille maximum autorisée est limitée à 13x21 cm.

Les impressions sur papier glacé (photographies) des illustrations sont aussi acceptables.

3. Toutes les inscriptions doivent être assez grandes pour qu'elles restent lisibles après tirage.

4. Les figures ne doivent pas être surchargées de légendes et de textes. Ne fournir que le strict minimum nécessaire à la compréhension des symboles et paramètres utilisés.

5. Les figures et tableaux doivent être présentés dans le texte aux emplacements souhaités.

6. La numérotation des figures et photographies est commune. Les tableaux sont numérotés à part.

7. Toutes les figures et tableaux doivent comporter un titre. Leur numérotation dans le texte se fera dans l'ordre croissant.

## E. TIRAGE A PART

Quand cela est possible, il sera alloué 30 tirés à part sans couvertures aux auteurs. Dans ce cas, le paiement des frais correspondants doit être acquitté dès acceptation du manuscrit conformément au devis de l'imprimeur.

## F. ADRESSAGE DES ARTICLES

Les articles manuscrits conformes aux recommandations sus-citées doivent être adressés à:

Mr.le Directeur de la Rédaction de la Revue AJOT  
Ecole Nationale Polytechnique  
B.P. No.182, Hassan Badi  
El-Harrach, 16200 Alger  
ALGERIE  
TEL: 52.59.29, 52.53.01/03  
TELEX: 64.147 ENP/DZ FAX:(213).2.52.29.73

La revue A.J.O.T. est disponible à la vente auprès :

- de l'O.P.U. de Ben-Aknoun et ses librairies régionales;

- du C.E.R.I.S.T., rue des Frères Aïssou, Ben-Aknoun Alger et dans ses antennes régionales;

- de l'Ecole Nationale Polytechnique - Hassan-Badi 16200 El-Harrach ALGER.

L'abonnement ou l'achat de l'A.J.O.T. se fera dans le cas de l'ENP par règlement au compte CCP N° 16196 - 58. Agent comptable - Ecole Nationale Polytechnique BP N° 182 Hassen - Badi El-Harrach 16200

Achévé d'imprimer sur les presses de

**L'OFFICE DES PUBLICATIONS  
UNIVERSITAIRES**

*1, Place Centrale - Ben-Aknoun - ALGER*