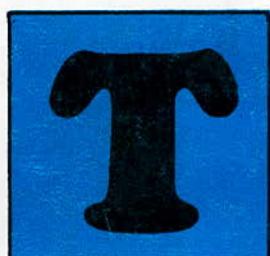


*ournal*



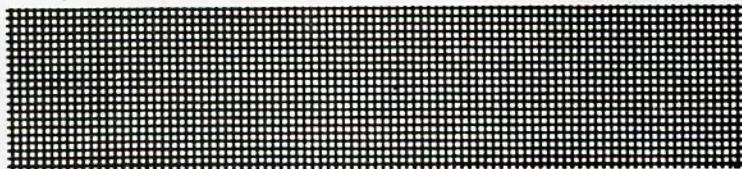
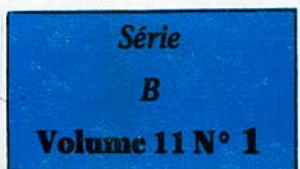
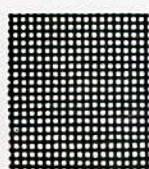
*f*



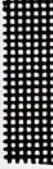
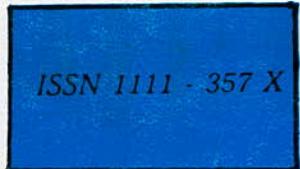
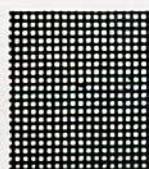
*echnology*

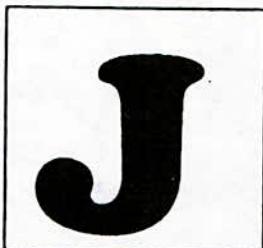
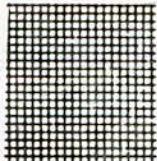
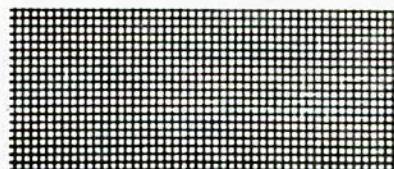
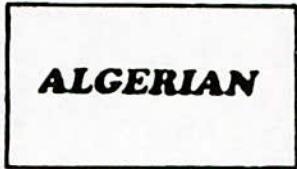
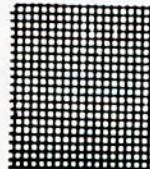


*Electronique  
Informatique  
Electro-technique  
Automatique*



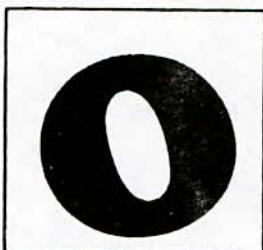
*Ecole Nationale Polytechnique International Publication*



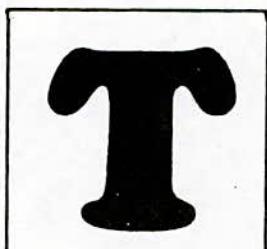


**ournal**

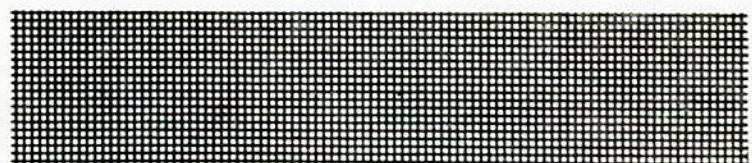
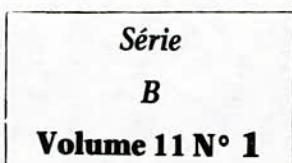
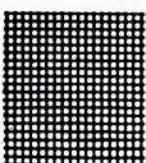
*Electronique  
Informatique  
Electro-technique  
Automatique*



**f**



**echnology**

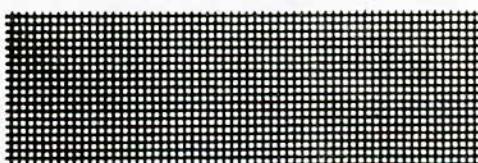
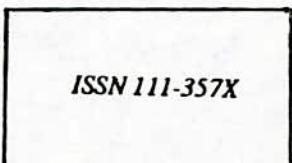
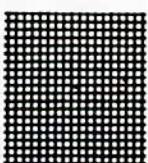


*Série*

*B*

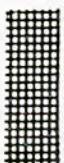
**Volume 11 N° 1**

*Ecole Nationale Polytechnique International Publication*



**ISSN 111-357X**

**1995**



## ALGERIAN JOURNAL OF TECHNOLOGY

Directeur de la Publication: Le Directeur de l'ENP, BENHADID, S.  
Directeur de la Rédaction: ZERGUERRAS, A.

### COMITE DE REDACTION

#### SERIE B

##### Section: I.E.T.C.R.

Informatique, Electronique, Télécommunications, Contrôle et Robotique

AGGOUNE, M.E.H.	Université de Washington	U.S.A.
BAUDRAN, H.	I.N.P. Toulouse,	France
BENHAMADI, M.	Directeur du CERIST, Alger	Algérie
BERKANI, D.	E.N.P., Alger	Algérie
CHEKIMA, A.	E.N.P., Alger	Algérie
DERRAS, B.	E.N.P., Alger	Algérie
DUBOST, G.	Université de Rennes 1	France
FARAH, A.	E.N.P., Alger	Algérie
GUERTI, G.	E.N.P., Alger	Algérie
HADDAD, Z.	E.N.P., Alger	Algérie
LOUAM, N	E.N.P., Alger	Algérie
MITRA, A. Ved.	Université Farid Abad,	India
MRAYATI, M.	Directeur du Hiast, Damas,	Syrie
SANSAL, B.	U.S.T.H.B, Alger	Algérie
VANDER VOST, A.	U.C.Louvain,	Belgique
ZERGUERRAS, A.	E.N.P., Alger	Algérie

##### Section: E.E.A.

Electrotechnique, Electronique de Puissance et Automatique

BAGHZOUZ, Y.	U.of Nevada, Las Vegas	U.S.A.
BENSENOUCI, A.	E.N.P., Alger	Algérie
BEROUAL, A.	E.N.P., Alger	Algérie
BOUBAKEUR, A.	E.N.P., Alger	Algérie
BOUCHERIT, M.S.	E.N.P., Alger	Algérie
BOUDJEMA, F.	E.N.P., Alger	Algérie
ELAMIN, I.M.	K.F.U.P.M., Dahran	Saudi Arabia
IBTIOUEN, R.	E.N.P., Alger	Algérie
LEULMI, S.	ENSET, Skikda	Algérie
M'SIRDI, N.K.	L.R.P., Paris VI	France
REFOUFI, L.	INELEC, Boumerdes	Algérie
SHARAF, A.M.	Univeristy of New Brunswick	Canada
TOUHAMI, O.	E.N.P., Alger	Algérie
TOUMI, R.	U.S.T.H.B., Alger	Algérie
ZAIM, M.E.	E.N.P., Alger	Algérie

## AVANT-PROPOS

Ce volume 11 de l'A.J.O.T accuse un retard d'un semestre indépendant de notre volonté. Nous nous en excusons auprès de nos auteurs et de nos lecteurs. Ce volume 11 comprendra quatre séries A, B, C et D. C'est la réalisation de la série C qui nous pose le plus de problème et fait que sa sortie sera plus tardive encore que les trois autres.

Le courrier que nous recevons traduit deux choses; la première l'intérêt croissant accordé à notre revue A.J.O.T par les chercheurs et pas seulement les nationaux, la seconde souligne le mécontentement induit par sa mauvaise diffusion. Ce dernier aspect est pris actuellement en charge; le système de facturation a été mis en place, la tarification des envois nationaux sur un barème réduit est pratiquement acquise. Seul reste encore le tarif réduit pour les envois internationaux qui ne semble pas possible encore. Par ailleurs ces dispositions nouvelles faciliteront aussi la diffusion de l'A.J.O.T par le C.E.R.I.S.T et l'O.P.U qui disposent tous deux des antennes à l'intérieur du pays.

La revue essaie de diversifier ses comités de rédaction de façon continue, en faisant appel aux personnalités marquantes de chaque filière.

Dans un autre registre, notre précédent volume 10 soulignait tout l'intérêt qu'il y avait pour le pays de développer et de promouvoir les sociétés et les associations à préoccupations scientifiques et techniques avec retombées socio-économiques favorables pour le pays. En particulier, pour le secteur des activités technologiques en raison de sa grande diversité il importait de le doter de moyens pour sa coordination et son organisation. Nous avons à cet effet préconisé et soutenu le projet de création de la Société Algérienne de Technologie (S.A.T). Maintenant c'est chose faite; la S.A.T a obtenu son agrément le 14 Juin 1995 sous le numéro 38; et ce conformément à la loi 90/31 du 04 décembre 1990 relative aux associations à caractère social, notamment son article 07.

L'association S.A.T, regroupe par affinité les filières dans des divisions, comme il suit à titre provisoire:

Division-1-G.C.M.H.	Génie Civil, Mines, Hydraulique, Architecture, Urbanisme
Division-2-E.E.A.I.	Electronique, Electrotechnique, Automatique, Informatique et Télécommunications.
Division-3-G.M.G.I.	Génie Mécanique, Génie Industriel, Energétique et Transport.
Division-4-G.P.M.M.	Génie Physique, Matériaux et Métallurgie.
Division-5-G.C.G.E.	Génie Chimique, Génie de l'Environnement et Ecologie.
Division-6-G.R.A.B.	Génie Rurale, Agronomie, Biotechnologie.

Les divisions sont susceptibles d'englober d'autres corps de métier. L'association dans son désir de dynamiser et d'organiser toute activité de Technologie reste ouverte à de nouvelles filières qui viendraient compléter celles énumérées. Les chercheurs d'une filière quand ils sont suffisamment nombreux, l'association les encouragera à fonder une association de filière indépendante mais fédérée aux autres associations dans le cadre de la S.A.T. Les chercheurs d'une filière ont donc la possibilité de s'organiser en association nationale, ou régionale ou même internationale tout en conservant leurs liens avec la

S.A.T. L'adhésion à celle-ci peut se faire individuellement ou collectivement, du moment que l'on accepte les objectifs, du moins dans leur grande ligne.

Le siège de la S.A.T est fixé provisoirement à Alger; au Centre de Recherche sur l'Information Scientifique et Technique (C.E.R.I.S.T), rue des frères Assiou-16030-Ben-Aknoun-ALGER.

Il y aura des antennes S.A.T autant que possible dans chaque ville universitaire du pays.

L'association exerce ses activités sur le territoire algérien. Cependant, elle pourra coordonner l'activité scientifique et technique de ses adhérents se trouvant à l'étranger.

L'adhésion à la S.A.T est graduée comme il suit de façon décroissante:

- a) Membre dignitaire (Fellow)
- b) Membre Senior
- c) Membre
- d) associé
- e) Etudiant
- f) d'Echange

Afin de structurer ses adhérents algériens non résidents ainsi que ses affiliés non nationaux, la S.A.T organise l'espace des cinq continents, à titre provisoire, en six (6) grandes régions, tel qu'il suit:

\*La région une (1) est constituée de l'Algérie divisée elle-même en trois (3) zones géographiques: l'Ouest, le Centre et l'Est.

\*La région deux (2) est constituée de l'Afrique du Nord (Maroc, Mauritanie, Tunisie, Libye, Egypte).

\*La région trois (3) est constituée par l'Europe continentale (Europe des 12, C.E.I et autres pays)

\*La région quatre (4) est constituée par le continent américain.

\*La région cinq (5) est constituée par le Moyen-Orient et l'Afrique sub-saharienne.

\*La région six (6) est constituée par l'Asie et l'Océanie.

La S.A.T a des adhérents dans chacune de ces régions. L'objectif cherché est d'atteindre les 3000 adhérents d'ici l'an 2000. Souhaitons-lui à cet effet succès et longue vie; et surtout que les révisions actuelles au niveau de l'enseignement supérieur lui offriront l'occasion de présenter ses propositions sur le sujet. Le statut des grandes écoles est sorti également cette année. Comme je n'en ai pas encore eu le texte en main, je ne peux pas en faire une présentation pertinente du moins pour le moment. Cela fera peut-être l'objet de notre prochain avant-Propos au Volume 12 de 1996.

Ahmed ZERGUERRAS

TABLE DES MATIERES

1- A.FARAH, H.BOUSBIA-SALAH "New Synthesis Method for Finite State Machines"	1
2- H.BENTARZI, V.MITRA, A.ZERGUERRAS "Study of Ion Transport Phenomenon in the Oxide of MOS Structures"	11
3- H.BENTARZI, V.MITRA, A.ZERGUERRAS "The Measurement Techniques of the Mobile Ions"	19
4- N.LOUAM "An Overview of the Modern Linear Optimal Control and Estimation Methods"	43
5- N.LOUAM "On the Implementation of Discrete Optimal Controllers for Active Automotive Suspension Systems"	59
6- R.AKSAS, A.ZERGUERRAS "Effet d'un Plan de Masse Fini sur les Caractéristiques de Rayonnement d'Antennes Microrubans de Forme Circulaire"	71
7- M.S.AÏT-CHEIKH, N.CHERID "Application de l'Algorithme d'Autoréglage à des Systèmes Découplés"	81
8- A.HELLAL, A.LAÏFA "Evaluation de la Stabilité de Tension d'un Réseau Electrique"	89
9- M.S.BOUCHERIT, A.BOUMEDIENE, L.NEZLI, N.K.M'SIRDI "Synthèse sur la Commande par Retour d'Etat Echantillonné d'une Machine Synchrone Autopilotée Alimentée en Tension"	97
10- M.O.MAHMOUDI, Y.AÏT-GOUGAM "Etude de la Stratégie de Modulation Vectorielle pour Onduleur de Tension Alimentant un Moteur Asynchrone"	105
11- S.BENAÏCHOU " Version Fonctionnelle des Contraintes"	111
12- N.ABINA, M.GUERTI "Détection de la Fatigue Vocale à l'Aide de Paramètres Prosodiques et Formantiques"	129
13- I.KACHA, M.S.AÏT-CHEIKH "Contrôle Auto-Ajustable en Cascade"	145
14- A.BOUBAKEUR, J.L.JAKUBOWSKI "Influence of Insulating Screens Covered by Conducting Layers on the Breakdown Voltage of Point/Plane Air Gaps"	159

# New Synthesis Method For Finite State Machines

Ahcene FARAH and Hicham BOUSBIA-SALAH

Laboratory of Digital Techniques and Systems  
Electronics Department "Ecole Nationale Polytechnique"  
10, Avenue Hassen Badi El-Harrach ALGER-ALGERIA

## ABSTRACT

We propose a new method for synthesizing finite state machines from behavioral description in state transition graph or truth table. The method provides an approach for direct and fast mapping of finite state machines into predefined addressing structure composed of multiplexers and demultiplexers. We formulate the finite state machine behavior as an address vector set of a recursive boolean function. Then, the address vector set is reduced (if necessary) using an algorithm that we developed. Next, each component of each vector is factorized in two cofactors, a pattern that can be matched with mixed structure (demultiplexer/multiplexer).

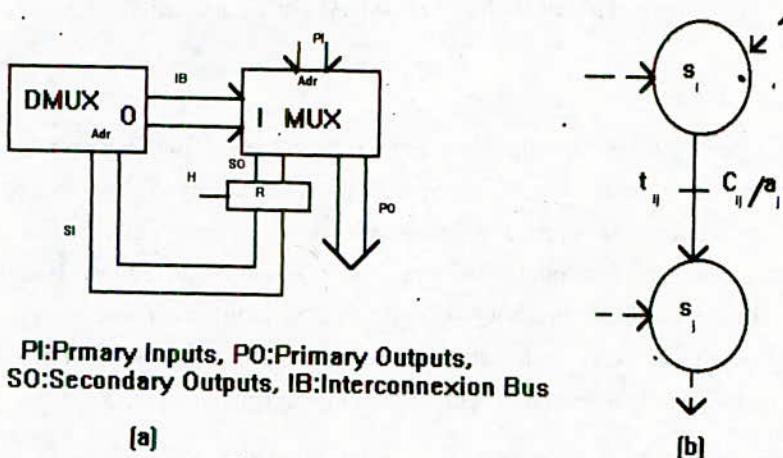
**Key Words:** Synthesis - FSM - Boolean function - Architectural - Mapping.

## 1-INTRODUCTION

There are mainly, two synthesis levels: logic synthesis and architectural synthesis. Synthesis is a process that allows translation from behavioral description to a structural description where each element represents or generates predefined electronic resources. These electronic resources can be in logic level synthesis gates, latches, D flip-flops or simple arithmetic operators (adders or multipliers), and in architectural level synthesis complex operators such as an association of elementary logic operators (multiplexers, demultiplexers,...), sophisticated memories or ALU's. The method presented in this paper, as any other synthesis method, aims to match a behavioral description (the input) of a Finite State Machine (FSM) given by its truth table or its State Transition Graph (STG) with a collection of interconnected elements of a library constituted here by two types of addressing structure with different addressing sizes: multiplexers (with an OR input operator if necessary), demultiplexers, and multiplexers with a register output (D flip-flop). The basic cell in both multiplexer and demultiplexer modules can be a multiplexer 2 to 1 or any associated cell such as Actel2 logic (an example of demultiplexer and OR operator realization by multiplexer cells is illustrated in figure 2).

In this paper, we propose a numerical representation for direct synthesizing a FSM. This method is an extention of the method already developped for boolean functions [1]. We consider a synchronous sequential circuit to implement the FSM. The target architecture is depicted in figure 1.a. The design starts from a graphical specification, (STG). A STG can be viewed as an interpreted Petri net in which each even (transition) is a vector of the primary inputs and each place is a state (vector of secondary and primary outputs). The underlying Petri net is live, safe and contains exactly one token [2]. A truth table defined implicitly by the STG is derived in the first step. It can be viewed as a Recursive Boolean Function (RBF) representation. Next, this RBF is

represented as a set of Address-Vectors (AVS), a pattern that can easily be matched with addressing structure. Then the variable set is partitioned in two clusters: so, each component of the AVS is factorized in two cofactors. The interconnection bus is built using the cofactor coupling. In the development below, we show that, besides facility and fast mapping, the method minimizes the number of basic cells.



(a) Target architecture.

(b) Two successive states of a STG.

## 2-BACKGROUND

### 2.1-Boolean function and OVS(F):

An  $n$  inputs,  $m$  outputs boolean function  $F$  is a mapping :  $F: B^n \Rightarrow B^m$ , where  $B = \{0, 1\}$ ,  $B^n$  is called the domain , and  $B^m$  the codomain .

If  $m > 1$ , then  $F$  is a multiple output  $F(x_1, \dots, x_n) = (y_1, \dots, y_m)$ . Each  $y_i$  corresponds to a single output function  $f_i$  and it can be represented as  $q_i$  rows of its truth table which have the result 1. Let  $[B_1, \dots, B_{q_i}]$ , each  $B_j$  corresponds to an ordered tuple  $\langle B_{j1}, \dots, B_{jn} \rangle$  where  $B_{jk}$  is either  $x_k$  or  $\bar{x}_k$  depending on whether  $x_k$  is 1 or 0 for the corresponding row of the table. Assume that  $B_j = N_{ij}$  with  $N_{ij}$  is the decimal equivalent value (DEV) of the ordered tuple corresponding to the result 1. Then, we can identify each  $y_i$  to a vector, and a multiple output boolean function to a vector set. If the components of each vector are in increasing order, the set of vectors is called Ordered Vector Set of  $F$  (OVS( $F$ )). Then we can write:

$$F(x_1, \dots, x_n) = OVS(F) = \left\{ \begin{array}{c} N_{11}, \dots, N_{1q_1} \\ \vdots \\ \dots \\ N_{m1}, \dots, N_{mq_m} \end{array} \right\}$$

#### 2.1.1:Find function variable intrinsic set (IVS):

**Definition 1:** A variable set of a function  $F$  is an intrinsic domain (IVS) if  $F$  depends on all variables:  $x_1, \dots, x_n$ .

We formulate the process of finding IVS in terms of structure analysis of the OVS(F). A IVS(F) of  $n$  variables is said to be a symmetric structure if each  $N_{ij} = N_{il}$  modulo  $2^{n-1}$  inside each vector  $[(i = 1, \dots, m); (j = 1, \dots, q_i); (l = 1, \dots, q_i)]$ .

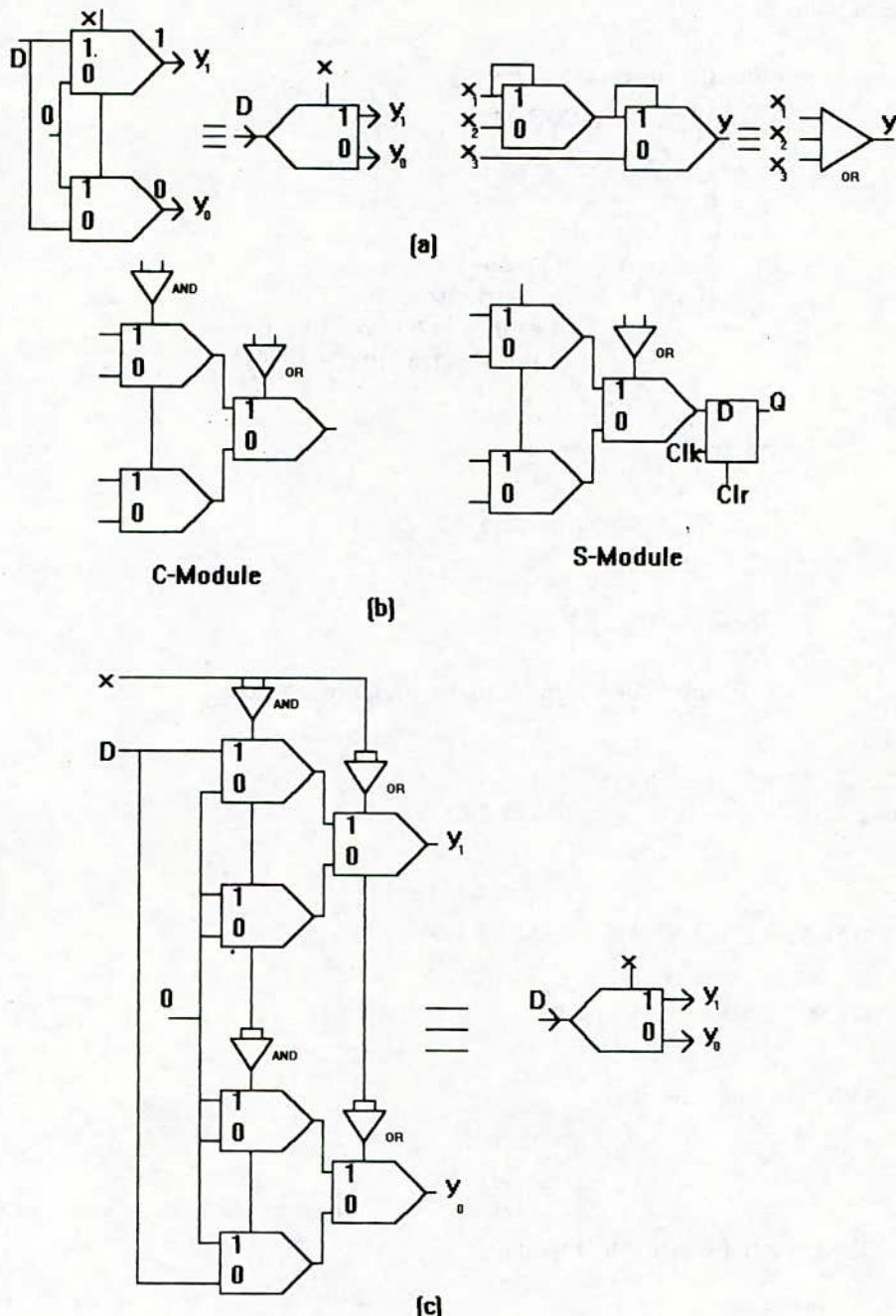


Figure 2:Basic cells of predefined structures:  
-(a)Demultiplexer 1 to 2 and OR operator using multiplexer 2 to 1.  
-(b) and -(c) Actel logic modules and demultiplexer 1 to 2.

The algorithm that we propose is based on merging rules of two isomorphic subgraphs [3] and consists on a repetition of three main steps: Determination of symetric structure, making left rotation on the variables, and determination of News  $N_i$ . This algorithm is summarized by the pseudo-code of figure 3.

```

Finding process (IVS , F)
IVS (F) = (x1,...,xn);
OVS (F) = (V(1),...,V(m));
V(i) = [N11,...,N1qi];
p = 0
For k = 1 to n do {
    For each V (i) do {
        If V (i) is a symetric structure
            IVS (F) = IVS (F) - {xk}
            V (i) = V (i) modulo (2n-p-1);
            p = p + 1;
        else do {
            If 2n-p - 1 > 2Nij
                Nij = 2Nij
            Else Nij = 2Nij modulo (2n-1 - 1)
        }
    }
    Return { OVS (F) }
End

```

Figure 3:Algorithm for finding Intrinsic Domain.

Example1:

Consider  $F: \{0,1\}^4 \rightarrow \{0,1\}^3$  specified by the OVS•

**Step1:**  $-F(x_1, x_2, x_3, x_4) = OVS(F) = \left\{ \begin{bmatrix} 1, 4, 9, 12 \\ 2, 3, 10, 11 \\ 5, 13 \end{bmatrix} \right\}$   
- OVS(F) is symetric to 8 (p=0)

**Step2:** - IVS reduction (modulo8)  
 $-F(x_2, x_3, x_4) = OVS(F) = \left\{ \begin{bmatrix} 1, 4 \\ 2, 3 \\ 5 \end{bmatrix} \right\}$   
- OVS(F) is not symetric to 4 (p=1)

**Step3:** - Left rotation ( $\times 2$  modulo7)  
 $-F(x_3, x_4, x_2) = OVS(F) = \left\{ \begin{bmatrix} 1, 2 \\ 4, 6 \\ 3 \end{bmatrix} \right\}$   
- OVS(F) is not symetric to 4 (p=1)

**Step4:** -Left rotation ( $\times 2$  modulo7)

$$-F(x_4, x_2, x_3) = OVS(F) = \left\{ \begin{bmatrix} 2, 4 \\ 1, 5 \\ 6 \end{bmatrix} \right\}$$

-OVS(F) is not symmetric to 4 (p=1)

**Step5:** -Left rotation ( $\times 2$  modulo7)

$$F(x_2, x_3, x_4) = OVS(F) = \left\{ \begin{bmatrix} 1, 4 \\ 2, 3 \\ 5 \end{bmatrix} \right\}$$

### 2.1.2: Recursive boolean function

To define a Recursive Boolean Function (RBF), we borrow the concept of synchronous variable used by B.Lin[4]: A synchronous variable is a function of time  $x: T \rightarrow B=\{0,1\}$ .  $x(n)$  denotes the value of  $x$  at time  $n$ .  $x(n-k)$  can be interpreted as the value of  $x(n)$  delayed by  $k$  registers.

**Definition 2:** A recursive boolean function  $F$ , is a mapping  $F: B^{m+r} \rightarrow B^{m+s}$  where input variables (resp.output) are of two kinds:  $r$  (resp.s) primary inputs (resp.outputs) and  $m$  synchronous secondary inputs (resp.outputs). Then the function,

$F(y_1(n-1), \dots, y_m(n-1), x_1, \dots, x_r) = (y_1(n), \dots, y_m(n), z_1, \dots, z_s)$  is simply a RBF, this RBF can be represented by an OVS.

### 2.1.3: Function factorization

Variable set decomposition is still representing a great interest for research. The objective is either, to fit a function into a predefined structure, or to minimize circuit realization [5]. Consider a boolean function (recursive or not) represented by its ordered vector set (OVS). The input set  $X$  can be partitionned into two disjoint subset  $X_1$  and  $X_2$  such as  $X = (x_1, \dots, x_n) = X_1 \cup X_2$ . To each subset corresponds a cluster of  $B_{jk}$  inside  $B_j$  (see above). Hence, we obtain two sub-tuples  $\langle\langle B_{j1}, \dots, B_{jl} \rangle, \langle B_{j,l+1}, \dots, B_{jn} \rangle\rangle$ . We can write the DEV of  $B_j$ ,

$$\begin{aligned} N_{ij} &= B_{j1} 2^{n-1} + B_{j2} 2^{n-2} + \dots + B_{jl} 2^{n-l} + B_{j,l+1} 2^{n-l-1} + \dots + B_{jn} 2^0 \\ &= (B_{j1} 2^{l-1} + B_{j2} 2^{l-2} + \dots + B_{jl} 2^0) \times 2^{n-l} + (B_{j,l+1} 2^{n-l-1} + \dots + B_{jn} 2^0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{let } N_{ij}^1 &= B_{j1} 2^{l-1} + \dots + B_{jl} 2^0 \\ \text{and } N_{ij}^2 &= B_{j,l+1} 2^{n-l-1} + \dots + B_{jn} 2^0 \end{aligned}$$

$N_{ij}^1$  and  $N_{ij}^2$  are respectively the DEV of the subtuples  $\langle B_{j1}, \dots, B_{jl} \rangle$  and  $\langle B_{j,l+1}, \dots, B_{jn} \rangle$ . Since  $N_{ij} = N_{ij}^1 (2^{n-l})^1 + N_{ij}^2 (2^{n-l})^0$ ,  $N_{ij}^1$  and  $N_{ij}^2$  denote two digits of  $N_{ij}$  in  $2^{n-l}$  base. Hence, they can be determined by a division process, and we can write  $[N_{ij}]_{b=10} = [N_{ij}^1, N_{ij}^2]_{b=2^{n-l}}$ . Below we

write simply  $N_{ij} = N_{ij}^1 \cdot N_{ij}^2$ .  $N_{ij}$  is said factorized into two cofactors  $N_{ij}^1$  and  $N_{ij}^2$ . This factorization of  $N_{ij}$  into two cofactors can be generalized by recurrence to  $k$  cofactors ( $k \geq 2$ ).

## 2.2 Sequential circuit and FSM

Our circuit architecture is shown in figure 1.a, it consists on demultiplexer and multiplexer modules with a D flip-flop as a secondary output register. All flip-flops are controlled by the same clock. Associated with this sequential circuit, is an encoded Mealy-type finite state machine that describes the circuit behavior. Formally, a finite state machine (FSM),  $M$  is a 6-tuple [6]:  $M(I, O, S, S^0, \delta, \sigma)$ . Where  $I$  is a finite non-empty set of input symbols,  $O$  is a finite non-empty set of output symbols,  $S$  is a finite non-empty set of states,  $S^0$  is a finite non-empty set of reset (initial) states,  $\delta: S \times I \rightarrow S$  is the next state function, and  $\sigma: S \times I \rightarrow O$  is an output function.  $\delta(s, x)$  and  $\sigma(s, x)$  are multiple output boolean functions. They implicitly define the state transition graph (STG).

## 2.3: RBF and FSM

Consider an encoded FSM associated to a sequential circuit as our target architecture (figure 1.a).  $S$  can be replaced by  $S_c$ , a set of code states such as  $s_c = (y_1, \dots, y_n)$ . If the circuit has  $r$  primary inputs and  $p$  primary outputs, then we can write:

$$\begin{aligned}\delta(y_1(n-1), \dots, y_m(n-1), x_1, \dots, x_r) &= (y_1(n), \dots, y_m(n)) \\ \sigma(y_1(n-1), \dots, y_m(n-1), x_1, \dots, x_r) &= (z_1, \dots, z_p)\end{aligned}$$

by matching the results of the functions  $\delta$  and  $\sigma$ , we obtain a new function,

$$\begin{aligned}\Delta(s_c(n-1), x) &= (\delta(s_c(n-1), x), \sigma(s_c(n-1), x)) \\ &= (y_1(n), \dots, y_m(n), z_1, \dots, z_p)\end{aligned}$$

Hence, we obtain a recursive boolean function,  $\Delta: B^{m+r} \rightarrow B^{m+p}$ .  $\Delta$  defines explicitly the truth table of the sequential circuit. Therfore, from a truth table that describes the circuit behavior, we determinate its RBF under OVS pattern. Since we use adressing structure, input variables coincide with input adresses. The OVS( $\Delta$ ) becomes an Adress Vector Set of  $\Delta$ , AVS( $\Delta$ ).

## 3-SYNTHESIS METHOD

### 3.1.FSM from STG to RBF

We use a state transition model for capturing the circuit behavior. The STG consists of an interpreted Petri net such as each transition has exactly one input place (figure 1.b) and one output place. The interpretation is to associate states to places and conditions, with output actions, to transitions. Hence, an STG,  $G=(S, T, A, C)$  is a directed graph, where:  $S$  is the set of (synchronous) states,  $T$  the set of all transitions,  $A$  the set of actions (primary outputs), and  $C$  the set of conditions for clearing transitions. A transition  $t_{ij} \in T$  represents a transition from state  $s_i$  to state  $s_j$ . An output action  $a_j$  based on transition  $t_{ij}$  is performed during state  $s_i \in S$  as soon as condition  $C_{jk} \in C$  changes from false to true. The condition  $C_{ij}$  is true if and only if the input  $x = (x_1, \dots, x_n)$  corresponds to a particular tuple  $B_j = \langle B_{j1}, \dots, B_{jr} \rangle$ , where  $B_{jk}$  is either  $x_k$  or  $\bar{x}_k$ . The recursive boolean function of FSM can be easily built from the STG. The AVS (Adress Vector Set) pattern of the RBF can be derived as presented in section 2.1.

### 3.2. Circuit model realization

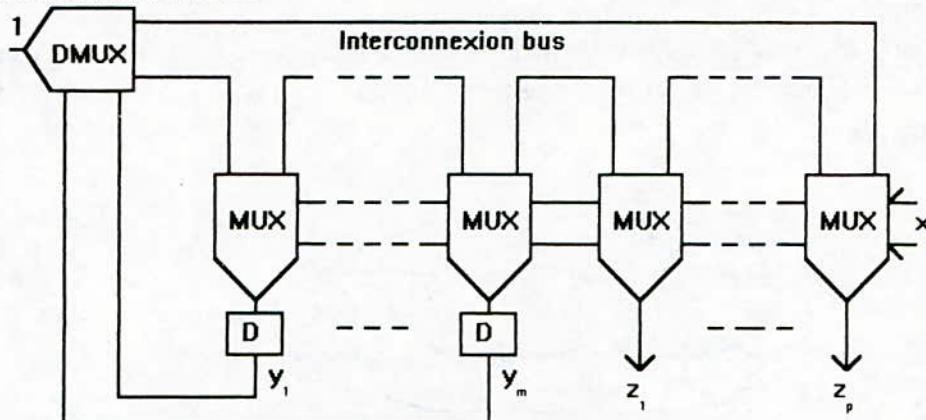


Figure 4: Circuit model realization

Consider a RBF of a FSM:

$$\Delta(y_1(n-1), \dots, y_m(n-1), x_1, \dots, x_r) = [y_1(n), \dots, y_m(n), z_1, \dots, z_p]$$

It can be realized by the circuit model shown in figure 4, which consists of demultiplexers and multiplexers and an interconnection bus (IB): the IB represents interconnection lines and OR operators. To fit the function  $\Delta$  into the realization circuit model, an analysis of the coupling of the different  $N_{ij}^1$  with  $N_{ij}^2$  obtained by factorization of each AVS elements, is made using an interconnection grid. The partitioning must separate the secondary input  $y$  (corresponding to  $N_{ij}^1$ ) from primary input  $x$  (corresponding to  $N_{ij}^2$ ).

### 3.3. Interconnection grid

The interconnection can be represented as a grid of columns and rows. The columns correspond to all the first cofactors ( $N_{ij}^1$ ) of an AVS without repetition, and the rows correspond to the second cofactors ( $N_{ij}^2$ ) for each address vector (see example in figure 7). To indicate the relation between two cofactors, a cross mark is placed at the intersection. Hence, two cross marks or more on a row leads to an OR gate in the interconnection bus. Hence, if  $M_v(N_{ij}^2) = \text{Set}(N_{ij}^1)$ , where  $M_v(N_{ij}^2)$  is the marking of a row  $N_{ij}^2$  in a vector  $v$  and  $\text{Set}(N_{ij}^1)$  is the mark set indicated by  $N_{ij}^1$ , the number of OR operators is equal to the number of different sets (two equal sets lead to the same operator). (For more clarification see example 2).

### 3.4. Method summary

The main steps for synthesizing a FSM can be summarized below:

- 1-Capture of the FSM behavior on a STG.
  - 2-Build the truth table (or the reduced truth table) from the STG.
  - 3-Derive the AVS of the corresponding RBF in the factorized pattern. The domain of the RBF must be intrinsic.
  - 4-Derive the structure of the interconnection bus from the interconnection grid.
  - 5-Fit the variable domain into the realization of the circuit model.
- The reduced truth table is a table where "don't care" situations are not represented.

### 3.5.Example 2:

Consider the STG of a FSM shown in figure 5: the transition conditions and the outputs actions are represented by the decimal equivalent values of  $x = (x_1, x_2)$  and  $a = (z_1, z_2)$ , ( $DEV(x)/DEV(a)$ ).

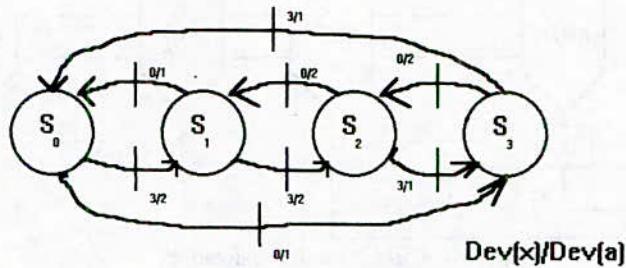


Figure 5:STG of a FSM

-First , we build from the STG the reduced truth table (RTT) , see figure 6.

$y_1(n-1)$	$y_2(n-1)$	$x_1$	$x_2$	$y_1(n)$	$y_2(n)$	$z_1$	$z_2$
0	0	0	0	1	1	0	1
0	0	1	1	0	1	1	0
0	1	0	0	0	0	0	1
0	1	1	1	1	0	1	0
1	0	0	0	0	1	1	0
1	0	1	1	1	1	0	1
1	1	0	0	1	0	1	0
1	1	1	1	0	0	0	1

Figure 6:Reduced truth table

-Second, we derive the AVS( $\Delta$ ),

$$AVS(\Delta) = \left\{ \begin{bmatrix} 0, 7, 11, 12 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0, 3, 8, 11 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3, 7, 8, 12 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0, 4, 11, 15 \end{bmatrix} \right\}$$

-Third, after partitionning of the input set  $((y_1, y_2), (x_1, x_2))$ , we factorize the AVS( $\Delta$ )

$$AVS(\Delta) = \left\{ \begin{bmatrix} (0.0), (1.3), (2.3), (3.0) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} (0.0), (0.3), (2.0), (2.3) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} (0.3), (1.3), (2.0), (3.0) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} (0.0), (1.0), (2.3), (3.3) \end{bmatrix} \right\}$$

-Fourth, we construct the interconnexion grid (IG)

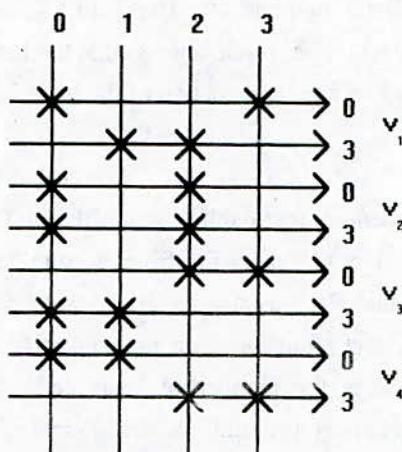


Figure 7: Interconnection grid.

-fifth, from the cross marking of the IG, we can determinate the number of OR operators:

$$M_1(0) = (0, 3); M_1(3) = (1, 2); M_2(0) = (0, 2); M_2(3) = (0, 2);$$

$$M_3(0) = (2, 3); M_3(3) = (0, 1); M_4(0) = (0, 1); M_4(3) = (2, 3);$$

$$\text{Therefore, } M_2(0) = M_2(3); M_3(0) = M_4(3); M_3(3) = M_4(0).$$

Hence, we have 5 operators.

-Sixth, we fit  $\Delta$  into the realization model.(figure 8).

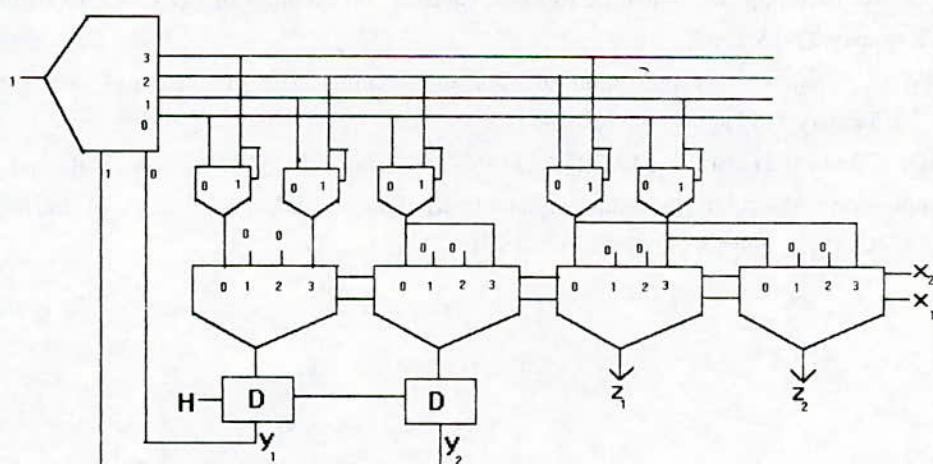


Figure 8: Circuit realization

Note:

The number of basic cells (multiplexer 2 $\rightarrow$ 1) in a multiplexer structure with n address variables is  $2^n - 1$  and it is twice as much in case of demultiplexers. Hence, the cost of basic cells in our mixed circuit realization is  $C_{bc} = 2 \times 3 + 4 \times 3 + 5 = 23$ . If we have not factorized the AVS( $\Delta$ ), this

cost would be  $C'_{bc} = 4 \times 15 = 60$  with multiplexers  $16 \rightarrow 1$  or  $C'_{bc} = 15 \times 2 + 3 \times 4 = 42$  with a demultiplexer  $1 \rightarrow 16$  (and OR gates). This result shows that the factorization process and the implementation on mixed structure gives a great reduction of the basic cells.

#### 4.CONCLUSION

We have proposed a new method for synthesizing a FSM. Our approach introduces the concept of recursive boolean function to represent, from a truth table or a STG, the FSM specifications. A modelisation of the RBF using a factorized address vector set is proposed; the factorization permits direct and fast function mapping in mixed addressing structure of demultiplexer/multiplexers, and reduces the number of basic cells. The demultiplexer can be replaced by a memory without changing the address vector set of the RBF. An algorithm to determinate the intrinsic function domain is, also, developed.

#### REFERENCES

- [1] A.FARAH and H.BOUSBIA-SALAH, "Combinational Logic Synthesis by Variable Clustering and ON-set Factorization", accepted as a communication at the International Conference on Signals and Systems, Algiers, ALGERIA, Septembre 24-26, 1994.
- [2] R.DAVID and H.ALLA, "Du Grafcet aux réseaux de Petri", Editions HERMES, PARIS, 1989.
- [3] H.T.LIW and C.S.LIN, "On the OBDD-Representation of General Boolean Function", IEEE Trans.Comput., vol.41, n°6, pp.661-664, June 1992.
- [4] B.LIN, "Restructuring of Synchronous Logic Circuits", Proceedings of EDAC-EUROASIC 93, Paris, February 22-25,1993.
- [5] J.POSWIG, "Disjoint Decomposition of Boolean Functions", IEE Proceedings-C, vol.138, n°1, pp.48-56, January 1991.
- [6] H.CHO, G.D.HACHTEL, E.MACII, M.PONCINO and F.SOMENZI, "A State Space Decomposition Algorithm for Approximate FSM Transversal", Proceedings of EDAC-EUROASIC, Paris, February 28-March 3, 1994.

**Study of Ion Transport Phenomenon  
in the Oxide of MOS Structures**

H. Bentarzi\*, V.Mitra\* and A. Zerguerras\*\*

\* Semiconductor characteristic laboratory, INELEC, Boumerdes, ALGERIE.

\*\* Dep. d'Electronique, Ecole Nationale Polytechnique, 10 Avenue Hassen Badi El-Harrach 16200, Alger, ALGERIE.

**Abstract**

A New approach of studying ion transport phenomenon in the oxide is presented which makes use of the computation of I-V characteristics of MOS device with help of our theoretical model [1] of mobile ion distribution in oxides. This method gives formulation which is more easier to apply for deriving the theoretical I-V characteristic. The computed I-V curve so obtained is compared with the experimental curves under varying bias conditions by applying gate voltage pulse of different periods. An agreement between the experimental and computed curves provides a support to our theoretical model of distribution of mobile ions in MOS oxides.

**I. Introduction**

The study of the mobile ions in the oxide is of considerable importance as their presence can greatly affect the electrical characteristics of the MOS devices. The following experimental methods are commonly employed to study the nature and properties of these ions [2]:

- a) Bias Thermal Stress (BTS) method which is based on the observation of the shifts of MOS C-V characteristic under the influence of an applied gate voltage at an elevated temperature,
- b) Triangular Voltage Sweep (TVS) method which utilizes the measurement of ion current resulting from the application of triangular voltage sweep to the gate,
- c) Thermally Stimulated Ionic Current (TSIC) method which uses the measurement of ion producing from the application of temperature to the gate.

However the data processing in the above mentioned methods requires the knowledge of the exact equilibrium distribution of the mobile ions in the oxide.

Theoretical models for the equilibrium distribution of mobile ions have been made by many authors [3-6]. However, experimental verification of such theoretical studies involves complexity. The presently used theoretical model of density distribution of ions is free from any such limitation and can be easily used for computing I-V characteristics. This model is based on the concept that at any point in the oxide the equilibrium concentration of the mobile ions is attained when the combined mobilising forces, arising from different origins, become just sufficient to provide necessary activation energy to the ions to surmount the effective potential well. The resulting theoretical I-V curve has been compared with experimental curve using TVS technique. A good agreement between the theoretical and experimental results provides a support to the theoretical model of distribution of ions used here [1] and establishes its merits and usefulness in comparison to other similar studies made in this connection [3-7].

## ***II. General Formulation (I-V Characteristic Calculation)***

The foregoing model can be used to calculate the influence of the oxide ion transport on the I-V characteristics of MOS structures [1]. It is assumed that if the change of applied voltage across the oxide is sufficiently slow (quasistatic), the instantaneous ion distribution can always be approximated by the equilibrium distribution.

Under the assumption that the space charge density in the oxide is wholly made up of mobile ions and the applied voltage  $V$  across it varies linearly with time  $t$  such that  $V = \pm \alpha t$ , the displacement current flowing through the metal gate can be written as [7]

$$i(V) = \pm \alpha C(V) \pm \alpha q \frac{d}{dV} \int_0^{X_{ox}} \frac{x}{X_{ox}} N(x, V) dx \quad (1)$$

Where  $C(V)$  is the low frequency MOS capacitor,  $N(x, V)$  the mobile ions distribution per unit area,  $x$  the distance into the oxide measured from the metal-oxide interface, and  $X_{ox}$  the oxide thickness.

The theoretical model [1] for the density distribution of ions in the oxide, which applies fairly well to the quasistatic state, can be expressed by

$$N(x, V) = N_0 \exp(A(x^2 - x X_{ox}) + B(V_A - V_F)x) \quad (2)$$

Where,

$$A = \frac{8(E_0 - E_d)}{3kT X_{ox}^2} \quad (3)$$

$$B = \frac{2q}{3kT X_{ox}} \quad (4)$$

Using the reduced variable, setting  $z = \frac{x}{X_{ox}}$  and  $dz = \frac{dx}{X_{ox}}$  Eq.(2) may be reduced to

$$N(z, V) = N_0 \exp(A'(z^2 - z) + B'(V_A - V_F)z) \quad (5)$$

Where,

$$A' = AX_{ox}^2 \quad (6)$$

$$B' = BX_{ox} \quad (7)$$

where k is Boltzmann constant, T the temperature, Ed the trap energy, E<sub>0</sub> the activation energy at the interface, N<sub>0</sub> is the assumed total charge per unit area and V<sub>A</sub> the applied voltage. It may be pointed out that V<sub>F</sub> includes the effect of work function difference as well as other kinds of charge which are located at Si-SiO<sub>2</sub> interface. This quasistatic equilibrium is supposed to occur at elevated temperatures, in the range above 150°C. Consequently the low frequency MOS capacitance will be equal to oxide capacitance per unit area, C(V)=C<sub>ox</sub>. Under this condition, substitution of relation (5) in (1), gives

$$i(V) = \pm \alpha C_{ox} \pm \alpha q N_0 B' X_{ox} \int_0^1 z^2 \exp(A'(z^2 - z) + B'(V_A - V_F)z) dz \quad (8)$$

Equation (8) can be used for numerical computation of the I-V characteristic. Since the MOS behaviour is symmetric about V=0, the above computation can be carried out by making use of only one polarity of the voltage [3].

### **III. Experimental Measurements**

In practice, expression (8) for the displacement current is valid under quasi-static conditions, that is, under the conditions when the voltage is so slow (less than 100 mV/sec) that the ionic charge distribution N(x,V) is always under equilibrium with externally applied voltage. To carry out such an experiment under suitable conditions using TVS technique, the general set up shown in Fig.1 may be used. To MOS structure, a triangular gate voltage sweep, generated by a suitable power supply P, is applied. A programmeable dc voltage supply HP 4140 B is used to apply the desired signal on the device mounted within cryostat Oxford . Programmeable

temperature controller ITC4 is used to keep the experiment temperature within desired limits (intervals). The current flowing in the gate of the device was measured by the HP 4140B picoammeter. Software was developed so that PC, with help of IEEE HPIB interface logiciel, may read and control data from different HP meters and process them to give the desired I-V characteristics.

The experimental devices consist of a number of MOS structures, fabricated by ES2<sup>1</sup> laboratory using the 2 um process, which were made available for the present experimentation by courtesy of CDTA<sup>2</sup>. All the devices from ES2 laboratory have a common value of doping concentration  $7.6 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$  of the substrate and an oxide thickness of 100 nm.

Different versions of experiment have been carried out by using different bias temperature. These curves are shown in Figs.2 and 3.

#### ***IV. Results and Discussion***

The validity of the theoretical model has been verified by carrying out experimental measurements on a number of MOS devices.

In practice, the condition  $V_{ox}=0$  is obtained at an applied external voltage  $V_A$  equal to voltage  $V_F$  arising from the work-function difference between metal and silicon and other kinds of charge at silicon-oxide interface. Therefore, the top of the peak in I-V characteristic does not occur at  $V_A=0$ , but at  $V_A=-V_F$ . The Experimental I-V curve is compared with the computed curve. For computation  $N_s$  is determined by integration of experimental curve [7]. Further, other parameters such as activation energy etc. are taken from reference [8,9]. Figs.2 and 3 shows a fairly good agreement between the experimental and computed I-V curves of which the latter is the outcome of the cited theoretical model of mobile ion distribution in MOS Structures.

#### ***References***

1. V. Mitra, H. Bentarzi, R. Bouderbala and A. Benfdila, "A Theoretical Model for the Density-Distribution of Mobile Ions in the Oxide of the Metal-Oxide-Semiconductor Structures", J. Appl. Phys. 73, pp.4287-4291, 1993.

---

<sup>1</sup> European Silicon Structure (ESS), Paris, France.

<sup>2</sup> Center de Development des Technologies Avancees, Alger, Algeria.

2. H. Bentarzi, V. Mitra and A. Zerguerras, " The Measurement Techniques of the Mobile Ions", a paper communicated for publication AJOT, ENP, 1994.
3. A. G. Tangena, J. Middelhoek and N. F. DeRooij, " Influence of Positive Ions on the Current-Voltage Characteristics of MOS Structures ", J. Appl. Phys. **49**, pp. 2876-2879, 1978.
4. V. P. Romanov and Yu. A. Chaplygin, " Stationary Distribution of mobile Charge in the Dielectric of MOS Structures ", Phy. Stat. (a) **53**, pp. 493-498, 1979.
5. W. Marciniak and H.M. Przewlocki, Phy. Stat. Sol. (a) **24**, p.359, 1974.
6. H. M. Przewlocki and W. Marciniak, " The Triangular Voltage Sweep Method as a Tool in Studies of Mobile Charge in MOS Structures ", Phys. Stat. Sol. (a) **29**, pp. 265-274, 1975.
7. M. Kuhn and D. J. Silversmith, " Ionic Contamination and Transport of Mobile Ions in MOS Structures ", J. Electrochem. Soc. **118**, pp. 966-970, 1971.
8. M.W. Hillen and J.F. Verwey, in Instabilities in Silicon Devices, edited by G. Barbottin and A. Vappaille (North-Holand, Amsterdam, Vol.1, pp 404-439, 1986.
9. J. P. Stagg, " Drift Mobilities of Na<sup>+</sup> and K<sup>+</sup> Ions in SiO<sub>2</sub> Films ", Appl. Phys. Lett. **31**, pp. 532-533, 1977.

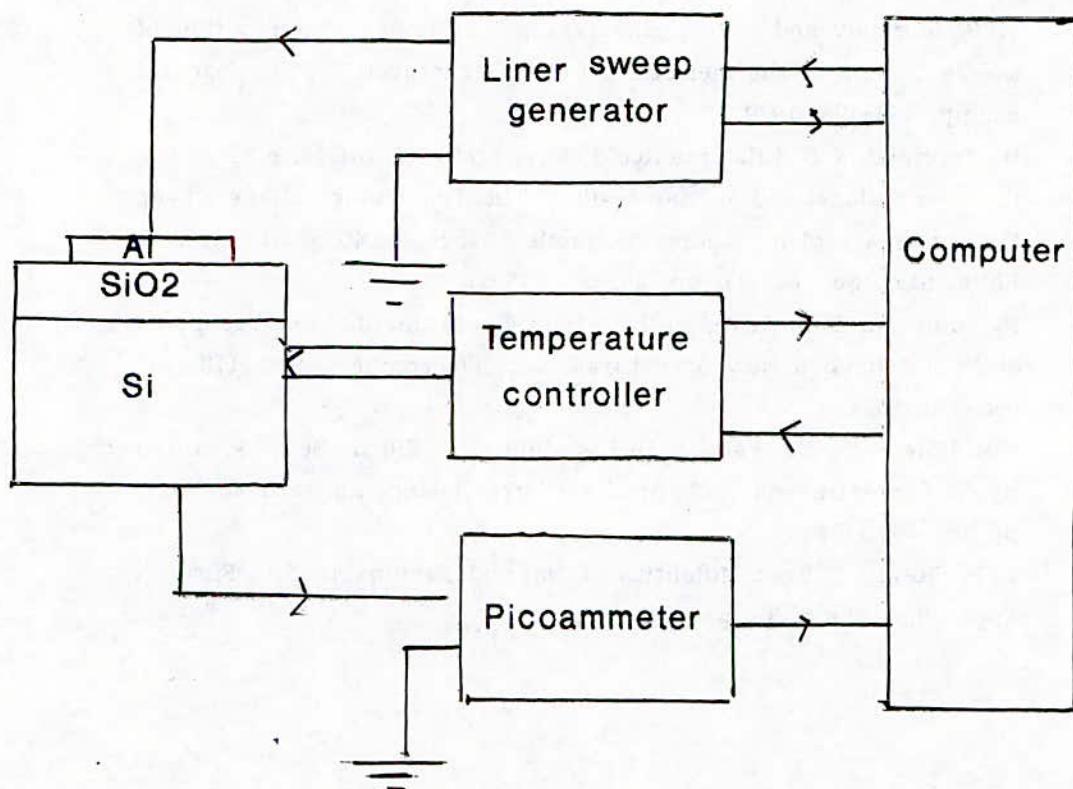


Fig. 1 Experimental set up to measure ionic current through oxide by using TVS technique.

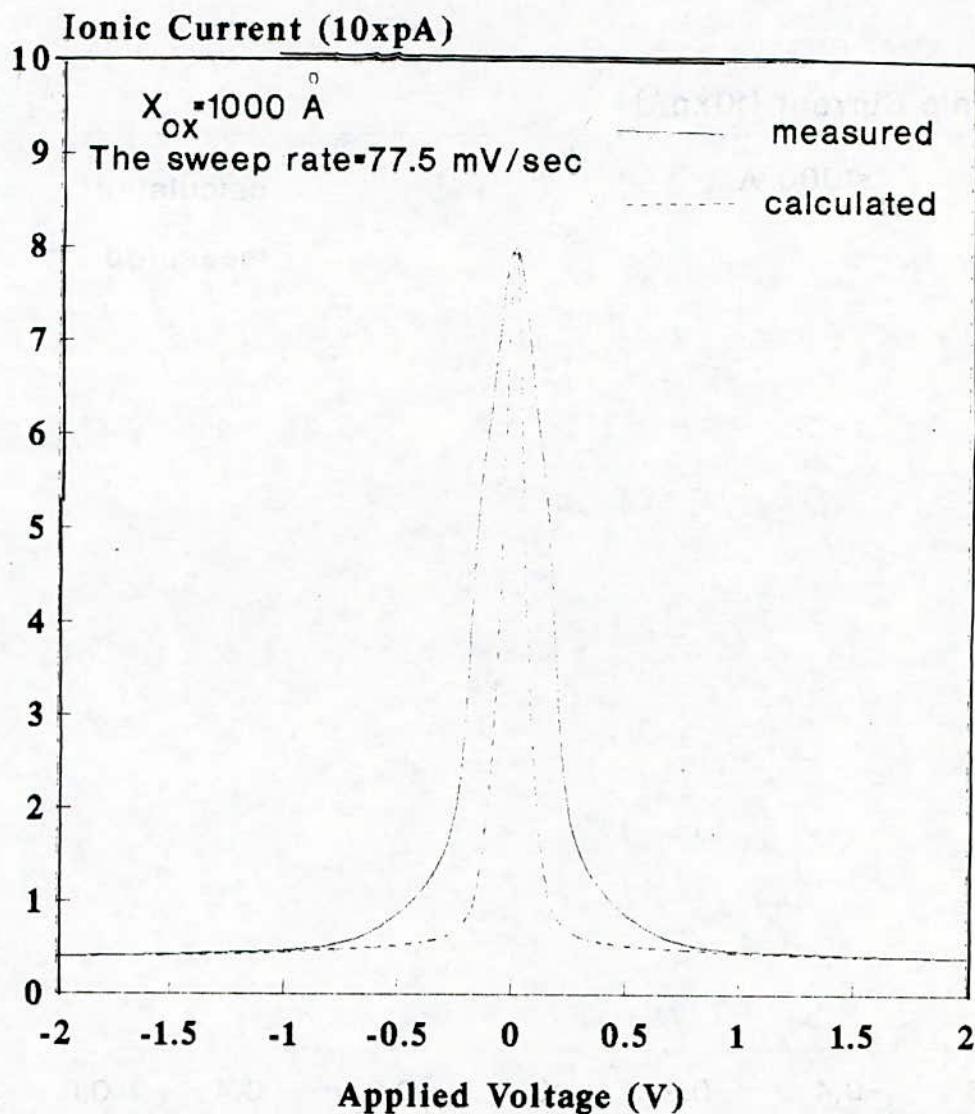


Fig. 2 A comparison of a calculated and measured I-V curve for a heavily contaminated an Au/SiO<sub>x</sub>/n Si <111> structure at 200 C.

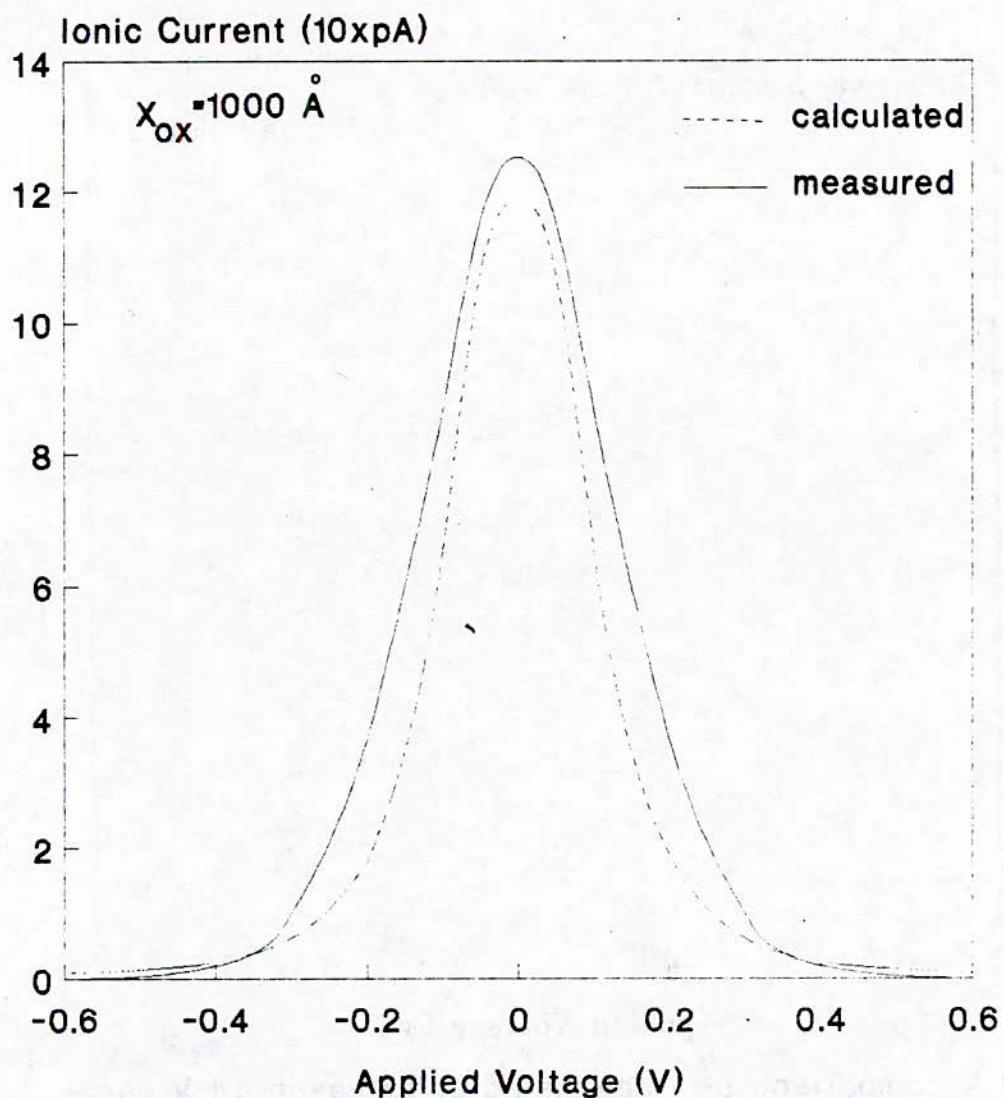


Fig. 3 A comparison of a calculated and measured I-V curve for a heavily contaminated Al\SiO \n Si <100> structure at 250 °C. The sweep rate is 30 mV/Sec.

## THE MEASUREMENT TECHNIQUES OF THE MOBILE IONS

H. Bentarzi\*, V. Mitra\* and A. Zerguerras\*\*

\* Semiconductor Characteristic Laboratory, INELEC, Boumerdes, Algerie.

\*\* Ecole Nationale Polytechnique, 10 Avenue Hassen Badi El-Harrach, Alger, Algerie.

### Abstract

The electrical methods, such as bias thermal stress (BTS) and triangular voltage sweep (TVS) which are the most sensitive methods to detect and measure sodium ions concentration, have been described in this paper. However, BTS technique is most commonly used because of its simplicity in use and analysis.

Recently another method called thermally stimulated ionic current (TSIC) method is developed which is useful mainly for research studies of ion emission from the silicon and the gate electrodes. This is discussed further in this paper.

### 1 Introduction

The flat-band voltage and hence the electrical characteristics of a MOS device can undergo significant change by the presence of the mobile ions in its oxide. This change depends not only upon the total amount of these ions but also upon their actual distribution within the oxide. Sodium ions are the most abundant among these mobile ions. Certain investigations [1,2] show that sodium is present in the oxides of MOS structures quite abundantly even in the neutral form. Although these sodium atoms are harmless in the neutral form but they can adversely affect the device-characteristics after becoming activated eventually into an ionic form during any subsequent processing stage which involves their exposure either to plasma or radiations. Therefore even the clean fabrication-process and gettering do not ensure full safeguard

against the problem of the mobile ions. This suggests that the knowledge of the equilibrium density-distribution of the mobile ions is necessary so that the presence of the mobile ions can be precisely accounted for in a given MOS device under the given circumstances.

There are three standard techniques which are commonly used to study the nature and the properties of these ions as well as to measure their density distributions [2-4]. These measurement techniques are:

a-Bias Thermal Stress (BTS) technique which is based on the observation of the shifts of MOS C-V characteristic under the influence of an applied gate voltage at an elevated temperature [3,5-9],

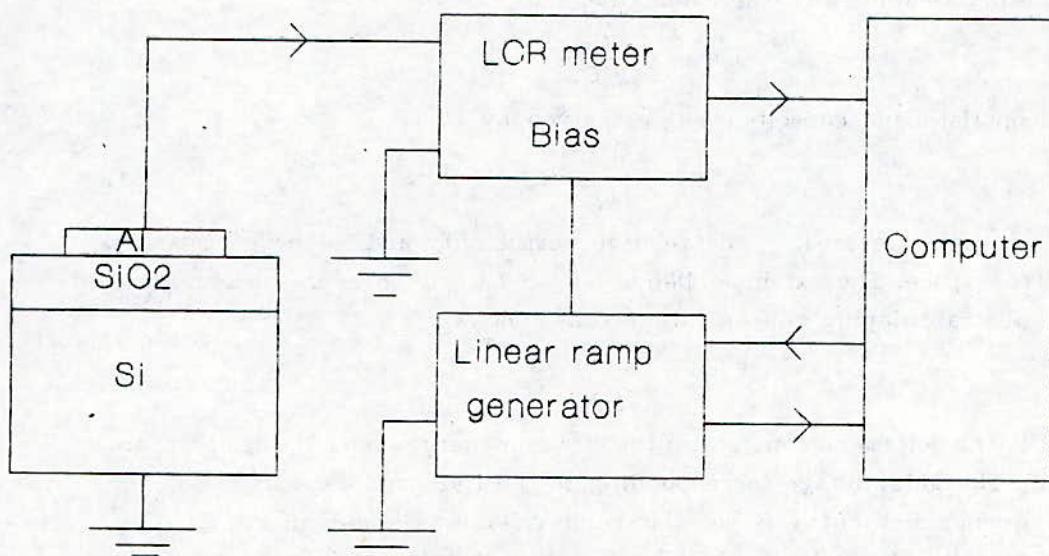
b-Triangular Voltage Sweep (TVS) method which utilizes the measurement of ion current producing from the application of triangular voltage sweep to the gate [10-16],

c-Thermally Stimulated Ionic Current (TSIC) method which uses the measurement of ion current producing from the application of temperature to the gate [17-21].

## 2 BTS Technique

In the BTS experiment, the usual high frequency C-V measurements under bias-temperature stress are used to determine the mobile ions concentration within the oxide layer in MOS capacitor. The high frequency (usually 1 MHz) C-V curve of the given MOS capacitor is first measured before applying any stress. Then the MOS capacitor is heated to a certain temperature up to 300°C and held there for a period up to 30 min, which is long enough to ensure that all the available ions at the given temperature drift completely across the oxide. At the same time a positive gate bias is applied which is enough to produce an oxide field of a few MV/cm. After holding the MOS capacitor at elevated temperature and high field for the required period, it is cooled back to room temperature so that no further redistribution of charge takes place during the second C-V curve measurement. The flat band voltage shift between the C-V curve before and after bias-temperature drift is a measure of the mobile ion concentration drifted at the given temperature. Typical values in BTS experiments are a stress temperature of 200 to 250 C, a stress time of the order of 20-30 minutes, and a stress voltage which causes a field in the oxide of 1 to 2 MV cm<sup>-1</sup>.

The experimental set up for measuring the high frequency C-V curves using BTS technique is shown schematically in Fig.1.



**Fig.1 Experimental setup to measure C-V characteristics  
of MOS structure by using BTS technique.**

## 2.1 Determination of the Flat-Band Voltage

The BTS method is carried out by measuring the shifts in the flat-band voltage  $V_{fb}$ . A more reliable estimate of  $V_{fb}$  is obtained from the portion of high frequency C-V curve corresponding to depletion. The measurement of  $V_{fb}$  from the C-V curve, needs be carried out at the flat-band capacitance  $C_{fb}$ . As the name indicates, the flat-band capacitance  $C_{fb}$  is the capacitance of the MOS structure when the energy bands are flat near the Si-SiO<sub>2</sub> interface and has the following relation with the oxide capacitance:

$$C_{fb} = \frac{C_{ox} C_{fbs}}{C_{ox} + C_{fbs}} . \quad (1)$$

The silicon flat-band capacitance  $C_{fbs}$  is given by

$$C_{fbs} = \frac{A\epsilon_r \epsilon_0}{L_d} . \quad (2)$$

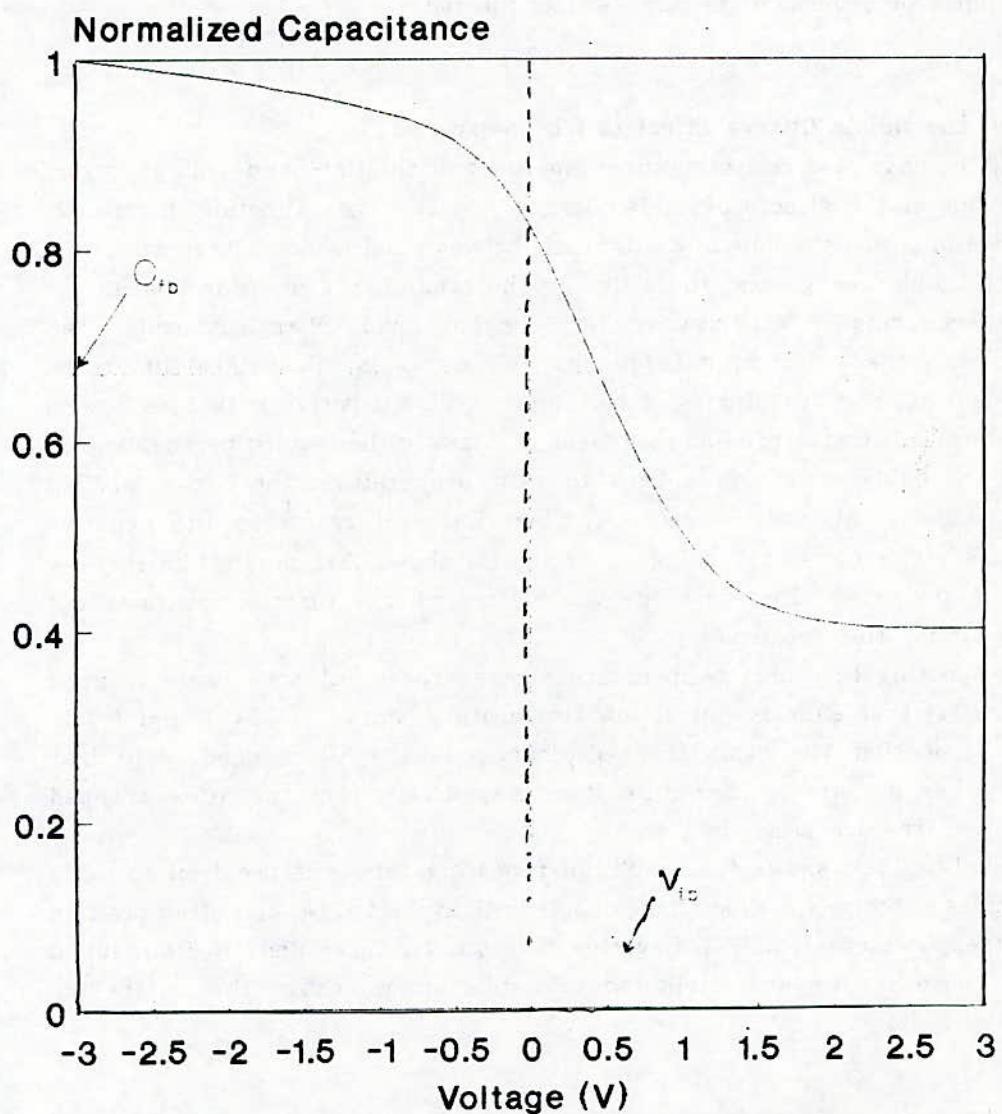
Where A is the gate area,  $\epsilon_r$  the relative permittivity and  $\epsilon_0$  the permittivity of the free space. The extrinsic Debye length  $L_d$  can be expressed in terms of the substrate doping concentration  $N_A$  as follows:

$$L_d = \sqrt{\frac{kT}{q^2 N_A}} . \quad (3)$$

Where k is the Boltzmann constant, q the electron charge and T the temperature in Kelvin. The gate voltage corresponding to the flat-band capacitance on the high frequency C-V curve is the flat-band voltage as shown in Fig.2.

The results of mobile ion density as obtained by the measurement of the flat-band voltage shift  $\delta V_{fb}$  under bias-temperature ion drift are quite reliable and are not affected by any error in the measurement of  $V_{fb}$  which may be caused by the trap level density at Si-SiO<sub>2</sub> interface. It is so because in high frequency C-V curves the trap level density is not supposed to undergo any significant change and any error in the measurement of  $V_{fb}$  due to trap levels, remaining constant before and after the application of bias temperature, cancels out in the determination of  $\delta V_{fb}$ . As the bias-temperature treatment causes negligible changes in interface trap level density, the C-V curves before and after bias-temperature drift are parallel to each other. Then the flat band voltage shift is simply the parallel voltage shift. It may be noted that the shift in flat band voltage has a lower value when the same amount of ions is present in a thinner oxide.

For current IC fabrication processes, a flat-band shift of 50 mV is .



**Fig.2** Flat band voltage determination by using high frequency C-V curves.

acceptable which in a technology using a 100 nm oxide thickness corresponds to an ionic density of about  $10^{10}$  ions.cm $^{-2}$ . In several contaminated wafers, flat band shifts of several volts may be encountered.

## 2.2 How the Mobile Charge Effect can be Separated

In the case of a real structures the shift in the flat-band voltage is due to the sum of the effects of oxide charges and the work function difference. This section presents how to distinguish between flat-band voltage shift due to mobile ionic charge and those due to the other types of oxide charge.

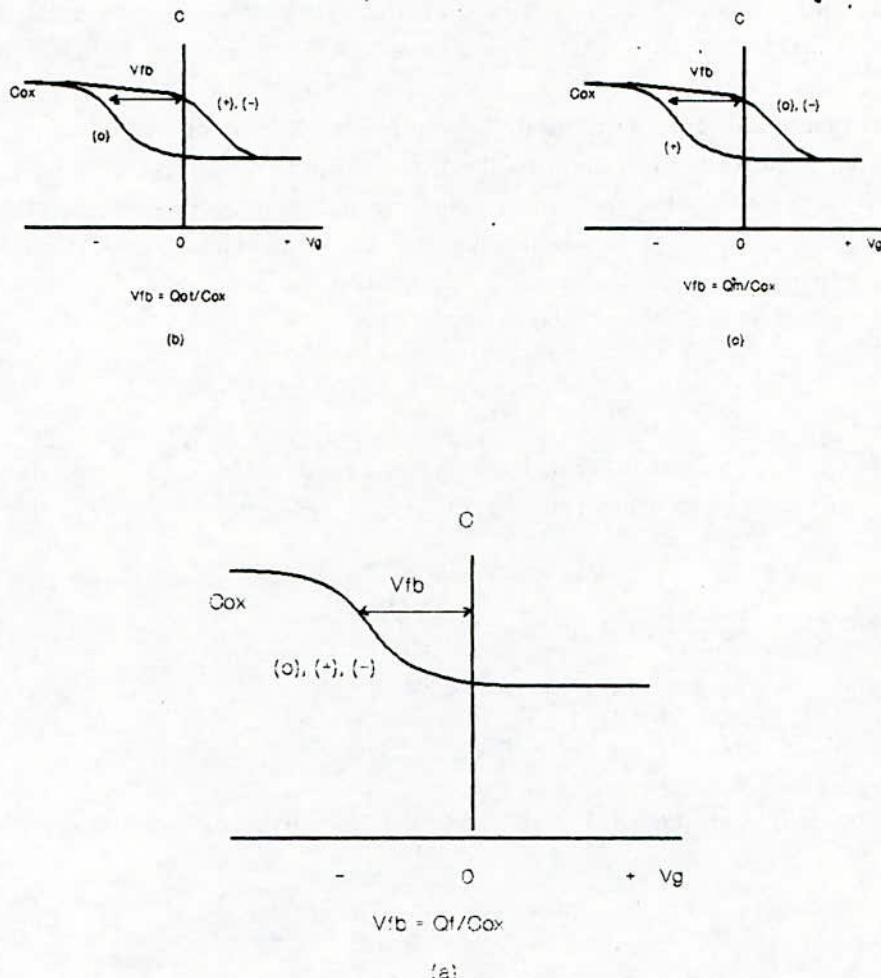
Considering an experiment where the only oxide charge is oxide fixed charge ( $Q_f$ ), the initial high frequency C-V curve is labelled (o) in Fig.3a. After heating at 180°C during a half hour with a positive gate bias (with respect to substrate) producing a field of a few million volts per centimetre across the oxide, and cooling back to room temperature, the curve labelled (+) in Fig.3a is obtained. Repeating the bias-temperature stress with negative gate bias yields curve (-) in Fig.3a. Figure 3a shows that no shift in the C-V curve is produced. Therefore the oxide fixed charge distribution does not change under this treatment.

Repeating this bias temperature stress experiment with oxide trapped charge ( $Q_{ot}$ ) that anneals out at low temperature, curves (o), (+), and (-) in Fig.3b show that the oxide trapped charge density is reduced. Gate bias polarity has no effect. Therefore, it is most likely that the oxide trapped charge centres are immobile.

Finally, Fig.3c shows the results of repeating this experiment on an oxide contaminated by mobile ionic charge ( $Q_m$ ). Initially  $V_{fb}$  is low, and after positive bias stress it increases. With negative bias stress,  $V_{fb}$  returns to its original value. These results are attributed to mobile ion movement that alters the flat-band voltage.

## 2.3 Theory

It is well known that the flat-band voltage of a MOS device undergoes a shift whenever there is any change in the concentration or distribution of the mobile ions within its oxide-layer. A device fabricated under controlled conditions is supposed to have insignificant mobile ion-concentration and such a device will be referred as controlled device. If such a controlled device is intentionally contaminated further by introducing additional mobile ions, the



**Fig.3 Diagram illustrating how mobile ionic charge can be distinguished from the other oxide charges by using a BTS experiment. (o) denotes the initial C-V curve, (+) after positive bias stress, (-) after negative bias stress.**

flat-band voltage  $V_{fb}$  of the controlled device changes of an amount  $\delta V_{fb}$  given by [2]

$$\delta V_{fb} = \frac{1}{\epsilon_0 \epsilon_{ox}} \int_0^{t_{ox}} x \rho(x) dx , \quad (4)$$

Where  $\rho(x)$  is the volume-density of the mobile ionic charge within the oxide,  $t_{ox}$  the oxide thickness,  $\epsilon_0$  the permitivity of the free space,  $\epsilon_{ox}$  the relative permitivity of oxide and the distance  $x$  is measured from the metal-oxide interface.

By assuming all the contaminated mobile ions to be concentrated in a thin charge sheet at either the metal-oxide or the silicon-oxide interface, Eq.(4) can be used to calculate charge density from the flat band voltage shift after introducing an average distance  $\bar{X}$  called the centroid of the charge distribution. The charge centroid is defined by

$$\bar{X} = \frac{\int_0^{t_{ox}} x \rho(x) dx}{\int_0^{t_{ox}} \rho(x) dx} \quad (5)$$

In addition the total quantity of ions  $Q_{tot}$  is supposed to remain constant within the oxide before and after the drift and is given by

$$Q_{tot} = \int_0^{t_{ox}} \rho(x) dx \quad (6a)$$

With the help of Eq.(6a), Eq.(5) becomes

$$\bar{X} Q_{tot} = \int_0^{t_{ox}} x \rho(x) dx . \quad (6b)$$

From equations (4) and (6b), the flat band-voltage shift  $\delta V_{fb4}$  can be written as

$$\delta V_{fb4} = \frac{\bar{X} Q_{tot}}{\epsilon_0 \epsilon_{ox}} . \quad (7)$$

Since mobile ions can be considered as sheet of charge located at the Si-SiO<sub>2</sub> interface,  $Q_{tot}$  is obtained directly from a measurement of  $V_{fb}$  because the centroid is taken to be within of oxide thickness ( about 3 nm or less ). For this case, Eq.(7) becomes with  $\bar{X} = t_{ox}$

$$\delta V_{fb} = - \frac{t_{ox} Q_{tot}}{\epsilon_0 \epsilon_{ox}} = - \frac{Q_{tot}}{C_{ox}} \quad (8)$$

### 3 TVS Technique

A fast, simple and very sensitive technique is TVS method which is capable of detecting better than  $10^9$  mobile ions/cm<sup>2</sup> and is based on the measurement of the displacement current response to a slow linear ramp voltage at elevated temperatures. This yields an ionic displacement current peak whose area is proportional to the total mobile ionic charge. This method has been independently developed by Yamin [10] and Chou [11] who have tested and confirmed its validity using the simpler and electrochemically symmetrical Si(poly)-SiO<sub>2</sub>-Si(100) MOS structure. This technique is expected to be very useful for routine process and quality control applications. Further more it has been used to study positive mobile charge behaviour in oxide [10,12-14].

The experimental setup for performing mobile ion drift measurements using TVS technique is shown schematically in Fig.4. Figure 5 shows the variation of applied voltages (gate voltage varies linearly with time).

In the TVS technique the starting conditions are as follows: all mobile ions are initially at one of the interfaces, they are not trapped, but virtually free to move because the MOS capacitor is brought to elevated temperature. The triangular ramp voltage which should be applied to the gate, is defined by

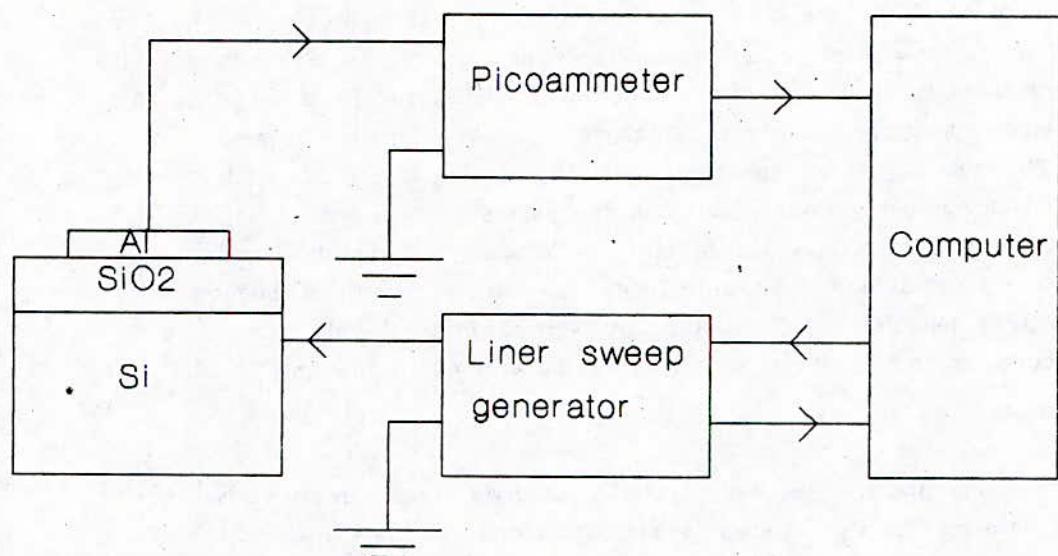
$$V_g = V_0 + \alpha t \quad (9)$$

Where  $t$  is time and  $\alpha = \frac{dV}{dt}$  is sweep rate. A resulting gate current is measured against gate bias as the mobile ions drift from one interface to the other. Two modes can be distinguished: the quasistatic and non-quasistatic mode. In the *quasistatic* mode, the sweep rate  $\alpha$  is chosen low enough during the entire measurement. The recording gate current is then similar to the quasistatic C(V) curve since

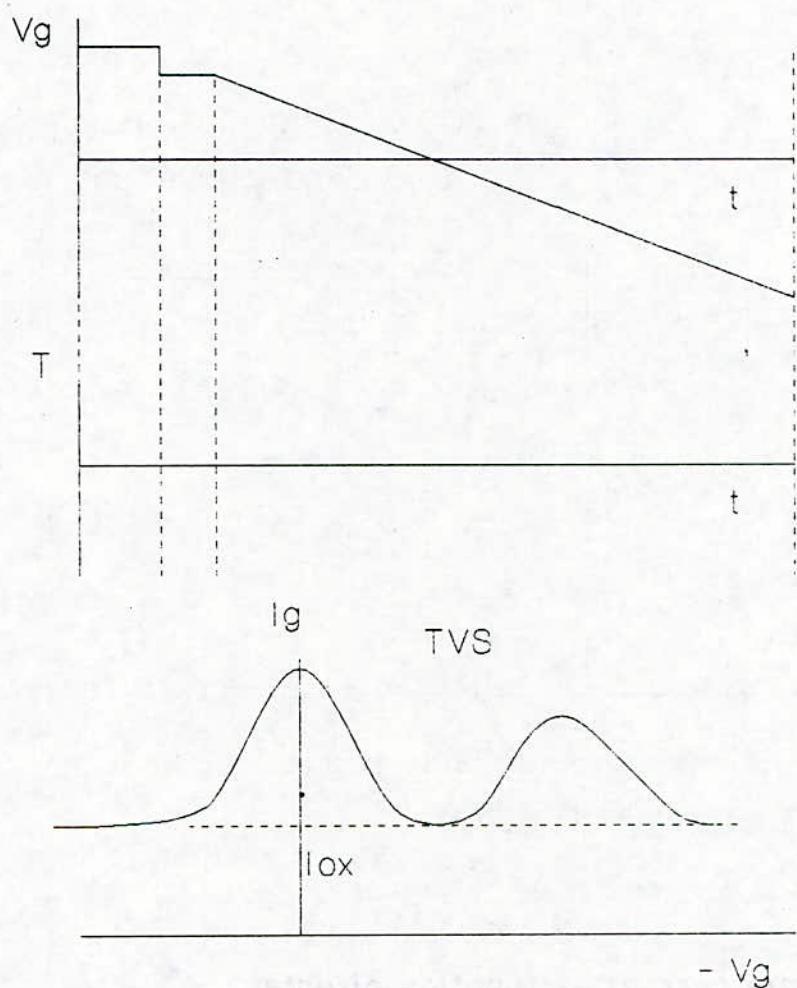
$$I_g = \frac{dQ_g}{dt} = \left( \frac{dQ_g}{dV_g} \right) \left( \frac{dV_g}{dt} \right) = \alpha C(V_g) \quad (10)$$

Where  $C(V_g)$  is the differential capacitance. But in the *non-quasistatic* mode, the sweep rate is high, and the ions can not follow the change in the applied field. In this situation the TVS technique can be used either to determine accurately the number of ions which cross the oxide or to determine the mobility of the ions [22,23].

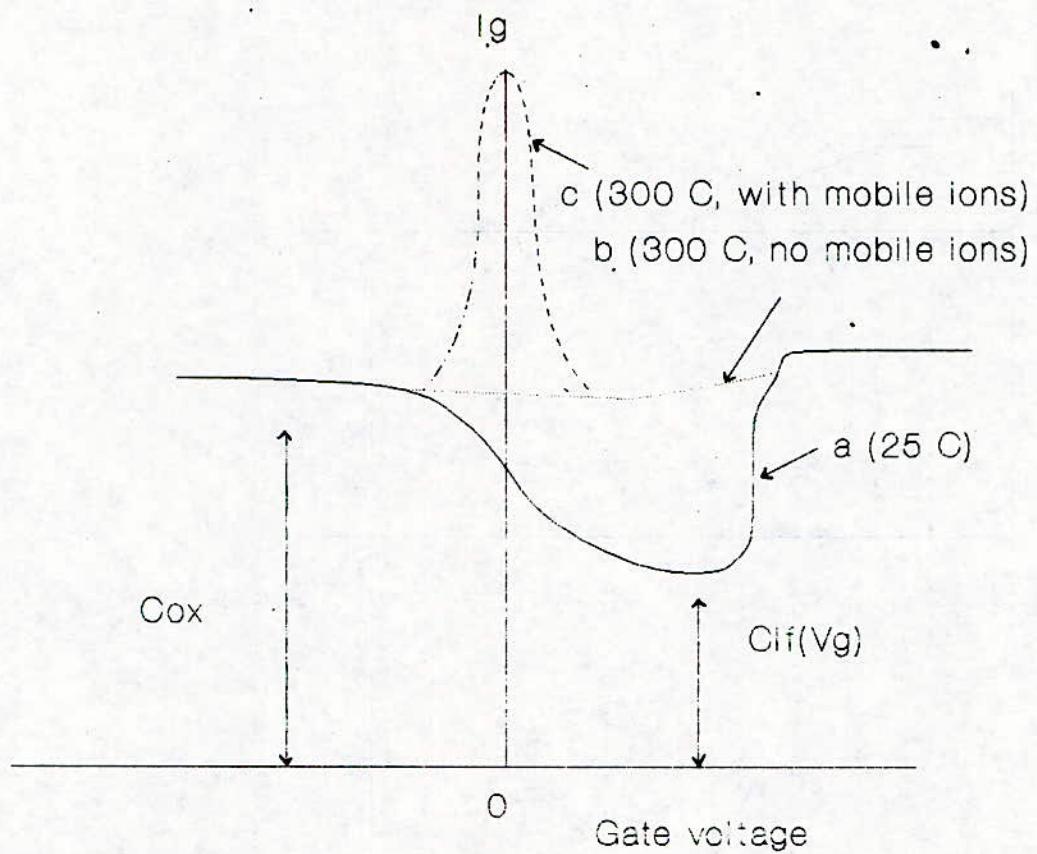
The idealized gate current response as function of applied bias with and without mobile ionic charge is shown in Fig.6. At room temperature the mobile ions are firmly trapped near the interfaces. In this situation, the observed I(V) curve is strictly similar to a quasistatic C(V) curve as shown in curve (a). At higher temperatures (typically about 300°C) and if no mobile ions are



**Fig. 4 Experimental set up to record ionic current through oxide by using TVS technique.**



**Fig. 5 Variations of applied gate voltage during TVS technique.**



**Fig.6 Idealized gate current as function of gate bias in a MOS capacitor having a P-type substrate.**

present, a quasistatic  $I(V)$  curve is obtained again, due to nearly constant value of capacitance equal to  $C_{ox}$  as shown in curve (b). If mobile ions are present, they contribute an additional component to the charging current of the MOS capacitor as shown in curve (c).

The peak in the current of curve (c) arises as follows. At large negative gate bias all the mobile ions are at the metal-oxide interface, and the gate current that flows is proportional to  $C_{ox}$ . As gate voltage increases, mobile ions begin drifting toward the Si-SiO<sub>2</sub> interface, attracting an increasing number of electrons to the silicon surface. That is, the ionic movement causes extra electrons to flow from the gate to the silicon through the external circuit, increasing thereby the gate current. This excess current peaks when the largest number of mobile ions is crossing the oxide layer. As gate voltage is increased further, mobile ions pile up at the Si-SiO<sub>2</sub> interface. Consequently fewer ions flow, and the excess gate current falls. Ultimately, all the mobile ions that will drift at the given temperature have piled up at the Si-SiO<sub>2</sub> interface. At this stage the gate current again becomes proportional to  $C_{ox}$ .

### 3.1 Theory

The mobile ion density drifted at a given temperature is proportional to the area under the peak in the gate current caused by the ionic motion. To show this, the current per unit area  $I_g$  may be defined as

$$I_g = \frac{dQ_g}{dt} \quad (11)$$

Where  $Q_g$  is the gate charge which is given by

$$Q_g = C_{LF}(V_g - V_{FB}) \quad (12)$$

where  $C_{LF}(V_g)$  is the low frequency MOS capacitance per unit area which is approximately equal to  $C_{ox}$  at elevated temperatures as shown in Fig.6.

Substitution of Eq.(12) in Eq.(11) gives

$$I_g = C_{LF}(V_g) \frac{d(V_g - V_{FB})}{dt} \quad (13)$$

Equation (13) can be rewritten as

$$I_g = C_{ox} \alpha - \frac{dV_{FB}}{dt} \quad (14)$$

where  $\alpha$  is the constant voltage sweep rate. Integrating from a gate bias ( $-V_g$ ) to a gate bias  $V_g$ , Eq.(14) gives

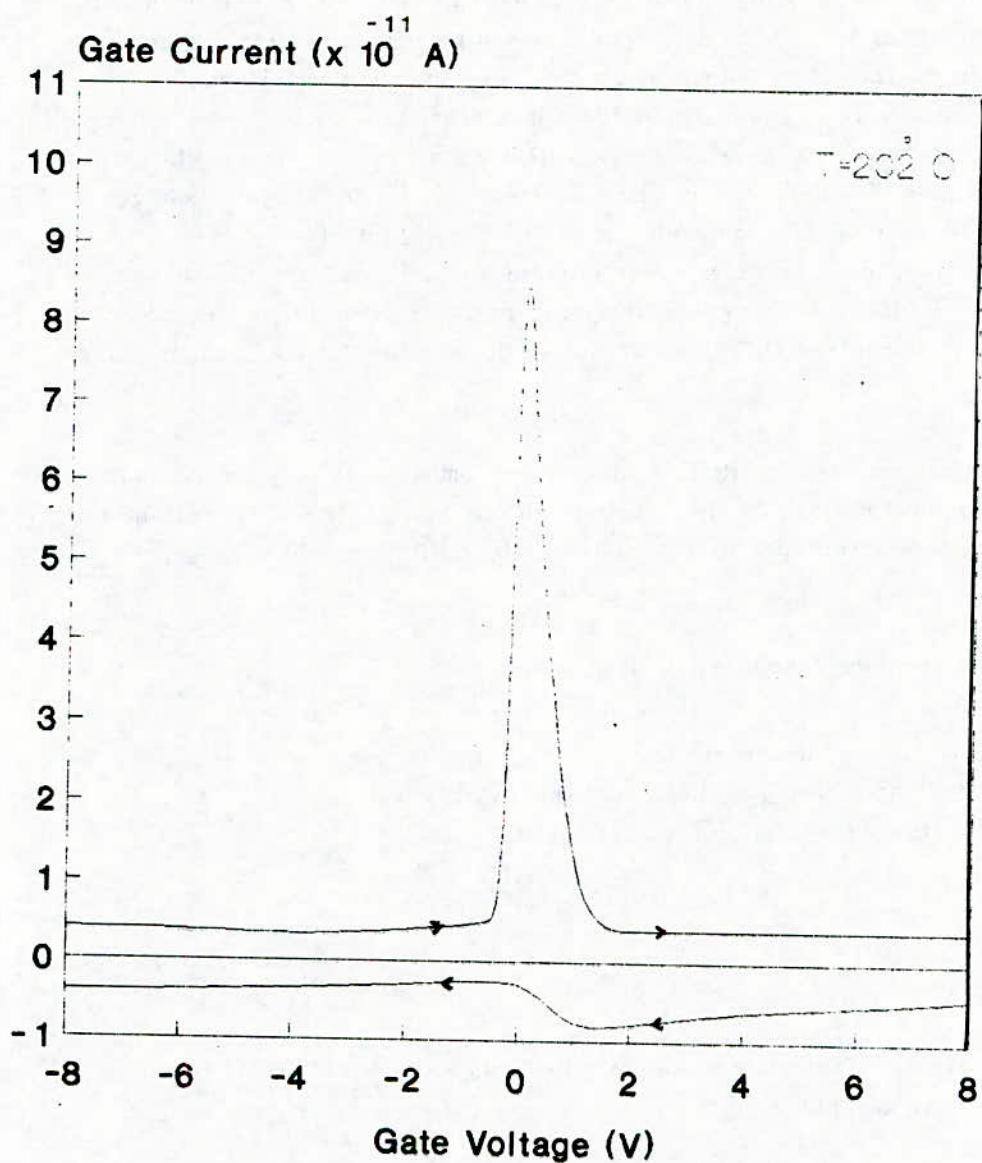


Fig.7 Gate current as function of gate voltage for a heavily contaminated oxide, at 202 C. [3]

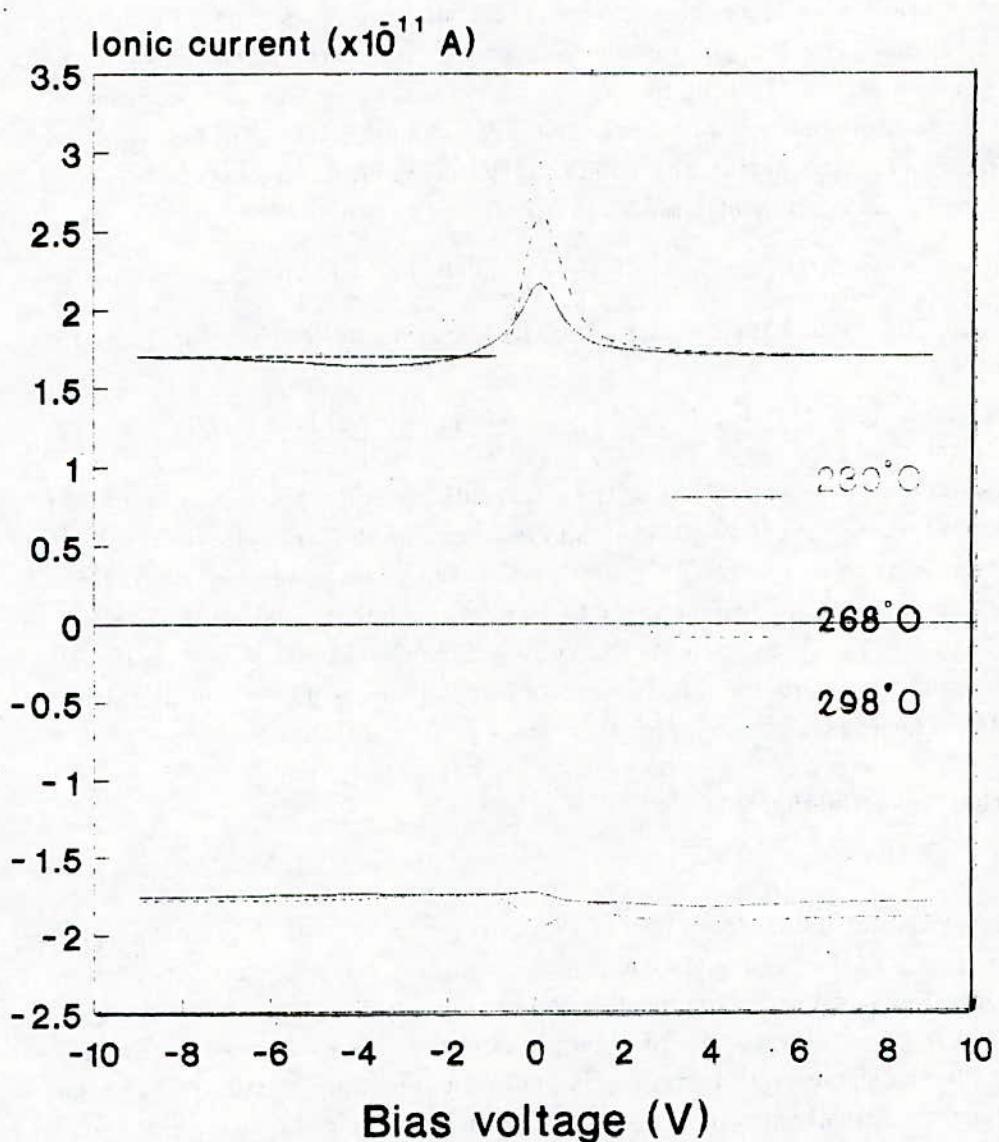


Fig.8 Ionic current as function of gate voltage for a heavily contaminated oxide [6].

$$\begin{aligned}
 \int_{-V_g}^{V_g} (I_g - \alpha C_{ox}) dV_g &= -C_{ox} \int_{-V_g}^{V_g} \left( \frac{dV_{fb}}{dt} \right) dV_g, \\
 &= -\alpha C_{ox} \int_{t(-V_g)}^{t(V_g)} \left( \frac{dV_{fb}}{dt} \right) dt \\
 &= -\alpha C_{ox} \{ V_{fb}[t(V_g)] - V_{fb}[t(-V_g)] \} . \quad (15)
 \end{aligned}$$

The integration over gate bias on the right of Eq.(15) is carried out with respect to time. The integral on the left of Eq.(15) is the area between the  $I_g(V_g)$  curve and the straight line  $I_g = \alpha C_{ox}$ , representing the gate current of the MOS capacitor when no ions move. The right side of Eq.(15) can be evaluated by using Eq.(7). Considering the mobile charge centroid to be located at  $\bar{X}(-V_g)$  at time  $t(-V_g)$  and  $\bar{X}(V_g)$  at time  $t(V_g)$ , it can be shown that

$$V_{fb}[t(V_g)] - V_{fb}[t(-V_g)] = \frac{qN_m}{\epsilon_0 \epsilon_{ox}} [\bar{X}(V_g) - \bar{X}(-V_g)] . \quad (16)$$

where  $N_m$  is the mobile ionic charge density per unit area. Therefore, Eq.(15) becomes

$$\int_{-V_g}^{V_g} [I_g - \alpha C_{ox}] dV_g = \alpha q N_m \left[ \frac{\bar{X}(V_g)}{t_{ox}} - \frac{\bar{X}(-V_g)}{t_{ox}} \right] . \quad (17)$$

For most values of bias and time, the centroids in Eq.(17) are bias and time independent. Consequently, Eq.(17) shows that for linear voltage ramp, at which temperature is enough to make  $C_{LF}=C_{ox}$ , the area under an  $I_g(V_g)$  curve in excess of  $I_g = \alpha C_{ox}$  is proportional to mobile ion density per unit area.

To use Eq.(17) to estimate  $N_m$ , one ordinarily assumes  $\bar{X}(V_g) = t_{ox}$  (all positive ions drifted to the silicon surface) and  $\bar{X}(-V_g) = 0$  (all ions drifted to the gate). These assumptions probably are valid to within 10 nm.

### 3.2 Earlier Investigation

Experimental determination of  $I_g(V_g)$  curves have been carried out [12] which employ TVS technique. In such experiments a heavy contaminated oxide with mobile ions is used. A typical  $I_g(V_g)$  curves at 202 C is given in Fig.7. The sweep from positive to negative gate bias, when ions drift from the Si-SiO<sub>2</sub> interface to the metal-oxide interface, is shown in the upper curve. The voltage sweep from negative to positive, when ions drift from the metal-oxide interface, is shown in the lower curve. The area of the peak above the  $C_{ox}$  baseline corresponds to  $2.5 \times 10^{12}$  ions/cm<sup>2</sup>.

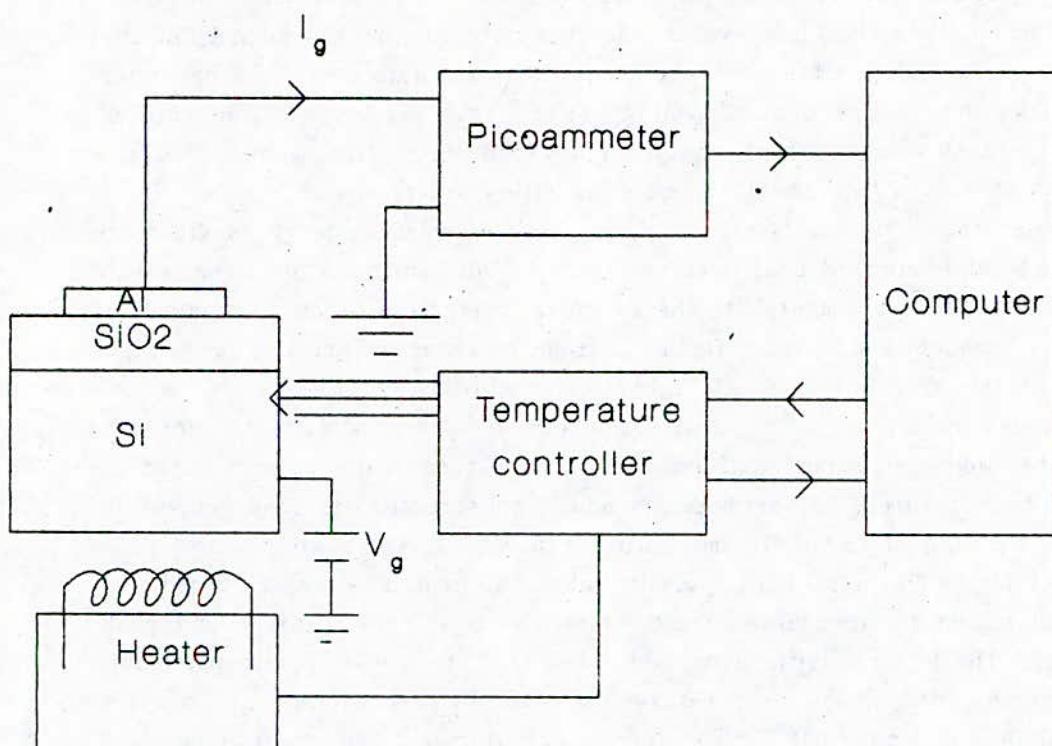
The most striking feature of these curves is the strong asymmetry of

the  $I_g(V_g)$  curves in the two directions of the voltage sweep. The ionic current response, when sweeping from the negative to positive gate bias, is distorted and broadened over the entire positive voltage range, and results in a very broad peak as shown in the lower curve of Fig.7. This clearly indicates that ion transport is independent of a transport mechanism limited by the emission from ionic traps located at the metal-oxide interface. The area under both peaks in Fig.7 are identical so that all ions transported to metal-oxide interface can be brought to the silicon-oxide interface by changing the polarity of the voltage ramp. As expected from quasi-equilibrium arguments, the area under the peaks are independent of voltage sweep rate, as long as the rate is sufficiently slow to establish the boundary conditions (the mobile ions are concentrated as a thin sheet of charge at either interfaces).

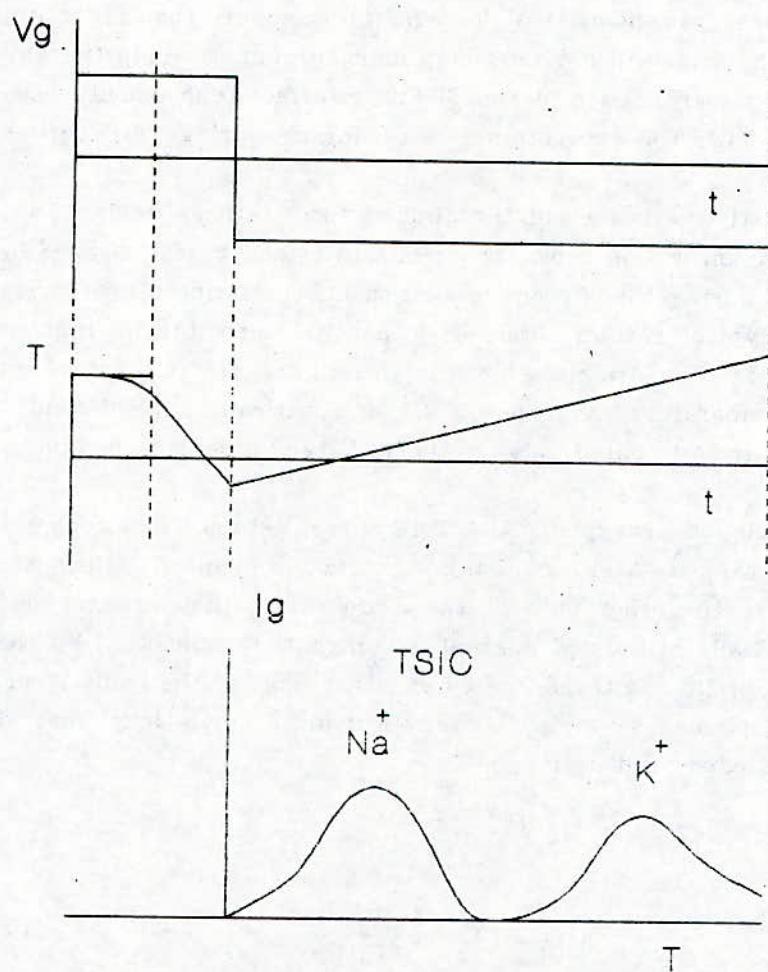
The temperature dependence of the ionic current response is given in Fig.8. The ionic current peak does not saturate but continues to increase with temperature. At low temperature the sweep from negative to positive gate bias yields a broadened structure, resulting from the trapping emission mechanism at the metal-oxide interface. At higher temperatures this peak sharpens and approaches more closely the ideal shape (or the shape of the peak for the opposite sweep) as expected if emission of ions from traps is more rapid at higher temperatures. Furthermore, an additional structure is observed above the  $C_{ox}$  baseline at elevated temperature ( $T=298^\circ C$ ), as shown in the upper trace of Fig.8. This structure typically takes the form of a second broadened peak displaced by approximately  $-2 V$  from the first peak. This second peak is due to the  $K^+$  ions drift. It can be noted that the peaks due to potassium may not be visible at low temperature. Thus, the TSV technique might provide a simple means for identifying the density of sodium and potassium separately because the peak in the ionic displacement current occurs at a different gate bias [24].

### 3.4 TSIC Technique

The TSIC technique is usually applied to MOS capacitors which can be brought to an elevated temperature. As the temperature varies as a function of time, the current in the external circuit of the MOS capacitor is measured. In principle, the measured current is a superposition of the charging current of the MOS capacitor, caused by changes in temperature, and the ionic current (the displacement current) caused by moving ions. This ionic current has been studied in the past by a variety of methods [17]. Boudry and Stagg [20], and Hillen [19] have used TSIC measurements to study the kinetic behaviour of



**Fig.9 Experimental set up to record ionic current through oxide by using TSIC technique.**



**Fig.10 Variations of applied gate voltage  
and temperature during TSIC technique.**

mobile ions in MOS structure.

The thermally stimulated currents were always measured after an appropriate BTS treatment (15 min at 350°C and a gate voltage + 5 V). Before measurements at a positive gate voltage the stress voltage is initially kept negative (all ions are then driven to the oxide-metal interface), and for measurements at a negative gate voltage the stress voltage is initially kept positive. The starting temperature of the measurement must be low enough to ensure that reversing the electric field in the oxide will not cause any ionic current, meaning thereby that the ions are deeply trapped near the Si-SiO<sub>2</sub> interface (one usually uses a temperature of -20°C). The experimental setup for measuring TSIC curves is shown in Fig.9.

Figure 10 shows the variations of the applied temperatures during TSIC experiment, in which ion motion from the Si-SiO<sub>2</sub> interface to the metal-SiO<sub>2</sub> interface is studied. During the current measurement, the temperature varies linearly with time. Typical results obtained on an MOS capacitor having Na<sup>+</sup> and K<sup>+</sup> ions in its oxide layer are also shown in this figure; two current peaks are shown in the temperature range 0-400°C, at a maximum applied field 1 MV.cm<sup>-1</sup>. These peaks are attributed to the motion of Na<sup>+</sup> and K<sup>+</sup> ions respectively.

### 3.4.1 Theory

The simplest model which explains the TSIC current states that, once the mobile ions are detrapped after acquiring a sufficient energy they are immediately driven to the other side of the oxide where they are trapped again. Thus the thermally stimulated current is controlled (or *limited*) by the emission mechanisms of the ion traps located at either edge of the oxide layer.

Hickmott [17] explained several TSIC curves using a single level theory. The ionic current is expressed as :

$$I(t) = -qA \frac{dn(t)}{dt} . \quad (18)$$

where,

$$\frac{dn(t)}{dt} = -n(t) S \exp\left[-\frac{E_0}{kT(t)}\right] \quad (19)$$

and,

$$n = n_0 \quad \text{at } t = 0 \quad (20)$$

where n is the number of ions (per unit area) still trapped at time t, E<sub>0</sub> the activation energy required to excite an ion from a trap at the emitting interface to a point just outside the trap from which it is free to move through the oxide, A the area of the device, k the Boltzmann's constant, and S a factor

which may be roughly interpreted as the number of times per second an ion attempts to leave the trap. Since an ion is carried away from the interface by the applied field immediately after it has left the trap, it seems reasonable to ignore the possibility of its retrapping in this situation. After taking  $n_0$ ,  $E_0$ , and  $s$  as adjustable parameters, Hickmott [25] was able to obtain an adequate fit only to the leading slope and maximum of the negative peak and found  $E_0$  to be ranging from 0.7 to 1.2 eV and  $S$  from  $10^7$  to  $10^{12}$ .

The model describes the experimental curves well when a Gaussian spread in the activation value for the emission time constant is assumed ( $10^{-12}$  s). Further an activation energy is found that is consistent with an emission-limited process [18,19].

TSIC method in MOS structure complements BTS method for studying the metal-SiO<sub>2</sub> interface [21]. This method is also used by Stagg [25] to identify the drift mobilities of Na<sup>+</sup> and K<sup>+</sup> ions in SiO<sub>2</sub> films.

## Reference

- [1] E. H. Nicollian and J. R. Brews, *MOS Physics and Technology*, Wiley, New York, 1982.
- [2] S. M. Sze, *Physics of Semiconductor Devices*, Wiley, New York, 1985.
- [3] M. W. Hillen and J. F. Verwey, " Mobile ions in SiO<sub>2</sub> layers on Si ", in G. Barbottain and A. Vapaille ed., *Instabilities in Silicon Devices*, Vol. I, North-Holland, Amsterdam, pp. 404-439, 1986.
- [4] A. H. Agajanian, *Semiconductor Devices. A Bibliography of Fabrication Technology, Properties, and Applications*, New York, Plenum, pp. 547-619 1976.
- [5] E. H. Snow, A. S. Grove, B. E. Deal, and C. T. Sah, " Ion Transport Phenomena in Insulating Films ", *J. Appl. Phys.* **36**, pp. 1664-1673, 1965.
- [6] E. Yon, W. H. Ko and A. B. Kuper, "Sodium Distribution in Thermal Oxide on Silicon by Radiochemical and MOS Analysis ", *IEEE Trans. Elect. Dev.* **ED-13**, pp. 276-280, (1966).

- [7] S. Gourrier and P. Friedel, " Characterisation electronique des etats electroniques d'interface Isolant/Semiconductor ", ACTA Electronica, Vol.25, pp. 217-240, 1983.
- [8] A. Raychaudhuri, A. Ashok and S. Kar, " Ion-Dosage Dependent Room-Temperature Hysteresis in MOS Structures with thin Oxides ", IEEE Trans. Elect. Dev. **38**, pp. 316-322, 1991.
- [9] V. Mitra, H. Bentarzi, R. Bouderbala and A. Benfdila, "A Theoretical Model for the Density-Distribution of Mobile Ions in the Oxide of the Metal-Oxide-Semiconductor Structures",  
J. Appl. Phys., Vol.73, pp.4287-4291, Mai 1992.
- [10] M. Yamin, " Charge Storage Effects in Silicon Dioxide Films ", IEEE Trans. Elect. Dev. ED-12, pp. 88-96, 1965.
- [11] N. J. Chou, " Application of Triangular voltage Sweep Method to Mobile Charge Studies in MOS Structures ", J. Electrochem. Soc. **118**, pp. 601-609, 1971.
- [12] M. Kuhn and D. J. Silversmith, " Ionic Contamination and Transport of Mobile Ions in MOS Structures ", J. Electrochem. Soc. **118**, pp. 966-970, 1971.
- [13] M. Pepper and W. Eccleston, " Caution Transport in SiO<sub>2</sub>", Phys. Stat. Sol. (a) **12**, pp. 199-207, 1972.
- [14] H. M. Przewlocki and W. Marciniaik, " The Triangular Voltage Sweep Method as a Tool in Studies of Mobile Charge in MOS Structures ", Phys. Stat. Sol. (a) **29**, pp. 265-274, 1975.
- [15] A. G. Tangena, J. Middelhoek and N. F. DeRooij, " Influence of Positive Ions on the Current-Voltage Characteristics of MOS Structures ", J. Appl. Phys. **49**, pp. 2876-2879, 1978.

- [16] D. J. DiMaria, " Room-Temperature Conductivity and Location of Mobile Sodium Ions in the Thermal Silicon Dioxide Layer of a Metal-Silicon dioxide-Silicon Structure ", *J. Appl. Phys.* **48**, pp. 5149-5151, 1977.
- [17] T. W. Hickmott, " Thermally Stimulated Ionic Conductivity of Sodium in Thermal ", *J. Appl. Phys.* **46**, pp. 2583-2598, 1975.
- [18] P. K. Nauta and M. W. Hillen, " Investigation of Mobile Ions in MOS Structures Using the TSIC Method ", *J. Appl. Phys.* **49**, pp. 2862-2865, 1978.
- [19] M. W. Hillen, " Dynamic Behaviour of Mobile Ions in  $\text{SiO}_2$  Layers ", in *The Physics of  $\text{SiO}_2$  and Its Interface*, S. T. Partelides, Ed., Pergamon, New York, pp.179-183, 1978.
- [20] M. R. Boudry and J. P. Stagg, " The Kinetic Behaviour of Mobile Ions in the Al- $\text{SiO}_2$ -Si System ", *J. Appl. Phys.* **50**, pp. 942-950, 1979.
- [21] T. W. Hickmott, " Dipole Layers at the Metal- $\text{SiO}_2$  Interface ", *J. Appl. Phys.* **51**, pp. 4269-4281, 1980.
- [22] R. J. Kriegler and T. F. Devenyi, " Direct Measurement of  $\text{Na}^+$  Ion Mobility in  $\text{SiO}_2$  Films ", *Thin Solid Films* **36**, pp. 435-439, 1976.
- [23] M. W. Hillen, G. Greeuw and J. F. Verweij, " On the Mobility of Potassium Ions in  $\text{SiO}_2$  ", *J. Appl. Phys.* **50**, pp. 4834-4837, 1979.
- [24] G. F. Derbenwick, " Mobile Ions in  $\text{SiO}_2$ : Potassium ", *J. Appl. Phys.* **48**, pp. 1127-1130, 1977.
- [25] J. P. Stagg, " Drift Mobilities of  $\text{Na}^+$  and  $\text{K}^+$  Ions in  $\text{SiO}_2$  Films ", *Appl. Phys. Lett.* **31**, pp. 532-533, 1977.



AN OVERVIEW OF THE MODERN LINEAR  
OPTIMAL CONTROL AND ESTIMATION METHODS

Dr. LOUAM Nadjib  
Département d'Electronique  
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE D'ALGER  
10 Av. Pasteur, Hacen-Badi EL-HARRACH

**ABSTRACT**

This paper is addressed to a wide audience of engineers who are interested to be acquainted with the general results of the modern linear optimal control and estimation methods. It is intended too for use as a brief abstract of references, related to standard textbooks at the graduate level for university courses, on the optimal control and observation of linear dynamic systems.

The objectives and the main concepts of the modern linear optimal control methods are presented progressively in an harmonious fashion that can be grasped by the novice engineer. Both the deterministic and stochastic approaches, used in the resolution of the control and estimation problems, have been examined from continuous time point of view.

A wealth of references is provided at the end of the review to help the reader who is interested in more treatments and rigours in the theory.

1. DETERMINISTIC APPROACH  
1.1 OPTIMAL CONTROL PROBLEM

Modern linear control theory, in contrast to conventional design techniques, is essentially based on the extensive use of mathematical treatments [1,2,3]. It relies on the strength of the state space method. the latter is the mode of dynamic system representation that would be the most natural to the mathematician or the scientist.

Control theory framework is very convenient in the analysis and design of multi-input multi-output (MIMO) systems with the help of a digital computer [2,3].

In this framework, the differential equations replace the transfer functions in describing the dynamics of processes, and the Liapunov method supplants the frequency-domain techniques of Bode and Nyquist in the approach of the stability problem.

Also, in the optimization of the system performance, the minimum principle of Pontryagin and dynamic programming of Bellman are better preferred than Wiener-Hopf techniques [1,4-6].

Notice that from analysis and design points of view, the state space methods tend to preserve the physical nature of the dynamic variables that the classical techniques have often obscured [1]. Instead of designing for example compensators which make, as in classical control, the overall closed-loop system poles have certain desirable locations in the complex plan [7-10], in the linear optimal control framework, the objective is to design a control system that can meet some specified requirements expressed by a single performance criterion [1-5].

In general, the latter provides a measure on how close the system variables come to some desired values, and often chosen to be quadratic in the control input and error variables, to ensure linear controller in the state [2,5,11-13]. It is often given in the form:

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} [(x(t) - r(t))' Q (x(t) - r(t)) + u'(t) R u(t)] dt \quad (1)$$

We recall that a control problem is considered deterministic if knowledge of the initial conditions of the system  $x(t_0)$  completely determines the time evolution of the state.

The deterministic Linear Quadratic Regulator (LQR) problem is the one which is concerned by the optimization (minimization) of the functional (1) with  $r(t)=0$  for the system state differential equation

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) \quad (2)$$

The optimal solution to this LQR problem, for a finite control period  $(t_f - t_0)$ , is standard and given from [6,14,15] as

$$u(t) = -R^{-1}B'K(t)x(t) \quad (3)$$

This solution consists then of a set of gains linking linearly the control input vector  $u(t)$  to the system states  $x(t)$ .

$K(t)$  is a symmetric positive definite matrix, solution to the non linear differential equation (Riccati type)

$$\dot{K}(t) = -K(t)A - A'K(t) + K(t)BR^{-1}B'K(t) - Q, \quad (4)$$

with  $t \leq t_f$  and for the boundary condition  $K(t_f) = 0$ .

Notice that the criterion (1) may also be considered with a terminal cost [14,15] as:

$$J = \frac{1}{2} x'(t_f) S_0 x(t_f) + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} [(x(t) - r(t))' Q (x(t) - r(t)) + u'(t) R u(t)] dt$$

The results for this case are practically the same as (3) and (4), but with the boundary condition  $K(t_f) = S_0$ .

In both cases the optimal control results require the availability of all the states for feedback, i.e. complete state information.

The resulting optimal closed loop system has a number of desirable properties, such as asymptotic stability and good tolerance to system parameter changes [10,17,18].

In particular, for SISO systems we obtain an infinite gain margin and at least  $60^\circ$  of phase margin. The sensitivity to parameter variations of the closed loop transfer function is no worse than that of the open loop transfer function [10,19,20].

For an infinite time regulator problem, i.e. when  $(t_f - t_0) \rightarrow \infty$ , standard optimal results, involving only state feedback, may also exist under the controllability and observability assumptions. The resulting closed loop system is asymptotically stable [14].

In particular, if the matrices  $A, B, Q, R$  are constant (a time-invariant problem) the feedback gains are also constant  $\bar{G} = -R^{-1}B'K = cst$ , with  $K$  a steady state matrix, solution to the non linear algebraic Riccati equation:

$$0 = \bar{K}A + A'\bar{K} - \bar{K}BR^{-1}B'\bar{K} + Q, \quad (5)$$

In this case, the minimum value of the performance criterion is given in function of the arbitrary initial time  $t$  by [1]

$$J^*(t) = \frac{1}{2}x'(t)\bar{K}x(t) \quad (6)$$

For the tracking problem, the quadratic criterion is formulated so that the state must follow some non-zero reference quantities ( $r(t)$  in (1)), during the control time interval  $(t_f - t_0)$ .

When the period  $(t_f - t_0)$  is finite (finite time tracking problem) the solution can be generalized from the forgoing regulator results [14,15] as

$$u(t) = -R^{-1}B'K(t)x(t) + R^{-1}B'g(t) \quad (7)$$

where the vector  $g(t)$  must satisfy the differential equation

$$\dot{g}(t) = -[A - BR^{-1}B'K(t)]'g(t) - Qr(t) \quad (8)$$

with the boundary condition  $g(t_f) = 0$  for the case of a zero terminal cost.

However, as the control period becomes infinite, it is typical that the performance criterion (1) for the tracking problem diverges for any choice of control law, and the minimization problem is not well defined [15,21-24].

At this point, it is worth noting that also under the assumptions of controllability and observability, and by combining ideas of the overtaking optimality approach and linear optimal control theory, it is shown in [22-26] that a solution can be derived, but optimal in the "overtaking" sense. This solution involves feedback of the state as well as feedforward information about the tracked trajectory which must be continuous and bounded.

The overtaking optimal controller has, in general, similar

properties to the optimal tracker [26]. In particular, it provides constant feedback gains (for a time-invariant linear quadratic problem) i.e.

$$\bar{G} = -R^{-1}B'K = cst \quad (9)$$

and a special feedforward loop using the data-channel given by the vectorial function

$$g(t) = \int_t^{\infty} e^{(s-t)A'} Qr(s) ds, \quad \text{for } t \geq 0$$

Analysis of the above results reveals an important scheme of control, known in the literature as : preview controller [27]. The preview aspect is clearly obvious from the integral boundaries of the vector  $g(t)$ , i.e.  $[t, \infty)$ .

Note that for quadratic control problems (regulator or tracking) external deterministic inputs to the system  $v(t)$ , may also be considered

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Fv(t)$$

The optimization procedure in this case is substantially the same as that for the unperturbed cases (described above in (7)). Simply, the corresponding solution includes additional parts accounting for the disturbances (in the feedforward parts) [14,24] as

$$g(t) = -[A - BR^{-1}B'K(t)]'g(t) - Qr(t) + K(t)Fv(t)$$

It is clear that in general an optimal or good control can be fully achieved only if we are able to know what the dynamic system is doing (i.e. it is observable) and how we can possibly modify its behaviour (i.e. it is controllable).

Technically, by observability we mean the property of a system for which we can determine, within a finite time period, the value of the initial state by observation of the present system outputs, or the present state on the basis of future outputs [1,2,27,28]. When the system is time invariant the last property may be relaxed to the ability to determine the present state on the basis of past outputs [1,14,21].

The controllability means the property of a system which can be steered by a control input from any given state to any other within a finite time [1,2,21,27].

For linear control dynamic systems, controllability and observability are in fact dual concepts, i.e. results for one are just the transpose of the results for the other [1,14,21].

These concepts were introduced in the mid 1950s by R.E. Kalman to explain why the simple technique of pole-zero cancellation, in classical control, cannot succeed in the case of designing compensators for unstable systems. The cancellation meant here, is that which eliminates unstable poles ( i.e. poles in the right

half-plane) by zeros in the right half-plane.

In particular, Kalman showed that the problem of a non-minimum phase the pole-zero cancellation would be present even if the cancellation was perfect, because the resulting system would turn out to be uncontrollable [1].

When the control problem is time invariant, the controllability and observability assumptions required above on the system can be relaxed respectively to stabilizability (or reachability) and reconstructability (or detectability). In other terms, it is only required that the uncontrollable and unobservable modes of the system must be stable [1,14,21].

Notice that in a state space representation the different modes of a system can be determined by a matrix partition of the dynamic and output system equations [14].

## 1.2 OBSERVATION PROBLEM

State observation problem is often considered in a conjunction with dynamic system control cases.

In fact, asymptotic stability of linear optimal quadratic controllers can be guaranteed only under the assumption that all system states are available for feedback [14].

Since in practice not always the states are accessible to measurement, we often have to pursue one of the two following approaches.

In the first one we can search directly for new procedures that require fewer measurements, i.e. limited state feedback control scheme. But this will systematically yield to non-optimal cases. Particular examples can be found in the literature of LQR theory, such as the gradient search technique used in [29].

In the second approach, we often resort to an approximation of the state (an estimate) on the basis of available measurements [1,18,30,31]. If these measurements are noise free, there are in principle two solutions for the problem posed.

1- If the dynamics of the system to be observed are known, it is easy to build a model of the system which can have all the state variables directly measurable. So, even if the state variables of the plant (original system) are not accessible to measurements one can use instead the equivalent state variables of the model that we suppose submitted to the same input signal as the plant.

The main difficulty with this solution is that a precise knowledge of the system dynamics is not often possible in practice, or unrealistic, and the correct initial condition on the model must be found. Also, any disturbance input having an effect on the plant but not considered on the model may lead to harmful errors.

At this point, it worth noting that today with the help of sophisticated digital computers, some of the practical difficulties mentioned above could be alleviated by the use of recent adaptive techniques of control and identification. [28,30].

Another equivalent method to the above solution, consists of constructing the measured state variables from terms obtained by differentiating the output variables a number of times [1,30]. Nevertheless, this method is not often used because of the poor noise characteristics and the difficulty in constructing good differentiators [30].

2- As an alternative to the above techniques we find the well known methods of Luenberger and Kalman, widely employed today. In these methods the estimators are just filters having known inputs and gains which can be adjusted freely since there is no measurement or plant noise.

Thus, if the system is observable, with a measure given by  $y(t) = Cx(t)$ , an estimate  $\hat{x}$  can be generated by means of a device known as an observer, which is itself a linear dynamic system [1,14,28-31]

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + M(y(t) - C\hat{x}(t)) \quad (10)$$

The observer inputs are then the values of the inputs and the measured outputs from the original system. The observer state vector generates missing information about the state of the original system.

By use of the constructed state variables rather than their measured values one can often achieve acceptable performance. The construction process involves naturally an error

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad (11)$$

which we must force in general to zero; if it does we say that the observation is asymptotic.

State reconstruction may in some circumstances be even preferable to direct measurements, because the errors introduced by the instruments that generate these measurements may be larger than the errors of construction.

Notice that the main use of observers is in constructing the states that cannot be measured but are needed for feedback control implementation. So, the poles of the closed loop dynamic system must remain not altered by the observer introduction.

Hence, if in some cases the use of an observer influences the transient behaviour of the plant, it is clear that it will have no effect on the steady state regime of the system [6].

In general, the observer must be designed faster than the state regulator [28]. But in practice it is not advised to make the observer arbitrarily fast, without limit, by increasing the gains.

Sensitivity of the observer output to slight changes in the system dynamics becomes a serious problem for very fast observers. Also in this case noise level will be, unfortunately, much high [28].

Notice that the bandwidth and speed of response of an observer decrease as the system order goes higher [6,28]. Hence, a compromise in the design of observers may be found in reducing the system order.

One possible approach for the problem consists of splitting the system to be observed into two or more connected subsystems and hence observers for these subsystems will be easier to construct than observers for the system as a whole [28,30]. Notice that observers designed in that way are still with full-order, i.e they have the same order as their corresponding subsystems, and hence called partial observers. They are different in structure with the reduced-order observers which are often designed to eliminate certain redundancy encountered sometimes in the full-order observers.

In fact, the full-order-observer may possess a certain degree of redundancy by construction of all the state variables of the original system, even though those variables which are known precisely.

With respect to the process and observation noise, optimisation of observers is often considered to yield optimum systems, known as Weiner or Kalman and Bucy filters.

Also, in a randomly disturbing environment the observation procedure is an estimation task, i.e. uncertain, and therefore the problem must be approached with a stochastic technique.

## 2. STOCHASTIC APPROACH

### 2.1 CONTROL PROBLEM

In practice, it is seldom that control systems are designed for one deterministic external input. Therefore it is more convenient to optimize the average system behaviour for a wide range of random disturbances, known by their statistical properties, rather than to consider the deterministic system optimization [1,14,31-36].

Also, physical systems are rarely exact, i.e. they are often uncertain, and therefore they must themselves be modelled by some form of random process.

Furthermore, whether or not all the states are accessible to measurements, they are in reality often affected, to some extent, by random noises.

Thus, to deal with observation and control problems subjected to random processes we often resort to a stochastic approach, in particular, the linear stochastic control theory [31-34,37,38].

The latter technique is a very useful design method and includes several characteristics desirable in a technique of feedback systems.

In the framework of the linear stochastic optimal control and estimation problem, the random external disturbances must be white noise gaussian processes or may be reduced to these by filtering [1,33,38]. Some LQG results extensions are also examined in [35,36,39] to cover problems with non-gaussian processes.

Optimal stochastic control laws for linear dynamic systems can be derived using the results of the Separation Theorem [1,14,33,37]. The latter states that the control and estimation problems may be treated separately for a standard stochastic linear regulator problem given by the equations

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Fv(t) \quad (12)$$

$$J = E \left( \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} [u' Ru + x' Qx] dt \right) \quad (13)$$

where  $E$  denotes the expectation operator and  $v(t)$  a vector of white noise processes with zero mean and spectral density  $V$ .  $x(t_0)$  are stochastic initial state conditions (assumed not correlated with the gaussian process  $v(t)$ ) and satisfying

$$E[v(t_2)v'(t_1)] = V(t) \delta(t_2 - t_1), \quad E[x(t_0)x'(t_0)] = Q_0, \quad E[v(t_0)x'(t_0)] = 0,$$

where  $\delta$  is the Dirac delta function and  $x(t_0)$  is a random variable.  $V$ , and  $Q_0$  are the positive intensity of the random processes:  $v$ ,  $x(t_0)$ .

By virtue of the Separation theorem and in the case where all the state variables are available for feedback, the minimization of the quadratic performance criterion (13) for the linear dynamic system described by (12), is achieved using the optimal deterministic control (3), ignoring the disturbances.

The minimum value of the criterion is given by

$$J^*(t_0) = \frac{1}{2} \text{tr} \left[ K(t_0) Q_0 + \int_{t_0}^{t_f} FVF'K(s) ds \right] \quad (14)$$

With  $K(t)$  is still the solution to the Riccati equation (4) and where 'tr' denotes the trace of a matrix.

We may see that the minimal value of the performance criterion in the stochastic case is greater than (6) (for an arbitrary initial time  $t_0$ ) of the deterministic problem [1,14,33].

In the infinite time regulator case, i.e.  $(t_f - t_0) \rightarrow \infty$ , the contribution of the initial conditions is finite, fixed at

$$E[x'(t_0) \bar{K}x(t_0)] = \text{tr}(\bar{K}Q_0)$$

Where  $\bar{K}$  is the solution to the algebraic Riccati equation (5). However, the contribution of the integral will become in general infinite, as  $(t_f - t_0) \rightarrow \infty$ , i.e.

$$E\left[\int_{t_0}^{t_f} FVF' \bar{K} ds\right] \approx t_f [ (t_f - t_0) FVF' \bar{K} ]$$

This shows that as  $(t_f - t_0) \rightarrow \infty$ , the criterion asymptotically increases with the  $(t_f - t_0)$  at the rate  $tr(FVF' \bar{K})$ . Hence it is more meaningful [1] to refer to the "asymptotic cost rate":

$$\bar{J} = tr(FVF' \bar{K}) \quad (15)$$

The validity of the Separation theorem and the possibility of decoupling the problem into two parts are essentially due to the linearity of the system and the fact that the random disturbances are white noise processes of zero mean [30].

It is worth noting that for a quadratic tracking problem, the optimization process will be substantially the same as for the regulator case treated above. Simply, the corresponding solution will include additional parts accounting for the tracked trajectory [14, 40].

As in the deterministic case, the stochastic optimal controller needs all the states for feedback. If the states variables are not measurable or their measurements are noisy then an estimation issue has to be considered.

## 2.2 ESTIMATION PROBLEM

In the optimal estimation problem we are often concerned with the design of optimal filters or state estimators for systems subjected to random disturbances. Here, the optimality is sought in the sense of minimising the variance of the error between the real state value and its estimate [1, 6].

To solve the estimation problem in the time domain, the technique of Kalman filtering is well appropriated.

For a linear dynamic system described by the equations

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(t)x(t) + B(t)u(t) + F(t)v(t) \\ y(t) &= C(t)x(t) + w(t) \end{aligned} \quad (16)$$

the method aims to determine the best estimate of the state  $x(t)$  (of dimension  $n$ ) when the observation vector is  $y(t)$  (dimension  $m$ ).

$u(t)$  the input vector of dimension  $q$ ,  $v(t)$  and  $w(t)$  are the noise vectors at the input and output of the system of dimension  $q$  and  $m$  respectively.

Here, the noise vectors are assumed white gaussian processes, known by theirs covariances matrices:

$$\begin{aligned} E[v(t_2)v'(t_1)] &= V \delta(t_2 - t_1), & E[w(t_2)w'(t_1)] &= W \delta(t_2 - t_1), \\ E[v(t_2)w'(t_1)] &= X \delta(t_2 - t_1), & E[v(0)\bar{x}'(0)] &= 0, & E[w(0)\bar{x}'(0)] &= 0, \\ E[\bar{x}(0)\bar{x}'(0)] &= Q_o, & E[x(0)] &= m_o, & \bar{x}(0) &= x(0) - m_o \end{aligned}$$

where  $V$ ,  $W$ ,  $X$  and  $Q_o$  are the positive intensities of the random processes:  $v$ ,  $w$ , their correlation and the initial condition  $x(0)$ .

From mathematical point of view, it is worth noting that the kalman filtering problem is the dual of the linear deterministic quadratic case. Thus, several properties of the Kalman and Bucy filter, i.e. the optimal observer, can be derived from the corresponding ones of the linear optimal controller [1,6].

In particular, we notice that the Riccati equation (21) of the estimation problem is just the time-reversed equation for the control problem, see (4).

The differential equation (4) which holds for the control problem has to be solved backwards in time from given terminal condition, whereas that (21) corresponding to the estimation problem must be computed forwards in time, from given initial condition  $P_o$ .

It is clear that by the duality property the same computer programs can be used to solve both the estimation filter and the deterministic controller. A such flexibility in a computer simulation is always very appreciated. So, Kalman filter can be easily implemented in real time [41].

Nonetheless, in some cases the implementation process may encounter difficulties if the solution to the Riccati equation (21) turns out not to be symmetric or positive definite. This issue often arises in the presence of round-off errors; mainly in the case where several repeated arithmetical operations are involved in the computation process.

To circumvent the above difficulties, note that recent algorithms have been elaborated [6]. In these it is proposed to find either some factorised forms for the covariance matrices (factorisation algorithms) or a way for reducing the amount of computation (Fast filtering algorithms) [6].

Notice also, that since the Kalman filter is the dual of the LQR controller the property of robustness to parameter changes of the deterministic optimal control applies to the Kalman filter. In other words, likewise the LQR controller the filter of Kalman is unsensitive to changes in the nominal model parameters of the system whose state is being estimated [33,41].

However, the stochastic linear optimal controller has no automatic guaranteed stability features of the optimal deterministic one [41].

The guaranteed stability margins of the optimal deterministic control and Kalman filter can apply to linear quadratic Gaussian controller, at the input and output of the physical system, only under the restrictive assumption that the system embedded within the Kalman filter is always the same as the true system (but this is not realistic) [1,41].

The minimum value of the LQG problem which includes an optimal state estimation, is given [1] by

$$J^*(t_o) = \frac{1}{2} \text{tr} \left[ K(t_o) Q_o + \int_t^{t_f} \bar{F} V F' K(s) ds + \int_t^{t_f} G' R G P(s) ds \right]$$

The best (or optimal) estimation is defined here with regard to the criterion of the minimal conditional variance, i.e. (in a discrete form),

$$E[\|x_k - \hat{x}\|^2 / [y_o, y_1, \dots, y_t]] \quad (17)$$

In a continuous-time form, Kalman defined the state estimate  $\hat{x}$  as the conditional mean of  $x$ , given the observation data  $y(\tau)$  for  $\tau \leq t$ , i.e.:

$$\hat{x}(t) = E[x(t) / y(\tau), \tau \leq t] \quad (18)$$

Notice that  $\hat{x}$  is often called "minimum variation" since it minimises the error:  $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ .

If the covariance matrix of the error is

$$E[e(t)e'(t)] = P \cdot \delta(t-t_0) \quad (19)$$

then, it is established in [1,6] that the optimum kalman and Bucy filter gain is given by

$$M = (PC' + FX) W^{-1} \quad (20)$$

for a non-singular  $W$ , and where  $P$  is the solution of the variance equation

$$\dot{P}(t) = \bar{A}P + P\bar{A}' - PC'W^{-1}CP + F\bar{V}F' \quad (21)$$

where

$$\bar{A} = A - FXW^{-1}C, \quad \bar{V} = V - XW^{-1}X'$$

Notice that if all matrices on the right hand side of (21) are constant then a constant steady state solution may exist and given by

$$0 = \bar{A}P + P\bar{A}' - PC'W^{-1}CP + F\bar{V}F' \quad (22)$$

This algebraic Riccati equation has a unique positive define solution if the pair  $[\bar{A}, C]$  is observable and the pair  $[\bar{A}, F\bar{V}^T]$  is controllable.

The difference between the expected observation ( $\hat{y}(t) = C\hat{x}(t)$ ) and the actual observation ( $y = Cx + w$ ), i.e.  $r(t) = y(t) - \hat{y}(t)$  or  $r = Ce + w$ , is called "Innovations process".

It is often used in testing the optimality of estimators. In that it must be gaussian white noise processes and having the spectral density  $W$  of the observation noise, if the observer under consideration is a Kalman filter [1].

In using the modern optimal approach with linear systems in which the disturbance input and observation noises are Gaussian white processes, the linear Kalman filter is the best of all possible filters, linear or non-linear [1].

The Kalman filter is completely independent of the performance criterion (13), but it has the same order as the dynamic system (12) [1,6].

The second integral stands for the measurement noise cost and involves both the optimal gain matrix  $G$  and the covariance matrix  $P$  of the optimum filter .

Notice that when the control period is infinite, i.e.  $(t_f - t) \rightarrow \infty$ , it is more meaningful to use, similarly as above (15), the asymptotic cost rate

$$\bar{J} = \text{tr} [\bar{F} \bar{V} \bar{F}' \bar{K} + \bar{G}' \bar{R} \bar{G} P]$$

where the contribution of the initial condition is omitted and  $\bar{K}$ ,  $\bar{G}$  and  $\bar{P}$  are the constant solutions to the steady state control and variance equations (5) and (22), respectively.

Note that in the linear stochastic problems the observation noise  $w(t)$  may not always be gaussian white processes and hence to apply the kalman filter results one has to reduce first the coloured noises  $w(t)$  into white processes by filtering [1,32,33]. The task is often called a "whitening procedure", which may be performed by methods such as Weiner analysis or Kalman and Bucy filter technique [6].

We remark from [6,32] that the Weiner analysis is based on the solution of an integral equation (Weiner-Hopf equation) which involves the correlation functions of the signal and the background noise. It is a non-recursive method requiring previous knowledge (or stored estimates) of the correlation matrix of the random processes being considered. It has seldom analytical results for realistic problems [32,33]. In contrast, the Kalman and Bucy filter is much easier to implement and its contribution to the achievement of the optimal control scheme is well established through the separation theorem.

Also, since the Weiner filter results are essentially expressed in terms of transfer functions or impulse responses, their use in a state space framework is inherently limited and therefore the Weiner-Hopf technique has naturally been supplanted by Kalman and Bucy filtering which has made easy the recursive resolution of the estimation and filtering problems [1].

### 3. CONCLUSIONS

Today, modern control theory has made a drastic impact on the control engineer thinking.

With use of the state space system representations there exist in principle no longer problem in working on systems of specified nature (economic, social or technological).

The optimal control theory results have been employed with brilliant success in a wide range of important high-technology projects such as the notable U.S. Apollo program.

The continuous time results of the optimal linear control and estimation techniques, reviewed in the present paper, possess in

the literature well established discrete versions [14,16,18,21,33,42]. They have even been extended to the case of polynomial [42] and non-linear system cases [43].

Also, the experience of the two last decades has shown that the stochastic linear optimal control theory is a very powerful technique too in the design of modern control systems [44-46]. It has overcome several of the optimal control theory shortcomings. In particular, it has shown better distinction between the open and closed loop systems, mainly when there are external inputs [33]. However, this method should not be considered as a strict recipe which can be used blindly, but as procedure dependent and often experience dependent.

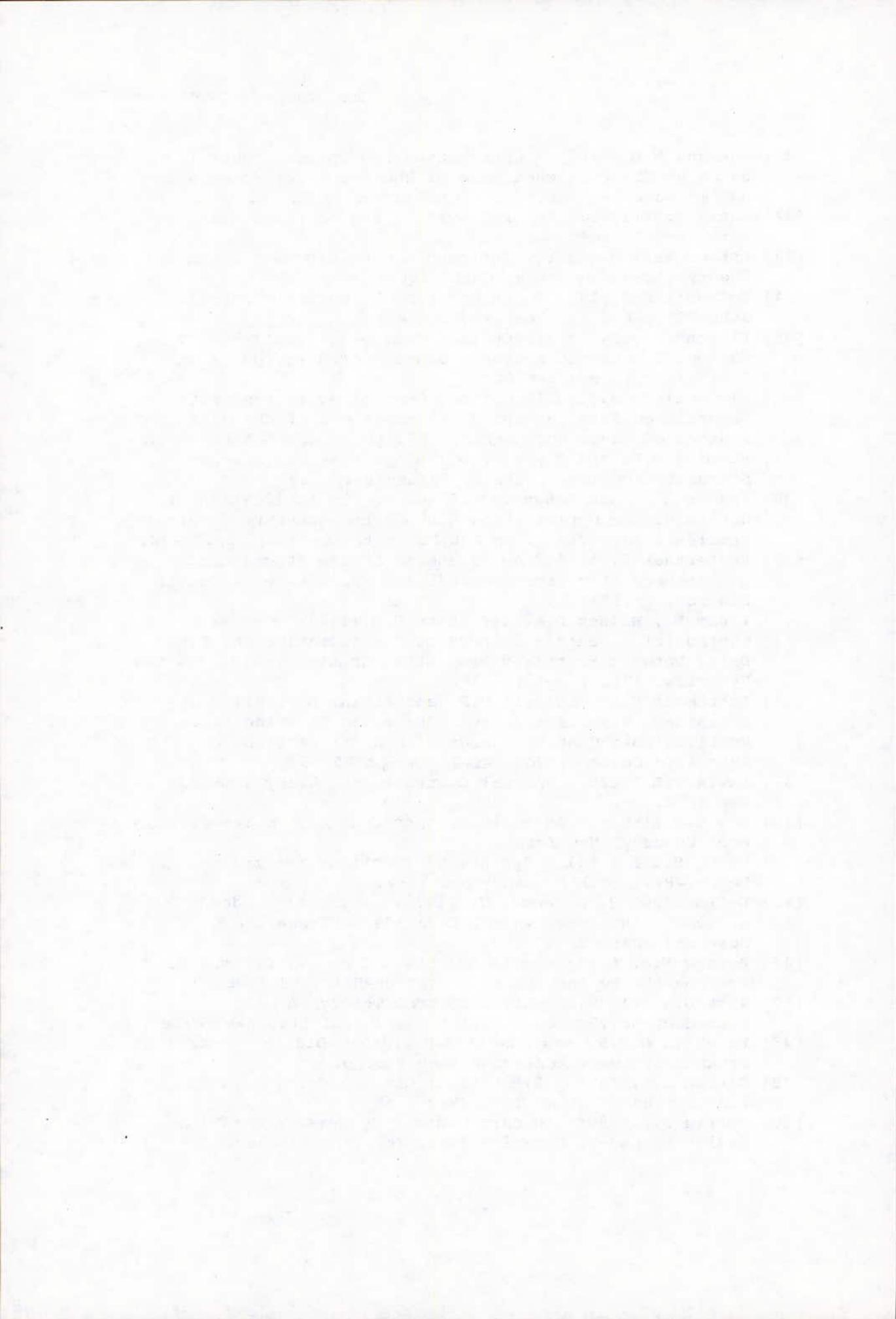
Deterministic and stochastic optimal control methods will provide a good chance of success when applied intelligently [47-50].

#### REFERENCES

- [01] Friedland B.(1987). Control System Design.  
(An Introduction to State Space Methods). McGraw-Hill Book Company, New York.
- [02] D'Azzo J.J and Houpis C.H.(1981). Linear Control System Analysis and Design (Conventional and Modern). McGraw Hill Book Company, New York.
- [03] Boudarel R., Delmas J. et Guichet P.(1968). Commande Optimale des Processus. Tome 2: Programmation Non-Lineaire et ses Applications. Dunod, Paris.
- [04] Naslin P.(1969). Theorie de la Commande et Conduite Optimale. Dunod, Paris.
- [05] Johnson M.A. and Grimble M.J.(1987). Recent trends in linear optimal quadratic multivariable control system design. IEE Proc. Vol.134, Part D, No.1, pp.53-71.
- [06] Borne P., Dauphin-Tanguy G., Richard J.P., Rattella F. et Zambettakis I. (1990). Commande et Optimisation des Processus. Editions Technip, Paris.
- [07] Distefano J.J., Stubberud A.R. and Williams I.J.(1967) Feedback and Control systems: Theory & Problems. Schaum, McGraw-Hill Book Company.
- [08] Van De Vegte J.(1986). Feedback Control Systems. Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey.
- [09] Chen C.T.(1975). Analysis and Synthesis of Linear Control Systems. Holt, Rinehart and Winston Inc.
- [10] Fortmann T.E. and Hitz K.L.(1977). An Introduction to linear Control Systems. Marcel Dekker Inc., New York.
- [11] Athans M.(1971). On the Design of P-I-D Controllers using Optimal Linear Regulator Theory. Automatica, 7, pp.643-647
- [12] Chih Y.P. and Chen C.J.(1974). On the weighting Factors of the Quadratic Criterion in Optimal Control. Inter. Journal of Control, 1974, 19 (5), pp.947-955.
- [13] Houpis C.H. and Constantinides C.T.(1972). Functional Relationships Between the Conventional Steady-State Error

- Characteristics and the Weighting Matrices in the Quadratic Performance Index. International Journal of Control, 15(6), pp.1147-1156.
- [14] **Kwakernaak H. and Sivan R.**(1972). Linear Optimal Control Systems. Wiley-Interscience, New York.
  - [15] **Athans M. and Falb P. L.**(1966). Optimal control (An Introduction to the Theory and its Applications). McGraw-Hill Book Company, New York.
  - [16] **Bryson A.E. Jr. and Ho Y.C.**(1975). Applied Optimal Control, Optimization, Estimation and Control. Wiley, New York.
  - [17] **Soroka E. and Shaked U.**(1984). On the Robustness of LQ Regulators. IEEE Trans. on Aut. Control, 29(7), pp.664-665.
  - [18] **Kuo B.C.**(1980). Digital Control Systems. Holt-Saunders International Editions.
  - [19] **Dorf R.C.**(1967). Modern Control Systems. Addison Wesley Publishing Company Inc., Philippines.
  - [20] **Anderson B.D.O. and Moore J.B.**(1989). Linear Optimal Control. Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New York.
  - [21] **Anderson B.D.O. and Moore J.B.**(1981). Detectability and Stabilizability of Time-Varying Discrete-Time Linear Systems. SIAM Journal of Control and Optimization, 19, pp.20-32.
  - [22] **Artstein Zvi and Leizarowitz Arie** (1985). Tracking Periodic Signals with the Overtaking Criterion. IEEE Transactions on Automatic Control, AC-30, No.11, pp.1123-1126.
  - [23] **Leizarowitz A.**(1986). Tracking nonperiodic trajectories with the overtaking criterion. Applied Mathematics and Optimization, Springer-Verlag, New York, 14, pp.155-171.
  - [24] **Louam N.**(1992). Overtaking optimality approach for solving the Linear infinite-time tracking problem with external inputs. Colloque sur les Méthodes et Outils d'Aide à la Décision (MOAD'92), Université de Béjaia.
  - [25] **Louam N.**(1990). The application of the linear optimal control theory to the design of active automotive suspensions. Ph.D Thesis, University of Leeds, U.K.
  - [26] **Louam N., Wilson D.A. and Sharp R.S.**(1992). Optimization and performance enhancement of active suspension for automobiles under preview of the road. Vehicle System Dynamics, 21(1), pp.39-63.
  - [27] **Louam N.**(1994). Commande pré-informée. Algerian Journal of Technology (AJOT), No.10 (1), Series B&C, ENP d'Alger.
  - [28] **Bühler H.**(1988). Conception de Systèmes Automatiques. Presses Polytechniques Romandes. Lausanne.
  - [29] **Wilson D.A., Sharp R.S and Hassan S.A.**(1986). The Application of Linear Optimal Control Theory to the Design of Active Automotive Suspensions. Vehicle System Dynamics, 15, pp.105-118.
  - [30] **Sage A.P.**(1968). Optimum Systems Control. Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey.

- [31] **Newmann M.M.**(1969). Optimal and Sub-Optimal Control using an Observer when some of the state variables are not measurable. Int. Jour. of Control 9(3), pp281-290.
- [32] **Banks S.P.**(1986). Control systems engineering. Prentice-Hall. New Jersey.
- [33] **Astrom Karl J.**(1970). Introduction to Stochastic Control Theory. Academic Press, Cambridge.
- [34] **McCausland I.**(1969). Introduction to Optimal Control. John Wiley & Sons, Inc. New Jersey.
- [35] **Florentin J.J.**(1961). Optimal Control of Continuous Time, Markov, Stochastic systems. Journal of Electronics and Control, 10, pp.473-488.
- [36] **Florentin J.J.**(1963). Optimal Control of Systems with Generalized Poisson Inputs. Transactions of the ASME, Journal of Basic Engineering, 85, (D), pp.217-221.
- [37] **Fleming W.H. and Rishel R.W.**(1975). Deterministic and Stochastic Optimal Control. Springer-Verlag.
- [38] **Kramer L.C. and Athans M.**(1974). On the Application of Deterministic Optimization Methods to Stochastic control Problems. IEEE Trans. on Aut.Control, AC-19(1), pp.22-30.
- [39] **Kwakernaak H.**(1974). An Extension of the Stochastic Linear Regulator Problem. IEEE Transactions on Automatic Control, pp.121-123.
- [40] **Louam N., Wilson D.A. and Sharp R.S.**(1988). Optimal Control of a Vehicle Suspension Incorporating the Time Delay between Front and Rear Wheel Inputs. Vehicle System Dynamics, 17(6), pp.317-336.
- [41] **Lehtomaki N.A., Sandell N.R. and Athans M.**(1981). Robustness Results in Linear Quadratic Gaussian Based Multivariable Control Designs. IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-26(1), pp.75-93.
- [42] **Lewis F.L.**(1986). Optimal Control. John Wiley & Sons, New York.
- [43] **Ray W.H.**(1981). Advanced Process Control. McGraw-Hill Book Company, New York.
- [44] **Chang S.S.L.**(1961). Synthesis of optimum control systems. McGraw-Hill Book Company, New York.
- [45] **De Larminat P. & Thomas Y.** (1977). Automatique des systèmes linéaires. Vol.3, Commande., Flammarion Sciences, Paris.
- [46] **Astrom K.J. & Wittenmark B.**(1984). Computer Controlled Systems-Theory and Design. Prentice-Hall, New Jersey.
- [47] **Kirk D.E.** (1970). Optimal Control Theory (An Introduction).Prentice-Hall Inc. Engl.Cliffs, New Jersey.
- [48] **Franklin G.H.F. and Powell J.D.**(1980). Digital Control of Dynamic Systems. Addison-Wesley Pub.Co.
- [49] **Citron J.S.**(1969). Elements of Optimal Control. Holt, Rinehart and Winston Inc., New York.
- [50] **Borrie J.A.**(1986). Modern Control Systems (A manual of design Methods). Prentice-Hall, Inc., New Jersey.



**ON THE IMPLEMENTATION OF DISCRETE OPTIMAL CONTROLLERS  
FOR ACTIVE AUTOMOTIVE SUSPENSION SYSTEMS**

Dr. LOUAM Nadjib, Associate Professor  
Dpt. of Electronics, Ecole Nationale Polytechnique  
Hacen Badi, Av. Pasteur 16200, EL-HARRACH, ALGERIA

**ABSTRACT**

Some practical aspects related to the implementation of optimal controllers for active automotive suspension systems are considered.

The vehicle model chosen is that corresponding to a half car in which the problem of the correlation between front and rear wheel inputs is posed.

A conceptual representation of the road data processing is analyzed.

Also, since in practice it is very difficult to measure the body position relative to the road surface we have studied the feasibility of this measurement relative to the wheel axle which is much easier. The results obtained are tested in a computer simulation.

They are very encouraging for further investigations on more practical issues.

**RESUME**

Quelques aspects relatifs à l'implémentation de la commande optimale pour une suspension active d'un véhicule sont étudiés. Le modèle choisi est celui qui correspond à la moitié d'une automobile où le problème de la corrélation entre les entrées de perturbation aux deux roues est posé.

Une représentation schématique de la procédure de traitement de l'information reçue à la roue avant est analysée.

Aussi, comme en pratique il est très difficile de mesurer la position du châssis par rapport au sol nous avons étudié la faisabilité de cette mesure par rapport à l'axe de la roue qui présente en pratique plus d'avantage. Les résultats obtenus sont testés par une simulation numérique. Ils s'avèrent très concluants et encouragent la considération d'autres études de cas pratiques.

## 1. INTRODUCTION

Many interesting results have been derived in the last decade for the design of active automotive suspension systems [1-3]. Most of them concern the theoretical aspects of the problem.

Some practical considerations have been examined in [3,4] but only on a simple model of a quarter-car.

So, it is highly recommended that the investigations on active suspension performance capabilities should be carried out on more realistic vehicle models [2,3].

In our contribution, we first reconsider on the basis of the optimal results found in [1], on a half car model, some of the practical aspects examined in [3] for the quarter car case.

Second, conceptual representations of the road data processing are presented. The later are required in the generation of optimal results incorporating the effect of the time delay between front and rear wheel inputs.

We remind that the theoretical results in [1] are derived by applying the stochastic linear optimal control theory to the half car problem.

The suspension was optimised with respect to ride comfort, road holding and working space of the suspension under the assumption of full state information. In the present paper we also examen the possibility of measuring the necessary body position feedback, relative to the wheel axle rather than to the road surface.

## 2. VEHICLE PROBLEM FORMULATION

The vehicle model considered is the same as that in [1], Fig.1 It represents half of a vehicle in which the two sides are supposed condensed into the central plane of symmetry. Hence,  $\mathbf{M}$  is half the rigid body mass and  $\mathbf{J}$  is the half the pitch moment of inertia about the centre of gravity.

The front and rear wheels are represented, respectively, by the unsprung masses  $\mathbf{M}_1$  and  $\mathbf{M}_3$ , which are connected to the sprung body mass  $\mathbf{M}$  through ideal actuators.

The later develop control forces  $\mathbf{u}_1$  and  $\mathbf{u}_3$  at the front and rear respectively, assumed to be applied equally and oppositely to the body and the axles.

As in [1-3], we suppose that the rolling tyres, represented by linear springs of radial stiffness  $\mathbf{h}_1$  (front) and  $\mathbf{h}_3$  (rear), are in a permanent contact with the road surface.

Under the vertical components of the road excitations,  $\mathbf{x}_a$  (at front) and  $\mathbf{x}_b$  (at rear), the unsprung masses  $\mathbf{M}_1$  and  $\mathbf{M}_3$  can only perform vertical displacements,  $\mathbf{x}_1$  and  $\mathbf{x}_3$  respectively, from the initial equilibrium position.

The sprung mass  $\mathbf{M}$  can undergo heave and pitch motions only, described either by vertical displacements  $\mathbf{x}_2$  and  $\mathbf{x}_4$ , of the body support points, or the heave displacement  $Z_0$  and pitch angle  $\beta$ , from the initial equilibrium positions.

By considering the vehicle model is linear and time invariant [1,2] the differential equations describing the system are

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{Ax}(t) + \mathbf{Bu}(t) + \mathbf{D}_o w_o(t), & \mathbf{x}(0) &= 0 \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{Cx}(t) \end{aligned} \quad (1)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{h_1}{M_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-h_3}{M_3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -\frac{1}{M_1} & 0 \\ a & b \\ 0 & \frac{-1}{M_3} \\ b & c \end{bmatrix}, \quad D_o = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{h_1}{M_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{h_3}{M_3} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad a = \left( \frac{1}{M} + \frac{d_1^2}{J} \right), \quad b = \left( \frac{1}{M} - \frac{d_1 d_2}{J} \right), \quad c = \left( \frac{1}{M} + \frac{d_2^2}{J} \right), \quad u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_3 \end{bmatrix}, \quad w_o = \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \end{bmatrix}$$

The system model has four degrees of freedom with the eight state variables:

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 = \dot{x}_1, x_6 = \dot{x}_2, x_7 = \dot{x}_3, x_8 = \dot{x}_4$$

In motion, the front and rear wheels are assumed submitted respectively to the disturbance inputs  $x_a$  and  $x_b$  which are considered to be the same except for the time delay  $\Delta = d/V$ , i.e.  $x_b(t) = x_a(t-\Delta)$ , where  $d$  is the wheel-base and  $V$  the vehicle speed.

As in [1-4], the major goal assigned to the active suspension is the minimization of the passenger accelerations ( $\ddot{x}_2, \ddot{x}_4$ ) at the body support points, the tyre dynamic tyre deflections (measured by the quantities  $(x_1 - x_a)$ , and  $(x_3 - x_b)$ ) under the constraints imposed by the demand for the working spaces which are proportional to  $(x_1 - x_2)$ , and  $(x_3 - x_4)$ .

The forces  $u_1, u_3$  are proportional to the passenger accelerations. So this goal can be expressed in a quadratic index, from [1] as

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_o^\infty [q_1(x_1 - x_a)^2 + q_2(x_1 - x_2)^2 + q_3(x_3 - x_b)^2 + q_4(x_3 - x_4)^2 + p_1 u_1^2 + p_3 u_3^2] dt$$

in which  $q_1, q_2, q_3, q_4, p_1, p_3$  are weighting factors.

$$\text{In an equivalent matrix form we have:} \quad \Pi = \frac{1}{2} \int_o^\infty [(x - r)' Q (x - r) + u' R u] dt \quad (2)$$

in which the prime ('') denotes the vector or matrix transpose,

$$R = \begin{bmatrix} \rho_1 & 0 \\ 0 & \rho_3 \end{bmatrix}, \quad Q_i = \begin{bmatrix} q_1 + q_2 & -q_2 & 0 & 0 \\ -q_2 & q_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_3 + q_4 & -q_4 \\ 0 & 0 & -q_4 & q_4 \end{bmatrix}, \quad r_o = \begin{bmatrix} x_a \\ x_a \\ x_b \\ x_b \end{bmatrix}$$

$$Q = C' Q_i C, \quad r' = [r'_o, 0, 0, 0, 0]$$

As in [1], we assume the road surface inputs  $x_a$  and  $x_b$  are integrated white noises [1-3] satisfying the properties

$$\dot{x}_a(t) = v(t), \quad \dot{x}_b(t) = v(t-\Delta), \quad \text{with} \quad \mathbb{E}[v(t_2)v'(t_1)] = \alpha V \delta(t_2 - t_1)$$

where  $\mathbb{E}$  is the expectation operator,  $\delta$  is the Dirac delta function,  $\alpha$  road roughness constant and  $V$  the vehicle speed. So with  $X = x - r$ , equation (1) becomes

$$\begin{aligned} \dot{X}(t) &= AX(t) + Bu(t) + D_{11}v(t) + D_{12}v(t-\Delta) \\ D_{11} &= [-1, -1, 0, 0, 0, 0, 0]', \quad D_{12} = [0, 0, -1, -1, 0, 0, 0]' \end{aligned} \quad (3)$$

The criterion (2) yields:

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_0^\infty [X' Q X + u' R u] dt \quad (4)$$

Thus, the problem given by (3) and (4) is a standard stochastic linear optimal control problem.

To make use of the optimal results found in [1], the discrete version of the continuous-time problem stated above is considered in the next section.

### 3. DISCRETE-TIME OPTIMAL CONTROLLER

For a sampling time  $T$ , we assume that the control input  $u(t)$  remains constant over the interval  $kT \leq t \leq (k+1)T$ , at the value  $u(k)$ . Also, we suppose that the time delay  $\Delta$  can be expressed as an integer multiple of the sampling period  $T$ , i.e.  $\Delta = mT$ .

Hence, the discrete system equation corresponding to (3) is

$$X[(k+1)T] = FX(kT) + Gu(kT) + W_1(kT) + W_2[(k-m)T] \quad (5)$$

For convenience, the explicit reference to  $T$  will be dropped in expressing the vectors  $X(k)$ ,  $u(k)$ , and  $W(k)$ . Thus we have

$$F(T) = e^{AT}, \quad G(T) = e^{AT} \int_0^T e^{-As} B ds,$$

$$W_1(k) = e^{AT} \int_0^T e^{-As} D_{11} v(s+kT) ds, \quad W_2(k) = e^{AT} \int_0^T e^{-As} D_{12} v(s+kT) ds.$$

The vectors  $W_1$  and  $W_2$  are white noise processes satisfying

$$\mathbb{E} \left[ \begin{bmatrix} W_1(k) \\ W_2(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_1'(l) & W_2'(l) \end{bmatrix} \right] = \bar{W} \cdot \delta_{kl}$$

Notice that  $\bar{W}_{ij}$  (submatrices of  $\bar{W}$ ) can be written from [5] as

$$\bar{W}_{ij} = \alpha V \int_0^T e^{Ar} D_{1i} D_{1j} e^{A'r} dr, \quad i, j = 1, 2. \quad \delta_{kl} = 1 \text{ if } k=l \text{ & 0 otherwise}$$

As in [1], the input correlation between front and rear wheels is modeled as follows:

$$z_i(k) = W_2[k-(m-i+1)], \quad \text{for } i=1,m. \quad \text{or} \quad z(k) = [z_1(k), z_2(k), \dots, z_m(k)]' \quad (6)$$

where  $z_i(k)$  are the discrete information measured directly from the front wheel inputs.

In a matrix form we obtain

$$\begin{aligned} z(k+1) &= Dz(k) + EW_2(k) \\ W_2(k-m) &= Hz(k) \end{aligned} \quad (7)$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & I & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & I \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ I \end{bmatrix}, \quad H = [I, 0, \dots, 0]$$

Each element of the matrices  $D, E, H$  is either an identity or zero  $8 \times 8$  matrix. Thus,  $D$  has  $8 \times m$  rows and  $8 \times m$  columns.

Augmenting the system (5) by (7) we obtain

$$\begin{bmatrix} X(k+1) \\ z(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F & H \\ 0 & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X(k) \\ z(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_1(k) \\ W_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G \\ 0 \end{bmatrix} u(k) \quad (8)$$

The discrete performance criterion corresponding to (4) is

$$\Pi_r = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{(n+1)} E \left[ \sum_{k=0}^n \{ X'(k) Q_o X(k) + 2X'(k) S_o u(k) + u'(k) R_o u(k) \} \right] \quad (9)$$

$$Q_o(T) = \int_0^T e^{A's} Q e^{As} ds, \quad R_o(T) = \int_0^T [R + \Psi'(s) Q \Psi(s)] ds, \quad S_o(T) = \int_0^T e^{A's} Q \Psi(s) ds, \quad \Psi(t) = \int_0^t e^{As} B dt$$

The augmented discrete criterion corresponding to (9) is

$$\Pi_r = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{(n+1)} E \left[ \sum_{k=0}^n \{ [X', z'] \begin{bmatrix} Q_o & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} [X] + 2[X', z] \begin{bmatrix} S_o \\ 0 \end{bmatrix} u + u' R_o u \} \right] \quad (10)$$

Now, the discrete vehicle tracking problem consists of finding the optimal control law which minimizes the performance criterion (10) for the dynamic augmented system given by (8). This problem is solved in [1] and the optimal solution to it is found to be:

$$u^*(k) = -[K_1, K_2] \begin{bmatrix} X(k) \\ z(k) \end{bmatrix} \quad (11)$$

where the state feedback gains are

$$\begin{aligned} K_1 &= [G' P_{11} G + R_o]^{-1} [G' P_{11} F + S_o'], \\ K_2 &= [G' P_{11} G + R_o]^{-1} [G' P_{11} H + G' P_{12} D]. \end{aligned} \quad (12)$$

with  $P_{11}$  and  $P_{12}$  are the solutions to the discrete algebraic Riccati equations:

$$\begin{aligned} P_{11} &= F'P_{11}F + Q_o - [F'P_{11}G + S_o]K_1, \\ P_{12} &= [F' - K_1'G'][P_{11}H + P_{12}D] \end{aligned} \quad (13)$$

Using  $F_c = F - GK_1$ , it is shown in [1] that the matrix  $P_{12}$  can be expressed in terms of  $P_{11}$  as follows:  $P_{12} = [F_c', (F_c^2)', \dots, (F_c^m)']P_{11}$

Finally, the discrete optimal control can be expressed as

$$u^*(k) = -K_1X(k) - LP_{11}z_1(k) - LF_c'P_{11}z_2(k) - \dots - L(F_c^{m-1})'P_{11}z_m(k) \quad (14)$$

with  $L = [G'P_{11}G + R_o]^{-1}G'$ .

Thus, the expression (14) involves feedback of the state  $X$  as well as processed road information  $z(k)$  measured directly under the front wheels.

So, we may consider that this optimal solution is formed of two parts:

$$\text{-State feedback controller: } u_b^*(k) = -K_1[x(k) - r(k)] \quad (15)$$

$$\text{-Feedforward controller: } u_p^*(k) = -K_2z(k) \quad (16)$$

Some practical considerations related to the implementation of these two controllers are examined in the following sections.

#### 4. OPTIMAL AND SUBOPTIMAL STATE FEEDBACK CONTROLLERS

Since the system model of Fig.1 is assumed linear, then using the approach adopted in [3] for the quarter-car case, it is easy to show that  $u_b^*(k)$  can be written as

$$u_b^* = \begin{bmatrix} u_{b1} \\ u_{b3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} & K_{15} & K_{16} & K_{17} & K_{18} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} & K_{35} & K_{36} & K_{37} & K_{38} \end{bmatrix} [x(k) - r(k)] \quad (17)$$

which is the same as

$$\begin{aligned} u_{b1}^* &= K_{11}(x_1 - x_a) + K_{12}(x_2 - x_a) + K_{13}(x_3 - x_b) + K_{14}(x_4 - x_b) + K_{15}x_5 + K_{16}x_6 + K_{17}x_7 + K_{18}x_8 \\ u_{b3}^* &= K_{31}(x_1 - x_a) + K_{32}(x_2 - x_a) + K_{33}(x_3 - x_b) + K_{34}(x_4 - x_b) + K_{35}x_5 + K_{36}x_6 + K_{37}x_7 + K_{38}x_8 \end{aligned} \quad (18)$$

Also, we may write after some matrix combinations

$$\begin{aligned} u_{b1}^* &= K_{11}(x_1 - x_2) + K_{15}(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + [K_{11} + K_{12}](x_2 - x_a) + [K_{15} + K_{16}]\dot{x}_2 \\ &\quad + K_{13}(x_3 - x_4) + K_{17}(\dot{x}_3 - \dot{x}_4) + [K_{13} + K_{14}](x_4 - x_b) + [K_{17} + K_{18}]\dot{x}_4 \\ u_{b3}^* &= K_{31}(x_1 - x_2) + K_{35}(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + [K_{31} + K_{32}](x_2 - x_a) + [K_{35} + K_{36}]\dot{x}_2 \\ &\quad + K_{33}(x_3 - x_4) + K_{37}(\dot{x}_3 - \dot{x}_4) + [K_{33} + K_{34}](x_4 - x_b) + [K_{37} + K_{38}]\dot{x}_4 \end{aligned} \quad (19)$$

Hence, these equations show that the state feedback optimal controller can be implemented at each end of the vehicle, Fig.2, by a conventional spring of stiffness,  $s_1 = K_{11} + K_{31}$  (front) and  $s_3 = K_{13} + K_{33}$  (rear), in parallel with a damper of rate,  $a_1 = K_{15} + K_{35}$  (front) and  $a_3 = K_{17} + K_{37}$  (rear), and an actuator generating an additional ideal input as

$$\begin{aligned} f_1 &= [K_{11} + K_{12}](x_2 - x_a) + [K_{15} + K_{16}]\dot{x}_2 + [K_{13} + K_{14}](x_4 - x_b) + [K_{17} + K_{18}]\dot{x}_4 \\ f_3 &= [K_{31} + K_{32}](x_2 - x_a) + [K_{35} + K_{36}]\dot{x}_2 + [K_{33} + K_{34}](x_4 - x_b) + [K_{37} + K_{38}]\dot{x}_4 \end{aligned} \quad (20)$$

The input signals to the actuators are the absolute body support points velocities  $x_6$  and  $x_8$ , and the body displacements relative to the road surface,  $(x_2 - x_a)$  and  $(x_4 - x_b)$ .

Notice that this arrangement is not the only possible way of generating the necessary optimal state feedback on the basis of the state variable choice.

As mentioned in [3], it is very difficult in practice (if not impossible) to obtain the measures of the body displacements relative to the road surface i.e.  $x_2-x_a$  and  $x_4-x_b$ . So, to circumvent this situation we consider the measurements of these quantities relative to the wheel axles, by assuming that the states of the later have the same frequency spectrum as the road surface elevations at the wheel contact points.

Hence, by letting  $x_2-x_a=x_2-x_1$ , and  $x_4-x_b=x_4-x_3$ , we obtain the following state feedback controller:

$$\begin{aligned} u_{b1} &= K_{12}(x_2 - x_1) + K_{14}(x_4 - x_3) + K_{15}x_5 + K_{16}x_6 + K_{17}x_7 + K_{18}x_8 \\ u_{b3} &= K_{32}(x_2 - x_1) + K_{34}(x_4 - x_3) + K_{35}x_5 + K_{36}x_6 + K_{37}x_7 + K_{38}x_8 \end{aligned} \quad (21)$$

which is equivalent to

$$\begin{aligned} u_{b1} &= -K_{12}(x_1 - x_2) - K_{14}(x_3 - x_4) + K_{15}(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + [K_{15} + K_{16}]\ddot{x}_2 + K_{17}(\dot{x}_3 - \dot{x}_4) + [K_{17} + K_{18}]\ddot{x}_4 \\ u_{b3} &= -K_{32}(x_1 - x_2) - K_{34}(x_3 - x_4) + K_{35}(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + [K_{35} + K_{36}]\ddot{x}_2 + K_{37}(\dot{x}_3 - \dot{x}_4) + [K_{37} + K_{38}]\ddot{x}_4 \end{aligned} \quad (22)$$

Similar considerations as above, can made for the control law implementation.

For the computer simulation purposes we may use as well the following equivalent forms:

$$\begin{aligned} u_{b1} &= -K_{12}(x_1 - x_a) + K_{12}(x_2 - x_a) - K_{14}(x_3 - x_b) + K_{14}(x_4 - x_b) + K_{15}x_5 + K_{16}x_6 + K_{17}x_7 + K_{18}x_8 \\ u_{b3} &= -K_{32}(x_1 - x_a) + K_{32}(x_2 - x_a) - K_{34}(x_3 - x_b) + K_{34}(x_4 - x_b) + K_{35}x_5 + K_{36}x_6 + K_{37}x_7 + K_{38}x_8 \end{aligned} \quad (23)$$

So, here the feedback gains of the control are the same as in the optimal case, except that  $K_{11} = -K_{12}$ ,  $K_{13} = -K_{14}$ ,  $K_{31} = -K_{32}$  and  $K_{33} = -K_{34}$ .

Using the numerical data below, from [1], the computer simulation results, in Fig.3 and Fig.4, show that the control input (23) yields a suboptimal case. So, the measurement relative to the axles present very good results with less practical difficulties.

Numerical data:

$$\begin{aligned} M_1 &= 505.10 \text{ Kg}, \quad M_2 = 28.58 \text{ Kg}, \quad M_3 = 54.43 \text{ Kg}, \quad J = 651 \text{ Kgm}^2, \quad h_1 = h_3 = 155900 \text{ N/m}, \\ d_1 &= 2.5654 \text{ m}, \quad d_2 = 1.0978 \text{ m}, \quad d_3 = 1.4676 \text{ m}, \quad q_1 = q_3 = 10, \quad q_2 = q_4 = 1, \quad \rho_1 = \rho_3 = 10^{-9}, \quad \alpha = 1. \end{aligned}$$

In particular we find approximately, from the optimal control:

$$s_1 = 50000 \text{ N/m}, \quad s_3 = 60000 \text{ N/m}, \quad a_1 = 1250 \text{ Ns/m}, \quad a_3 = 1650 \text{ Ns/m}$$

## 5. THE OPTIMAL FEEDFORWARD CONTROL CONFIGURATIONS

In this section our main concern is to examen the road data processing which will implement the correlation between front and rear wheel inputs.

This data from the road surface is required for the generation of optimal control. Henceforth we assume that exact measurement of the input  $x_a$  is possible by any device. From (6) and (14), the components of the measured road data  $z(k)$  depend only on  $W_2$  which in turn depends on  $x_a$ .

So, using equations (5) to (6) we obtain

$$z_i(k) = e^{AT} \int_0^T e^{-Ar} D_{12} v[r + (k+i-m-1)T] dr \quad (24)$$

Since  $v(t) = \dot{x}_a(t)$ , therefore we may write equation (24) as

$$z_i(k) = e^{AT} \int_0^T e^{-Ar} D_{12} \dot{x}_a[r + (k+i-m-1)T] dr \quad (25)$$

Integrating (25) by parts we obtain

$$z_i(k) = D_{12} x_a[(k+i-m-1)T] - e^{AT} D_{12} x_a[(k+i-m-1)T] + A e^{AT} \int_0^T e^{-Ar} D_{12} x_a[r + (k+i-m-1)T] dr$$

Thus, all the  $z_i(k)$  may be generated using processed road information measured only under the front wheel.

So, by replacing the different  $z_i(k)$  in (14) by their above expanded expressions and simplifying the result, we obtain

$$\begin{aligned} u^*(k) = & -K_1[x(k) - r(k)] + G_m x_a(k) + G_{m-1} x_a(k-1) + \dots + G_o x_a(k-m) \\ & + \int_0^T J_{m-1} e^{A(T-r)} D_{12} x_a[r + (k-1)T] dr + \dots + \int_0^T J_o e^{A(T-r)} D_{12} x_a[r + (k-m)T] dr \end{aligned} \quad (26)$$

$$\text{in which } J_i = -L(F_c^{(i)})' P_{11} A, \quad \text{for } i=0, m-1, \quad G_m = L P_{11} e^{AT} D_{12},$$

$$G_i = L(F_c^{(i-1)})' [F_c' P_{11} e^{AT} - P_{11}] D_{12}, \quad \text{for } i=1, m-1, \quad G_o = -L(F_c^{(m-1)})' P_{11} D_{12},$$

To perform the different integrals in (26), we may divide for example the interval  $[0, T]$  into  $p$  equal subintervals. Over each subinterval the input is considered constant.

In other terms the realisation of the optimal controller requires sampling the leading wheel input  $x_a$  at a rate  $p$  times the sampling frequency ( $1/T$ ) of the discrete controller. Now, we can approximate, over a very small interval  $(t_2 - t_1)$ , the integrals in (26) by the relation

$$\int_{t_1}^{t_2} f(r) dr \approx f(t_1) \cdot (t_2 - t_1)$$

So, the expression (26) becomes

$$\begin{aligned} u^*(k) = & -K_1[x(k) - r(k)] + G_m x_a(k) + G_{m-1} x_a(k-1) + \dots + G_o x_a(k-m) \\ & + \frac{T}{p} J_{m-1} \left[ C_o x_a(k-1) + C_1 x_a(k-1 + \frac{1}{p}) + \dots + C_{p-1} x_a(k-1 + \frac{p-1}{p}) \right] \\ & + \dots \\ & + \frac{T}{p} J_o \left[ C_o x_a(k-m) + C_1 x_a(k-m + \frac{1}{p}) + \dots + C_{p-1} x_a(k-m + \frac{p-1}{p}) \right], \end{aligned} \quad (27)$$

$$\text{in which } C_i = e^{A(1-\frac{i}{p})T} D_{12}, \quad \text{for } i=0, p-1.$$

Notice that from  $X=x-r$  we may write

$$r(t) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} x_a(t) \\ x_b(t) \end{bmatrix} = N' \begin{bmatrix} x_a(t) \\ x_b(t) \end{bmatrix} \quad (28)$$

Using  $x_b(k)=x_a(k-m)$  we obtain  $X(k)=x(k)+D_{11}x_a(k)+D_{12}x_a(k-m)$   
which when replaced in (27) yields

$$\begin{aligned}
 u^*(k) = & -K_1 x(k) + [G_m - K_1 D_{11}] x_a(k) + G_{m-1} x_a(k-1) + \dots + [G_o - K_1 D_{12}] x_a(k-m) \\
 & + \frac{T}{p} J_{m-1} \left[ C_o x_a(k-1) + C_1 x_a(k-1 + \frac{1}{p}) + \dots + C_{p-1} x_a(k-1 + \frac{p-1}{p}) \right] \\
 & + \dots + \dots + \dots \\
 & + \frac{T}{p} J_o \left[ C_o x_a(k-m) + C_1 x_a(k-m + \frac{1}{p}) + \dots + C_{p-1} x_a(k-m + \frac{p-1}{p}) \right].
 \end{aligned}$$

As expected, the computation of the optimal control requires only present and past information from the road, i.e.

$$x_a(k), x_a(k-1/p), \dots, x_a(k-1), \dots, x_a(k-m).$$

Hence equation (14) can also be expressed as  $u^*(k) = -K_1 x(k) + u_f(k)$ , in which  $u_f$  is the control part related to the information coming from the road surface. A conceptual representation of it is depicted in Fig.5 for  $m=6$  and  $p=3$ ,  $T=T$ .

(S-R) is a shift register used to delay the leading wheel input  $x_a$  of  $\Delta=6T$  and therefore allow its gradual processing by the controller.

Initially all the states or cells of the S-R are set to zero. Then, at each instant ( $T/3$ ) a new discrete value of  $x_a$  enters the register and instantaneously all the existing quantities in the cells move one box to the other S-R end. Notice that before the 3rd value of  $x_a$  enters the register, the controller remains quiet. As soon as this value arrives into the S-R, corresponding to a time  $kT$ , all the controller circuits are shut for a negligible time lapse by the sampler switches ( $T$ ) and the discrete values found in the cells are processed following the directions of the arrows.

The square boxes represent constant factors of multiplication or gains and the triangles are adders of multiple terms.

For correct results, we assume that the sampled data from the road is available for the controller at a real time or with a time delay very small relative to the sampling period ( $T/3$ ).

Hence, the remaining important practical problem in this case, is the one related to the road data acquisition and observers.

## REFERENCES

- [1] Louam N., D.A. Wilson and R.S. Sharp, (1988). Optimal control of a vehicle suspension incorporating the time delay between front and rear wheel inputs. Vehicle System Dynamics, Vol.17(6).
- [2] Hac A.,(1985). Suspension optimization of 2-DOF vehicle model using a stochastic optimal control technique. Journal of sound and Vibrations, 100(3), 343-357.
- [3] Thompson A.G.,(1984). Optimal and suboptimal linear active suspensions for road vehicles. Vehicle System Dynamics, Vol.13, pp.61-72.
- [4] Sharp R.S. and S.A. Hassan (1987). On the performance capabilities of active automobile suspension systems of limited bandwidth. Vehicle System Dynamics, Vol.16
- [5] Louam N.,(1994). Discrete Covariance Matrix for Time-Delayed Stochastic Inputs to Linear Systems. Algerian Journal of Technology AJOT No 10, Vol. B-C. Ecole Nationale Polytechnique Publication, Alger.

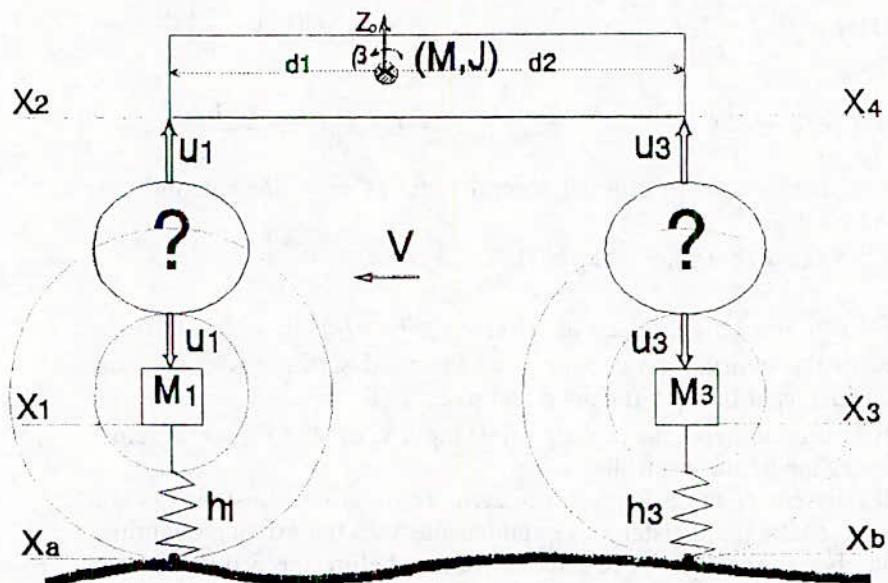


Fig.1 System model for an actively suspended vehicle - Half car case (1)

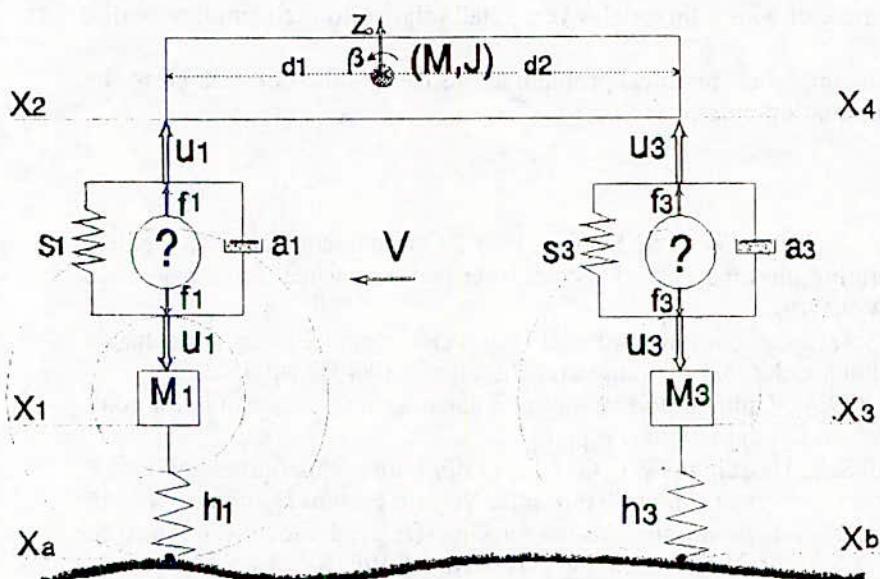


Fig.2 System model for an actively suspended vehicle - Case (2).

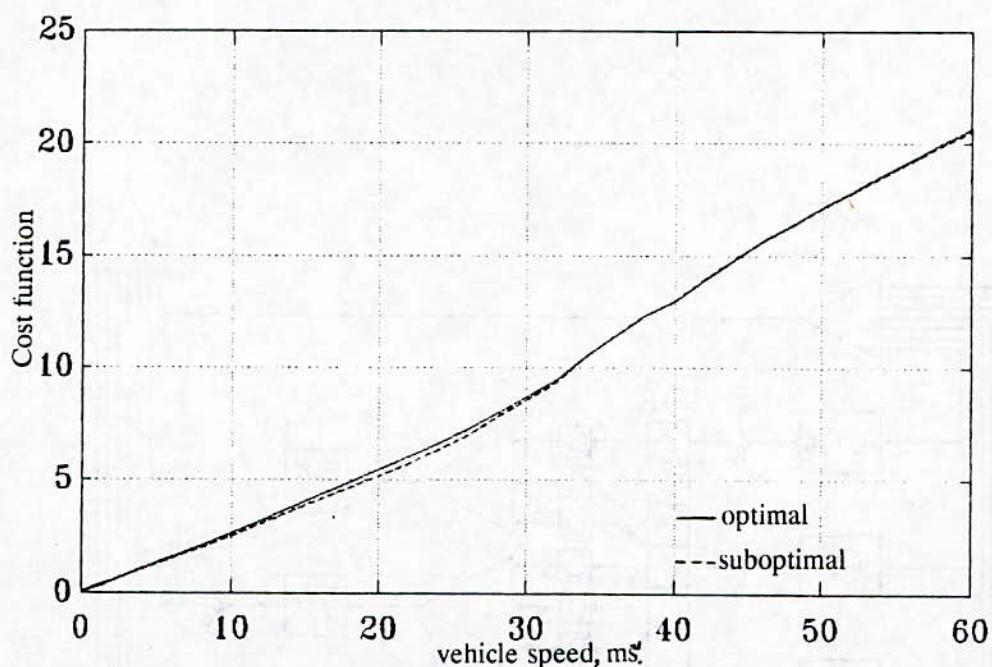


Fig.3 performance capabilities of active suspension against the vehicle speed.

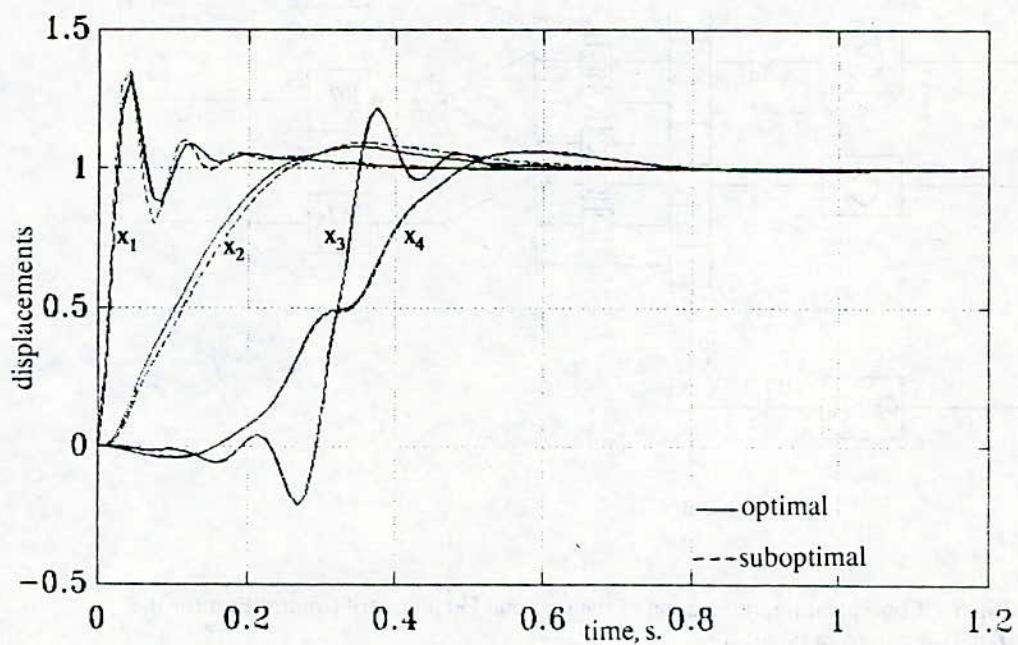
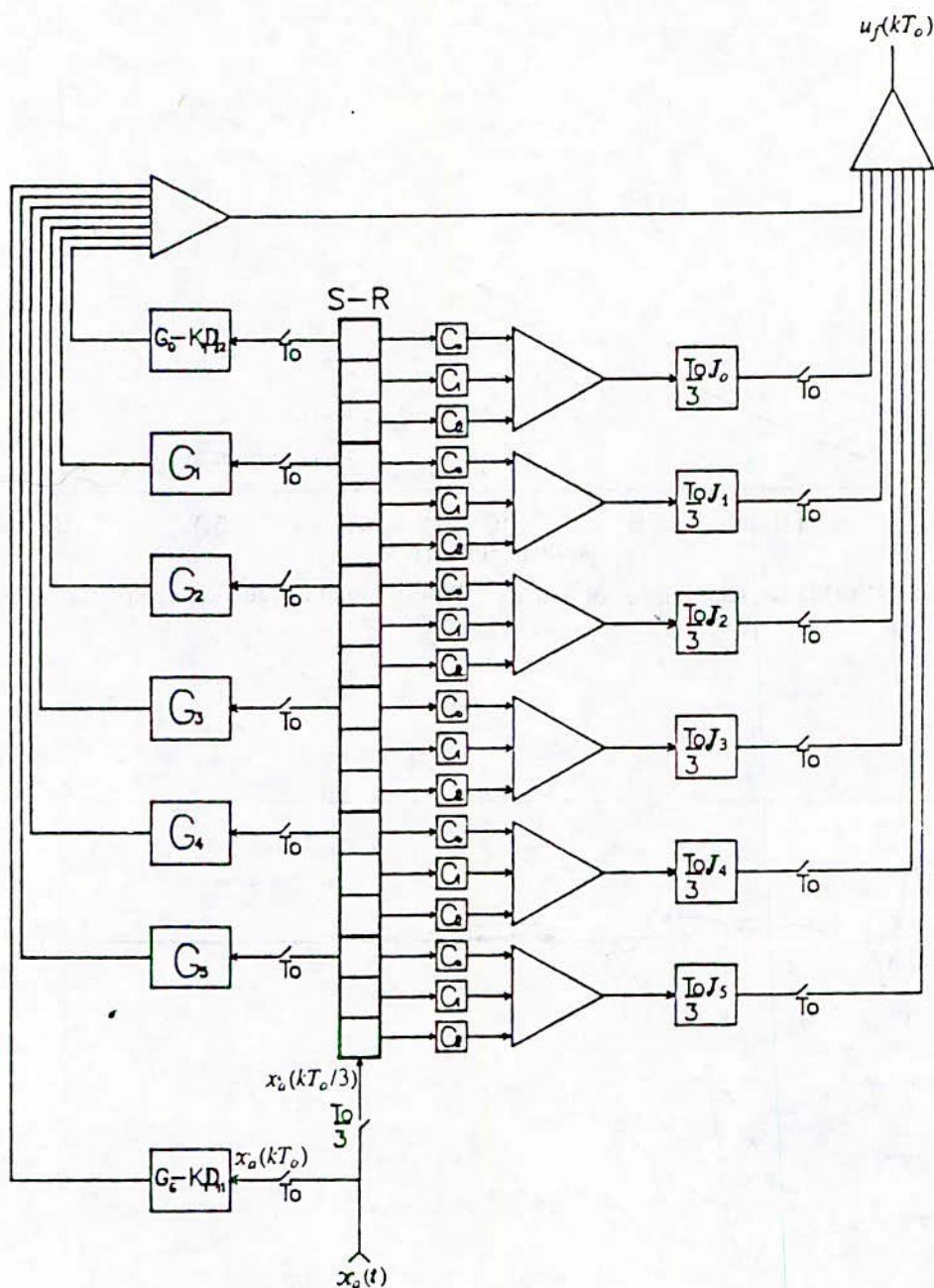


Fig.4 Optimal and suboptimal step input responses for a vehicle speed:8 m/s.



**Fig.5** Conceptual Representation of the Optimal Feedforward Control Part for the Half-car Correlated Problem.

# INFLUENCE DU CHAMP DIFFRACTÉ PAR LES BORDS D'UN PLAN DE MASSE FINI SUR LES CARACTÉRISTIQUES DE RAYONNEMENT D'ANTENNES MICRORUBANS DE FORME CIRCULAIRE.

R. Aksas\*, A. Zerguerras\*\*

Laboratoire de Télécommunications, Ecole Nationale Polytechnique, 10 avenue Hassen Badi,  
16200 El-Harrach, Algérie.

## ملخص:

نعرض طريقة هجينية تجمع بين النظرية المنتظمة للحيود (UTD) ومفهوم التيارات المكافئة لتحليل أثار مستوى الكتلة المحدد على مميزات إشعاع هوائيات الصفائح ذات الأشرطة الدقيقة (APM) والشكل الدائري. تسمح التيارات المكافئة بتجنب الشذوذ المقدم من المجالات الحائدة المحسوبة بالطريقة (UTD). يسمح المفهومان المرافقان بإيجاد حل صحيح للمجال الحائد في المنطقة المحوروية للبنية. توفر التجربة النتائج النظرية المحصل عليها وذلك في حالة بنية دائيرية.

## Résumé

Nous présentons une méthode hybride, combinant la théorie uniforme de la diffraction (UTD) et le concept des courants équivalents pour analyser les effets d'un plan de masse fini sur les caractéristiques de rayonnement d'antennes plaques microrubans (APM) de forme circulaire. Les courants équivalents permettent d'éviter les singularités présentées par les champs diffractés calculés par l'UTD. Les deux concepts ainsi associés permettent de trouver une solution correcte du champ diffracté dans la région axiale de la structure. Dans le cas d'une structure circulaire, l'expérience corrobore les résultats théoriques obtenus.

## Abstract:

We present a hybrid method that combines the uniform theory of diffraction (UTD) and the concept of equivalent currents to analyze the effects of a finite ground plane on the radiation characteristics of a circular patch antenna. The equivalent currents allows us to avoid the singular points (caustics) presented by the diffracted field (computed by the UTD) in the neighborhood of the axial region of the structure. The two associated methods give a correct solution of the diffracted field in this structure. The experiment results are in a good agreement with the theoretical ones.

\* Chargé de cours

\*\* Maître de conférences

## 1- Introduction:

Les plans de masse de dimensions infinies n'existent pas physiquement. Les caractéristiques de rayonnement d'une antenne sur un plan de masse fini sont considérablement modifiées par les effets de bords, plus particulièrement aux endroits où l'intensité des courants d'excitation est faible. En effet, pour des structures planes de dimensions comparables à la longueur d'onde, la notion de l'optique géométrique (G.O) n'est pas une approximation suffisante. Il est donc nécessaire d'adoindre à la composante G.O, calculée dans le cas où le plan de masse est supposé infini, une composante oscillante pour tenir compte de l'effet de la diffraction par les bords.

Les caractéristiques de rayonnement d'antennes microrubans avec un plan de masse fini ont été étudiées par plusieurs auteurs.

La plupart d'entre eux utilisent la théorie uniforme de la diffraction (UTD) formulée par Kouyoumjian et Pathak [1]. Cette théorie est basée sur une évaluation asymptotique du champ diffracté aux hautes fréquences, et loin de la structure rayonnante.

Lier et Jakobsen [2] ont utilisé cette théorie pour la détermination de la conductance de rayonnement et de la fréquence de résonance d'APM rectangulaires avec des plans de masse fini et infini. Huang [3] a également fait usage de cette théorie pour calculer le champ diffracté par les bords, créé par la discontinuité du plan de masse fini.

La méthode des moments a été adoptée par Kishk et Shafai [4] pour déterminer le diagramme de rayonnement d'une antenne disque avec un plan de masse fini. Les sources équivalentes (électrique et magnétique), sur la surface externe de l'antenne et du plan de masse, sont obtenues par la résolution numérique d'équations intégrales afin d'en déduire le champ rayonné. Cette méthode est la plus appropriée pour l'étude détaillée du rayonnement d'une structure de forme complexe. Cependant, son formalisme mathématique, nécessitant des développements numériques trop lourds, soulève un autre problème, qui relève autant de l'informatique que de l'électromagnétisme.

A. K. Bhattacharyya [5] a développé une approche analytique pour résoudre les effets d'un plan de masse fini sur le rayonnement d'une APM circulaire. La méthode consiste à déterminer le courant induit sur le plan de masse par le champ proche de l'ouverture physique de l'antenne. Le champ total rayonné par la structure est la somme des contributions des sources équivalentes de l'ouverture de l'antenne et du courant induit sur le plan de masse. Cependant, cette approche ne tient pas compte des effets de bords créés par la discontinuité du plan de masse.

Nous avons déjà calculé [6] le champ rayonné par une structure bicouche, composée d'une antenne disque circulaire associée à un élément parasite (directive) de même géométrie, en utilisant la théorie GO qui suppose que le plan de masse est infini afin d'utiliser le

principe des images. Les sources d'excitation ont été déterminées par la méthode des lignes de transmission [7] qui consiste en une discréttisation de la partie couplée antenne-directeur en N sections élémentaires d'égales longueurs. Pour tenir compte de l'effet du plan de masse fini sur le rayonnement d'une telle structure, nous adopterons la théorie uniforme de la diffraction (UTD). Cependant, le champ diffracté, obtenu par cette théorie, présente deux singularités au niveau de la région axiale ( $\theta = 0^\circ$  et  $\theta = 180^\circ$ ), dues à la forme circulaire du plan de masse. Pour éviter ce problème, nous utiliserons le concept de courants équivalents [8] pour le calcul du champ diffracté au niveau de cette région (caustique).

## 2- Formulation mathématique

Dans le cas d'une APM disque, disposée sur un plan de masse supposé infini et parfaitement conducteur, nous avons obtenu [6] l'expression du champ rayonné sous la forme:

$$\bar{E}^i = E_\theta \hat{\theta} + E_\phi \hat{\phi} \quad (1)$$

avec: 
$$\begin{cases} E_\theta = E_{0\theta} \psi(r) f(\theta, \phi) \\ E_\phi = E_{0\phi} \psi(r) g(\theta, \phi) \end{cases}$$

$\psi(r) = \frac{e^{-jk_0 r}}{r}$  : fonction de Green en espace libre; les paramètres  $E_{0\theta}$ ,  $E_{0\phi}$ ,  $f(\theta, \phi)$  et  $g(\theta, \phi)$  sont décrits en [6].

Or, cette APM est disposée réellement sur un plan de masse également circulaire de rayon  $a$  (Fig. 1).

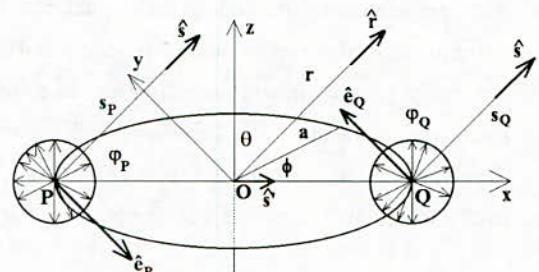


Fig. 1: Configuration de la structure rayonnante disposée sur un plan de masse circulaire de rayon  $a$ .

L'épaisseur du substrat  $h$  est supposée négligeable devant les dimensions du plan de masse et l'antenne est alors assimilée à un point source situé en  $O$ . Pour éviter toute confusion, nous désignerons par  $\phi$ , l'angle phi relatif aux coordonnées sphériques et, par  $\phi'$  et  $\phi$  les angles des rayons incidents et diffractés respectivement mesurés par rapport à la face "O" (face du plan de masse selon  $z > 0$ ). La structure est symétrique par rapport à  $\phi$  ( $Oz$  axe de révolution), il est donc suffisant

de calculer le champ total dans un plan vertical particulier, soit le plan x-z ( $\phi = 0$  ou plan E). Il est clair que dans ce plan, seuls les champs diffractés par les points P et Q et le champ rayonné par l'antenne elle-même contribuent au champ total dans n'importe quelle direction  $\hat{r}$ , sauf pour  $\theta = 0^\circ$  et  $\theta = 180^\circ$  (caustiques). De plus, nous remarquons (Fig.1) que n'importe quel rayon incident  $\hat{s}'$ , issu de la source en O, arrive au bord du plan de masse avec un angle  $\beta'_0 = 90^\circ$ . Par conséquent, tous les cônes de diffraction sont des disques. En dehors de la région axiale, ( $0 < \theta < 180^\circ$ ), le champ total rayonné peut s'écrire sous la forme:

$$\bar{E}_{t1} = \gamma(90 - \theta) \bar{E}^i + \bar{E}_Q^d + \bar{E}_P^d \quad (2)$$

avec:  $\gamma(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{si } x < 0 \end{cases}$

$\bar{E}^i$ : Champ rayonné par la source en O (Champ incident) qui se réduit à sa composante  $E_\theta$  indépendante de  $\phi$  dans le plan x-z;

$\bar{E}_Q^d$ : champ diffracté, du premier ordre, par le point Q;

$\bar{E}_P^d$ : champ diffracté, du premier ordre, par le point P.

Les champs diffractés du deuxième ordre, supposés négligeables, ne sont pas pris en considération.

La première étape de calcul consiste à déterminer les vecteurs unitaires  $\hat{\phi}'$ ,  $\hat{\beta}'_0$ ,  $\hat{\phi}$ , et  $\hat{\beta}_0$  relatifs aux champs incidents et diffractés définis comme suit:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{E}^i = E_{\beta'_0}^i \hat{\beta}'_0 + E_{\phi'}^i \hat{\phi}' \\ \bar{E}^d = E_{\beta_0}^d \hat{\beta}_0 + E_{\phi}^d \hat{\phi} \end{array} \right. \quad (3)$$

### 2.1. Champ diffracté par le point Q ( $\theta = 90^\circ$ , $\phi = 0^\circ$ )

Compte tenu de la forme circulaire du plan de masse (Fig. 1), nous avons:

$\hat{n}_o = \hat{z}$ : vecteur unitaire normal à la face "O" du plan de masse;

$\hat{e}_Q = \hat{y}$ : vecteur unitaire tangentiel en Q au contour du plan de masse;

$\hat{s}' = \hat{x}$ : vecteur unitaire du rayon incident, issu de la source en O et se dirigeant vers le point Q;

$\hat{s} = \sin \theta \hat{x} + \cos \theta \hat{z}$ : vecteur unitaire du rayon diffracté dans le plan x-z;

$\hat{n}_e = \hat{x}$ : vecteur unitaire sortant et normal au contour du plan de masse;

$\beta'_0 = \beta_0 = 90^\circ$ : les cônes de diffraction se réduisent à des disques.

Dans ces conditions, les vecteurs unitaires  $\hat{\phi}'$ ,  $\hat{\beta}'_0$ ,  $\hat{\phi}$  et  $\hat{\beta}_0$ , définis par [8], deviennent:

$$\hat{\phi}' = - \frac{\hat{e}_Q \wedge \hat{s}'}{|\hat{e}_Q \wedge \hat{s}'|} = \hat{z} = -\hat{\theta} \quad (4a)$$

$$\hat{\beta}'_0 = \hat{\phi}' \wedge \hat{s}' = \hat{y} = \hat{\phi} \quad (4b)$$

$$\hat{\phi} = \frac{\hat{e}_Q \wedge \hat{s}}{|\hat{e}_Q \wedge \hat{s}|} = \hat{\theta} \quad (4c)$$

$$\hat{\beta}_0 = \hat{\phi} \wedge \hat{s} = -\hat{y} = -\hat{\phi} \quad (4d)$$

#### a) Expression du champ incident en Q

$$\bar{E}^i = E_{00} \psi(a) f(Q) \hat{\theta} \quad (5)$$

avec:  $f(Q) = f(\theta = 90^\circ, \phi = 0^\circ)$

et  $\psi(a) = \frac{e^{-jk_0 a}}{a}$

Compte tenu de (3) et (4), l'expression des composantes du champ incident en Q s'écrivent:

$$\left\{ \begin{array}{l} E_{\beta'_0}^i(Q) = 0 \\ E_{\phi'}^i(Q) = -E_{00} \psi(a) f(Q) \end{array} \right. \quad (6)$$

#### b) Expression du champ diffracté en Q

Le champ diffracté est relié [8] au champ incident par la relation matricielle:

$$\begin{vmatrix} E_{\beta_0}^d(Q) \\ E_{\phi}^d(Q) \end{vmatrix} = - \begin{bmatrix} D_s(Q) & 0 \\ 0 & D_h(Q) \end{bmatrix} \begin{vmatrix} E_{\beta'_0}^i(Q) \\ E_{\phi'}^i(Q) \end{vmatrix} \cdot A(\rho_Q, s_Q) e^{-jk_0 s_Q} \quad (7)$$

où  $D_s, h$  sont respectivement les coefficients de diffraction [1] relatifs à la polarisation horizontale (conditions aux limites de Dirichlet) et à la polarisation verticale (conditions aux limites de Neuman);  $\rho_Q$  la

distance entre le point Q du contour à la caustique Q' du rayon diffracté;  $s_Q$  la distance du point Q au point d'observation et  $k_0$  le nombre d'onde en espace libre. Le facteur d'atténuation  $A(\rho_Q, s_Q)$  s'écrit:

$$A(\rho_Q, s_Q) = \sqrt{\frac{\rho_Q}{s_Q(s_Q + \rho_Q)}}$$

### c) Calcul de la distance $\rho_Q$

La distance  $\rho_Q$  est donnée [1] par la relation:

$$\frac{1}{\rho_Q} = \frac{1}{\rho_e^i} - \frac{\hat{n}_e \cdot (\hat{s}' - \hat{s})}{|a_e| \sin^2 \beta_0} \quad (8)$$

Comme le plan de masse a une forme circulaire, nous avons:

$$\beta_0 = 90^\circ;$$

$a_e = a$ : rayon de courbure du contour au point Q;

$\rho_e^i = a$ : rayon de courbure du front d'ondes incident au point Q.

Dans ces conditions la distance  $\rho_Q$  devient :

$$\rho_Q = \frac{a}{\sin \theta} \quad (9)$$

Le point caustique Q' s'obtient en extrapolant la distance  $\rho_Q$  à partir du point de diffraction Q dans une direction opposée à la direction de propagation (Fig. 2).

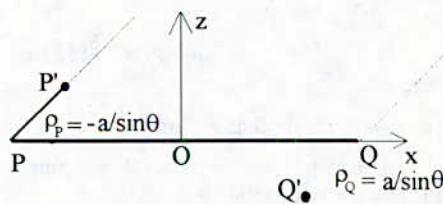


Fig. 2: Position des caustiques dans le plan x-z.

au point Q, nous avons  $\rho_Q > 0$ , et le rayon diffracté par ce point ne passe pas par la caustique Q'.

Dans le cas des champs lointains, nous avons  $s_Q \gg \rho_Q$  et, le facteur d'atténuation se réduit à:

$$A(\rho_Q, s_Q) = \sqrt{\frac{\rho_Q}{s_Q(s_Q + \rho_Q)}} \cong \frac{\sqrt{\rho_Q}}{s_Q} \quad (10)$$

avec:  $s_Q = \begin{cases} \mathbf{r} - \mathbf{a} \sin \theta & \text{terme de phase} \\ \mathbf{r} & \text{terme d'amplitude} \end{cases}$

et nous obtenons alors:

$$\frac{e^{-jk_0 s_Q}}{s_Q} \cong \psi(\mathbf{r}) e^{jk_0 a \sin \theta} \quad (11)$$

Compte tenu des relations (3)-(11) le champ diffracté par le point Q s'écrit:

$$\bar{E}_Q^d(\theta) = E_{0\theta} f(Q) \frac{e^{-jk_0 a(1-\sin \theta)}}{\sqrt{a \sin \theta}} \cdot \frac{D_h(Q)}{2} \psi(\mathbf{r}) \hat{\theta} \quad (12)$$

Le coefficient de diffraction  $D_h(Q)$  est divisé par 2, car nous avons affaire à une incidence rasante ( $\varphi' = 0$ ). De plus, comme le plan de masse est à faces planes, ce coefficient devient:

$$\frac{D_h(Q)}{2} = \frac{a}{\pi} e^{\frac{j\pi}{4}} \text{Sgn}(\theta - 90) e^{ju} \cdot \int_{\sqrt{u}}^{\infty} e^{-jt^2} dt \quad (13)$$

avec:

$$F(x) = \int_x^{\infty} e^{-jt^2} dt = C_1(x) - jS_1(x)$$

$C_1(x)$  et  $S_1(x)$  fonctions de Fresnels définies par:

$$C_1(x) = \int_x^{\infty} \cos t^2 dt \text{ et } S_1(x) = \int_x^{\infty} \sin t^2 dt$$

$$u = k_0 a (1 - \sin \theta)$$

$$\text{Sgn}(x) = \begin{cases} +1 & \text{si } x \geq 0 \\ -1 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Compte tenu de (12) et (13) le champ diffracté au point Q s'écrit finalement:

$$\bar{E}_Q^d(\theta) = E_{0\theta} \hat{\theta} \psi(\mathbf{r}) f(Q) \frac{e^{\frac{j\pi}{4}}}{\sqrt{\pi \sin \theta}} \cdot \text{Sgn}(\theta - 90) e^{ju} \int_{\sqrt{u}}^{\infty} e^{-jt^2} dt \quad (14)$$

### 2.2- Champ diffracté au point P ( $\theta = -90^\circ, \phi = 180^\circ$ )

La distance  $\rho_P$  entre le point P du contour à la caustique P' du rayon diffracté s'écrit dans ce cas:

$$\rho_P = -\frac{a}{\sin \theta}$$

autrement dit le rayon diffracté par le point P passe par la caustique P' car la distance  $\rho_P$  est négative.

Un travail analogue à celui exposé en 2-1 donne l'expression du champ diffracté par le point P:

$$\bar{E}_P^d(\theta) = -j E_{0\theta} \hat{\theta} \psi(r) f(P) \frac{e^{j\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{\pi \sin \theta}} \cdot \text{Sgn}(\theta - 90^\circ) e^{jv} \int_{-\sqrt{v}}^{\infty} e^{-jt^2} dt \quad (15)$$

avec:  $v = k_0 a (1 + \sin \theta)$

### 2.3- Champ total rayonné hors de la zone axiale

En dehors de la région axiale, l'expression de la composante copolaire, dans le plan E, du champ total rayonné par la structure, compte tenu de (2), (14) et (15) s'écrit:

$$\bar{E}_{t1} = E_{0\theta} \psi(r) \left\{ \gamma(90 - \theta) f(\theta) + \text{Sgn}(\theta') \cdot \frac{1+j}{\sqrt{\pi \sin \theta}} \xi(Q, P, u, v) \right\} \quad (16)$$

$$\text{où: } \begin{cases} \theta' = \theta - 90^\circ \\ \xi(Q, P, u, v) = f(Q) F(u) - j f(P) F(v) \end{cases}$$

Nous remarquons bien que le champ total diffracté, obtenu à l'aide de l'UTD, présente deux singularités au niveau de la région axiale ( $\theta = 0^\circ$  et  $\theta = 180^\circ$ ).

### 2.4- Champ au niveau de la région axiale

Afin de résoudre le problème des singularités au niveau de la région axiale, nous ferons appel à un terme correctif que l'on déterminera à l'aide du concept des courants équivalents. Pour une onde incidente, issue de la source en O (Fig. 1), de la forme

$$\bar{E}^i = E_{0\theta} \psi(r) f(\theta, \phi) \hat{e}_i$$

où  $\hat{e}_i$  est un vecteur unitaire indiquant la polarisation; les courants équivalents, électrique et magnétique, au

point Q sont donnés respectivement [8] par les relations:

$$\bar{J}_e(Q) = -\frac{\hat{e}_i \cdot \hat{e}_Q}{\eta_0 \sin \beta_0} E^i(Q) \sqrt{\frac{8\pi}{k_0}} \cdot e^{-j\frac{\pi}{4}} D_s(Q) \hat{e}_Q \quad (17a)$$

$$\bar{J}_m(Q) = -\frac{\hat{e}_i \cdot (\hat{e}_Q \wedge \hat{s}')}{\sin \beta_0} E^i(Q) \sqrt{\frac{8\pi}{k_0}} \cdot e^{-j\frac{\pi}{4}} D_h(Q) \hat{e}_Q \quad (17b)$$

$\eta_0$ : impédance d'onde dans le vide.

Dans le cas de la structure rayonnante étudiée, nous avons pour la composante copolaire dans le plan x-z:

$$\begin{cases} \hat{e}_i = \hat{\theta}; \hat{e}_Q = \hat{\phi}; \hat{s}' = \hat{x} \\ E^i(Q) = E_{0\theta} \psi(a) f(Q) \end{cases}$$

Dans ces conditions, les expressions des courants équivalents deviennent:

$$\bar{J}_e(Q) = 0 \quad (18)$$

$$\bar{J}_m(Q) = -E_{0\theta} \frac{e^{-jk_0 a}}{a} f(Q) \sqrt{\frac{8\pi}{k_0}} \cdot e^{-j\frac{\pi}{4}} D_h(Q) \hat{\phi} \quad (18b)$$

$$\text{avec: } \hat{\phi} = -\sin \phi' \hat{x} + \cos \phi' \hat{y} \quad (19)$$

Le coefficient de diffraction  $D_h(Q)$ , donné par [8] au niveau de la zone axiale, s'écrit dans ce cas:

$$D_h(Q) = \frac{\text{Sgn}(\theta - 90^\circ)}{\sqrt{2}} \frac{e^{-j\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2\pi k_0}} \quad (20)$$

Le champ, rayonné à grande distance, dû uniquement au courant équivalent magnétique  $\bar{J}_m(Q)$ , est donné [135] par:

$$\bar{E}^d = \Psi \int_0^{2\pi} (\bar{J}_m(Q) \wedge \hat{s}) e^{jk_0(\hat{s} \cdot \bar{r}')} a d\phi' \quad (21)$$

avec:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Psi = -j \frac{k_0}{4\pi} \psi(r) \\ \hat{s} = \sin\theta \hat{x} + \cos\theta \hat{z} \\ \bar{r}' = a(\cos\phi' \hat{x} + \sin\phi' \hat{y}) \end{array} \right. \quad (22)$$

Compte tenu des relations (18b)-(20) et (22), l'expression (21) du champ  $\bar{E}^d$  devient:

$$\bar{E}^d = j E_{00} \psi(r) \frac{\text{Sgn}(\theta')}{\sqrt{2}} f(Q) e^{-jk_0 a} J_1(v) \quad (23)$$

avec:  $J_1(v)$  fonction de Bessel de première espèce d'ordre 1;  $\theta' = \theta - 90^\circ$  et  $v = k_0 a \sin\theta$ .

Ainsi, au voisinage de la région axiale, la composante copolaire du champ total rayonné s'écrit:

$$\bar{E}_{t2} = \gamma(90 - \theta) \bar{E}^i + \bar{E}^d \quad (24)$$

#### 2.4 - Expression du champ total rayonné

La composante copolaire du champ total rayonné, dans le plan x-z (plan E dans notre cas), par la structure s'écrit finalement:

$$\bar{E}_t = \begin{cases} \bar{E}_{t1} & \text{si } \theta_0 < \theta < 180^\circ - \theta_0 \\ \bar{E}_{t2} & \text{si } \theta \leq \theta_0 \text{ ou } \theta \geq 180^\circ - \theta_0 \end{cases} \quad (25)$$

L'angle  $\theta_0$  est généralement pris entre  $15^\circ$  et  $30^\circ$ .

La composante copolaire, dans le plan H (plan y-z), se réduit à sa valeur calculée par la théorie G.O car le coefficient de diffraction  $D_s$  est nul dans le cas d'une incidence rasante. Par contre, la composante contrapolaire, dans ce plan, s'obtient de la même manière que la composante copolaire dans le plan E. Son expression est identique à celle donnée par la relation (25).

### 3- Résultats obtenus

A partir de la théorie GO, corrigée par l'UTD et le concept des courants équivalents, nous avons élaboré

un programme de calcul du diagramme de rayonnement. Ce programme permet d'obtenir, dans les plans E et H, le champ rayonné aussi bien en composante copolaire que contrapolaire.

Comme application, nous avons traité le cas d'une APM bicouche composée d'une antenne disque circulaire associée à un directeur de géométrie semblable et ayant le même axe de symétrie (Fig. 3).

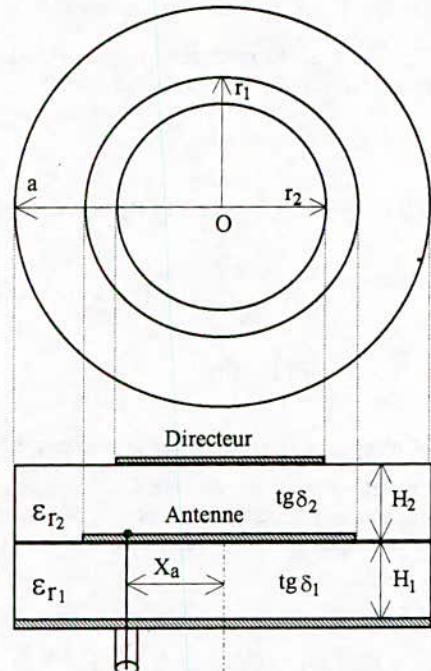


Fig. 3: Configuration de la structure rayonnante bicouche.

Les caractéristiques géométriques, électriques et diélectriques de cette structure sont les suivantes:

$r_1 = 6.85\text{mm}$ ,  $r_2 = 6.45\text{mm}$ ,  $a = 60\text{mm}$ : désignent respectivement les rayons de l'antenne, du directeur et du plan de masse;

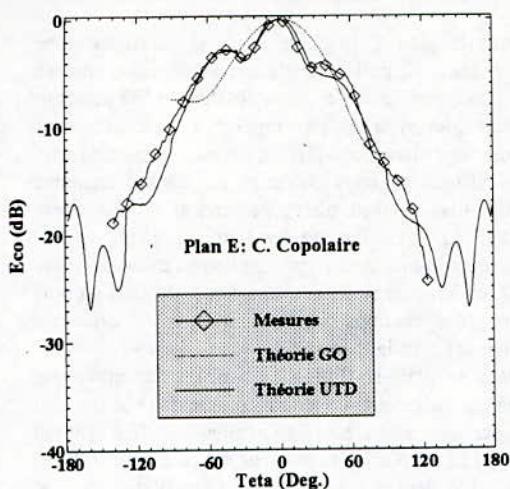
$H_1 = H_2 = 1.6\text{mm}$ : épaisseurs des deux substrats;

$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_d = 55.6\text{MS/m}$ : conductivités des trois conducteurs (antenne, directeur et plan de masse);

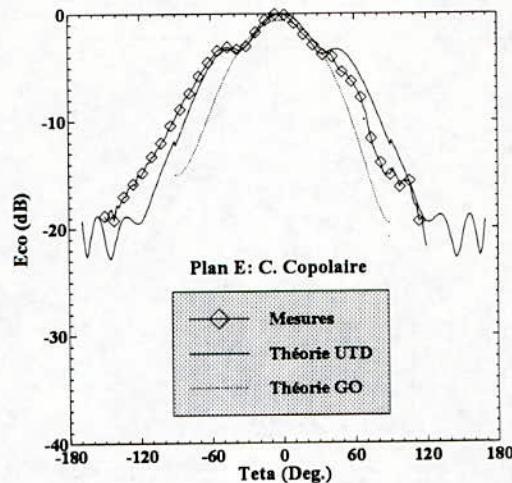
$\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_d = 0.5\mu\text{m}$ : rugosités des surfaces de ces trois conducteurs;

$t_1 = t_2 = 18\mu\text{m}$ : épaisseurs de l'antenne et du directeur;  $\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2} = 2.17$ ;  $\text{tg}\delta_1 = \text{tg}\delta_2 = 0.0012$ ;  $N = 200$ .

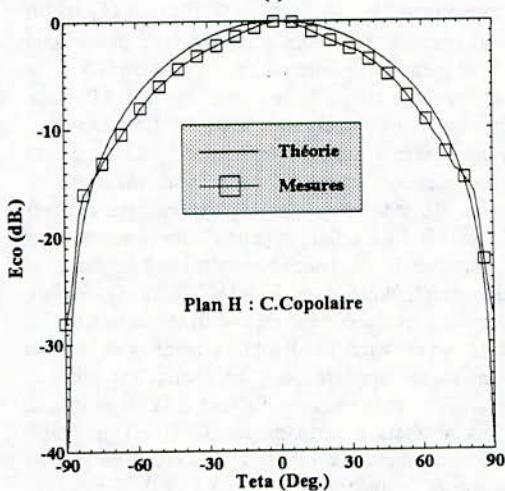
Les mesures des diagrammes de rayonnement de cette structure ont été effectuées par A. Zerguerras [9]. Les figures 4, 5, et 6 représentent, dans les plans E et H, les champs rayonnés normalisés théoriques et expérimentaux en composantes copolaire et contrapolaire.



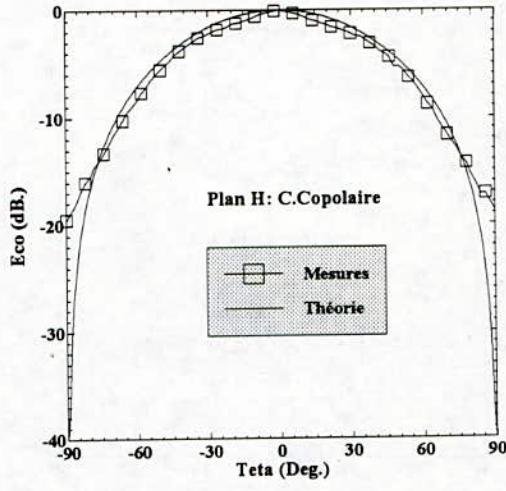
(a)



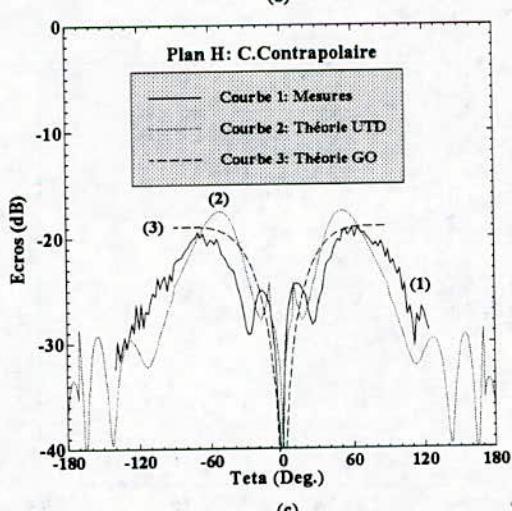
(a)



(b)



(b)



(c)

Fig. 4: Diagramme de rayonnement de la structure rayonnante bicoche dans les plans E et H à une fréquence  $f$  de 7.1 GHz.

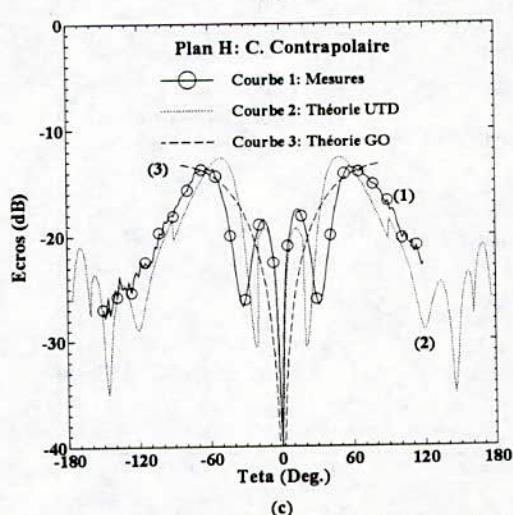


Fig. 5: Diagramme de rayonnement de la structure rayonnante bicoche dans les plans E et H à une fréquence  $f$  de 7.75 GHz.

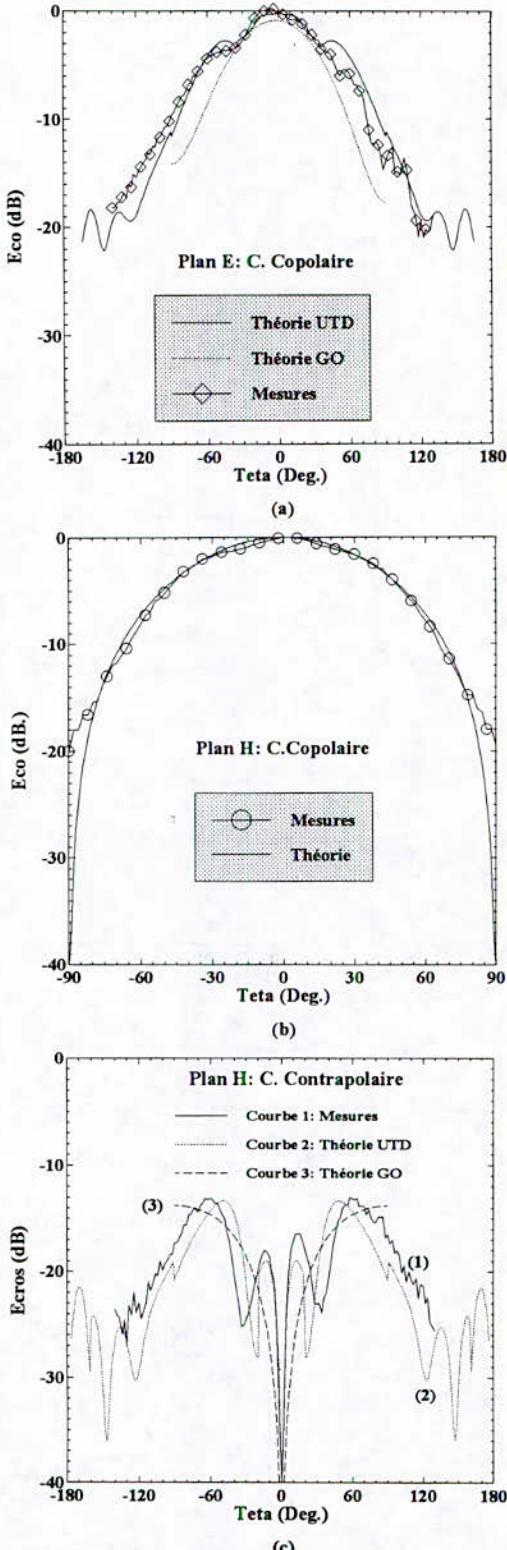


Fig. 6: Diagramme de rayonnement de la structure rayonnante bicouche, dans les plans E et H, pour une fréquence  $f$  de 8.0 GHz.

Dans le plan E (Fig. 4a, 5a, 6a), la composante contrapolaire est nulle et le champ copolaire (courbe en trait discontinu) calculé selon la théorie GO présente une légère dissymétrie par rapport à la direction du rayonnement maximal [6]. En tenant compte de l'effet de la diffraction, nous obtenons un champ copolaire total (courbe en trait plein) présentant un caractère oscillant dû aux effets de bord du plan de masse fini. Nous remarquons bien que les champs calculés, selon l'UTD et le concept des courants équivalents, sont plus proches des champs mesurés que ceux calculés uniquement avec la théorie GO.

Dans le plan H (Fig. 4b, 5b, 6b), les composantes copolaires calculées en tenant compte de la diffraction sont pratiquement identiques à celles calculées selon la théorie GO. En effet, l'épaisseur des deux substrats est négligeable devant les dimensions du plan de masse (Fig. 3), l'angle d'incidence est alors pratiquement nul. Par conséquent, le coefficient de diffraction  $D_s$  relatif à la polarisation horizontale est nul et le champ total calculé se réduit uniquement à sa composante GO. C'est la raison pour laquelle le tracé a été effectué uniquement dans l'intervalle  $[-90^\circ, 90^\circ]$ . Les résultats théoriques obtenus sont en bon accord avec les mesures sauf au voisinage immédiat du plan de masse ( $\theta = \pm 90^\circ$ ). La méthode proposée ici n'explique pas ce léger décalage, il faut donc faire appel à d'autres méthodes.

Comme pour le champ copolaire dans le plan E, le champ contrapolaire dans le plan H (Fig. 4c, 5c, 6c), calculé en tenant compte de la diffraction (courbe 2), présente un caractère oscillant dû aux effets de bord du plan de masse fini. De plus, ce champ est plus en accord, avec les mêmes ondulations et la même allure, avec les résultats expérimentaux (courbe 1) que celui calculé uniquement selon la théorie GO (courbe 3).

La figure 7 illustre la directivité, calculée d'après [10], dans la bande passante (selon un  $ROS \leq 2$ ) de la structure étudiée.

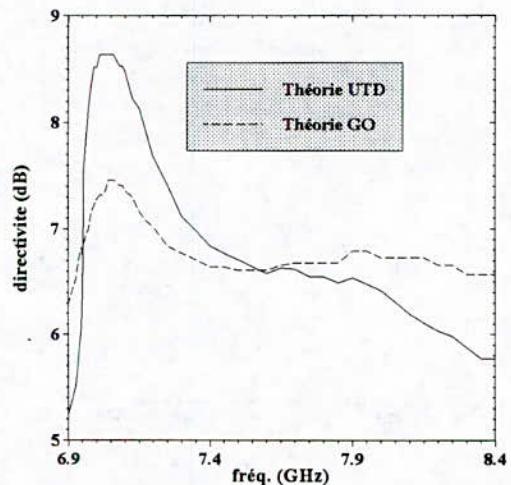


Fig. 7: Directivité en fonction de la fréquence.

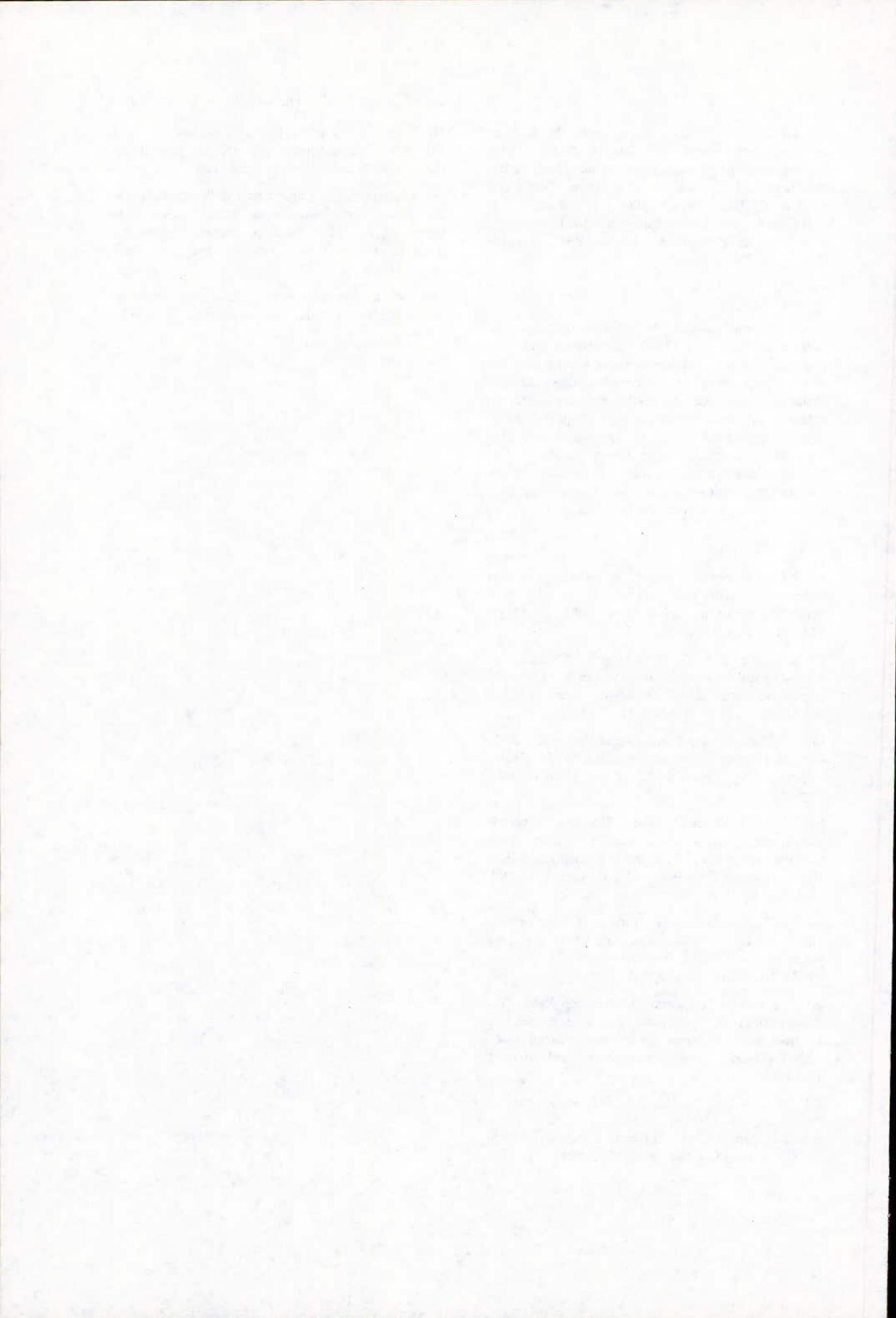
La directivité présente un maximum au voisinage de 7 GHz et décroît de part et d'autre. Cette décroissance peut s'expliquer d'une part, par l'augmentation des angles d'ouverture à -3dB des champs copolaires dans les plans E (Fig. 4-a, 5-a, 6-a) et H (Fig. 4-b, 5-b, 6-b) et, d'autre part par la croissance du niveau de la composante contrapolaire dans le plan H (Fig. 4-c, 5-c, 6-c).

#### 4. Conclusion

Les champs calculés en tenant compte de la diffraction, donc de l'effet des dimensions finies du plan de masse, sont en meilleur accord avec les résultats expérimentaux que ceux calculés uniquement selon la théorie G.O. Ce résultat est prévisible car les antennes microrubans ont toujours un plan de masse fini. En combinant ainsi l'UTD et le concept des courants équivalents, nous avons pu éviter les problèmes de singularités et trouver des résultats en très bon accord avec ceux obtenus expérimentalement dans le cas d'une structure circulaire bicouche.

#### Bibliographie

- [1] R.G. Kouyoumjian and P. H. Pathak, "A uniform geometrical theory of diffraction for an edge in a perfectly conducting surface," *Proc. IEEE*, vol. 62, pp. 1448-1461, Nov. 1974.
- [2] E. Lier and K. R. Jakobsen, "Rectangular microstrip antennas with infinite and finite ground plane dimensions," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-31, no. 6, pp. 978-984, Nov. 1983.
- [3] J. Huang, "The finite ground plane effect on the microstrip antenna radiation patterns," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-31, no. 4, pp. 649-652, July 1983.
- [4] A. A. Kishk and L. Shafai, "The effect of various parameters of circular microstrip antenna on their radiation efficiency an the mode excitation," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-34, no. 8, pp. 969-976, Aug. 1986.
- [5] A. K. Bhattacharyya, "Effects of finite ground plane on the radiation characteristics of a circular patch antenna," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-38, no. 2, pp. 152-159, Feb. 1990.
- [6] R. Aksas, A. Zerguerras, "Distribution des courants et diagrammes de rayonnement d'antennes microrubans multicouches de forme quelconque en mode quasi-TEM," *Algerian Journal of Technology*, vol. 10, no. 1, Juin 1994.
- [7] G. Dubost, S. Desclos and A. Zerguerras, "Radiation of arbitrary shape symmetrical patch antenna coupled with a director," *Electron. Lett.*, vol. 26, no. 18, pp. 1539-1540, August 30, 1990.
- [8] D. A. McNamara, C.W. I Pistorius and J. A Malherbe, "Introduction to the uniform geometrical theory of diffraction," Artech House, 1990.
- [9] A. Zerguerras, "Contribution à l'étude d'antennes plaques de forme quelconque multicouches à large bande. Application à l'antenne plaque circulaire avec directeur. Thèse de doctorat d'état soutenue à l'ENP, Alger, 1990.
- [10] W. L. Stutzman and G. A. Thiele, "Antenna theory and design," John Wiley & Sons, p. 397, 1981.



# **Application de l'algorithme d'autoréglage à des systèmes découplés**

**Mohamed Salah AIT CHEIKH , Nassira CHERID**  
**Ecole Nationale Polytechnique**  
**Département d'électronique**  
**labo d'automatique**

## **Mots-clés:**

contrôleur PID , autoréglage , identification avec relais , découplage.

## **Résumé**

Cette étude présente une méthode de calcul des contrôleurs PID appliquée aux systèmes à deux entrées/deux sorties(TITO). La méthode se base sur la méthode de Ziegler-Nichols généralisée aux systèmes multivariable. Des exemples pour illustration et résultats de simulation sont présentés.

## **ملخص**

هذه الدراسة تقدم طريقة لتقسيم الضوابط مطبقة للأجهزة ذات مدخلين و مخرجين . تعتمد هذه الطريقة على منهج زيلر نيكولس ، معتمم على أجهز متعددة المتغيرات . يحتويا على أمثلة ونتائج

## **Summary**

This survey presents a method of PID controllers design applied to the systems of two inputs two outputs (TITO). The method is based on the Ziegler-Nichols method generalized to multivariable systems . Some examples for illustration and results of simulation are presented.

## Introduction

Les contrôleurs PID commandent de nombreux processus industriels, leur simplicité, leurs bonnes performances dans de nombreux cas expliquent leurs succès. Différentes méthodes sont utilisées pour déterminer les paramètres de ces contrôleurs, parmi ces dernières, la méthode d'autoréglage (auto-tuning). Le découplage est utilisé pour un système multivariable, ayant une interaction importante.

## 2. Principe de l'autoréglage

La méthode est basée sur une identification qui donne les paramètres du point critique avec  $k_c$  gain critique et  $\omega_c$  pulsation critique. L'estimation de ce point est obtenue par l'introduction d'un relais dans la boucle de contrôle comme le montre la figure 1. Le système travaille en mode d'ajustage lorsque le relais est connecté, et en mode de contrôle lorsqu'on introduit le contrôleur PID [1].

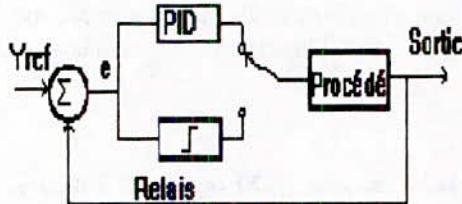


figure 1 Autoréglage avec relais

En mode d'ajustage le relais produit une oscillation en sortie (cycle limite). L'amplitude de cette oscillation est fonction de l'amplitude  $h$  du relais. Le relais est défini par une caractéristique qu'on appelle gain équivalent ou lieu critique donné par la fonction  $N(a)$ , fonction de  $a$  amplitude de l'oscillation [4].

$N(a) = 4h/\pi a$  si le relais est idéal.  
si le relais présente une hysteresis avec demi largeur  $\Delta$ , dans ce cas :

$$N(a) = 4h(\sqrt{a^2 - \Delta^2} - j\Delta) / \pi a^2$$

L'intersection entre le lieu critique du relais gradué en amplitude et la fonction de transfert du procédé gradué en fréquence (lieu de Nyquist) donne le point critique.

$$K_c = 4h/\pi a; \omega_c = 2\pi/T_c$$

$T_c$  : période de l'oscillation.

Connaissant les paramètres de ce point, il sera ensuite facile de calculer les paramètres du contrôleur, en utilisant la méthode de Ziegler-Nichols ou une de ses dérivées.

## 3. Méthode d'autoréglage pour les systèmes à deux entrées/deux sorties

Un système à deux-entrées /deux-sorties (TITO) est un système constitué de deux boucles interconnectées (figure 2). Cette interaction peut rendre le système instable si elle est importante.

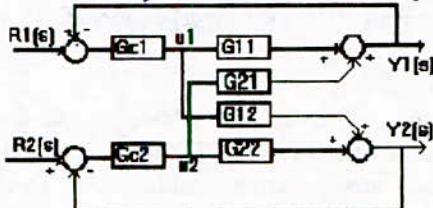


figure 2 système à deux entrées/deux sorties

### 3.1. Interaction et matrice de gain relatif

L'interaction représente l'influence des variables d'une boucle sur les autres boucles. Pour déterminer l'importance de cette interaction entre les différentes boucles de contrôle on calcule la matrice de gain relatif. Ce gain mesure l'influence d'une variable sélectionnée  $U_j$  sur une variable contrôlée  $Y_i$ , ce gain est donné par l'expression suivante:

$$\lambda_{ij} = (\partial Y_i / \partial U_j)_{\text{uf}} / (\partial Y_i / \partial U_j)_{Y_j} \approx \\ (\partial Y_i / \partial U_j)_{\text{ui}} / (\partial Y_i / \partial U_j)_{Y_j} \quad (1)$$

$(\partial Y_i / \partial U_j)_{\text{ui}}$  gain évalué en boucle ouverte

$(\partial Y_i / \partial U_j)_{Y_j}$  gain des autres boucles fermées

$\lambda_{ij}$  indique de quelle façon varie le gain d'une boucle lorsque l'autre boucle est fermée cas du système à deux-entrées/deux-sorties (TITO).

Pour un système TITO les gains relatifs sont déterminés facilement en fonction des gains statiques .

$$K_{11} = \partial Y_1 / \partial U_1|_{\text{uf}} ; \quad K_{12} = \partial Y_1 / \partial U_2|_{\text{uf}}$$

$K_{21} = \partial Y_2 / \partial u_1|_{u_2}$ ;  $K_{22} = \partial Y_2 / \partial u_2|_{u_1}$   
 K<sub>ij</sub> est le gain relatif de la variable contrôlée i par rapport à la variable sélectionnée j. Le processus TITO est décrit par le système d'équations (2):

$$\begin{cases} Y_1 = K_{11} u_1 + K_{12} u_2 \\ Y_2 = K_{21} u_1 + K_{22} u_2 \end{cases} \quad (2)$$

a partir de ce système d'équations nous déduisons la matrice de gains relatif:

$$\begin{aligned} \partial Y_1 / \partial u_1|_{u_2} &= K_{11} \\ \partial Y_1 / \partial u_1|_{Y_2} &= (K_{11} - K_{12} \cdot K_{21}) / K_{22} \end{aligned}$$

$$\lambda_{11} = K_{11} K_{22} / (K_{12} \cdot K_{21} - K_{11} \cdot K_{22}) \quad (3)$$

$$\lambda_{12} = K_{12} \cdot K_{21} / (K_{12} \cdot K_{21} - K_{11} \cdot K_{22}) \quad (4)$$

$$\lambda_{22} = \lambda_{11}; \lambda_{21} = \lambda_{12}$$

	u <sub>1</sub>	u <sub>2</sub>
Y <sub>1</sub>	$\lambda_{11}$	$\lambda_{12}$
Y <sub>2</sub>	$\lambda_{21}$	$\lambda_{22}$

1. Si K<sub>ij</sub> = 0 alors  $\lambda_{ij} = 0$ , ceci implique que la j<sup>e</sup>me variable sélectionnée n'a pas d'influence sur la i<sup>e</sup>me variable contrôlée.

2. Si on choisit des paires de variables sélectionnées/ contrôlées de façon à avoir des gains négatifs ( $\lambda_{11}, \lambda_{22}$ ) il peut en résulter un système instable ou inverse, c'est le genre d'appariement à éviter.

3. Si  $\lambda_{ij} = 1$ , dans ce cas il n'y a pas d'interaction entre la boucle i et les autres boucles. Pour un système TITO, ce cas se présente si l'un ou les deux éléments ( $K_{12}$  et/ou  $K_{21}$ )=0.

4. Si  $\lambda_{ij}$  s'écarte de 1 l'interaction augmente.

Ex: si  $\lambda_{11} = 1$  ceci implique qu'il n'y a pas d'interaction entre la boucle une et les autres boucles. Si par contre  $\lambda_{11} = 0$  dans ce cas soit  $\partial Y_1 / \partial u_1|_{Y_2}$  est très grand ou  $\partial Y_1 / \partial u_1|_{u_2}$  est très faible, dans les deux cas Y<sub>1</sub> n'est pas contrôlée par u<sub>1</sub>.  $\lambda_{12} = 0$  alors Y<sub>1</sub> n'est pas contrôlée par u<sub>2</sub> et ainsi de suite.

En analysant cette matrice de gains on peut trouver les paires de variables sélectionnées/contrôlées adéquates.

On définit un facteur de couplage k<sub>0</sub> par le rapport suivant:

$$k_0 = K_{12} \cdot K_{21} / K_{11} \cdot K_{22}$$

Ce rapport définit le type de couplage.

k<sub>0</sub> > 0 couplage > 0

k<sub>0</sub> < 0 couplage < 0

si k<sub>0</sub>=0,  $\lambda_{11} = \lambda_{22} = 1$  dans ce cas, les paires de variables sélectionnées /contrôlées sont:

(u<sub>1</sub> ---- y<sub>1</sub>) et (u<sub>2</sub> ---- y<sub>2</sub>)

Si k<sub>0</sub> >> 1,  $\lambda_{12} = \lambda_{21} = 1$  dans ce cas les paires de variables sont:

(u<sub>1</sub> ---- y<sub>2</sub>) et (u<sub>2</sub> ---- y<sub>1</sub>)

Pour ce système on définit un nouveau facteur de couplage k'<sub>0</sub> = 1 / k<sub>0</sub>.

Il est important d'avoir de bonnes paires de variables pour un système donné car sa stabilité en dépend à cause de l'interaction existante. Un système peut être instable alors que chacune de ses boucles peut être stable.

Plus |k<sub>0</sub>| augmente plus la stabilité du système diminue, dans ce cas il faut reconfigurer le système . Pour vérifier la stabilité du système NIEDERLINSKI proposa de calculer le facteur d tel que:

$$d = \det(K) / \prod_{i=1}^n K_{ii}$$

det(K) est le déterminant de la matrice de gains statique et K<sub>ii</sub> sont les éléments qui se trouvent sur la diagonale .Pour un système TITO :

$$d = (K_{12} \cdot K_{21} \cdot K_{11} \cdot K_{22}) / K_{11} \cdot K_{22} = 1 - k_0$$

Comme on vient de le voir, l'interaction peut produire des effets indésirables. Ceux ci peuvent être réduits par une bonne reconfiguration des boucles. Cependant l'interaction peut être assez grande ce qui empêcherait un contrôle satisfaisant, dans ce cas l'utilisation d'une technique de découplage permettra de trouver un bon contrôleur. Pour un système TITO cette technique permet d'obtenir un système avec deux boucles indépendantes.

### 3.2. Découplage d'un système TITO

Pour éliminer l'interaction entre les deux boucles du système de la figure 2, on introduit un système de découplage comme le montre la figure 3 . Pour obtenir un système à deux boucles indépendantes, il faut réaliser les conditions suivantes:

$$\partial y_1 / \partial u_2|_{u_1} = 0 \text{ et } \partial y_2 / \partial u_1|_{u_2} = 0 \quad (5)$$

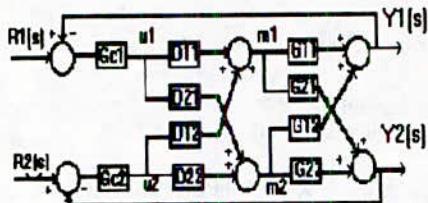


figure 3. Découplage d'un système TITO

Les relations entre variables sélectionnées /variables contrôlées sont:

$$Y_1 = [D_{11}G_{11} + D_{21}G_{12}]u_1 + [D_{12}G_{11} + D_{22}G_{12}]u_2.$$

$$Y_2 = [D_{21}G_{22} + D_{11}G_{21}]u_1 + [D_{22}G_{22} + D_{12}G_{21}]u_2.$$

pour satisfaire l'équation (5) on doit avoir:

$$D_{12}G_{11} + D_{22}G_{12} = 0 \quad (6)$$

$$D_{21}G_{22} + D_{11}G_{21} = 0 \quad (7)$$

Pour éliminer l'effet de la boucle une sur la boucle deux et inversement on pose:

$$D_{11} = D_{22} = 1 \quad (8)$$

les équations (6), (7) et (8) donnent les relations suivantes:

$$D_{12} = -G_{12} / G_{11} \quad (9)$$

$$D_{21} = -G_{21} / G_{22} \quad (10)$$

En appliquant cette technique de découplage au système de la figure 2. L'interaction est éliminée et un système modifié est obtenu, ce système à deux boucles indépendantes (figure 4) avec des fonctions:

$$\Delta G = G_{11}G_{22} - G_{12}G_{21}$$

$$G_{e1} = \Delta G / G_{22} \quad (11)$$

$$G_{e2} = \Delta G / G_{11} \quad (12)$$

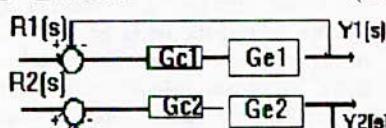


figure 4. Système Découplé

### 3.3. Application de la technique

### d'autoréglage aux systèmes TITO

La technique d'autoréglage appliquée aux systèmes monovariables fut adaptée par NIEDRILINSKI [2] aux systèmes multivariables et porte le nom de **Ziegler-Nichols** généralisée. ZGORZELSKI [3] proposa une approche qui permet de déterminer les paramètres des contrôleurs PID.

La méthode [4] utilise deux relais contrôleurs en mode d'ajustage dont la structure est illustrée par la figure 5.

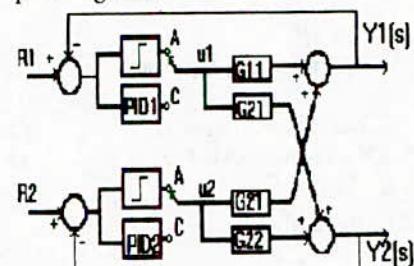


figure 5. Autoréglage d'un Système TITO

Pour la détermination du point critique, la procédure de pré-réglage est la suivante:

1. Les gains statiques du procédé sont déterminés en boucle ouverte, ensuite on calcule la matrice de gains, en utilisant les formules (3) et (4). Suivant la valeur de ces gains, on peut procéder à des modifications ou pas (appariement).

2. On place le système en mode d'ajustage, on détermine le point critique de la boucle une en plaçant le relais un et en commutant le relais deux, on refait le travail avec la seconde boucle. Kci et Wci, gain critique et fréquence critique de la boucle i sont ainsi déterminés.

3. Quant le contrôleur est encore en mode d'ajustage, on fait varier le rapport  $\eta = h_1 / h_2$  (h<sub>i</sub> amplitude du relais i), afin de déterminer l'amplitude et la fréquence désirée (ampi, Tcri).

$$K_{ci} = 4.h_i / \pi \text{ ampi}$$

$$W_{ci} = 2\pi / T_{cri}$$

Kci : gain critique de la boucle i

Wci : fréquence critique calculée

Tcri : période critique calculée

4. On calcule ensuite les paramètres du contrôleur PID en utilisant les formules de **Ziegler-Nichols** données par le tableau 1:

$$\alpha_i = W_c / W_{ci}$$

contrôleur	K <sub>p</sub>	T <sub>i</sub>	T <sub>d</sub>
P	a <sub>1</sub> K <sub>c1</sub>		
PI	a <sub>2</sub> K <sub>c1</sub>	.8T <sub>c1</sub>	
PID	a <sub>3</sub> K <sub>c1</sub>	.5T <sub>c1</sub>	.12T <sub>c1</sub>

Tableau 1:formules de **ziegler-nichols**

$$\text{avec: } 0.5 < a_1 < \sqrt{0.5}$$

$$0.45 < a_2 < \sqrt{0.45}$$

$$0.6 < a_3 < \sqrt{0.6}$$

Le choix de  $\alpha_i$ , coefficient du gain proportionnel, est choisi en fonction de  $\alpha_i$ .

Si  $\alpha_i \ll 1$  on choisit la plus grande valeur du coefficient, sinon on choisit la plus faible.

5. On place le système en mode de contrôle en mettant les contrôleurs et on calcul la réponse transitoire du système. Si les contrôleurs ne sont pas satisfaisant, on refait l'opération à partir de l'étape 2.

(on recalcule les points critiques avec de nouveaux paramètres des relais).

Si on choisit la méthode de découplage, la procédure de calcul est plus simple car il s'agit de deux boucles indépendantes. On place un relais contrôleur dans chaque boucle pour déterminer les points critiques, ensuite on applique les formules de **ziegler-nichols** pour trouver les paramètres des contrôleurs.

Pour illustrer la méthode d'autoréglage appliquée aux systèmes à deux- entrée deux-sorties on prend des exemples .La méthode d'autoréglage avec découplage et sans découplage donne les résultats suivant:

#### 4.Simulation

On analyse les méthodes de calcul des contrôleurs PID avec découplage et sans découplage pour les systèmes à deux entrées deux sorties .Dans ce but nous effectuons quelques simulations pour évaluer les

performances des deux méthodes en matière de temps de réponse, de dépassement ...

#### exemple 1:

La fonction de transfert d'un système à deux entrées deux sorties est donnée par le système suivant:

$$G1(s) = \frac{1}{(s^3 + 2s^2 + 3s + 1)} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\text{matrice de gains} = \begin{bmatrix} 0.51714 & 0.4286 \\ 0.4286 & 0.5714 \end{bmatrix}$$

$$\text{facteur de stabilité } d = 1.750$$

système non découpé :

$$\begin{array}{ll} \text{calcul des points critiques pour les deux boucles} \\ w_{c1}=1.557 & w_{c2}=1.5557 \end{array}$$

$$k_{c1}=3.6378 \quad k_{c2}=0.9794$$

système découpé:

$$\begin{array}{ll} \text{calcul des points critiques pour les deux boucles} \\ W_{c1d}=1.557 & W_{c2d}=1.7074 \\ K_{c1d}=2.3150 & K_{c2d}=0.6366 \end{array}$$

les réponses sont données en figure 1.1 et figure 1.2.

#### exemple 2:

$$G2(s) = \frac{1}{D} \begin{bmatrix} 1.5s+1 & 0.6(0.75s+1) \\ 0.8(0.75s+1) & 0.8(1.2s+1) \end{bmatrix}$$

$$D = (1+s)(1+2s)^2(1+0.5s)$$

$$\text{matrice de gain} = \begin{bmatrix} 2.5 & -1.5 \\ -1.5 & 2.5 \end{bmatrix}$$

$$\text{facteur de stabilité} = 0.4$$

système non découpé :

$$\begin{array}{ll} \text{calcul des points critiques pour les deux boucles} \\ w_{c1}=0.977 & w_{c2}=0.977 \\ k_{c1}=4.2441 & k_{c2}=6.3662 \end{array}$$

système découpé:

calcul des points critiques pour les deux boucles  
 $Wc1d=0.977$        $Wc2d=0.977$   
 $kc1d=4.2441$        $kc2d=7.6394$   
les réponses sont données en figure 2.1 et figure 2.2

### exemple 3:

$$G3(s) = \frac{1}{D} \begin{bmatrix} 1.5s+1 & 0.2(0.75s+1) \\ 0.6(0.75s+1) & 0.8(1.2s+1) \end{bmatrix}$$

$$D = 2s^4 + 8s^3 + 10.5s^2 + 5.5s + 1$$

$$\text{matrice deg ain} = \begin{bmatrix} 1.1765 & -0.1765 \\ -0.1765 & 1.1765 \end{bmatrix}$$

$$\text{facteur de stabilité } d = 0.85$$

système non découpé :

calcul des points critique pour les deux boucles

$$wc1=1.1768 \quad wc2=1.1768$$

$$kc1=6.3662 \quad kc2=10.1859$$

système découpé :

calcul des points critique pour les deux boucles

$$Wc1d=1.1768 \quad Wc2d=1.1768$$

$$Kc1d=6.3662 \quad Kc2d=8.4883$$

les réponses sont données en figure 3.1 et figure 3.2

Les systèmes des exemples 1 et 2 présentent une interaction non négligeable ,une analyse comparative des résultats trouvés par l'application de la méthode de **Ziegler-Nichols** nous permet de dire que les systèmes découpés donnent de meilleurs résultats et ceci grâce à l'élimination de l'interaction.

Si l'interaction est assez faible les performances du système avec l'application de l'algorithme de calcul donne des résultats identiques avec et sans découplage figures 3.1 et 3.2

### 5. Conclusion

La méthode d'autoréglage s'applique aussi bien aux systèmes monovariables qu'aux systèmes multivariables, l'étude présentée s'est limitée aux systèmes à deux- entrées/ deux-sorties.

L'étude s'est porté sur l'application de l'algorithme d'autoréglage utilisant la méthode de **Ziegler-Nichols**. Ainsi les simulations effectuées nous ont permis de montrer les résultats suivant:

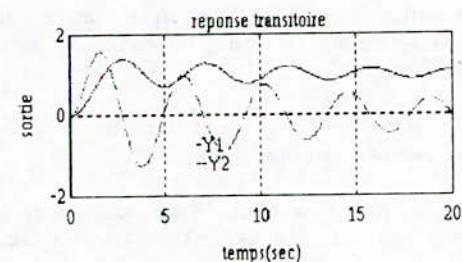
Si l'interaction est faible le découplage n'est pas utile et la méthode de calcul donne de bons

résultats. Par contre si cette interaction est trop grande la méthode de calcul proposé ne donne pas un bon ajustage et dans ce cas le découplage est primordial car il permet de donner de meilleurs résultats.

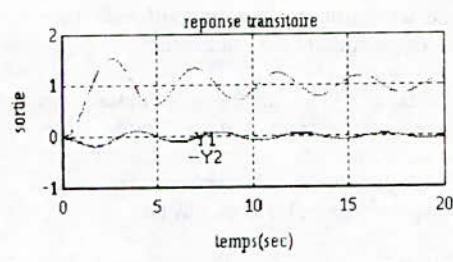
Le fait de découpler un système peut apporter aussi des facilités quant à l'utilisation d'autres méthodes avec moins de contrainte.

### Bibliographie

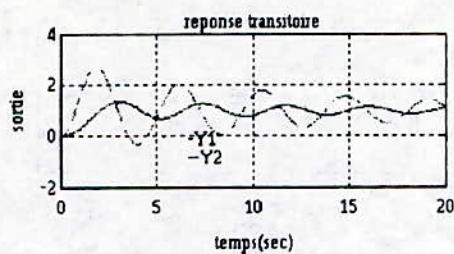
- [1] Astrom, K.J., Automatic tunning of PID of Regulators Research triangle park,N.C .Instrument society of america,1988.
- [2] Niederlinski,A.,A heuristic approach to design of linear multivariable interacting control system,Automatica,vol.7,pp.691-701,1971
- [3] Zgorzelski, P., Automatic tunning PI D Regulator for two -input two-output systems,Proc.of the IASTED international symposium Modelling Identification and control 1988
- [4] ZHAUNG, M. and ATHERTON D.P., PID Controller Design For A TITO System ,school of engineering and Applied science,University of sussex,1993



(a)  $R1=1, R2=0$

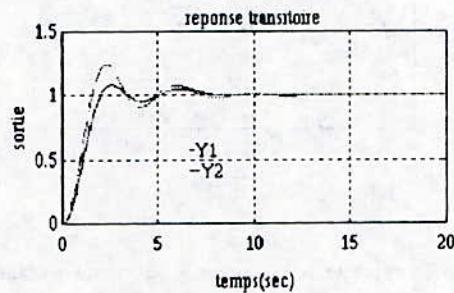


(b)  $R1=0, R2=1$



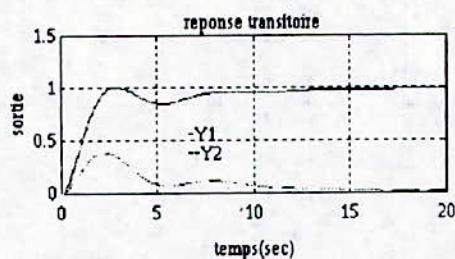
$$\bullet R1=1, R2=1$$

figure 1.1 (a),(b),(c), réponse de l'exemple 1 système non- déconnecté

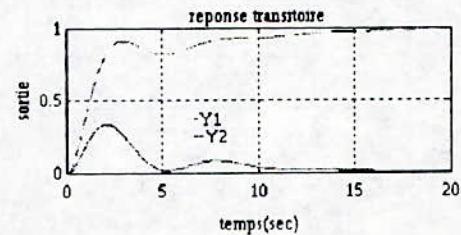


$$R1=1, R2=1$$

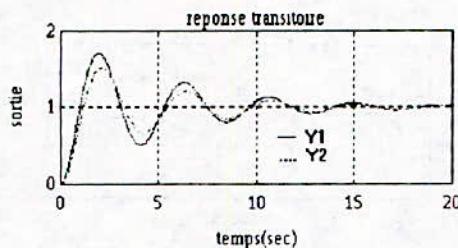
figure 1.2 réponse de l'exemple 1 système déconnecté



$$(a) R1=1, R2=0$$

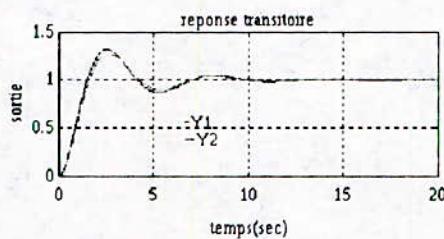


$$(b) R1=0, R2=1$$



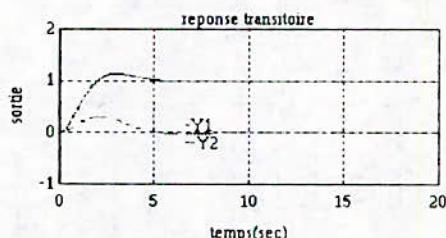
$$\odot R1=1, R2=1$$

figure 2.1,(a),(b),(c), réponses de l'exemple 2 système non découplé

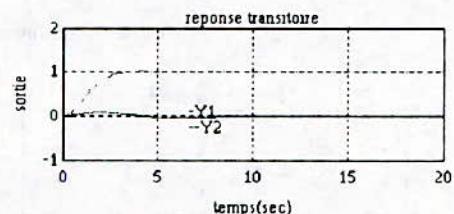


$$R1=1, R2=1$$

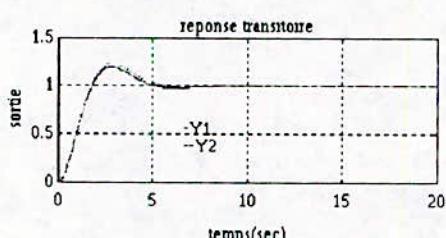
figure 2.2 réponse de l'exemple 2.2 système découple



$$(a) R1=1, R2=0$$

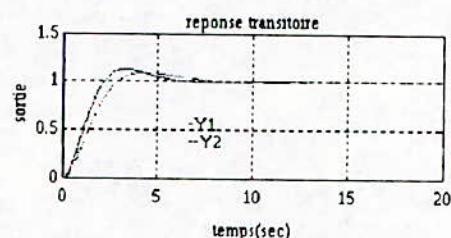


$$(b) R1=0, R2=1$$



$$\odot R1 = 1, R2=1$$

figure 3.1. réponse de l'exemple 3 système non découple



$$R1=1, R2=1$$

figure 3.2. réponse de l'exemple 3 système découple

## EVALUATION DE LA STABILITE DE TENSION D'UN RESEAU ELECTRIQUE

A. Hellal      A. Laifa

Département de Génie Electrique  
Ecole Nationale Polytechnique  
10 Avenue Hassen Badi, El-Harrach, Alger

### RESUME

Dans cet article l'analyse de la stabilité de tension pour un réseau à  $n$  noeuds est présentée avec un accent mis sur les causes pouvant conduire à ces instabilités et les facteurs influençants. A partir des équations d'écoulement de charge, un critère basé sur la singularité de la matrice jacobienne est mis en évidence. La méthodologie d'analyse et une application sur un réseau standard (IEEE 14 noeuds) sont présentés. Les résultats obtenus par variation uniforme et proportionnelle de la charge sont comparés. La nécessité de considérer les cas d'incidents pour assurer une meilleure sécurité du plan de tension a été prise en compte. Les effets du manque de puissance réactive et l'influence des caractéristiques de charge sont illustrés ainsi que le rôle des transformateurs avec régulateurs en charge et une compensation adaptée afin d'améliorer et de contrôler la stabilité de tension.

### ABSTRACT

This paper presents a voltage stability analysis of a multinodes network. It is emphasized on the causes and influencing factors which can lead to voltage instability. From power flow equations, a criterion based on the jacobian matrix singularity is derived. The analysis methodology and an application on the 14-bus test system are presented. Results from using uniform and proportional load variations are compared. To insure a better voltage security, outage cases have also been considered. The effects of the reactive power lack and the influence of load characteristics are illustrated as well as the action of tap changing transformers and reactive compensation to improve and control the voltage stability.

### ملخص

يقدم في هذا المقال تطبيق حول استقرار التوتر الكهربائي لشبكة متعددة الأقطاب باهتمام ظاهر للأسباب والعوامل التي تؤدي إلى عدمه. استعرض من خلال معادلات البصيلان التقني معيار متغير على مبدأ تفرد غالبي. قدمت المنهجية وتطبيق لشبكة تتكون من 14 قطب. قررت النتائج المحمل عليها بتراوحة منتظم ثم تناسب لل乾坤 الكهربائية باعتبار ظاهر لطافت صواده (كفقد مولدات أو انقطاع خطوط في الشبكة) وتأثير نعم الطاقة المتفاضة، الخطايا التقنية، استعمال المحولات أو التعويض الطاقى المتغير لتوصيف ورقابة التوتر.

## EVALUATION DE LA STABILITE DE TENSION D'UN RESEAU ELECTRIQUE

A. Hellal      A. Laifa

Département de Génie Electrique  
Ecole Nationale Polytechnique  
10 Avenue Hassen Badi, El-Harrach, Alger

### RESUME

Dans cet article l'analyse de la stabilité de tension pour un réseau multinoeuds est présentée ainsi que les causes et les facteurs influençants pouvant conduire à ces instabilités. A partir des équations d'écoulement de charge, un critère basé sur la singularité de la matrice jacobienne est mis en évidence. La méthodologie d'analyse et une application sur un réseau standard (IEEE 14 BUS) sont présentées. Les résultats obtenus pour une variation uniforme ou proportionnelle de la charge sont comparés. La nécessité de considérer les cas d'incidents pour assurer une meilleure sécurité du plan de tension a été prise en compte. Les effets du manque de puissance réactive et l'influence des caractéristiques de charge sont illustrés ainsi que le rôle des transformateurs avec régulateurs en charge ou d'une compensation adaptée afin d'améliorer et de contrôler la stabilité de tension.

### 1. INTRODUCTION

Cet article a pour but d'étudier la stabilité de tension pour un réseau multinoeuds. En partant des équations d'équilibre production-consommation décrivant le fonctionnement statique du réseau, un critère pour déterminer la stabilité de tension est dérivé. Différentes contingences affectant la stabilité de tension ont conduit à une analyse dont la méthodologie est présentée.

Une variation uniforme de la charge est adoptée et l'analyse appliquée au réseau standard IEEE 14 noeuds. Des résultats sont aussi obtenus pour une variation proportionnelle de la charge, comparés ensuite à ceux obtenus par découplage des équations de fonctionnement du réseau.

### 2. PROBLEMATIQUE ET MODELISATION

L'évolution de la tension en fonction de la puissance active (ou réactive au facteur  $Q_1/P_1$ )

prés), au premier noeud i d'un réseau électrique qui atteint la limite de stabilité (Fig.1), est considérée et montre qu'il existe, une puissance maximale transmissible à la charge au noeud i ( $P_{max}$ ,  $Q_{max}$ ) à laquelle correspond une tension critique  $V_{crit}$  qui détermine la limite de stabilité de tension.

En fait, lorsque  $V_i < V_{crit}$ , l'augmentation de la charge demandée se traduit par une baisse de la puissance effectivement délivrée et, corrélativement, la régulation des régulateurs en charge est instable. Les écarts  $\Delta P_j = P_{jaf} - P_{jao}$  et  $\Delta Q_j = Q_{jaf} - Q_{jao}$  représentent les puissances actives et réactives susceptibles d'être fournies en chaque noeud consommateur à partir de l'état  $A_0$  jusqu'au point d'entrer en instabilité de tension au noeud i.

Il est important de savoir, le temps encore disponible pendant lequel le plan de tension va rester stable en N et N-1, pour des défaillances potentielles, compte-tenu de la variation de charge prévue pour le futur proche, du programme de marche des groupes et des moyens principaux de réglage de la tension disponibles (bancs de capacités, possibilités de fourniture de l'énergie réactive des machines, etc.).

Les noeuds du réseau sont respectivement classés en noeuds de charge (PQ) modélisés en termes de tension, noeuds générateurs (PV) avec des limites sur la puissance réactive (transformés en type PQ lorsqu'elles sont atteintes) et un noeud bilan. Un noeud avec une charge et un générateur ou source réactive est un noeud générateur.

Les lignes ainsi que les transformateurs sont simplement représentés par le modèle  $\pi$  équivalent. Les générateurs sont modélisés par une source de tension constante générant de la puissance active  $P_g$  et réactive  $Q_g$  avec  $Q_{gmin} \leq Q_g \leq Q_{gmax}$  à cause du maximum permis des courants statorique et rotorique et de l'angle rotorique maximum permis (sous-excitation). Les charges dont les paramètres  $n_p$  et  $n_q$  démontrent différents types [1] sont représentées par un modèle statique exponentiel:

$$\begin{aligned} P &= P_0 V^{\alpha} \\ Q &= Q_0 V^{\beta} \end{aligned} \quad (1)$$

Les compensateurs synchrones et statiques sont respectivement représentés par un générateur avec  $P_0=0$  et une capacité shunt d'admittance  $jB_0$ .

### 3. DETERMINATION DE LA STABILITE DE TENSION

La notion la plus largement acceptée de la stabilité statique nécessite un point d'équilibre. Un réseau fonctionne sous l'influence de nombreux paramètres qui varient avec le temps et les circonstances et peuvent mener le système à perdre sa stabilité par apparition brutale d'oscillations ou disparition du point de fonctionnement (divergence ou bifurcation statique associée avec l'effondrement de tension). Cette bifurcation a lieu lorsque le Jacobien des équations d'écoulement de charge est singulier.

#### 3.1 Condition de stabilité

En régime établi, les équations d'écoulement de puissance d'un réseau multinoeuds s'écrivent:

$$\begin{aligned} f_i &= P_i - \sum_{j=1}^{n+m+1} V_i V_j [ G_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) \\ &\quad + B_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j)] \quad i=1, n+m \\ g_i &= Q_i - \sum_{j=1}^{n+m+1} V_i V_j [ G_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) \\ &\quad - B_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j)] \quad i=1, m \end{aligned} \quad (2)$$

où:  $V_i, \theta_i$  : module et phase de tension au noeud  $i$   
 $G_{ij}, B_{ij}$  : élément  $ij$  de la matrice admittance  
 $P_i, Q_i$  : puissance active et réactive nette au noeud  $i$ .

Sous forme compacte, le système (2) s'écrit:  
 $F(x, p) = 0 \quad (3)$

où  $F = [f_1, \dots, f_{n+m}, g_1, \dots, g_m]^t$   
 $x = [\theta_1, \dots, \theta_{n+m}, V_1, \dots, V_m]^t$   
 $p = [P_1, \dots, P_{n+m}, Q_1, \dots, Q_{n+m}]^t$

Si  $x$  et  $p$  dépendent d'un paramètre arbitraire  $t$ , on peut écrire:

$$\frac{dF(x, p)}{dt} = F_x \frac{dx}{dt} + F_p \frac{dp}{dt} = 0 \quad (4)$$

Puisque  $F_p(x, p) = I$  (I matrice identité), l'équation (4) devient:

$$F_x \frac{dx}{dt} = - \frac{dp}{dt} \quad (5)$$

L'équation (5) caractérise l'aspect de base de l'effondrement de tension ainsi que les limites de la stabilité statique. Afin de simplifier, supposons qu'une charge  $i$  est variable. Au point critique,  $dP_i/dV_i$  devient nul car la puissance active ne peut plus augmenter davantage et le reste des éléments de  $dP/dV_i$  aussi, ce qui donne:

$$F_x \frac{dx}{dV_i} = - \frac{dp}{dV_i} = 0 \quad (6)$$

Comme  $dx/dV \neq 0$ , la matrice  $F_x$  doit être obligatoirement singulière, ce qui est également valable lors de l'extension du problème d'un système de 2 à  $n$  noeuds [2].

$J$  étant le Jacobien, les équations linéarisées d'écoulement de puissance s'écrivent:

$$\begin{bmatrix} \Delta f \\ \Delta g \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial \theta} & \frac{\partial f}{\partial V} \\ \frac{\partial g}{\partial \theta} & \frac{\partial g}{\partial V} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (7)$$

La limite de stabilité de la tension est atteinte au sommet de la courbe tension/puissance et le critère d'évaluation [3] de la limite de stabilité de tension serait de déterminer le point où:

$$\det(J) = 0 \quad (8)$$

Des problèmes de convergence peuvent cependant apparaître à cause de la présence de solutions multiples au voisinage des maximums. Le point critique est seulement approché et non obtenu de manière précise.

Connaissant l'état critique, une indication de la sécurité du système de l'effondrement de tension [4] est définie par:

$$SM = \frac{\sum S_i^{\text{critique}} - \sum S_i^{\text{initial}}}{\sum S_i^{\text{initial}}} \quad (9)$$

où  $S_i$  est la puissance apparente totale de charge.

Pour une condition initiale stable, SM prend des valeurs entre 0 et 1. SM est nul à la limite de stabilité de tension. La stabilité est d'autant mieux assurée que SM est proche de 1.

#### 3.2 Perturbations considérées

##### a) Changement discret (cas d'incidents)

Dans le cas d'incidents, la marge de sécurité est réduite puisque le réseau est affaibli et la puissance peut prendre des chemins plus longs pour

satisfaire la demande. Il est donc très important de considérer les cas d'ouvertures de lignes, de pertes de générateurs, de transformateurs.

#### b) Changement continu (variation de charge)

La perturbation essentielle pour l'étude de la stabilité de la tension, est l'augmentation excessive de la charge, que l'on simule par:

- une variation uniforme où un facteur de charge unique défini pour tous les noeuds de charge permet de comparer les charges des différents noeuds,
- une variation proportionnelle où pour chaque point de fonctionnement, la puissance totale demandée est distribuée pour les différents noeuds dans les mêmes proportions que celles de la répartition initiale de puissance,
- une variation locale à un ou plusieurs noeuds ce qui permet de s'intéresser à quelques noeuds particuliers.

Il faut noter toutefois que pour le fonctionnement réel des réseaux, des prévisions de charge existent, ce qui permet de considérer les cas les plus sévères (charges élevées aux heures de pointe).

#### 3.3 Principe de la méthode

A partir de l'état courant du réseau, la limite de stabilité de tension ainsi que les marges  $\Delta P_i$  et  $\Delta Q_j$ , définies en chaque noeud  $PQ$  sont calculées. Des augmentations des charges actives et réactives sont simultanément simulées pour différents noeuds consommateurs. Parallèlement, l'équilibre production-consommation en actif détermine les grandeurs du réseau (phases, tensions non tenues, productions réactives...). La simulation prend fin quand l'augmentation de la charge est jugée suffisante ou qu'un noeud arrive en situation instable (passage par la tension critique). La simulation doit tenir compte des phénomènes déterminants du point de vue tenue du plan de tension: comportement de la charge, réserves de puissance réactive des groupes incluant leurs limites et utilisation de la compensation.

Il faut noter qu'en pratique, on ne peut arriver au point correspondant à  $\det(J) = 0$  et la précision dépend évidemment du choix de l'incrément  $\Delta k$  du facteur de charge.

### 4. APPLICATION ET RESULTATS DE SIMULATION

#### 4.1 Configuration de base

On se concentre premièrement sur des charges à puissance constante et on montre par la suite les effets sur la stabilité de tension lorsque des parties de la charge ont des caractéristiques autres qu'une puissance constante.

Pour une variation uniforme et pour la configuration de base du réseau considéré, la figure 2 montre l'évolution des amplitudes de tension en fonction du facteur de charge pour quelques noeuds de charge. La charge du réseau étant graduellement augmentée, les tensions aux noeuds de charge diminuent jusqu'à ce que le jacobien devienne singulier.

D'après les résultats de l'écoulement de puissance relatif au point initial et vu l'évolution des tensions représentées, on constate que les noeuds les plus affectés sont ceux situés loin des points de génération. Ceci est dû à l'augmentation des pertes dans les lignes, surtout réactives, avec celle du facteur de charge  $k$ . La génération de l'énergie réactive augmente aussi, et à partir d'un certain niveau de charge, les puissances réactives générées arrivent à leurs limites supérieures ce qui accélère le processus d'effondrement.

La marge de sécurité pour ce cas de base est:  
 $SM = 0.70$ .

#### 4.2 Effets des caractéristiques de charge

La distance à l'effondrement de tension est influencée par la dépendance en tension des charges, suivant le modèle présenté. Cette distance augmente et la tension critique est atteinte à des niveaux bas quand la dépendance en tension des charges augmente (Fig.3), c'est-à-dire lorsque  $n_p$  et  $n_q$  augmentent. Si la sécurité du réseau est évaluée en gardant une marge minimum à l'effondrement de tension, une représentation constante de charge donnera alors l'état le plus sauf du réseau. Pour des charges dépendantes en tension, il faut distinguer les puissances demandées des puissances réellement consommées. Les puissances demandées ( $P_0$ ,  $Q_0$ ) sont proportionnelles au facteur de charge.

#### 4.3 Effets de l'équipement de contrôle

##### a) Compensation

Une demande typique de charge d'un réseau inclut en plus de la puissance active, une composante de puissance réactive inductive. Durant les périodes de demande élevée, la consommation de puissance réactive excède de loin les quantités disponibles. Le déficit peut être couvert par les moyens de compensation pour contrôler la stabilité de tension.

Afin de pouvoir changer la quantité de compensation dans les simulations, un facteur de compensation  $k_c$  est introduit. C'est un multiplicateur appliquée aux sources de puissance réactive à installer:

$$b_i = k_c B_0 \quad (10)$$

où  $b_i$  la susceptance du compensateur au noeud  $i$ .

Pour  $k_c=0$ , il n'y a pas de compensation alors que  $k_c=1$  donne la valeur totale installée. Dans notre cas, un choix arbitraire ( $B_0=0.4$  p.u.) a été fait sur la base des limites constatées des générateurs du réseau considéré.

Vu que les tensions aux noeuds 13 et 14 sont plus faibles et que ces noeuds sont en fait les plus éloignés des noeuds générateurs, on choisit de placer la compensation en ces noeuds. D'autres travaux peuvent être entrepris afin de déterminer la localisation optimale de ces compensateurs.

La figure 4 montre la variation des tensions au noeud 13 en fonction de  $k_c$ . Elles augmentent lorsque le facteur de compensation est élevé surtout dans le cas 3 qui représente le cas de compensation aux noeuds 13 et 14. Pour quelques valeurs de  $k_c$ , la figure 5 montre leur évolution en fonction du facteur de charge (cas 3). Les pertes (réactives) diminuent sensiblement lorsque  $k_c$  augmente ce qui éloigne le point critique.

##### b) Régleurs en charge

Pour notre cas, un transformateur est situé entre les noeuds 5 et 6. Lorsque la tension baisse aux bornes des charges, les rapports de transformation changent pour la faire relever (Fig.6). En pratique,  $\alpha$  est compris entre 0.85 et 1.15 [5].

On remarque également (Fig.7) comment l'augmentation de  $\alpha$  améliore sensiblement le profil de tension aux noeuds consommateurs en fonction du facteur de charge  $k$  (exemple du noeud

13). Les pertes actives et réactives diminuent lorsque  $\alpha$  augmente. A un certain seuil, elles réaugmentent caractérisant l'effet inverse des régulateurs en charge. Dans notre cas, ces limites pour la plage de variation de  $k$  ne sont pas atteintes.

#### 4.4 Effets des incidents

Le calcul de la condition extrême est souvent fait pour des conditions de fonctionnement normal puis pour différentes contingences. Ceci est important car les contingences ramènent cette condition extrême proche du point de fonctionnement actuel.

Les cas d'incidents que nous avons considérés sont principalement des ouverture de lignes ou des pertes de générateurs.

La figure 8 montre l'influence de tels incidents sur l'évolution des amplitudes de tension avec l'augmentation de charge (noeud 13). Le cas 0 correspond au cas de base (sans incident), le cas 1 à l'ouverture de ligne 6-12, le cas 5 à la perte du générateur 2, etc. Les caractéristiques sont plus ou moins abaissées en fonction de l'influence de l'incident considéré. Le cas d'ouverture des lignes 6-12 et 6-13 (cas 3) est particulièrement critique (condition N-2), alors que le cas 4 (lignes 6-13 et 9-14 ouvertes) provoque la divergence du programme d'écoulement de puissance dès la première incrémentation du facteur de charge. C'est un cas très critique pour ce réseau.

Pour des conditions de contingences données, le système doit non seulement fournir des niveaux de tension satisfaisants, mais aussi maintenir des marges de stabilité raisonnables [6].

#### 4.5 Variation proportionnelle

Dans le cas d'une variation proportionnelle, on définit des facteurs de proportionnalité des puissances active  $P_d$  et réactive  $Q_d$  totales demandées respectivement. On définit alors pour un noeud de charge et pour un noeud générateur:

$$k_{pi} = \frac{P_{10i}}{P_d} = \frac{P_{10i}}{\sum_i P_{10i}} \quad (11)$$

$$k_{gi} = \frac{P_{gi}}{P_d} = \frac{P_{gi}}{\sum_i P_{10i}}$$

En considérant des facteurs de puissance constants pour une charge qui varie, on a:

$$t_i = \frac{Q_{10i}}{P_{10i}} = \text{const} \quad (12)$$

La variation de charge est ainsi simulée par une quantité incrémentale  $\Delta P_d$  de la puissance totale demandée. Les puissances aux différents noeuds sont alors modifiées de la manière suivante:

$$\begin{aligned} P_{10i} &= P_{10i} + k_{pi} \Delta P_d \\ Q_{10i} &= t_i P_{10i} \\ P_{gi} &= P_{gi} + k_{gi} \Delta P_d \end{aligned} \quad (13)$$

L'évolution des amplitudes de tension reste identique au cas de variation uniforme (Fig.9). Ces caractéristiques sont de moins en moins proches lorsque la charge augmente (Fig.10). Aussi, la variation uniforme donne le point critique le plus proche, c'est-à-dire des marges plus faibles. La simplification introduite en considérant une variation uniforme dans notre étude se trouve très justifiée. Les mêmes conclusions sont faites pour les tensions de différents types de charges variant uniformément (Fig.11, noeud 13).

#### 4.6 Découplage des équations du réseau

En utilisant le découplage des équations (7), on peut écrire:

$$\begin{aligned} \Delta f &= P_0 \Delta \theta \\ \Delta g &= G_v \Delta V \end{aligned} \quad (14)$$

qui donne:

$$\begin{aligned} \Delta \theta &= P_0^{-1} \Delta f \\ \Delta V &= G_v^{-1} \Delta g \end{aligned} \quad (15)$$

La comparaison entre les résultats obtenus à l'aide du découplage et ceux obtenus par les équations non découpées pour l'évolution de la tension en fonction du facteur de charge (Fig.12: noeud 14) donne des caractéristiques pratiquement identiques. Cependant, le découplage ne donne pas les mêmes valeurs de tension à la condition critique et que par conséquent ne peut être appliqué de manière sûre pour les charges élevées.

#### 5. CONCLUSION

L'évaluation de la stabilité statique de tension a montré que cela revient à déterminer la condition de charge critique du réseau. Cette étude a permis de développer le critère de base permettant cette évaluation. Une méthodologie d'analyse de la stabilité de tension a été présentée.

L'application a été faite sur un réseau standard de IEEE. les résultats de cette application montrent les problèmes liés à l'étude de la stabilité de tension et les effets des paramètres du réseau. Une indication du niveau de sécurité pour les conditions de réserve de puissance peut être donnée comme une distance à l'instabilité de tension ou tension critique. Ceci a été fait pour des conditions normales et pour des conditions d'incidents.

La nature de la charge influe sur les valeurs limites. Il a été montré que le type de charge à puissance constante est le plus critique. L'amélioration du support réactif est l'un des remèdes possibles contre l'instabilité de tension, mais il est nécessaire de prendre quelques précautions.

Nous avons justifié la variation uniforme de la charge en la comparant à une variation proportionnelle de la charge. Il a été également montré que le découplage, même s'il aboutit à des caractéristiques identiques, ne donne pas le même plan de tension à la condition limite.

#### REFERENCES

- [1] IEEE Task Force Report, "Load Representation for Dynamic Performance Analysis", IEEE Trans. PAS, Vol.8, No.2, pp.472-482, May 1993.
- [2] V.A.Venikov & al., "Estimation of Electrical Power System Steady-State Stability in Load Flow Calculations", IEEE Trans. PAS, Vol.94, No.3, pp.1034-1041, May/June 1975.
- [3] A.Laifa & A.Hellal, "Voltage Stability Characteristics Analysis", Proceedings of the CMSES'94, Skikda, May 1994.
- [4] O.O.Obadina & G.J.Berg, "Determination of Voltage Stability Limit in Multimachine Power Systems", IEEE Trans.PAS, Vol.3, No.4, pp.1545-1554, November 1988.
- [5] R.A.Schlueter & al., "Methods for Determining Proximity to Voltage Collapse", IEEE Trans. PS, Vol.6, No.1, pp.285-292, February 1991.
- [6] G.J.Berg, "Assessment of Critical Voltage and Load Margins in VAR-Compensated Power Transmission Systems", Electric Power Systems Research, 12, pp.63-69, 1987.

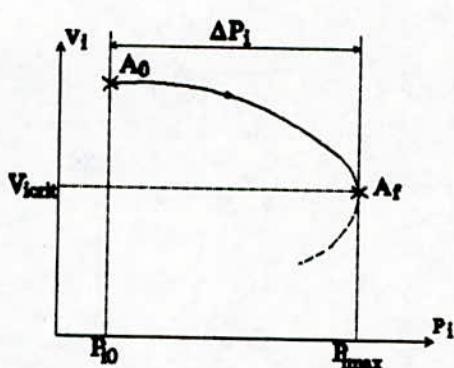


Fig.1 Caractéristique  $V_i(P)$

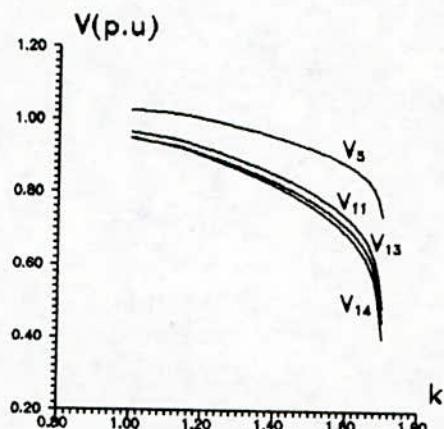


Fig.2 Caractéristiques  $V(k)$  pour le cas de base

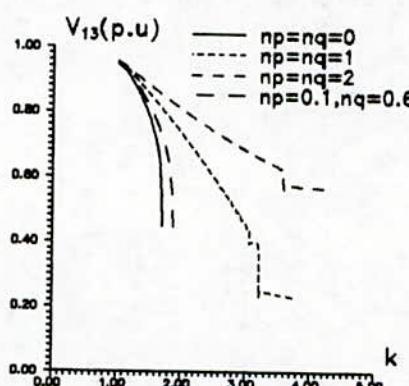


Fig.3 Influence des caractéristiques de charge (Noeud 13)

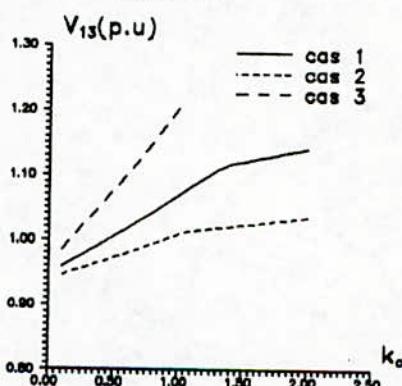


Fig.4  $V_{13}(k_c)$  pour différents scénario de compensation

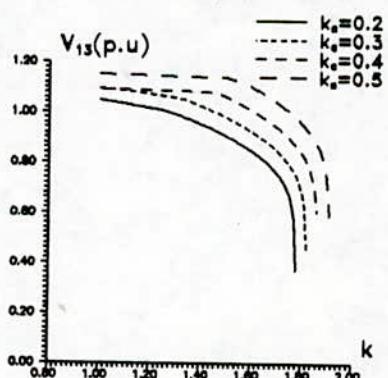


Fig.5  $V_{13}(k)$  pour différents facteurs  $k_c$  de compensation

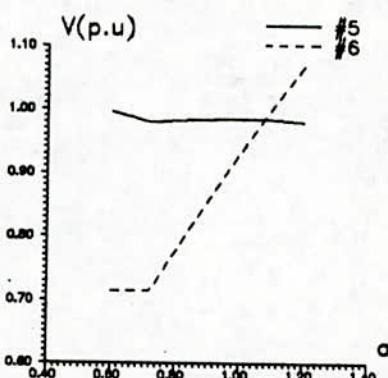


Fig.6  $V_a(a)$  et  $V_b(a)$

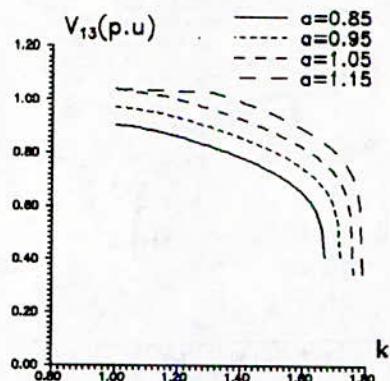


Fig.7  $V_{13}(k)$  pour différents rapports de transformation

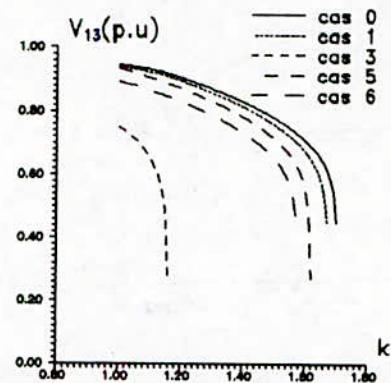


Fig.8 Evolution de  $V_{13}$  pour différents incidents

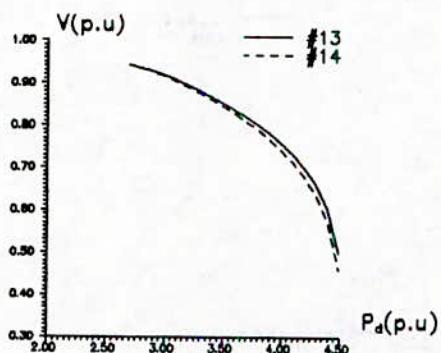


Fig.9 Amplitude de tensions pour une variation proportionnelle de la puissance totale demandée

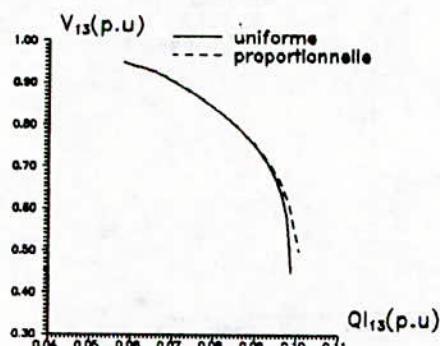


Fig.10  $V_{13}$  pour les variations uniforme et proportionnelle de la charge

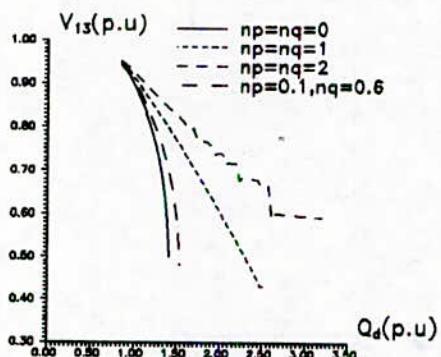


Fig.11 Influence des caractéristiques de charge pour une variation proportionnelle

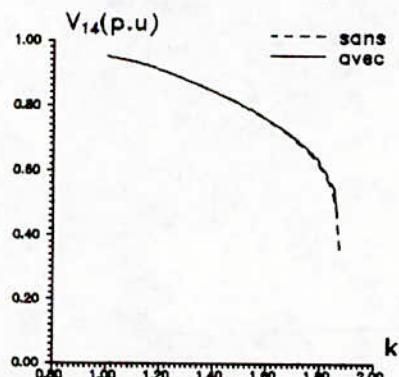


Fig.12  $V_{14}$  avec et sans découplage des équations de puissance ( $np=0.1$ ,  $npq=0.6$ )

# SYNTHESE SUR LA COMMANDE PAR RETOUR D'ETAT ECHANTILLONNE D'UNE MACHINE SYNCHRONE AUTOPILOTEE ALIMENTEE EN TENSION

M.S.BOUCHERIT\*, A.BOUMEDIENE\*, L.NEZLI\*, N.K.M'SIRDI\*\*

\*Laboratoire d'Electronique de Puissance et Commande  
Ecole Nationale Polytechnique  
10 Ave Pasteur, H.Badi, El Harrach, ALGERIE.

\*\*Laboratoire de Robotique de Paris,  
Centre Universitaire de Technologie,  
10/12 Ave de l'Europe, Vélizy-Villacoublay, FRANCE.

**ملخص:** تعبير هذه المقالة عن حوصلة أعمال في التحكم العددي عن طريق إرجاع الحالة لمحرك تزامني ذاتي القيادة مُغنّى بالتوتر. بعد كتابة النموذج وإيجاد معاملات التحكم، نتطرق لتحليل نتائج الأعمال التي تحصلنا عليها بواسطة المحاكمات العددية.

**Abstract:** This paper present a synthesis of digital control by state variable feedback applied to Voltage Source Controlled Synchronous Machine (VSCSM). After modelling and control synthesis, a simulation results with performances analysis are presented.

**Résumé:** L'article est une synthèse de travaux sur la commande numérique par retour d'état d'une machine synchrone autopilotée alimentée en tension. Après la modélisation de la machine synchrone autopilotée et la synthèse du réglage d'état, nous simulons le fonctionnement de l'ensemble Onduleur-Machine-Commande. Enfin, les résultats de simulation, nous permettent d'évaluer les performances.

## Introduction

Grâce aux développements de l'électronique de puissance et de l'électronique de réglage, la commande des machines à courant alternatif a connu ces dernières années un essor considérable. En effet, les exigences technologiques actuelles nécessitent l'utilisation de techniques de réglage de plus en plus performantes, dans la conduite des entraînements électriques à vitesse et position variables. Ainsi, la recherche dans ce domaine s'oriente vers l'utilisation des techniques de l'automatique moderne [1][2][3][4][5]. Cette article est une synthèse de travaux sur l'application du réglage par retour d'état échantillonné à une machine synchrone autopilotée (MSA) alimentée en tension.

Il est présenté, dans un premier temps, la modélisation du processus à régler et la technique de réglage adoptée. Après le dimensionnement du réglage, nous simulons le fonctionnement en temps réel de l'ensemble Onduleur-Machine-Commande. Enfin, à partir des résultats de simulation obtenus, nous évaluons les performances du réglage.

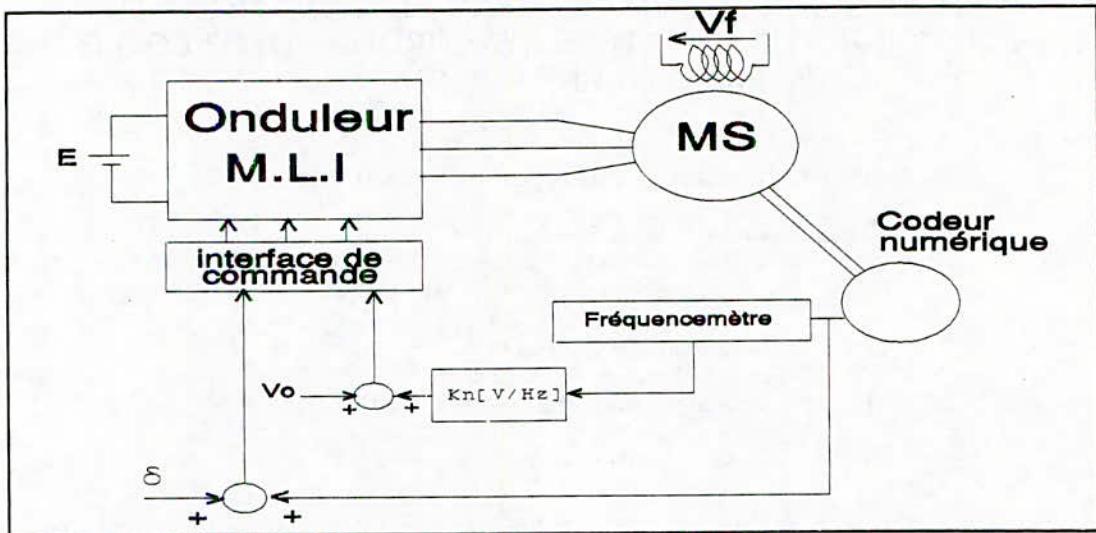
## Modélisation du système

Le système à régler est une machine synchrone alimentée en tension à fréquence et amplitude variables, dont le circuit d'excitation est alimenté par une source de tension constante [4][6][7][8][9].

Pour varier la vitesse de cette machine, nous utilisons une boucle qui assure l'autopilotage de la machine synchrone à partir du capteur de position (codeur numérique) (Figure 1) [4][6][7][8][9].

Par ailleurs, lors de la commande en vitesse de la machine synchrone autopilotée, le courant pouvant atteindre des valeurs inadmissibles, nous utilisons la loi v/f constant qui permet de limiter le courant de façon indirecte (Figure 1) [4][7][8][9].

L'angle de calage  $\delta$  permet d'agir sur la vitesse de rotation de la machine. Il représente ainsi la grandeur de commande adoptée dans le réglage de vitesse de la machine (Figure 1) [4][7][8][9].



## 1 Description du système à régler.

Les équations électriques et mécanique de la machine synchrone écritent dans le référentiel de Park sont [4][6]:

$$\begin{aligned} V_{sd} &= R_s i_{sd} + \frac{d \phi_{sd}}{dt} - \omega \phi_{sq} \\ V_{sq} &= R_s i_{sq} + \frac{d \phi_{sq}}{dt} + \omega \phi_{sd} \\ V_{rq} &= R_r i_{rq} + \frac{d \phi_{rq}}{dt} = -V_f \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{J}{P} \frac{d \omega}{d t} + f \frac{\omega}{P} = C_{em} - C_r$$

Où le couple électromagnétique s'écrit:

$$C_{em} = -P M_{sr} i_{sd} i_{rq}$$

Tandis que, la relation flux courants est donnée par [4],[6]:

$$\begin{bmatrix} \phi_{sd} \\ \phi_{sq} \\ \phi_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & 0 & 0 \\ 0 & L_s & M_{sr} \\ 0 & M_{sr} & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ i_{rq} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Pour ce qui est de l'alimentation, nous considérons l'onduleur de tension comme une source parfaite, où la limitation du courant est assurée par la loi v/f constant [4],[6]. La machine est alors alimentée par des tensions sinusoïdales. Après la transformation de Park, nous obtenons [4]:

$$\begin{pmatrix} V_{sd} \\ V_{sq} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{3} V_{ef} \cos \delta \\ \sqrt{3} V_{ef} \sin \delta \end{pmatrix} \quad (3)$$

Où la tension efficace  $V_{ef}$  assure la loi v/f constant telle que:

$$V_{ef} = V_0 + K_n \omega \quad (4)$$

avec:

- $V_0$ : valeur initiale de la tension d'alimentation au démarrage,
- $K_n$ : rapport  $V_n/\omega_n$  assurant la loi v/f constant.

En faisant les transformations nécessaires, et après linéarisation autour d'un point de fonctionnement, nous obtenons le modèle d'état de la machine synchrone autopilotée alimentée en tension suivant [4]:

$$\dot{x}_s = A x_s + B_u \Delta \delta + B_v \Delta C_r \quad (5)$$

Où :

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_s} & \omega_0 & \frac{M_{sr} \omega_0}{L_s} & i_{sq0} + M_{sr} \frac{i_{rq0}}{L_s} + \sqrt{3} \frac{V_1}{L_s} \cos \delta_0 \\ -\omega_0 L_s & -R_s \frac{L_s}{L_s} & R_s \frac{M_{sr}}{L_s} & -L_s i_{sd0} + \sqrt{3} L_s \frac{V_1}{L_s} \sin \delta_0 \\ \frac{M_{sr} \omega_0}{L_1} & \frac{R_s M_{sr}}{L_1 L_s} & -\frac{R_r}{L_1} & M_{sr} \frac{i_{sd0}}{L_1} - \frac{\sqrt{3} M_{sr} V_1}{L_s L_1} \sin \delta_0 \\ -\frac{P^2 M_{sr} i_{rq0}}{J} & 0 & -\frac{P^2 M_{sr} i_{sd0}}{J} & -\frac{f}{J} \end{bmatrix}$$

$$B_u = \begin{bmatrix} -\frac{V_{so}}{L_s} \sin \delta_o \\ \frac{L_2 V_{so}}{L_s} \cos \delta_o \\ -\frac{M_{sr} V_{so}}{L_s L_1} \cos \delta_o \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B_v = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{P}{J} \end{bmatrix}, \quad x_s = \begin{bmatrix} \Delta i_{sd} \\ \Delta i_{sq} \\ \Delta i_{rq} \\ \Delta \omega \end{bmatrix}$$

$$\text{et: } L_1 = L_T - M_{sr}^2 / L_s \quad L_2 = 1 + M_{sr}^2 / (L_1 L_s)$$

La discréttisation du modèle (5), nous permet d'obtenir le modèle d'état échantillonné suivant [4][8]:

$$x_s[k+1] = F_s x_s[k] + H_{su} \Delta \delta[k] + H_{sv} \Delta C_r[k] \quad (6)$$

où les différents éléments de la matrice  $F_s$  et des vecteurs  $H_{su}$  et  $H_{sv}$  sont calculés à partir de la matrice de transition [4][8].

En tenant compte du régulateur intégrateur, définie par l'équation d'état suivante [4][10]:

$$x_R[k+1] = x_R[k] - (\omega[k] - \omega_{ref}[k]) \quad (7)$$

le modèle d'état augmenté du système global tenant compte du régulateur intégrateur s'écrit [4][10]:

$$x[k+1] = F x[k] + H \Delta \delta[k] + H_w \omega_{ref}[k] + H_v \Delta C_r[k] \quad (8)$$

avec:

$$x[k] = \begin{bmatrix} x_s[k] \\ x_R[k] \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} F_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} h_{su} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad H_w = \begin{bmatrix} [0] \\ 1 \end{bmatrix}, \quad H_v = \begin{bmatrix} h_{sv} \\ 0 \end{bmatrix}$$

### Réglage d'état de la vitesse

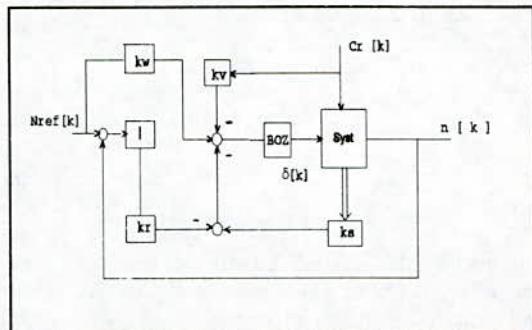
La structure du réglage par retour d'état échantillonné est basée sur la minimisation d'un critère d'intégrale. C'est une commande optimale, lors de l'influence des grandeurs de consigne et de perturbation [4][10].

La loi optimale de commande, pour un système muni d'un régulateur intégrateur est [4][5][10]:

$$U_k = -K^T x[k] + k_w w[k] - k_v v[k] \quad (9)$$

$$\text{Avec: } K^T = [k_s^T \quad -k_r]$$

Le vecteur  $K^T$  et les coefficients  $k_w$  et  $k_v$  représentent respectivement le vecteur de réglage de la contre-réaction d'état et les coefficients de l'intervention directe de la consigne et de la perturbation. De la loi de commande, nous déduisons la structure optimale de réglage qui suit (figure 2) [4][5][7][8][9][10].



### 2 Structure optimale du réglage

L'application du réglage par retour d'état à la MSA nécessite une assignation des pôles du système global en boucle fermée [4][10]. Le choix des pôles dépend du comportement dynamique désiré. Ainsi, nous avons choisi une paire de pôle complexe conjugué assurant un amortissement relatif optimal et un pôle réel triple, tels que [4][10]:

$$z_{1,2} = e^{-\Omega T} [\cos \Omega T \pm j \sin \Omega T], \quad (10)$$

$$z_{3,4,5} = e^{-\Omega T}$$

Pour la détermination du vecteur de contre-réaction d'état, nous ferons appel à la méthode basée sur l'imposition des pôles du système en boucle fermée [4][10].

Le dimensionnement du réglage est effectué autour du points de fonctionnement nominal a donné:

- pour  $N = 1500 \text{ tr/mn}$ , avec:  $\rho = 1,1$

$$K^T = [-0.0397 \quad -0.0378 \quad -0.3184 \quad 0.0379 \quad -0.0062]$$

Pour les coefficients d'intervention directe de la consigne et de la perturbation, ils sont respectivement déterminés de manière à compenser l'effet du pôle réel, et à annuler la grandeur d'état en régime établi [4][10]; d'où:

$$k_{w1} = 0.0148 \quad k_{v1} = -0.0325$$

Le dimensionnement du réglage est effectué ensuite

autour de deux autres points de fonctionnement:

- pour  $N = 500 \text{ tr/mn}$ , avec:  $\rho = 0.4$

$$K^T_2 = [-0.0337 \ -0.0004 \ -0.0918 \ 0.0316 \ -0.0086]$$

$$k_{w2} = 0.0109 \quad k_{w3} = 0.1479$$

- pour  $N = 200 \text{ tr/mn}$ , avec:  $\rho = 0.65$

$$K^T_3 = [-0.6519 \ -0.326 \ -3.1941 \ 0.7174 \ -0.707]$$

$$k_{v2} = -0.0459 \quad k_{v3} = -0.1471$$

### Simulations

Après la synthèse des réglages, à partir des modèles d'état échantillonés élaborés autour des trois points de fonctionnement, nous simulons le fonctionnement temps réel de l'ensemble Onduleur - MSA - Commande. Toutefois, dans ces travaux de simulation, nous considérons le modèle non linéaire de la machine synchrone.

Il est simulé en premier lieu, le comportement de la machine synchrone autopilotée, lors d'une variation de la consigne de vitesse à charge constante, autour du point de fonctionnement nominal (Figure 3). Ensuite la simulation a porté sur comportement de la machine qui tournant à la vitesse nominal subi des variations brusques de la perturbation (Figure 4). Par ailleurs, afin de tester les performances du réglage dans une large plage de fonctionnement, nous simulons des essais de démarrage de la machine pour différentes valeurs de la consigne de vitesse. Ainsi, nous présentons les essais de démarrage pour deux consignes de vitesse (Figure 5):

- 200 tr/mn pour le cas des faibles vitesses,
- 1500 tr/mn pour le cas des grandes vitesses.

C'est un démarrage de la MSA avec variation de la perturbation en régime établi.

Les résultats obtenus (Figures 3 et 4) montrent que le réglage par retour d'état échantillonné appliqué à la machine synchrone autopilotée alimentée en tension présente d'excellentes performances autour du point de fonctionnement nominal. Néanmoins, nous avons observé que les performances se détériorent considérablement pour des consignes de faible vitesse (Figure 5).

Les essais qui suivent concernent le comportement de la machine synchrone autopilotée lors du démarrage avec variation de la charge, pour différentes consignes de vitesse. Cependant, pour pallier à ces inconvénients, le réglage de vitesse qui suit est doté d'une adaptation

des paramètres de réglage.

Ainsi, les figures 6,7,8 représentent le comportement des grandeurs caractéristiques de la machine: la vitesse  $N$ , le couple électromécanique  $C_{em}$ , le courant de phase  $i_a$ , le courant inducteur  $I_{rq}$ , l'angle de calage  $\delta$ , et la tension de phase  $v_a$ , lorsque:

- la consigne est de 1500 tr/mn (Figure 6),
- la consigne est de 800 tr/mn (Figure 7),
- la consigne est de 200 tr/mn (Figure 8).

Les résultats des figures 6,7,6 montrent que l'introduction de l'adaptation des paramètres de réglage apporte une amélioration appréciable des performances du réglage, aussi bien lors de la variation de consigne que celle de la perturbation.

Néanmoins, nous constatons que lors du fonctionnement à faible vitesse, l'effet de la perturbation est important. Ceci est du à l'introduction d'une importante perturbation de charge, alors la machine tourne à faible vitesse.

### Conclusion

Cet article présente une étude de synthèse qui permet d'évaluer les performances du réglage par retour d'état appliquée à la machine synchrone autopilotée alimentée en tension.

Il apparaît des premiers résultats obtenus que les performances de ce réglage sont excellentes pour des variations de consigne ou de perturbation autour du point de fonctionnement nominal. Elles se détériorent considérablement pour des essais effectués à faible consigne de vitesse.

Les résultats ont montré aussi que l'introduction d'une adaptation des paramètres du réglage par retour d'état conduit à une amélioration appréciable des performances de ce réglage aussi bien lors de la variation de la consigne que celle de la perturbation. En plus, ce réglage présente l'avantage d'être d'une implémentation simple dans une commande par calculateur.

### REFERENCES:

- [1] B.K.Bose,"Power electronics and AC drives ", Prentice-Hall, 1986.
- [2] W.Leonhard, "Control of electrical drives", Springer Verlag, 1990.
- [3] B.Robyns,"Commande numérique des moteurs

synchrones et asynchrones", Séminaire sur les entraînements électriques à vitesse variable, Rabat, 1992.

[4] A.Boumediène, "Etude par simulation numérique du réglage échantillonné par retour d'état d'une machine synchrone autopilotée alimentée en tension", Thèse de Magister, ENP, Alger, 1994.

[5] M.F.Khène, M.S.Boucherit & L.Nezli, " Simulation study of a cascade state-feedback control of a CSI-SCSM", IMACS-TC1'93 conference, Montréal, 1993.

[6] M.Fadel,"Lois de commande d'une machine synchrone associée à un onduleur de tension M.L.I.", Thèse de Doctorat, INPL, Toulouse, 1988.

[7] A.Boumediène, L.Nezli, M.S.Boucherit, "Etude par simulation du réglage par retour d'état d'une machine synchrone autopilotée alimentée en tension", JTEA'94, Hammamet, Tunisie, 1994.

[8] M.S.Boucherit, A.Boumediene, L.Nezli, N.K.M'sirdi, W.Koczara, "Etude des performances du réglage d'état appliquée à une MSA alimenté en tension" Journal of Technology, Special issue, proceedings of CEA'94, Mars 1995.

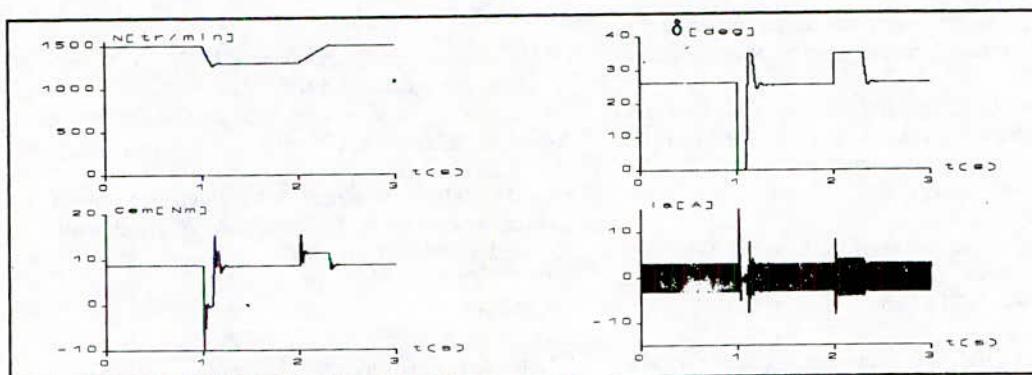
[9] M.S.Boucherit, A.Boumediene, L.Nezli, N.K.M'sirdi, "Réglage par retour d'état avec adaptation des paramètres d'une MSA alimentée en tension" Revue Générale d'Electricité, (Soumis).

[10] H.Bühler, "Régages échantillonnés; Vol. 2: Traitement dans l'espace d'état", Presses Polytechniques Romandes, 1983.

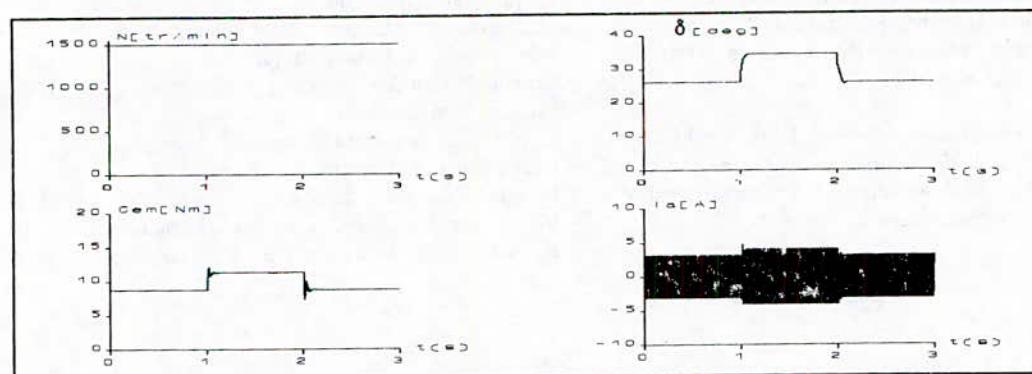
## ANNEXE

### Listes des principaux symboles utilisés:

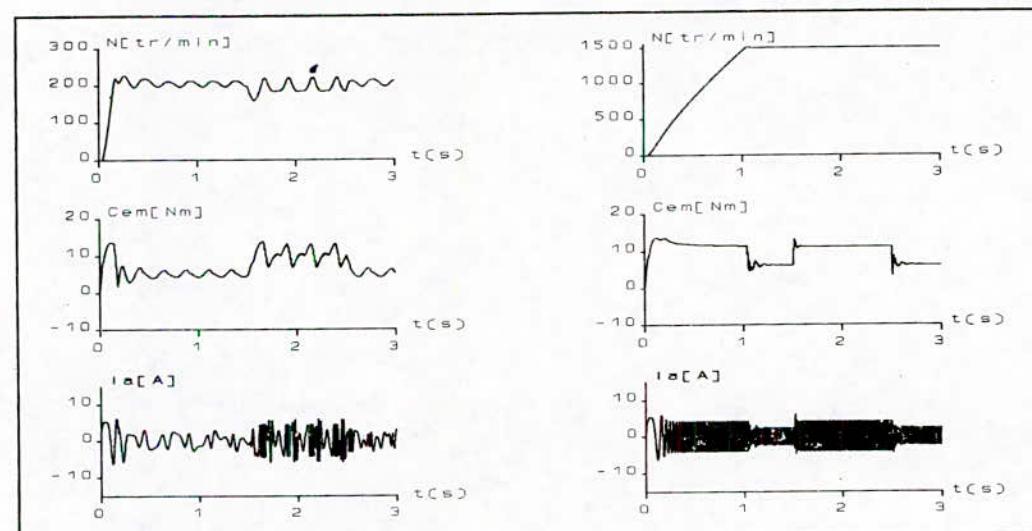
- $R_s$ : résistance d'une phase
- $R_r$ : résistance de l'inducteur
- $L_s$ : inductance d'une phase
- $M_{sr}$ : mutuelle inductance stator rotor
- $C_{em}$ : couple électromagnétique
- $C_r$ : couple résistant
- $C_n$ : couple nominale
- $J$ : inertie de la partie tournante
- $f$ : coefficient de frottement
- $P$ : nombre de paire de pôles
- $V_0$ : tension d'alimentation initiale au démarrage
- $K_n$ : rapport  $V_n/\omega_n$  assurant la loi v/f constant



3 Résultats de simulation lors d'une variation de consigne autour du point de fonctionnement nominal.

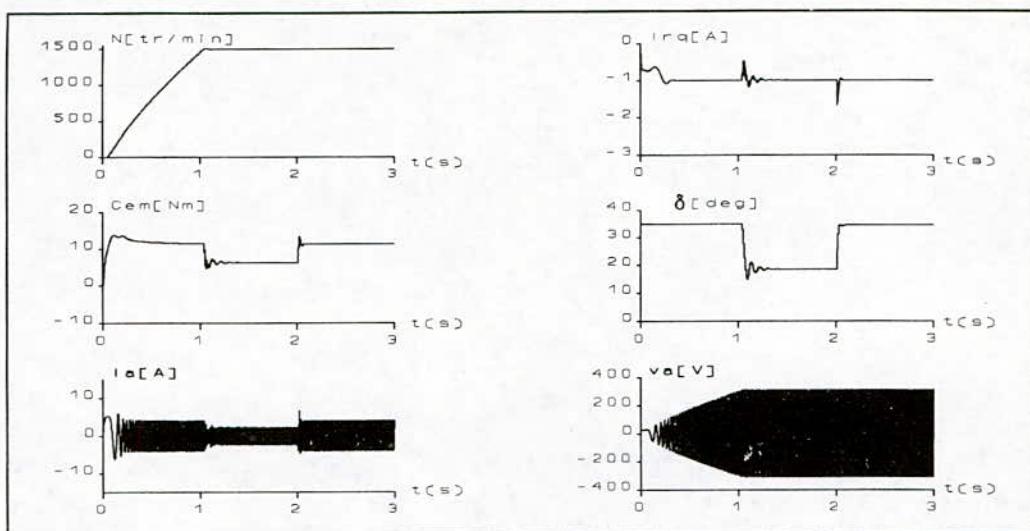


4 Résultats de simulation lors d'une variation de la perturbation autour du point de fonctionnement nominal.

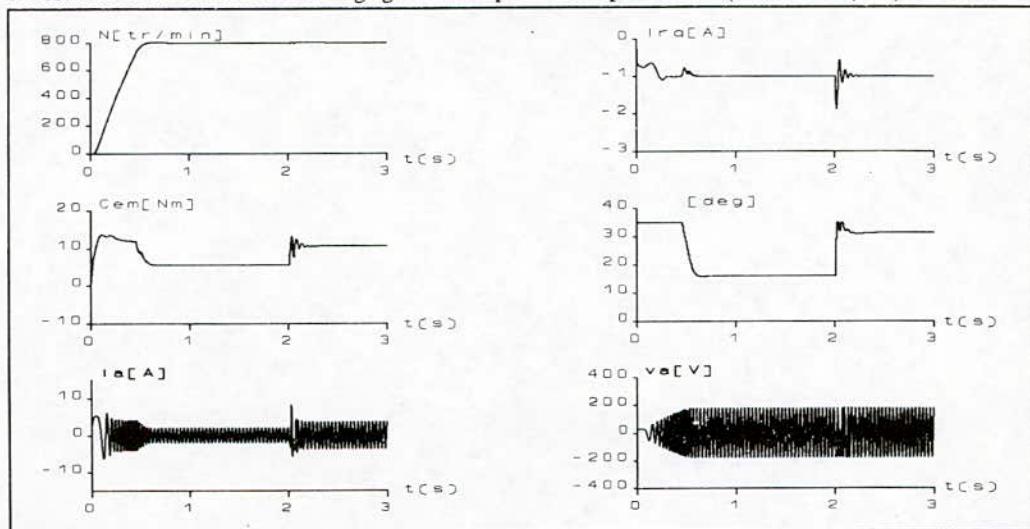


5 Résultats de simulation lors d'un démarrage avec variation de la perturbation, pour deux consigne de vitesse:

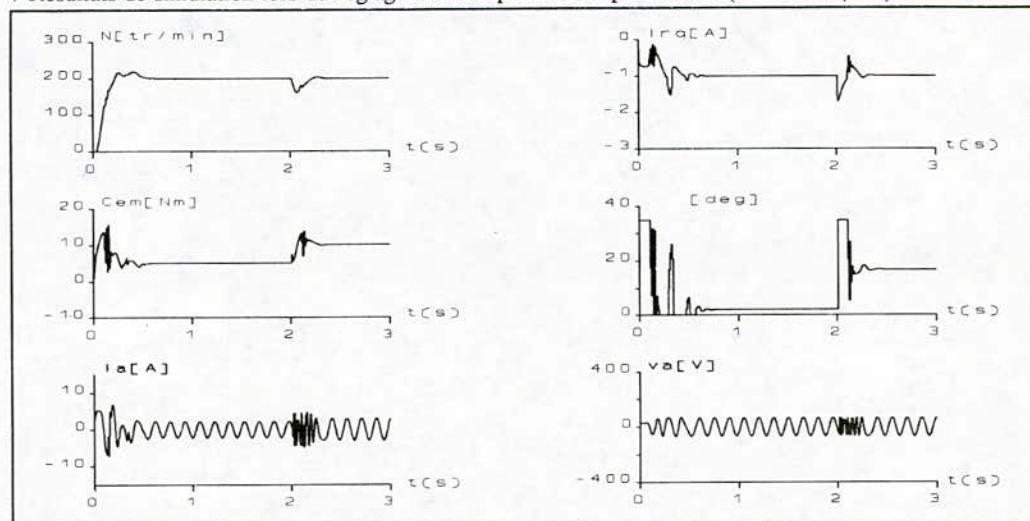
- Faible vitesse: 200 Tr/mn
- Grande vitesse: 1500 Tr/mn



6 Résultats de simulation lors du réglage avec adaptation des paramètres ( $N = 1500 \text{ tr/mn}$ ).



7 Résultats de simulation lors du réglage avec adaptation des paramètres ( $N = 800 \text{ tr/mn}$ ).



8 Résultats de simulation lors du réglage avec adaptation des paramètres ( $N = 200 \text{ tr/mn}$ ).



## Etude de la Stratégie de Modulation Vectorielle pour Onduleur de Tension Alimentant un Moteur Asynchrone

M.O.MAHMOUDI\* Y. AIT GOUGAM\*\*

\*Laboratoire d'Electronique de Puissance et de Commande  
ENP, 10 av. Pasteur, Hassen Badi, El-Harrach (Alger)

\*\*Département d'Electrotechnique  
USTHB, B.P 32, El Alia, Bab Ezzouar (Alger)

ملخص: نقترح في هذه المقالة دراسة استراتيجية التعديل عن طريق تحكم التدفق المغناطيسي لمحوّج التوتر يغذى محرّك الالامتزامن ثلاثي الطور. النتائج المحصل عليها بالمحاكاة العددية للتجمّع بين المحوّج والآلية قد عرضت وقد قررت بينها وبين تلك المتاحصل عليها بواسطة تقنية التعديل الحبيبي.

**Abstract-** We present in this paper a PWM strategy using magnetic flux control for VSI feeding a three phases induction motor. The simulation results of VSI-motor association are presented. We compare these results with those obtained using sinusoidal strategy.

**Résumé-** Dans cet article, nous présentons l'étude de la stratégie de modulation par contrôle de flux magnétique pour onduleur de tension alimentant un moteur asynchrone triphasé. Les résultats de la simulation de l'association onduleur de tension-machine asynchrone sont présentés. Ces résultats sont comparés à ceux obtenus avec la technique triangulo-sinusoidale.

### 1. Introduction:

Il est aujourd'hui bien établi, que l'emploi de la modulation de largeur d'impulsions dans la commande des convertisseurs statiques assurant la conversion continu-alternatif est un moyen efficace pour l'obtention de formes d'ondes proches de l'onde sinusoïdale.

Pour le développement de ces nouvelles techniques, on se fixe généralement deux principaux objectifs : d'une part, une meilleure neutralisation des harmoniques avec un gain en tension le plus élevé et d'autre part, la facilité de réalisation ou d'implantation.

Parmi ces techniques, la plus atrayante est celle connue sous le nom de modulation vectorielle. Son utilisation s'élargit aussi bien au domaine des faibles puissances (servo-mécanismes,...) qu'à celui des grandes puissances (machines industrielles).

Dans cet article, nous développons l'étude détaillée de cette technique et présentons ses principales caractéristiques. Les résultats de la

simulation de l'association onduleur de tension-machine asynchrone, l'onduleur étant commandé selon cette technique, sont présentés et comparés à ceux obtenus avec la technique triangulo-sinusoidale.

### 2. Etude de la technique de modulation par contrôle de flux

#### 2.1. Principe:

En se référant au schéma équivalent ramené au stator de la machine asynchrone et en adoptant la notation complexe, le vecteur flux magnétique sera donné par l'intégration par rapport au temps du vecteur représentant les trois tensions de phase de l'onduleur.

En négligeant la résistance statorique, le vecteur du flux magnétique est donné par :

$$\bar{\Psi}_m = \int \bar{V} dt \quad (1)$$

avec:

$$\bar{V} = v_a + \alpha v_b + \alpha^2 v_c ; \quad \alpha = e^{\frac{j2\pi}{3}}$$

Dans le cas d'une alimentation sinusoïdale, les vecteurs de tension et de flux magnétique s'écrivent:

$$\bar{V} = -j \frac{3}{2} \frac{V_m}{\omega} e^{j(\omega t - \frac{\pi}{2})} \quad (2)$$

$$\bar{\Psi}_m = -j \frac{3}{2} \frac{V_m}{\omega} e^{j(\omega t - \frac{\pi}{2})} \quad (3)$$

L'équation (3) montre que le vecteur flux magnétique est un vecteur tournant dont la trajectoire devient un cercle parfait lorsque les tensions délivrées par l'onduleur sont sinusoïdales.

La figure 1 représente la schématisation de l'association onduleur-moteur asynchrone. Chaque bras de l'onduleur est remplacé par un inverseur défini par une fonction logique de connexion telle que:

$$S_i = \begin{cases} 1 & \text{lorsqu'il est raccordé à la borne (+)} \\ 0 & \text{lorsqu'il est raccordé à la borne (-)} \end{cases}$$

La tension de sortie s'écrit alors:

$$\bar{V}_s(S_a, S_b, S_c) = \sqrt{\frac{2}{3}} E_d (S_a + \alpha S_b + \alpha^2 S_c) \quad (4)$$

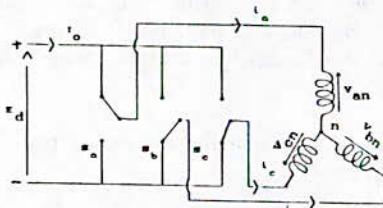


Fig.1 : Schéma de principe onduleur-MAS

L'onduleur de tension présente huit modes de topologies différentes, définis par le mode de connexion des inverseurs.

La représentation dans le plan complexe des vecteurs tension est donnée par la figure 2.

Six vecteurs ( $V_1$  à  $V_6$ ) ont le même module, alors que les deux autres ( $V_0$  et  $V_7$ ) sont toujours nuls et correspondent au raccordement de tous les inverseurs à la borne (+) ou la borne (-) de la source.

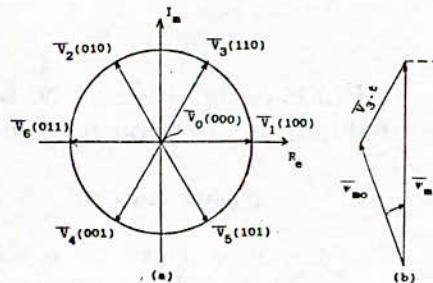


Fig.2 : Vecteurs tension et flux magnétique dans le plan complexe

L'équation (1) nous permet également d'écrire:

$$\bar{V}_m = \bar{V}_f + \bar{\Psi}_{mo} \quad (5)$$

$\bar{\Psi}_{mo}$ : état initial

La figure 2 illustre la relation qui existe entre le flux magnétique et la tension  $V_i$ .

Le vecteur flux magnétique se déplace dans la direction du vecteur  $V_i$  à vitesse constante

$|V_i| = E_d$  pour  $i=1$  à 6, et 0 (le flux est stationnaire) pour  $i=0$  et 7.

De cette remarque découle le principe de cette technique, qui consiste à choisir convenablement les séquences de conduction des inverseurs de façon à ce que le vecteur flux magnétique représente une meilleure approximation possible du cercle parfait [1],[2].

## 2.2. Détermination des séquences de conduction:

Avec une commande M.L.I., les commutations se font à des fréquences élevées, le schéma équivalent pour les harmoniques de courant est réduit à l'inductance de fuite de la machine  $I_{\mu}$ , ce qui conduit à exprimer les harmoniques de courant comme suit [3]:

$$\bar{i}_h = \frac{1}{I_{\mu}} \int_0^{T_c} \bar{v}_h dt \quad (6)$$

$T_c$  = période de commutation.

Nous définissons sur une période de commutation, la valeur moyenne du vecteur tension dont la "moyenne" sur une période suit une trajectoire circulaire:

$$\bar{e} = \frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} \bar{V}_s dt \quad (7)$$

C'est la différence entre la moyenne de  $e$  et du vecteur tension instantané  $V_s$  qui est responsable des harmoniques de courant [4].

L'équation peut être réécrite comme suit:

$$\bar{I}_k = \frac{1}{L_{\mu 0}} \int_0^{T_c} (\bar{V}_s - \bar{e}) dt \quad (8)$$

Pour réduire les harmoniques de courant, il faut que:

- $T_c$  soit suffisamment élevée,
- le vecteur instantané sélectionné est celui qui minimise la différence  $|\bar{V}_s - \bar{e}|$ , ceci n'est possible que si les quatre vecteurs adjacents à  $\bar{e}$  sont choisis dans un secteur donné (fig.3).

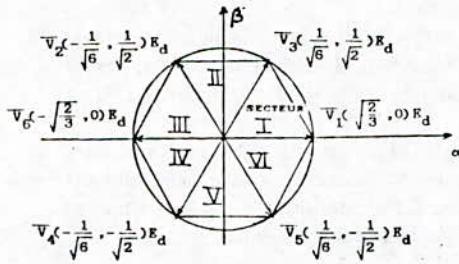


Fig.3 : Vecteurs tension de sortie de l'onduleur

Par exemple, si  $\bar{e}$  réside dans le secteur (I), les vecteurs  $V_0, V_1, V_3$  et  $V_7$  doivent être sélectionnés tel que, sur une période de commutation, nous pouvons écrire:

$$\bar{e} T_c = T_0 \bar{V}_0 + T_1 \bar{V}_1 + T_3 \bar{V}_3 + T_7 \bar{V}_7 \quad (9)$$

Les vecteurs  $V_0$  et  $V_7$  de durées respectives  $T_0$  et  $T_7$  conduisent à un flux stationnaire.  $T_0$  et  $T_7$  sont choisies de façon à compléter la période  $T_c$  après le choix convenable de  $T_1$  et  $T_3$ .

Les expressions donnant  $T_1$  et  $T_3$  sur le secteur (I) sont données par:

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{2\sqrt{2}}{3} T_c \sin\left(\frac{\pi}{3} - \omega t\right) \\ T_3 &= \frac{2\sqrt{2}}{3} T_c \sin(\omega t) \\ T_0 &= T_7 = T_c - (T_1 + T_3) \end{aligned} \quad (10)$$

Chaque secteur correspond à 1/6ème de période du fondamental, les vecteurs pris sur les cinq autres secteurs sont:

*secteurII* ...  $\bar{V}_0 \bar{V}_2 \bar{V}_3 \bar{V}_7 \dots$   
*secteurIII* ...  $\bar{V}_0 \bar{V}_2 \bar{V}_6 \bar{V}_7 \dots$   
*secteurIV* ...  $\bar{V}_0 \bar{V}_4 \bar{V}_6 \bar{V}_7 \dots$   
*secteurV* ...  $\bar{V}_0 \bar{V}_4 \bar{V}_5 \bar{V}_7 \dots$   
*secteurVI* ...  $\bar{V}_0 \bar{V}_1 \bar{V}_5 \bar{V}_7 \dots$

Le choix de l'ordre de déroulement des séquences de

conduction est d'une importance capitale et consiste à modifier l'état d'un seul inverseur à la fois, lorsqu'on passe d'un vecteur tension instantané à un autre.

En effet, lorsqu'on modifie simultanément les états de inverseurs, la tension de ligne délivrée par l'onduleur présente des impulsions de polarité positive (négative) durant son alternance négative (positive), ce qui conduit à un couple de polarité opposée [5].

### 2.3. Tension et gain en tension:

Après avoir déterminer les séquences de conduction des semi-conducteurs, l'expression, sur un quart de période, du fondamental de la "moyenne" de la tension simple s'écrit [3]:

$$(\bar{U}_d)_{\text{moy}} = \frac{\sqrt{3}}{2} |\bar{e}| \begin{cases} \sin \omega t & 0 \leq \omega t \leq \frac{\pi}{6} \\ \frac{\sin(\omega t + \frac{\pi}{6})}{\sqrt{3}} & \frac{\pi}{6} \leq \omega t \leq \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (11)$$

La moyenne sur toute la période de la tension de ligne est alors:

$$[\bar{U}_{ab}]_{\text{moy}} = \sqrt{2} |\bar{e}| \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) \quad (12)$$

Sur la figure 4, nous avons représenté les moyennes sur une période du fondamental des tensions de phase, de ligne et entre phase et neutre fictif de la source continue. Toutes ces courbes sont rapportées à  $E_d$ .

Nous constatons que la tension entre phase et neutre fictif n'est pas sinusoïdale. Le coefficient de réglage en tension obtenu est:

$$r = 2 \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{|\bar{e}|}{E_d} \quad (13)$$

La figure 4 montre que le maximum obtenu pour la moyenne de la tension entre phase et neutre vaut:

$$|\bar{e}|_{\text{max}} = \frac{E_d}{\sqrt{2}}$$

en remplaçant dans (13), nous obtenons:

$$r_{\text{max}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

Pour la technique triangulo-sinusoïdale, la "moyenne" sur  $T$  de  $\bar{U}_{ab}$  est sinusoïdale et vaut [3],[6]: soit:

Par conséquent, la technique de modulation par contrôle de flux produit un gain en tension  $2/\sqrt{3}$  fois

$$|e'|_{\max} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} E_d \quad (14)$$

$$r'_{\max} = 1$$

plus important que la technique triangulo-sinusoidale.

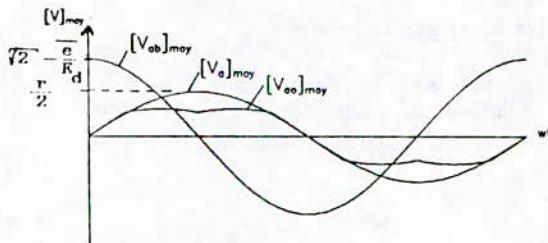


Fig.4:Variation des tensions de sortie "moyennes" de l'onduleur

### 3. Simulation et résultats:

L'étude a été effectuée sur un moteur asynchrone de plaque signalétique:

3.7 kW, 220/380 V, 14/8.5 A 50Hz

Afin de mieux apprécier les performances de cette technique, nous présentons ci-après les résultats de la simulation de cette technique comparés à ceux obtenus avec la technique triangulo-sinusoidale.

#### a) Caractéristiques en régime statique:

Nous constatons que, pour les deux techniques (figures 5.a et 5.b), le courant de ligne suit une forme sinusoïdale, présentant des pointes qui sont dues essentiellement à la modulation.

A cause de la modulation, le couple électromagnétique présente des pulsations dont le nombre augmente avec l'indice de modulation.

Les pointes de courant et du couple électromagnétique sont moins importantes avec la technique par contrôle de flux,

Le spectre obtenu avec la technique par contrôle de flux contient des harmoniques de bas ordre de faible amplitude; la technique triangulo-sinusoidale a un spectre meilleur.

#### b) Distorsion due aux harmoniques de courant:

Afin de compléter l'étude comparative, nous évaluons pour chaque technique le degré de distorsion causé par les harmoniques de courant, exprimé au moyen d'un facteur de performance (THD<sub>i</sub>), défini par le rapport de la

somme quadratique des harmoniques de courant à la valeur du fondamental [3],[7]:

$$THD_i = \frac{1}{I_{al}} \sqrt{\sum_{k=2}^{\infty} I_{ak}^2} \quad (15)$$

k : ordre de l'harmonique.

Les figures 6.a et 6.b présentent le variation de ce coefficient pour différents indices de modulation et lorsque r varie de 0 à 1.

Lorsque m=15, la technique triangulo-sinusoidale l'emporte jusqu'à r=0.38, au delà de ce point, c'est la nouvelle technique qui présente un meilleur THD<sub>i</sub>.

Pour m=21, le point d'intersection des caractéristiques est décalée vers les plus faibles r (r=0.18), donc il y'a déterioration des performances de la technique triangulo-sinusoidale.

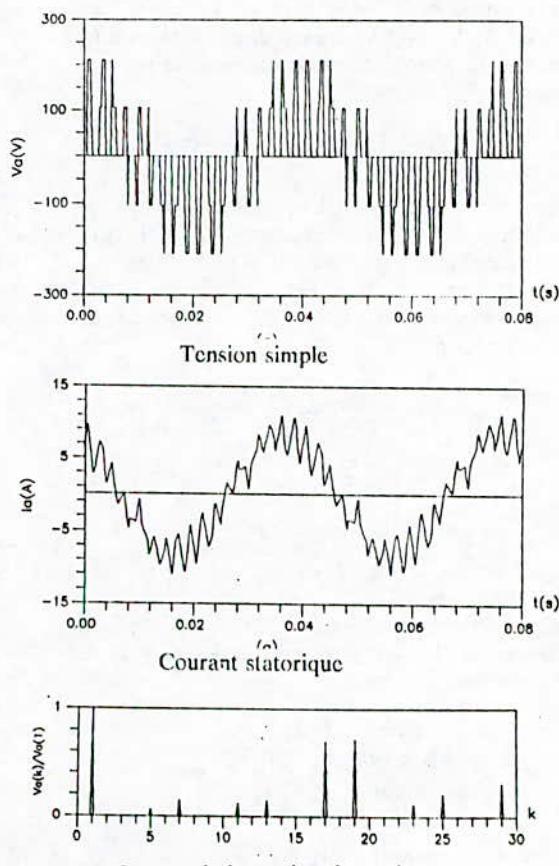


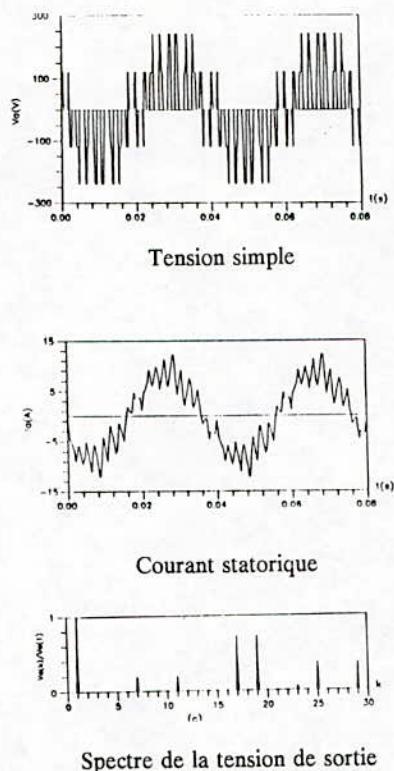
Fig.5.a:ondes obtenus pour la technique par contrôle de flux, m=9,f=25 Hz, r=0.5

#### 4. Conclusion:

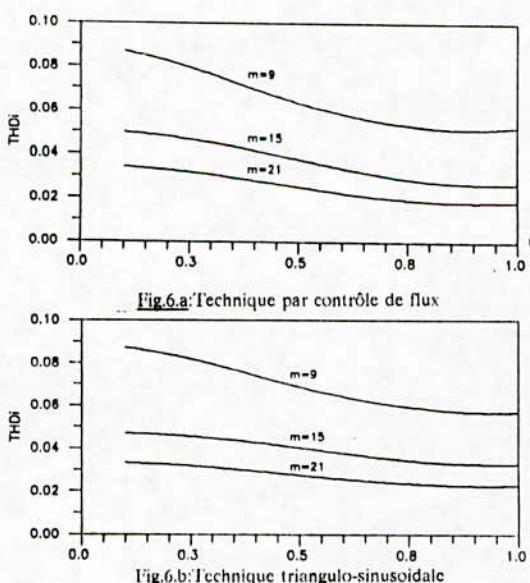
Le principe de la technique de modulation par contrôle de flux a été présenté ainsi que la méthode permettant de déterminer les instants de commutations des semi-conducteurs.

L'étude apr simulation numérique effectuée a révélé la similitude des caractéristiques de cette technique avec la technique triangulo-sinusoidale. La technique par contrôle de flux a un spectre de tension contenant des harmoniques de bas ordre de faibles amplitudes. Cette étude a également montré que cette nouvelle technique présente un meilleur THD<sub>i</sub>, surtout lorsque  $m$  est élevé. Cette remarque est avantageuse pour les entraînements à vitesse variable adoptant la loi de commande à flux constant; en effet, l'association d'un faible THD<sub>i</sub> lorsque  $r$  avoisinant l'unité oriente l'utilisation de cette technique pour les grandes vitesses de rotation.

#### 5. Références:



**Fig 5.b:** ondes obtenus pour la technique triangulo-sinusoidale,  
 $m=9, f=25 \text{ Hz}, r=0.5$



**Fig.6:** Variation de THDi en fonction de  $r$

- [1]: S.Ogasawara, H.Akagi, A.Nabae, "A novel PWM scheme of voltage source inverters based on space vector theory", EPE Aachen, 1989.
- [2]: T.Koga, S.Sugowara, H.Hayashi, E.Kijima, "Instantaneous spatial vector controlled motor drive system using DSP'S and SI-thyristors", EPE Aachen, 1989.
- [3]: Y.Ait-gougam, "Etude de stratégies de modulation de largeur d'impulsions pour onduleur de tension alimentant un moteur asynchrone", ENP, Février 1992.
- [4]: H.Van der broeck, H-CH.Skuldeny, G.Stanke, "Analysis and realisation of a pulse width modulation based on voltage space vector", IEEE/IAS, Annual meeting conf., rec. 1986.
- [5]: M.Murimoto, SH.Sato, K. Sumito, K. Oshitani, "Single-chip microcomputer control of the inverter by the magnetic flux control method", IEEE trans.on industrial electronics, Vol.36,N°.1, feb.1989.
- [6]: M.O.Mahmoudi, "Analyse microscopique et macroscopique d'un moteur asynchrone alimenté par un onduleur à MLI", JTEA'91 Tunis, Janvier 1991.
- [7]: A.Midoun, "PWM strategies for microprocessor control of variable speed drives", Phd thesis, University of Bristol, December 1985.



VERSION FONCTIONNELLE  
DES CONTRAINTES  
INSTITUT NATIONAL D'AGRONOMIE EL-HARRACH  
Saïd BENAICHOU

ملخص :

لتعطى في هذا المقال طريقة مقربة لنموذج علاقي مترکزة على أساس جبري. سنبدا بناء مجموعة نرمز لها بـ (C.U) ، وتسمى فضاء المعلومات. وبذلك يمكن لقيود هذا النموذج أن تقدم على شكل توابع.

Résumé :

Une approche du modèle relationnel basée sur une formalisation algébrique est proposée dans ce travail. nous commençons d'abord par la construction d'un ensemble noté  $P+(C.U)$  et appelé l'espace de l'information . les contraintes de ce modèle peuvent alors être présentées sous forme de fonctions.

Abstract :

A relational model approach , based on an algebraic formalization , is proposed in this work

First , we build a set , noted  $P+(C.U)$  , called information space . Then , constraints of this model can be presented in functional forms .

1. INTRODUCTION :

A un ensemble d'attributs correspond toujours un certain nombre de contraintes représentant des conditions imposées à "l'information" connue ultérieurement [SU-82]. Dans la pratique, les dépendances fonctionnelles [BB-79,M-80] et multivaluées [BK-86,BK-87,M-79,ML-87] jouent un rôle primordial ; d'autres types présentent aussi un intérêt notamment les dépendances de jointures [S-82] ainsi que les dépendances multivaluées et de jointure partielles [SW-82]. Ces contraintes ont toujours été définies sous forme de règles ; ceci implique, à notre point de vue, une certaine difficulté dans leurs manipulations (démonstrations de théorèmes etc...). Dans cette perspective, nous abordons dans le cadre de ce travail un formalisme permettant de les voir sous forme fonctionnelle. Nous commençons d'abord par la construction d'un ensemble noté  $P+(C.U)$  et appelé l'Espace de l'Information dont les éléments sont les tuples. Les contraintes du modèle relationnel peuvent alors être présentées sous forme de fonctions. Nous définissons aussi le procédé du "CHASE PROCESS" ou "CHASING" [MMS-79,MSY-81,U-80] comme une application nommée CHASE. Afin de justifier l'intérêt de ce formalisme, les règles de dérivations concernant les dépendances multivaluées sont démontrées ainsi qu'une propriété concernant l'application CHASE.

Plus précisément :

Le paragraphe 2 donne la terminologie du modèle relationnel.

Le paragraphe 3 procède à la construction de l'Espace de l'Information  $P_+(C.U)$  ; les notions de tuples, jointures etc... sont définies.

Le paragraphe 4 introduit le concept de relation ainsi que les opérations usuelles : projection et jointure.

Au paragraphe 5, les contraintes du modèle relationnel sont présentées sous un aspect fonctionnel.

Le paragraphe 6 constitue une application des précédents : les règles de dérivations concernant les dépendances multivaluées sont démontrées.

Enfin au paragraphe 7, l'application CHASE est d'abord définie, ensuite utilisée à travers sa formalisation.

## 2. TERMINOLOGIE

Rappelons brièvement les notions suivantes concernant la terminologie du modèle relationnel.

On considère un ensemble fini  $U = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$  dont les éléments sont nommés des attributs et notés par des lettres majuscules. Pour chaque attribut  $A$  de  $U$  associons un nouvel ensemble noté  $\text{Dom}(A)$  et appelé domaine des valeurs (ou constantes) de  $A$  ; ses éléments sont notés par des lettres minuscules.

Tout sous-ensemble  $R$  de  $U$  est appelé un schéma de relation. Une relation sur  $R = \{B_1, B_2, \dots, B_p\}$  est un sous-ensemble  $r$  du produit cartésien  $\text{Dom}(B_1) \times \text{Dom}(B_2) \times \dots \times \text{Dom}(B_p)$  ;  $r$  peut être représentée par un tableau à deux dimensions dont chaque ligne appelée Tuple est un élément de  $\text{Dom}(B_1) \times \text{Dom}(B_2) \times \dots \times \text{Dom}(B_p)$ , chaque colonne repérée par un attribut  $B$  de  $R$  contient des éléments de  $\text{Dom}(B)$ .

### Exemple

$R = \{ A, B, C, D \}$

A	B	C	D
a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>
a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>	d <sub>2</sub>
a <sub>3</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	d <sub>3</sub>

Une relation  $r$  sur  $R$   
(3 tuples figurent dans  $r$ ).

L'ordre des colonnes n'a pas d'importance.

Considérons un tuple  $t$  d'une relation  $r$  sur  $R$ .

Si  $X-R = \emptyset$ ,  $t[X]$  désigne la partie de  $t$  qui correspond aux colonnes repérées par les attributs  $X$ .

Dans l'exemple précédent, si on nomme  $t$  le premier tuple, on a :

$t[BC] = (b_1, c_1)$ ,  $t[A] = (a_1)$ ,  $t[ACD] = (a_1, c_1, d_1)$  etc...

On nomme  $t[X]$ , la projection du tuple  $t$  sur les attributs  $X$ .

Plus généralement, la projection de la relation  $r$  sur  $X$ , notée  $\pi_X(r)$  est donnée par :

$$\pi_X(r) = \{t[X]/t \in r\}$$

$\pi_X(r)$  est évidemment une relation sur  $X$ .

Si nous reprenons l'exemple précédent,  $\pi_{\{B,C\}}(r)$  est la relation suivante :

B	C
$b_1$	$c_1$
$b_2$	$c_2$

Considérons maintenant deux relations :  $r$  sur le schéma  $R$  et  $s$  sur  $S$ . La jointure (naturelle) de  $r$  et  $s$  est la relation correspondant au schéma de relation  $R \bowtie S$ , définie comme suite :

$$r \bowtie s = \{t/t[R] \in r \text{ et } t[S] \in s\}$$

Plus généralement, si  $r_1, r_2, \dots, r_n$  sont des relations correspondant respectivement à  $R_1, R_2, \dots, R_n$ , leur jointure est la relation correspond à  $\prod_{i=1}^n R_i$ , définie comme suite :

$$r_1 \bowtie r_2 \bowtie \dots \bowtie r_n = \{t/t[R_1] \in r_1 \text{ et } t[R_2] \in r_2 \text{ et } \dots \text{ et } t[R_n] \in r_n\}.$$

A un ensemble d'attributs  $U$  est toujours associé un ensemble de contraintes qui sont en général des dépendances fonctionnelles, multivaluées ou encore des dépendances de jointure ; d'autres types existent aussi notamment les dépendances multivaluées ou de jointure partielles.

Considérons une relation  $r$  sur  $U$ .

$r$  vérifie la contrainte  $X \rightarrow Y$  appelée dépendance fonctionnelle si quels que soient les tuples  $t$  et  $t'$  de  $r$  vérifiant  $t[X] = t'[X]$ , on a :  $t[Y] = t'[Y]$ .

r vérifie la contrainte  $X \rightarrow\rightarrow Y$  appelée dépendance multivaluée si quels que soient les tuples t et s de r tels que  $t[X] = s[X]$  alors r contient aussi les deux tuples t' et s' définis comme suite :

- a)  $t'[X] = s'[X] = t[X] = s[X]$
- b)  $t'[Y] = t[Y]$  et  $t'[U-XY] = s[U-XY]$
- c)  $s'[Y] = s[Y]$  et  $s'[U-XY] = t[U-XY]$ .

r vérifie la contrainte  $X \rightarrow\rightarrow Y|Z$  ( $Y \sqsubseteq X$  et  $Z \sqsubseteq X$ ) appelée dépendance multivaluée partielle si  $\pi_{XUYUZ}(r)$  vérifie  $X \rightarrow\rightarrow Y$  en se limitant aux attributs  $XUYUZ$ .

r vérifie la contrainte  $\bowtie_{\{R_1, R_2, \dots, R_n\}}(R_1, R_2, \dots, R_n)$  ( $R_1, R_2, \dots, R_n$  étant des sous-ensembles de U tels que  $\bigcup_{i=1}^n R_i = U$ ) appelée dépendance de jointure si :

$$\pi_{R_1}(r) \bowtie \pi_{R_2}(r) \bowtie \dots \bowtie \pi_{R_n}(r) = r.$$

Si  $\bigcup_{i=1}^n R_i$  est strictement inclus dans U, la contrainte

$\bowtie_{\{R_1, R_2, \dots, R_n\}}$  est dite dépendance de jointure partielle ; dans ce cas r vérifie  $\bowtie_{\{R_1, R_2, \dots, R_n\}}$  si :

$$\pi_{R_1}(r) \bowtie \pi_{R_2}(r) \bowtie \dots \bowtie \pi_{R_n}(r) = \pi_{R_1 \cup R_2 \cup \dots \cup R_n}(r).$$

r vérifie C, où C est un ensemble de contraintes, si elle vérifie chacun de ses éléments.

Etant donné deux ensembles de contraintes C et C', on dit que "C implique C'" et on note  $C \vdash C'$ , si toute relation qui vérifie C, vérifie aussi C'.

Une règle de dérivation est une propriété permettant d'obtenir à partir d'un ensemble quelconque C de contraintes d'autres contraintes impliquées par C.

Pour chaque type de contrainte précédemment vue, il existe des règles de dérivation. Donnons à titre indicatif, celles qui concernent les dépendances multivaluées :

L'union ensembliste sera omise : ainsi XY désigne  $X \sqsubseteq Y$ .

1)  $\{X \rightarrow\rightarrow Y\} \vdash X \rightarrow\rightarrow U-XY$  (Complémentation).

2) Si  $Y-X = \emptyset$  alors  $X \rightarrow\rightarrow Y$  est vérifiée par n'importe quelle relation (Réflexivité).

3) Si  $V-W = \emptyset$  alors :

$\{X \rightarrow\rightarrow Y\} \vdash XW \rightarrow\rightarrow YV$  (Augmentation)

- 4)  $\{X \rightarrow \rightarrow Y, Y \rightarrow \rightarrow Z\} \vdash X \rightarrow \rightarrow Z - Y$  (Transitivité)
- 5)  $\{X \rightarrow \rightarrow Y, YW \rightarrow \rightarrow Z\} \vdash XW \rightarrow \rightarrow Z - YW$  (Pseudo-transitivité)
- 6)  $\{X \rightarrow \rightarrow Y, X \rightarrow \rightarrow Z\} \vdash X \rightarrow \rightarrow YZ$  (Union)
- 7)  $\{X \rightarrow \rightarrow Y, X \rightarrow \rightarrow Z\} \vdash X \rightarrow \rightarrow Y \sqcap Z$   
 $\vdash X \rightarrow \rightarrow Z - Y$   
 $\vdash X \rightarrow \rightarrow Y - Z$  (Décomposition).

Donnons aussi les règles de dérivation suivantes faisant intervenir à la fois des dépendances fonctionnelles et multivaluées :

- 8)  $X \rightarrow \rightarrow Y \vdash X \rightarrow \rightarrow Y$
- 9)  $\{X \rightarrow \rightarrow Y, W \rightarrow \rightarrow Z\} \vdash X \rightarrow \rightarrow Z$  si  $Z - Y = \emptyset$  et  $Y \sqcap W = \emptyset$
- 10)  $\{X \rightarrow \rightarrow Y, XY \rightarrow \rightarrow Z\} \vdash X \rightarrow \rightarrow Z - Y$ .

Pour terminer, rappelons le procédé du "CHASE PROCESS" : Soient D un ensemble pouvant contenir des dépendances multivaluées ou de jointure et r une relation ; l'opération qui consiste à compléter r par les tuples manquant afin qu'elle vérifie D est appelée : "CHASE PROCESS" (On procède de la manière suivante : prendre un élément quelconque  $f \in D$  et ajouter à r, les tuples manquant afin qu'elle vérifie f ; si r vérifie aussi D, on a terminé, sinon on répète l'opération précédente).

### 3. ESPACE D'INFORMATION, TUPLE

On considère les deux ensembles suivants :

- a) U : appelé l'Univers (ou Ensemble) des attributs ; ses éléments sont notés A, B, C, ... ; un élément de U s'appelle un attribut.
- b) C.U : appelé l'ensemble des constantes ; ses éléments sont notés  $\alpha, \beta, a, b, a_1, a_2, \dots$  ; un élément de C.U s'appelle une constante.

On considère une application surjective appelée At de C.U dans U.

At : C.U  $\longrightarrow$  U

Dans tout ce qui suit, nous supposons que  $U$  est un ensemble fini.

Notation :

L'union ensembliste sera omise :

Ainsi si  $X$  et  $Y$  sont deux parties de  $U$ ,  $XY$  désigne  $X \cup Y$ .

De même si  $t$  et  $t'$  sont deux sous-ensemble de  $C.U$ ,  $tt'$  désigne  $t \cup t'$ .

Définition 3.1 :

Soit  $t$  un sous-ensemble fini de  $C.U$ .

Si la restriction de  $At$  à  $t$  est injective, on dit que  $t$  est un tuple (En particulier le sous-ensemble vide est un tuple).

On désigne par  $P_+(C.U)$  l'ensemble des tuples.  $P_+(C.U)$  sera appelé l'Espace de l'Information.

On considère l'application suivante :

$$Att : P_+(C.U) \longrightarrow P(U)$$

$$Att(t) = \{At(a)/a \in t\}.$$

Définition 3.2 :

Soient  $t \in P_+(C.U)$  et  $X \subseteq U$ . On pose :

$$t_X = t[X] = \begin{cases} \{a \in t / At(a) \in X\} & \text{si } X \subseteq Att(t) \\ \perp \text{ (non définie) sinon.} \end{cases}$$

$t_X$  est appelé la projection de  $t$  sur  $X$ .  
(En particulier  $t_\emptyset = \emptyset$ ).

Définition 3.3 :

Soit  $t$  et  $t'$  deux tuples. Posons :

$$(t, t')[X] = (t, t')_X = \begin{cases} t[X] & \text{si } t[X] = t'[X] \\ \perp & \text{(non définie) sinon.} \end{cases}$$

(en particulier  $(t, t')_\emptyset = \emptyset$ ).

Propriété 3.1 :

$$(t, t')_X = (t'_\emptyset, t)_X = t_X \sqcap t'_X.$$

Démonstration :

Elle est immédiate.

Définition 3.4 :

Soient  $t$  et  $t'$  deux tuples.

La jointure de  $t$  et  $t'$  notée  $t \bowtie t'$  est définie par :

$$t \bowtie t' = tt' (t, t')[Att(t) \sqcap Att(t')].$$

Propriété 3.2 :

Si  $t, t'$  et  $t''$  sont des tuples alors:

- a)  $t \bowtie t' = t' \bowtie t$
- b)  $t \bowtie (t' \bowtie t'') = (t \bowtie t') \bowtie t''$ .

Démonstration

Elle est immédiate.

#### 4. RELATION

Définition 4.1 :

Soient  $r$  un sous-ensemble fini de  $P_+(C.U)$  tel que :

Pour tout  $(t, t') \in r^2$ ,  $\text{Att}(t) = \text{Att}(t')$ .

Posons  $\text{AT}(r) = \text{Att}(t)$  où  $t \in r$ .

$r$  est appelée relation (sur les attributs  $\text{AT}(r)$ ).

Définition 4.2 :

Soient  $r$  une relation et  $X$  un sous-ensemble de  $\text{AT}(r)$ .

La projection de  $r$  sur  $X$  est la relation notée  $\pi_X(r)$  et définie par :  $\pi_X(r) = \{t_X / t \in r\}$ .

Définition 4.3 :

Soient  $r$  et  $r'$  deux relations.

La jointure de  $r$  et  $r'$  notée  $r \bowtie r'$  est la relation définie par :  $r \bowtie r' = \{t \bowtie t' / t \in r \text{ et } t' \in r'\}$ .

Propriété 4.1 :

Si  $r, r'$  et  $r''$  sont des relations alors :

- a)  $r \bowtie r' = r' \bowtie r$
- b)  $r \bowtie (r' \bowtie r'') = (r \bowtie r') \bowtie r''$ .

Démonstration :

Elle découle immédiatement de la propriété 3.2.

Remarque :

Compte-tenu des propriétés 3.2 et 4.1, si  $t_1, t_2, \dots, t_n$  sont des tuples et  $r_1, r_2, \dots, r_n$  des relations, les écritures suivantes sont valides :  $t_1 \bowtie t_2 \bowtie \dots \bowtie t_n, r_1 \bowtie r_2 \bowtie \dots \bowtie r_n$ .

Dans tout ce qui suit, nous adopterons les notations et conventions suivantes :

- a) Si  $W$  est un sous-ensemble de  $U$ , alors :

$T[W] = \{t \in P_+(C.U) / \text{Att}(t) = W\}$

$R[W] = \{r : \text{relation/AT}(r) = W\}$

De plus :  $T = T[U]$  et  $R = R[U]$ .

b) Lorsque nous choisissons une relation  $r$  sans donner  $AT(r)$ , alors  $AT(r) = U$ .

## 5 - LES CONTRAINTES DU MODELE RELATIONNEL

### Définition 5.1 :

Soient  $X$  et  $Y$  deux sous-ensembles de  $U$ .

On définit la condition notée  $X \rightarrow Y$  et appelée dépendance fonctionnelle (D.F. en abrégé) comme suite :

$$X \rightarrow Y : T \times T \longrightarrow \{0,1\}$$

$$X \rightarrow Y(t,t') = \begin{cases} 1 & \text{Si:} \\ & t[X] = t'[X] \text{ implique } t[Y] = t'[Y]. \\ 0 & \text{Sinon.} \end{cases}$$

### Définition 5.2

Soient  $X$  et  $Y$  deux sous-ensembles de  $U$ .

La fonction suivante, notée  $X \rightarrow \rightarrow Y$ , est appelée dépendance multivaluée (D.M. en abrégé) :

$$X \rightarrow \rightarrow Y : T \times T \longrightarrow T$$

$$X \rightarrow \rightarrow Y(t,t') = t[Y]t'[U-XY](t,t')[X].$$

### Propriété 5.1 :

$$a) X \rightarrow \rightarrow Y = X \rightarrow \rightarrow Y - X$$

$$b) \text{Pour tout } (t,t') \in T^2 :$$

$$X \rightarrow \rightarrow Y(t,t') = X \rightarrow \rightarrow Y - XY(t',t)$$

$$c) \text{Supposons que } Y - X = \emptyset.$$

Pour tout  $(t,t') \in T^2$  et vérifiant  $t[X] = t'[X]$ , on a :

$$X \rightarrow \rightarrow Y(t,t') = t'.$$

### Démonstration

Soit  $(t,t') \in T^2$  et vérifiant  $t[X] = t'[X]$ .

$$\begin{aligned} X \rightarrow \rightarrow Y - X(t,t') &= t[Y-X]t'[U-X(Y-X)](t,t')[X] \\ &= t[Y-X]t[X]t'[U-XY](t,t')[X] \\ &= t[(Y-X)X]t'[U-XY](t,t')[X] \\ &= X \rightarrow \rightarrow Y(t,t') \end{aligned}$$

De manière similaire, on démontre les deux autres cas.

### Remarque 1 :

Dans tout ce qui suit, si  $X \rightarrow \rightarrow Y$  est une D.M., nous supposons que  $Y \cap X = \emptyset$  (cas (a) de la propriété précédente).

Propriété 5.2 :

Soient  $(t, t') \in T^2$  vérifiant  $t[X] = t'[X]$  et  $C$  un sous-ensemble de  $U$ .

On considère  $h = X \rightarrow Y(t, t')$ .

$$h[C] = t[Y \cap C] t'[C - XY](t, t')[X \cap C].$$

Démonstration :

Elle découle immédiatement de la définition d'une D.M.

Propriété 5.3 :

$$X \rightarrow Y(t, t') = txy \bowtie t'x(u - xy).$$

Démonstration

Soit  $(t, t') \in T^2$  vérifiant  $t[X] = t'[X]$ . On a :

$$txy \bowtie t'x(u - xy) = t[XY]t'[X(U - XY)](t, t')[((XY) \cap (X(U - XY))]$$

(Définition 3.5).

Mais :  $Y \cap X = \emptyset$  implique  $(XY) \cap (X(U - XY)) = X$ .

Par conséquent :  $txy \bowtie t'x(u - xy) = X \rightarrow Y(t, t')$ .

Définition 5.3

Soient  $X$ ,  $Y$  et  $Z$  des sous-ensembles de  $U$  vérifiant  $Y \cap Z - X = \emptyset$ .

La fonction suivante, notée  $X \rightarrow Y|Z$ , est appelée dépendance multivaluée partielle (D.M.P. en abrégé) :

$$X \rightarrow Y|Z : T[U] \times T[U] \longrightarrow T[XYZ]$$

$$X \rightarrow Y|Z(t, t') = t[Y]t'[Z](t, t')[X].$$

Remarque 2 :

a) De manière évidente, on a :

$$X \rightarrow Y|Z(t, t') = X \rightarrow Z|Y(t', t).$$

b) De même :

$$X \rightarrow Y|Z = \pi_{xyz} \circ X \rightarrow Y$$

en convenons que  $\pi_{xyz}(t) = t[XYZ]$  et où le symbole  $\circ$  désigne la composition des fonctions.

$$\text{Ainsi : } X \rightarrow Y|Z(t, t') = \pi_{xyz}(X \rightarrow Y(t, t')).$$

Remarque 3 :

On pourra définir d'autres fonctions, notamment les deux suivantes :

$$X \xrightarrow{\bullet} Y, X \xrightarrow{\bullet} A : P_+(C.U) \times P_+(C.U) \longrightarrow P_+(C.U)$$

$$X \xrightarrow{\bullet} Y(t, t') = t[Y]t'[Att(t') - XY](t, t')[X]$$

$$X \xrightarrow{\bullet} A(t, t') = (t[A] \bowtie t'[Att(t') - X])(t, t')[X]$$

( $X$  et  $Y$  sont des sous-ensembles de  $U$  et  $A$  un attribut).

Définition 5.4 :

Soient  $x_1, x_2, \dots, x_n$  des sous-ensembles de  $U$  vérifiant  $\bigcup_{i=1}^n x_i = U$ .

$\bigcup_{i=1}^n x_i = U$

La fonction à  $n$  variables suivante, notée  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ , est appelée dépendance de jointure (ou dépendance produit) :

$$(X_1, X_2, \dots, X_n) : T^n \longrightarrow T$$

$$(X_1, X_2, \dots, X_n)(t_1, t_2, \dots, t_n) = t_1[X_1] \bowtie t_2[X_2] \bowtie \dots \bowtie t_n[X_n].$$

On écrira D.J. en abrégé.

Remarque 4 :

a) Si  $n = 1$ , on a :

$$(X)(t) = t[X].$$

Il s'agit de la projection sur  $X$ .

b) Si  $(X_1, X_2, \dots, X_n)(t_1, t_2, \dots, t_n) \neq \perp$  alors :

$$(X_1, X_2, \dots, X_n)(t_1, t_2, \dots, t_n) = t_1[X_1]t_2[X_2]\dots t_n[X_n].$$

Propriété 5.4 :

a) si  $U = VW$  alors :

$$(V, W) = V \bowtie W \longrightarrow V - W.$$

b)  $X \longrightarrow Y = (XY, X(U-XY))$ .

Démonstration :

$$\begin{aligned} a) \quad VNW \longrightarrow V-W(t, t') &= t[V]t'[W](t, t')[VNW] \\ &= t[V] \bowtie t'[W] \\ &= (V, W)(t, t'). \end{aligned}$$

b) D'après la propriété 5.3.

Remarque 5 :

La D.M. est un cas particulier de D.J.

Remarque 6 :

Dans la définition 5.4, si  $\prod_{i=1}^n X_i$  est strictement inclus dans  $U$  alors la fonction :

$$(X_1, X_2, \dots, X_n) : T^n \longrightarrow T[X_1 X_2 \dots X_n]$$

$(X_1, X_2, \dots, X_n)(t_1, t_2, \dots, t_n) = t_1[X_1] \bowtie t_2[X_2] \bowtie \dots \bowtie t_n[X_n]$   
est appelée dépendance de jointure partielle (D.J.P. en abrégé)

Proposition 5.1 :

Soit  $P$  une permutation quelconque de l'ensemble  $\{1, 2, \dots, n\}$ .

Nous avons :

$$(X_1, X_2, \dots, X_n)(t_1, t_2, \dots, t_n) = (X_{P(1)}, X_{P(2)}, \dots, X_{P(n)})(t_{P(1)}, t_{P(2)}, \dots, t_{P(n)}).$$

Démonstration :

Elle découle directement de la commutativité de l'opérateur  $\bowtie$ .

Proposition 5.2 :

Les égalités suivantes sont vraies :

$$(X_1, X_2, \dots, X_n)(t_1, t_2, \dots, t_n) =$$

$$(X_1, X_2, \dots, X_{n-1})(t_1, t_2, \dots, t_{n-1}) \bowtie (X_{n-1}, X_n)(t_{n-1}, t_n) =$$

$$(X_1, X_2)(t_1, t_2) \bowtie (X_2, X_3)(t_2, t_3) \bowtie \dots \bowtie (X_{n-2}, X_{n-1})(t_{n-2}, t_{n-1}) \bowtie (X_{n-1}, X_n)(t_{n-1}, t_n) = \dots$$

Démonstration :

Elle est immédiate.

On peut définir d'autres fonctions ; Ainsi :

$$f(t_1, t_2, t_3) = (H, V, W)(t_1, (S, K)(t_2, t_3), t_3)$$

est une fonction à 3 variables.

Exemple :

Simplifions la fonction suivante :

$$f(t, t') = (V, W)((V, W)(t, t'), t').$$

Nous avons :

$$\begin{aligned} f(t, t') &= (V, W)(t[V] \bowtie t'[W], t') \\ &= (t[V] \bowtie t'[W]) \vee \bowtie t'[W] \\ &= (t[V]t'[W])(t[V] \bowtie t'[W]) \vee \bowtie t'[W] \\ &= (t[V](t[V] \bowtie t'[W])) \vee \bowtie t'[W] \\ &= t[V] \bowtie t'[W] \\ &= (V, W)(t, t'). \end{aligned}$$

Par conséquent :

$$f(t, t') = (V, W)(t, t').$$

## 6 - REGLES DE DERIVATION

Définition 6.1 :

Soit  $r$  une relation. On dit que  $r$  vérifie :

a) La D.F.  $X \rightarrow Y$ , si pour tout  $(t, t') \in r^2 : X \rightarrow Y(t, t') \neq 0$ .

b) La D.J.  $J = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ , si :

Pour tout  $(t_1, t_2, \dots, t_n) \in r^n$ ,  $J(t_1, t_2, \dots, t_n) \in r \cup \{\perp\}$ .

c) La D.M.P.  $X \rightarrow \rightarrow Y | Z$ , si :

Pour tout  $(t, t') \in r^2$ ,  $X \rightarrow \rightarrow Y | Z(t, t') \in \pi_{x,y,z}(r) \cup \{\perp\}$ .

d) La D.J.P.  $J = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ , si :

Pour tout  $(t_1, t_2, \dots, t_n) \in r^n$ ,  $J(t_1, t_2, \dots, t_n) \in \pi_{x_1 \times x_2 \dots \times x_n}(r) \cup \{\perp\}$ .

e) C (C étant un ensemble de contraintes pouvant contenir à la fois des D.F., D.J., D.M.P., D.J.P.) si elle vérifie chacun de ses éléments.

Terminologie :

Si  $r$  est une relation vérifiant un ensemble  $D$  de D.J. on dira aussi que  $r$  est saturée par rapport à  $D$  (ou tout simplement  $r$  est saturée, si aucune confusion n'est à craindre).

$SAT_D(R) = \{r \in R / r$  saturée par rapport à  $D\}$ .

Définition 6.2 :

Soient  $C$  et  $C'$  deux ensembles de contraintes.

a) On dit que  $C$  implique  $C'$  et on note  $C \vdash C'$  si pour tout  $r \in R$  :  $r$  vérifie  $C$  implique  $r$  vérifie  $C'$ .

b)  $C$  est équivalent à  $C'$  si :  $C \vdash C'$  et  $C' \vdash C$ .

On écrit dans ce cas :  $C \approx C'$ .

Démontrons les règles de dérivation concernant les D.M.

Propriété 6.1 :

a)  $X \rightarrow \rightarrow Y \approx X \rightarrow \rightarrow Y - X$

b)  $X \rightarrow \rightarrow Y \approx X \rightarrow \rightarrow U - XY$

c) Si  $Y - X = \emptyset$  alors:  $\{X \rightarrow \rightarrow Y\} \approx \emptyset$ .

Démonstration :

Elle découle directement de la Propriété 5.1.

Propriété 6.2 :

Si  $V - W = \emptyset$  alors :

$X \rightarrow \rightarrow Y \vdash XW \rightarrow \rightarrow YV$ .

Démonstration :

Soit  $r$  une relation vérifiant  $X \rightarrow \rightarrow Y$ .

Soit  $(t, t')$  tel que  $t[XW] = t'[XW]$ .

$$\begin{aligned} XW \rightarrow \rightarrow YV(t, t') &= t[YV]t'[U - XYVW](t, t')[XW] \\ &= t[Y]t'[(U - XYW)XW] \\ &= t[Y]t'[U - Y] \\ &= X \rightarrow \rightarrow Y(t, t'). \end{aligned}$$

Par conséquent :  $XW \rightarrow \rightarrow YV(t, t') \in r$ .

Propriété 6.3

$\{X \rightarrow \rightarrow Y, YW \rightarrow \rightarrow Z\} \vdash XW \rightarrow \rightarrow Z - YW$ .

Démonstration :

Nous pouvons toujours supposer que  $Z \cap (YW) = \emptyset$  (Propriété 5.1).

Le problème revient alors à prouver :

$\{X \rightarrow \rightarrow Y, YW \rightarrow \rightarrow Z\} \vdash XW \rightarrow \rightarrow Z$ .

Soient  $r$  une relation vérifiant  $\{X \rightarrow \rightarrow Y, YW \rightarrow \rightarrow Z\}$  et  $(t, t') \in r^2$  tel que  $t[XW] = t'[XW]$ .

D'une part :

$$h = XW \rightarrow \rightarrow Z(t, t') = t[Z]t'[\bar{Z}] : (1)$$

D'autre part :

$$h_1 = X \rightarrow \rightarrow Y(t', t) = t'[Y]t[\bar{Y}] : (2)$$

$h_1[Y] = t'[Y]$  et  $t'[W] = t[W]$  implique  $h_1[YW] = t'[YW]$ .

Par suite :  $h_2 = YW \rightarrow \rightarrow Z(h_1, t') = h_1[Z]t'[\bar{Z}]$

Mais d'après (2) :  $h_1[Z] = t'[Y \cap Z]t[\bar{Y} \cap Z] = t[Z]$ .

Par conséquent :  $h_2 = t[Z]t'[\bar{Z}]$

En comparant avec (1), nous avons  $XW \rightarrow \rightarrow Z(t, t') \in r$ .

#### Remarque:

En faisant  $W = \emptyset$ , nous avons aussi :

$$\{X \rightarrow \rightarrow Y, Y \rightarrow \rightarrow Z\} \vdash X \rightarrow \rightarrow Z - Y.$$

#### Propriété 6.4 :

$$\{X \rightarrow \rightarrow Y, X \rightarrow \rightarrow Z\} \vdash \{X \rightarrow \rightarrow Y \text{ et } X \rightarrow \rightarrow Z - Y, X \rightarrow \rightarrow Z - Y, X \rightarrow \rightarrow YZ\}.$$

#### Démonstration :

Soit  $r$  une relation vérifiant  $\{X \rightarrow \rightarrow Y, X \rightarrow \rightarrow Z\}$ .

Soit  $(t, t') \in r^2$  tel que  $t[X] = t'[X]$ .

$$* X \rightarrow \rightarrow Y \text{ et } X \rightarrow \rightarrow Z(t, t') = t[Y \text{ et } Z]t'[U - X(Y \text{ et } Z)](t, t')[X].$$

D'autre part :

$$h_1 = X \rightarrow \rightarrow Y(t, t') \text{ implique } h_1[Z] = t[Y \text{ et } Z]t'[Z - Y].$$

Par suite :

$$h_2 = X \rightarrow \rightarrow Z(h_1, t') = h_1[Z]t'[U - XZ](h_1, t')[X]$$

$$h_2 = t[Y \text{ et } Z]t'[(U - XZ)(Z - Y)](t, t')[X].$$

Comme  $(U - XZ)(Z - Y) = U - X(Y \text{ et } Z)$ , il s'ensuit :

$$X \rightarrow \rightarrow Y \text{ et } Z(t, t') = X \rightarrow \rightarrow Z(X \rightarrow \rightarrow Y(t, t'), t').$$

Par conséquent :

$$X \rightarrow \rightarrow Y \text{ et } Z(t, t') \in r.$$

Ainsi :  $\{X \rightarrow \rightarrow Y, X \rightarrow \rightarrow Z\} \vdash X \rightarrow \rightarrow Y \text{ et } Z$ .

\* De manière similaire, on a :

$$X \rightarrow \rightarrow Y - Z(t, t') = X \rightarrow \rightarrow Y(X \rightarrow \rightarrow Z(t', t), t') \in r$$

$$X \rightarrow \rightarrow Z - Y(t, t') = X \rightarrow \rightarrow Z(X \rightarrow \rightarrow Y(t', t), t') \in r$$

$$X \rightarrow \rightarrow YZ(t, t') = X \rightarrow \rightarrow Y(X \rightarrow \rightarrow Y(t, t'), X \rightarrow \rightarrow Z(t, t')) \in r.$$

#### Propriété 6.5 :

$$X \rightarrow \rightarrow Y \vdash X \rightarrow \rightarrow Y.$$

#### Démonstration :

Soit  $r$  une relation vérifiant  $X \rightarrow \rightarrow Y$ .

Soit  $(t, t') \in r^2$  tel que  $t[X] = t'[X]$ .

Il s'ensuit  $t[Y] = t'[Y]$ .

Par conséquent :

$$X \rightarrow \rightarrow Y(t, t') = t' \in r.$$

#### Propriété 6.6

a) Supposons que  $Z - Y = \emptyset$  et  $Y \text{ et } W = \emptyset$ . On a :

$$\{X \rightarrow \rightarrow Y, W \rightarrow \rightarrow Z\} \vdash X \rightarrow \rightarrow Z.$$

$$\text{b) } \{X \rightarrow \rightarrow Y, XY \rightarrow \rightarrow Z\} \vdash X \rightarrow \rightarrow Z - Y.$$

Démonstration :

Soient  $r$  une relation et  $(t, t') \in r^2$  tel que  $t[X] = t'[X]$ .  
On considère  $h = X \rightarrow \rightarrow Y(t, t')$ .

a) Supposons que  $r$  vérifie  $\{X \rightarrow \rightarrow Y, W \rightarrow \rightarrow Z\}$  :

Nous avons alors :  $h \in r$ . Par conséquent :  
 $h[Z] = t[Z]$  et  $h[W] = t'[W]$ .

$h[W] = t'[W]$  implique  $h[Z] = t'[Z]$ .

Finalement :  $t[Z] = t'[Z]$ .

b) Supposons que  $r$  vérifie  $\{X \rightarrow \rightarrow Y, XY \rightarrow \rightarrow Z\}$  :

De même  $h \in r$ .

Nous avons :

$h[Z-Y] = t'[Z-Y]$  et  $h[XY] = t[XY]$ .

$h[XY] = t[XY]$  implique  $h[Z] = t[Z]$ .

Par suite :  $t[Z-Y] = t'[Z-Y]$ .

Les règles de dérivation concernant les autres contraintes peuvent se démontrer de façon similaire ; donnons à titre indicatif, la propriété suivante concernant les D.M.P. :

Propriété 6.7 :

$X \rightarrow \rightarrow Y \vdash X \rightarrow \rightarrow Y | Z$

( $Z$  étant un sous-ensemble de  $U$  vérifiant  $Y \cap Z = \emptyset$ ).

Démonstration :

Soit  $r$  une relation vérifiant  $X \rightarrow \rightarrow Y$ .

soit  $(t, t') \in r^2$  tel que  $t[X] = t'[X]$ .

D'une part :

$X \rightarrow \rightarrow Y | Z(t, t') = t[Y]t'[Z](t, t')[X]$ .

D'autre part :

$h = X \rightarrow \rightarrow Y(t, t') = t[Y]t'[U-XY](t, t')[X]$ .

$h[XYZ] = t[Y]t'[Z](t, t')[X]$  (Propriété 5.2)

$= X \rightarrow \rightarrow Y | Z(t, t')$ .

Mais :  $h \in r$  implique  $h[XYZ] \in \pi_{XYZ}(r)$ .

7 - APPLICATION CHASE

Propriété 7.1 :

Soient  $r$  une relation et  $D$  un ensemble de D.J.

Posons :  $PC(r) = \{t \in T / t[A] \in \pi_A(r), A \in U\}$ .

$PC(r)$  est une relation saturée contenant  $r$ .

Démonstration :

Elle est immédiate.

Définition 7.1

Soient D un ensemble de D.J.

On définit l'application CHASE<sub>D</sub> comme suite :

CHASE<sub>D</sub>: R → SAT<sub>D</sub>(R)

CHASE<sub>D</sub>(r) est la plus petite relation de SAT<sub>D</sub>(r) contenant r.

Remarque :

Il est très simple de justifier que CHASE<sub>D</sub> est bien une application.

Propriété 7.2 :

Soient r une relation et D un ensemble de D.J.

a) r ∈ SAT<sub>D</sub>(R) implique CHASE<sub>D</sub>(r) = r

b) CHASE<sub>D</sub>(CHASE<sub>D</sub>(r)) = CHASE<sub>D</sub>(r)

c) A ∈ U implique π<sub>A</sub>(r) = π<sub>A</sub>(CHASE<sub>D</sub>(r)).

Démonstration :

Elle est immédiate.

Théorème 7.1

Soient D un ensemble de D.J. et r ∈ R-SAT<sub>D</sub>(R).

Il existe des tuples h<sub>1</sub>, h<sub>2</sub>, ..., h<sub>p</sub> vérifiant pour K=1; p:

h<sub>K</sub> = J<sub>K</sub>(t<sub>1</sub><sup>K</sup>, t<sub>2</sub><sup>K</sup>, ..., t<sub>s<sub>K</sub></sub><sup>K</sup>) où :

J<sub>K</sub> ∈ D

(t<sub>1</sub><sup>1</sup>, t<sub>2</sub><sup>1</sup>, ..., t<sub>s<sub>1</sub></sub><sup>1</sup>) ∈ r<sub>s<sub>1</sub></sub>

{t<sub>1</sub><sup>K</sup>, t<sub>2</sub><sup>K</sup>, ..., t<sub>s<sub>K</sub></sub><sup>K</sup>} ⊆ r ∪ {h<sub>j</sub> : j = 1, K-1} si K > 1

Tels que :

CHASE<sub>D</sub>(r) = r ∪ {h<sub>j</sub> : j = 1, P}.

Démonstration :

Comme r ∉ SAT<sub>D</sub>(R), il existe J<sub>1</sub> ∈ D et (t<sub>1</sub><sup>1</sup>, t<sub>2</sub><sup>1</sup>, ..., t<sub>s<sub>1</sub></sub><sup>1</sup>) ∈ r<sub>s<sub>1</sub></sub>

tels que : J<sub>1</sub>(t<sub>1</sub><sup>1</sup>, t<sub>2</sub><sup>1</sup>, ..., t<sub>s<sub>1</sub></sub><sup>1</sup>) ∈ CHASE<sub>D</sub>(r) - r.

Posons h<sub>1</sub> = J<sub>1</sub>(t<sub>1</sub><sup>1</sup>, t<sub>2</sub><sup>1</sup>, ..., t<sub>s<sub>1</sub></sub><sup>1</sup>).

Si r<sub>1</sub> = r ∪ {h<sub>1</sub>} est saturée, on a terminé.

Sinon, on recommence le travail avec r<sub>1</sub> et ainsi de suite.

Démontrons la propriété suivante par utilisation du Théorème 7.1.

Propriété 7.3. :

Pour toute relation r, on a :

CHASE(x<sub>1</sub>, x<sub>2</sub>, ..., x<sub>n</sub>)(r) = π<sub>x<sub>1</sub></sub>(r) ▷ π<sub>x<sub>2</sub></sub>(r) ▷ ... ▷ π<sub>x<sub>n</sub></sub>(r).

Démonstration :

a) Soit h ∈ π<sub>x<sub>1</sub></sub>(r) ▷ π<sub>x<sub>2</sub></sub>(r) ▷ ... ▷ π<sub>x<sub>n</sub></sub>(r) :

h = a<sub>1</sub> ▷ a<sub>2</sub> ▷ ... ▷ a<sub>n</sub> où a<sub>i</sub> ∈ π<sub>x<sub>i</sub></sub>(r) : i = 1, n.

Il existe (t<sub>1</sub>, t<sub>2</sub>, ..., t<sub>n</sub>) ∈ r<sup>n</sup> tel que :

a<sub>i</sub> = t<sub>i</sub>[X<sub>i</sub>] i = 1, n.

Par suite :

$$\begin{aligned} h &= t_1[X_1] \bowtie t_2[X_2] \bowtie \dots \bowtie t_n[X_n] \\ &= (x_1, x_2, \dots, x_n)(t_1, t_2, \dots, t_n) \text{ (Définition 5.4).} \end{aligned}$$

Ainsi  $h \in \text{CHASE}(x_1, x_2, \dots, x_n)(r)$ .

b) Soit  $h \in \text{CHASE}(x_1, x_2, \dots, x_n)(r)$  :

Si  $h \in r$  alors :

$$h = h[X_1] \bowtie h[X_2] \bowtie \dots \bowtie h[X_n] \in \pi_{x_1}(r) \bowtie \pi_{x_2}(r) \bowtie \pi_{x_3}(r) \dots \pi_{x_n}(r).$$

Si  $h \notin r$ , on a :

$$\text{CHASE}(x_1, x_2, \dots, x_n)(r) = r \cup \{h_1, h_2, \dots, h_p\} \text{ (Théorème 7.1)}$$

Faisons une démonstration par récurrence.

$$\text{Si } h = h_1 \text{ alors } h \in \pi_{x_1}(r) \bowtie \pi_{x_2}(r) \bowtie \dots \bowtie \pi_{x_n}(r).$$

Supposons que  $h_k \in \pi_{x_1}(r) \bowtie \pi_{x_2}(r) \bowtie \dots \bowtie \pi_{x_n}(r)$  pour  $K = 1, i$ .

Etudions  $h_{i+1}$ .

$$h_{i+1} = (x_1, x_2, \dots, x_n)(a_1, a_2, \dots, a_n) \text{ où :} \\ \{a_1, a_2, \dots, a_n\} \subseteq r \cup \{h_k : K = 1, i\}.$$

Pour tout  $a_j$  ( $j=1, n$ ), il existe  $t_j \in r$  tel que :

$$a_j[X_j] = t_j[X_j].$$

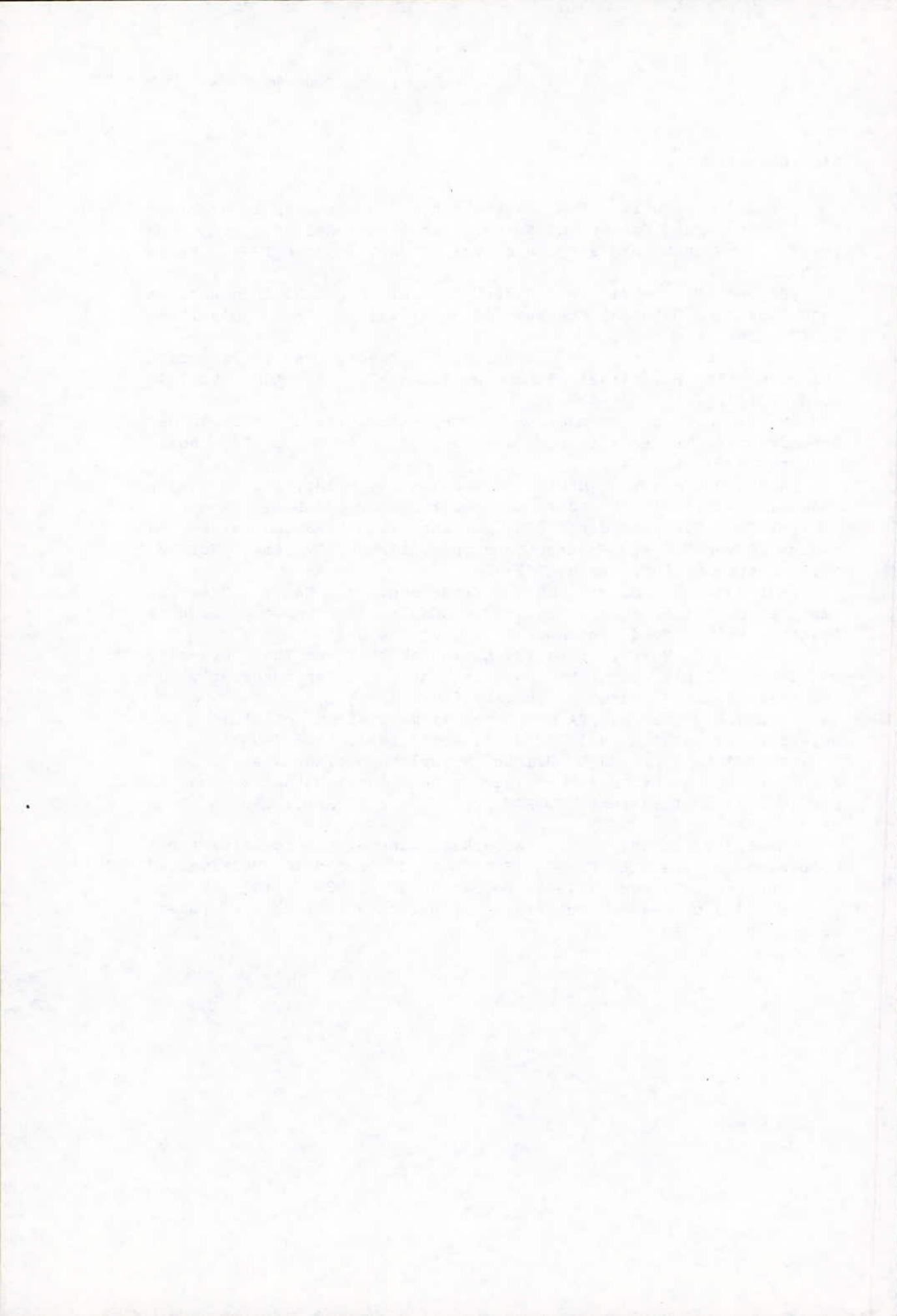
Par conséquent :

$$\begin{aligned} h_{i+1} &= a_1[X_1] \bowtie a_2[X_2] \bowtie \dots \bowtie a_n[X_n] \\ &= t_1[X_1] \bowtie t_2[X_2] \bowtie \dots \bowtie t_n[X_n]. \end{aligned}$$

Ainsi :  $h_{i+1} \in \pi_{x_1}(r) \bowtie \pi_{x_2}(r) \bowtie \dots \bowtie \pi_{x_n}(r)$ .

## BIBLIOGRAPHIE

- [BB-79] C. Beeri, P.A. Bernstein, "Computational Problems Related to the Design of Normal Form Relational Schemas", ACM Transactions on Database Systems, Vol.4, No.1, March 1979, Pages 30-59.
- [BK-86] C. Beeri, M. Kifer, "Elimination Of Intersection Anomalies From Database Schemes", J. ACM, Vol.33, No.3, July 1986, PP.423-450.
- [BK-87] C. Beeri, M. Kifer, "A Theory Of Intersection Anomalies In Relational Database Schemes", J. ACM, Vol.34, No.3, July 1987, PP.544-577.
- [M-79] A. O. Mendelzon, "On Axiomatizing Multivalued Dependencies In Relational Databases", J. ACM, Vol.26, No.1, January 1979, PP.37-44.
- [M-80] D. Maier, "Minimum covers in the Relational Database Model", J. ACM, Vol. 27, No.4, October 1980, PP.664-674.
- [ML-87] Z. Meral Özsoyoğlu, Li-yan Yuan, "Reduced MVDS and Minimal Covers", ACM Transactions on Database Systems, Vol.12, No.3, September 1987, pages 377-394.
- [MMS-79] D. Maier, A.O. Mendelzon, Y. Sagiv, "Testing Implications of Data Dependencies", ACM Transactions on Database Systems, Vol.4, No.4, December 1979, Pages 455-469.
- [MSY-81] D. Maier, Y. Sagiv, M. Yannakakis, "On The Complexity Of Testing Implications Of Functional and Join Dependencies", J. ACM, Vol.28, No.4, October 1981, PP.680-695.
- [S-82] E. Sciore, "A Complete Axiomatization of Full Join Dependencies", J. ACM, Vol.29, No.2, April 1982, PP.373-393.
- [SU-82] F. Sadri, J.D. Ullman, "Template Dependencies : A Large Class Of Dependencies in Relational Databases and Its Complete Axiomatization", J. ACM, Vol.29, No.2, April 1982, PP.363-372.
- [SW-82] Y. Sagiv, S. F. Walecka, "Subset Dependencies and a Completeness Result For a Subclass Of Embedded Multivalued Dependencies", J. ACM, Vol.29, No.1, January 1982, PP.103-117.
- [U-80] J.D. Ullman, "Principles Of Database Systems", Computer Science Press, 1980.



## Détection de la fatigue vocale à l'aide de paramètres prosodiques et formantiques

N. Abina\* et M. Guerti\*\*

Laboratoire de Traitement de Signal, Ecole Nationale Polytechnique, 10, Avenue Hassen Badi, 16200 El-Harrach, Alger, Algérie.

### ملخص:

تهدف دراستنا هذه إلى كشف التعب من خلال دراسة الصوت. لهذا ! يمتاز بالقدرة على التحقيق عن بعد . لقد أتيجنا بنكًا للمعطيات متكون من جمل باللغتين العربية و الفرنسية. سجلت هذه الجمل من طرف متحدثين يعانون من تعب جسمني أو صوتي. لقد حللنا هذه الأشارات بعدة طرق و قوّى اختيارنا على طريقة استخراج خصائص الأشارات الصوتية. تبين بعد مقارنة النتائج المتحصل عليها تحت تأثير التعب و بدون ذلك . شتغلنا على التحليل الصوتي الذي أن التعب يؤثّر على الخصائص النثرية.

**الكلمات المفتاح :** تعب صوتي - تحليل - معطيات نثرية .

### Abstract :

The aim of this study is to detect from a speech signal certain parameters that are influenced by the tiredness of the speaker. The tiredness can be of physical or vocal origin. For this, we have collected a data base formed of several words and sentences in Arabic and French which are pronounced by speakers before and after making a physical or vocal effort. Then using several methods (AutoRegressif model by Burg, Levinson, and Morf, sonagraph, periodogram), this data base has been analysed to extract some parameters (the formants, the pitch, the energy and duration). When comparing the obtained results with and without the influence of tiredness, we can say that the later has a significant influence on the prosodics parameters.

**Key words :** Vocal fatigue ; analysis ; prosodic parameters.

### Résumé :

Le but de notre travail est de détecter la fatigue. Pour cela, nous travaillons sur l'analyse vocale qui a l'avantage de pouvoir se faire à distance. Nous avons élaboré un corpus composé de phrases en Arabe et en Français. Celles-ci ont été enregistrées par des locuteurs présentant une fatigue vocale ou physique. Nous avons analysé ces signaux par différentes méthodes (modèle AutoRégessif de Burg, de Levinson, et de Morf, sonagraphe, périodogramme).

Nous avons opté pour l'extraction des paramètres formantiques et prosodiques (fréquence fondamentale, durée et intensité). Après comparaison des résultats obtenus avec et sans l'influence de la fatigue, notre étude a montré que celle-ci influait sur les paramètres prosodiques.

**Mots clés :** Fatigue vocale ; analyse ; paramètres prosodiques.

\* Assistante (USTHB)

\*\* Maître de conférences (ENP).

## 1. Introduction

La fatigue est invalidante pour toute personne et ses effets sont assez sévères. Elle inhibe la formation d'énergie nécessaire à la contraction musculaire engendrant le mouvement. De plus, quand elle est prononcée, elle stimule les récepteurs de la douleur entraînant une désorientation [1]. Ce qui peut entraîner de graves accidents pour certains métiers où l'on met des vies entre les mains d'un ou plusieurs opérateurs humains. C'est le cas en médecine ou dans l'aviation.

Le but de notre travail est de détecter la fatigue sans recourir aux analyses médicales comme cela se fait aujourd'hui. Pour cela, nous travaillons sur la voix humaine qui véhicule, outre son aspect sémantique, des informations sur l'état psychologique et physiologique du locuteur. En effet, l'analyse vocale a l'avantage d'être plus rapide et de pouvoir se faire à distance. De plus, elle se fait sans aucun désagrément pour le locuteur.

Nous analysons la voix pour détecter la fatigue qu'elle soit vocale, par le travail de muscles entrant en jeu lors de la phonation, ou qu'elle résulte du travail d'autres muscles. Pour cela, nous travaillons sur des locuteurs susceptibles de présenter une fatigue physique pour certains, et vocale pour les autres : des animateurs radio et des acteurs. L'étude s'est faite sans variations émotionnelles réelles ou simulées de la part des locuteurs. Cet enregistrement nous a permis d'élaborer un corpus composé de phrases en Arabe et en Français.

Nous avons ensuite analysé ces données par différentes techniques existant en traitement de la parole (le spectrographe, le périodogramme et les modèles AutoRégressif de Morf, de Levinson et de Burg)[2-5]. Le signal de parole étant de nature extrêmement variable, nous avons opté pour l'extraction des paramètres prosodiques

(fréquence fondamentale, durée et intensité) et formantiques. Nous relèverons les paramètres invariants de chaque locuteur avant l'effort. Les résultats obtenus, sans et sous l'influence présumée de la fatigue, ont été comparés de façon à pouvoir détecter les éventuelles modifications des caractéristiques acoustiques de la voix .

Après avoir défini la fatigue en général et donné les principales causes de la fatigue vocale, nous présentons ensuite, en section 3, les moyens humains et matériels utilisés pour la constitution du corpus. Nous enchaînons ensuite par l'exposé de la méthode de travail suivie et les paramètres invariants retenus pour l'analyse. La section suivante détaille les chaînes de travail, les méthodes et les conditions d'analyse. La section 6 regroupe les résultats obtenus. Puis nous concluons le travail, en dernière section, en suggérant quelques possibilités d'amélioration dans l'étude du sujet.

## 2. Définitions générales et effets de la fatigue

L'énergie provenant de la combustion de substrats d'origine alimentaire est nécessaire à la contraction des muscles mis en jeu lors d'un mouvement [6], [7]. Son absence entraîne la fatigue. Celle-ci est définie comme étant une diminution des capacités de performance d'un organe ou de l'organisme entier devant l'exercice, rendant celui-ci pénible, voire douloureux [6], [7]. Si l'effort se poursuit au delà des possibilités de résistance de l'organisme, le sujet parvient à un état irréversible qu'on appelle l'épuisement et qui entraîne la mort. Celle-ci est donc un moyen de défense naturel.

Il existe plusieurs facteurs pouvant induire une fatigue vocale ; les plus importants sont :

- un discours prolongé ou un cours didactique ou même une prestation vocale chantée entraîne un effort vocal important.

Une mauvaise acoustique l'augmente [8], [9] ;

- la prononciation mentale d'un texte, nommée parole intérieure par E. Garde [9], entraîne une fatigue vocale. Cette dernière, ressentie par certains mimes, est plus nerveuse que musculaire puisqu'il n'y a pas de parole réellement prononcée ;

- les conversations pour soutenir un bruit de fond de plus ou moins 80 dB provoquent une augmentation importante du niveau sonore de la voix dont les locuteurs n'ont pas conscience. Cela entraîne un effort vocal important ; c'est l'effet de Lombard-Tarneaud [8], [9].

Cependant, les divers travaux ont montré que la cause de la fatigue varie avec la nature de l'activité, l'entraînement, l'état physiologique de l'individu et les conditions d'environnement [1], [7]. Elle peut être due à la déplétion en métabolites-clés dans le muscle, ou à l'accumulation d'autres métabolites qui vont être déversés dans la

circulation sanguine et affecter l'ensemble du corps [1], [7]. Ainsi la fatigue vocale peut exister sans même que les muscles vocaux aient travaillé.

### 3. Génération du corpus

#### 3.1 Population

Pour recueillir nos échantillons de parole, nous avons pris une population variée de locuteurs. Celle-ci, composée d'enfants et d'adultes des deux sexes, se répartit en deux classes. Pour la première, nous avons étudié l'évolution de la fatigue le long de la journée. Nous traitons donc de l'influence d'une fatigue physique sur les muscles phonatoires. Nous avons utilisé une chambre sourde de l'hôpital MUSTAPHA d'Alger pour faire les enregistrements. Parmi les 34 locuteurs étudiés, certains venaient de participer à une rencontre sportive et d'autres étaient des malades hospitalisés (Tableau 1).

Age(ans) \ Sexe	8 - 10	11 - 13	15 - 16	18 - 21	22-24	29 - 33	$\geq 50$
Masculin	8	1	4	4	0	0	2
Féminin	1	6	0	1	2	3	3

Tableau 1 - Population de locuteurs présentant une fatigue physique.

Pour la deuxième classe, nous avons travaillé sur des locuteurs susceptibles de présenter une fatigue purement vocale. Pour cela, nous avons pris 4 animateurs radio et 2 acteurs que nous avons enregistrés, avant et après une émission radiophonique d'assez longue durée (Tableau 2). Nous avons utilisé, pour cela,

les studios d'enregistrement de l'Entreprise Nationale de la Radio Sonore (ENRS).

De plus, pour éviter l'influence d'une saison chaude et humide, très éprouvante pour l'endurance des locuteurs, nous avons fait tous nos enregistrements en hiver.

Sexe	Locuteur	Age (ans)	Durée de l'émission
Féminin	L 1	26	2 h 30'
	L 2	18	4 h
	L 3	58	2 h 30'
Masculin	L 4	45	3 h
	L 5	57	3 h
	L 6	38	7 h

Tableau 2 - Population de locuteurs présentant une fatigue vocale.

### 3.2 Choix du corpus

Le choix du corpus a été fait de façon à balayer les différents modes d'articulation des phonèmes (voyelles, liquides, vibrantes, fricatives, nasales et plosives). Les voyelles sont généralement stables et faciles à repérer grâce à leurs formants plus intenses. Certaines consonnes (liquides, vibrantes) présentent des difficultés lors de la segmentation et sont plus délicates à localiser et à identifier avec certitude [2]. En effet, la coarticulation (l'influence d'un son sur un autre) fait que les transitions d'un phonème à un autre sont rarement nettes [4], [5].

Nous avons aussi choisi des emphatiques arabes comme la fricative /S/ et la plosive /D/ car elles allongent les voyelles [10]. L'intérêt de cet allongement est que nous évitons les zones de coarticulation lors de la segmentation.

Les locuteurs sur lesquels nous étudions la fatigue vocale ont prononcé le corpus du tableau 3. Nous avons fait prononcer aux autres, un même mot à différents instants : le matin, en milieu et en fin de journée. Celui-ci, de type CVC (C : consonne, V : voyelle), est père (/ pεR /).

Corpus	Transcription phonétique
صام رمضان	/Saama ramalDaan/
فتح الباب	/fataH la el baab/
كتب رسالة	/kataba risala/
Tu es parti	/ty ε paRti/
Ce choux est beau	/sə fu ε bø/
C'est ta fleur	/ε sc ta flœR/
Vas-y	/va zi/
Le chat saute	/lø ja sø tø/

Tableau 3 - Corpus des locuteurs fournissant un effort vocal.

#### 4. Méthode de travail

Les problèmes rencontrés, lors de toute étude d'un signal de parole, sont liés à la grande richesse et à l'extrême variabilité de celui-ci [2-5], [9]. Pour notre travail et pour éviter les variations macroprosodiques, nous recommandons aux locuteurs de prononcer le corpus d'une voix monocorde et de ne pas manifester d'émotion. Nous avons aussi adopté des méthodes utilisées en identification de locuteurs [11]. Celles-ci ont pour objectif l'extraction de paramètres acoustiques signifiants propres à la voix

d'un locuteur donné (traits distinctifs). Notre but est de relever les paramètres invariants de chaque locuteur pour avoir un repère. En effet, nous les comparerons avec les mêmes paramètres obtenus après l'effort. Et si une différence notable existe sur les traits obtenus, avant et après l'effort, nous dirons que le locuteur est probablement fatigué.

Notre travail consiste donc à rechercher les caractéristiques prosodiques propres au locuteur. Ainsi, nous relèvons, pour chaque phonème, le pitch moyen (fréquence fondamentale ou  $F_0$ ), la durée, l'intensité (énergie). De même que nous mesurerons le silence préphonatoire avant l'explosion (burst) des plosives et le temps de prononciation de la phrase entière. Puis, par des différentes méthodes spectrales, nous détectons les formants (concentrations d'énergie à des fréquences particulières) des échantillons de parole.

#### 5. Chaînes d'analyse utilisées

Nous avons utilisé deux chaînes d'analyse. La première est située au laboratoire d'Electronique Acoustique de l'Université de Bouzaráéah (Fig.1). Elle permet, par un système d'écoute des zones phonémiques choisies, un bon positionnement de façon à éviter la coarticulation. Nous avons monté la seconde au laboratoire de Traitement de Signal du Département d'Electronique de l'Ecole Nationale polytechnique d'ALGER (Fig.2). Celle-ci a l'avantage de permettre d'agir sur les paramètres d'analyse.

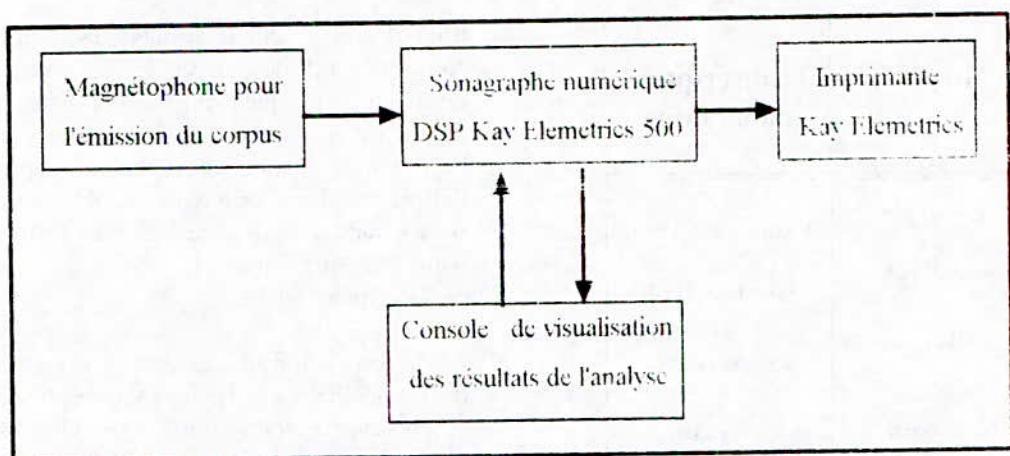
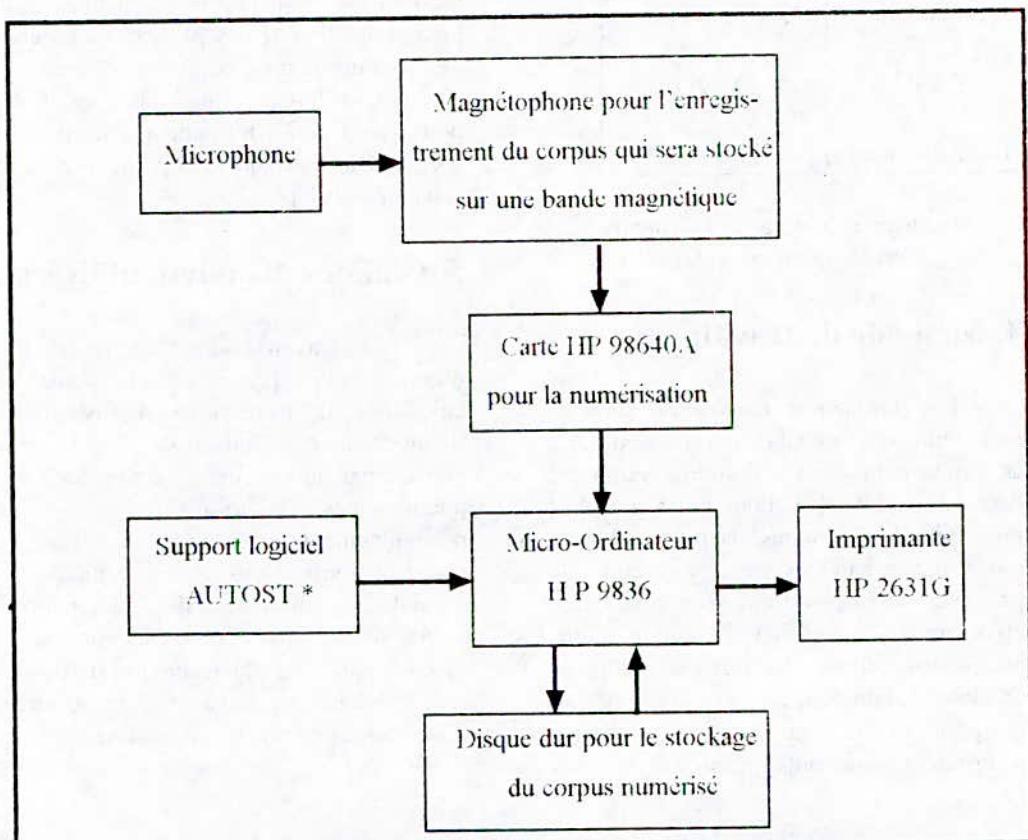


Fig.1- Synoptique de la chaîne d'acquisition du laboratoire de l'Université de Bouzareah



\* : logiciel AUTOSTART pour le calcul des densités spectrales

Fig.2 - Synoptique de la chaîne d'acquisition du laboratoire de Traitement du Signal (ENP-ALGER).

## 5.1 Première chaîne d'analyse

La chaîne, basée sur le sonographe, nous a permis l'extraction des paramètres et les formantiques et prosodiques (fréquences fondamentales, durées et énergies) pour tous nos signaux de parole.

- le sonogramme en bandes étroites (Fig.3.a) donne la valeur du fondamental. Les intervalles entre les raies horizontales sont espacés de  $F_0$ . Le sonographe permet aussi la lecture du pitch sur la courbe de l'amplitude en fonction du temps :  $F_0(t)$  ;

- le sonogramme à bandes larges permet la lecture, sur l'axe des fréquences, de la valeur des formants qui sont bien apparents sous la forme de bandes noires horizontales (Fig 3.b). Ils sont aussi donnés par une lecture des maxima de la courbe de la Densité Spectrale de Puissance (DSP). L'axe des temps nous permet aussi de voir l'évolution du signal spectral et de mesurer les durées et les phases d'existence des différents phonèmes (Fig 3.b) ;

- l'intensité ou l'énergie est déterminée par le degré de noirceur des taches donnant les formants. Le sonogramme permet la lecture directe de l'énergie affichée en décibels.

## 5.2 Seconde chaîne d'analyse

A partir de la seconde chaîne, nous avons extrait les formants (maxima de l'enveloppe du spectre de l'estimée de la DSP) par différentes méthodes d'analyse spectrale.

### 5.2.1 Méthodes d'analyses retenues

Nous avons choisi d'analyser nos signaux, au moyen des quatre méthodes de

calcul de la DSP. Trois de celles-ci sont basées sur les modèles Auto-Régressifs (AR) et une sur le périodogramme. Une comparaison des résultats obtenus sera ensuite faite.

#### 5.2.1.2 Méthodes Auto-Régressives

L'estimée de la densité spectrale de puissance est donnée par la relation :

$$P(f) = \frac{C}{A(f) \cdot A^*(f)} \quad (1)$$

où  $C$  est une constante représentant la variance de l'erreur de prédiction et  $A^*(f)$  le conjugué de :

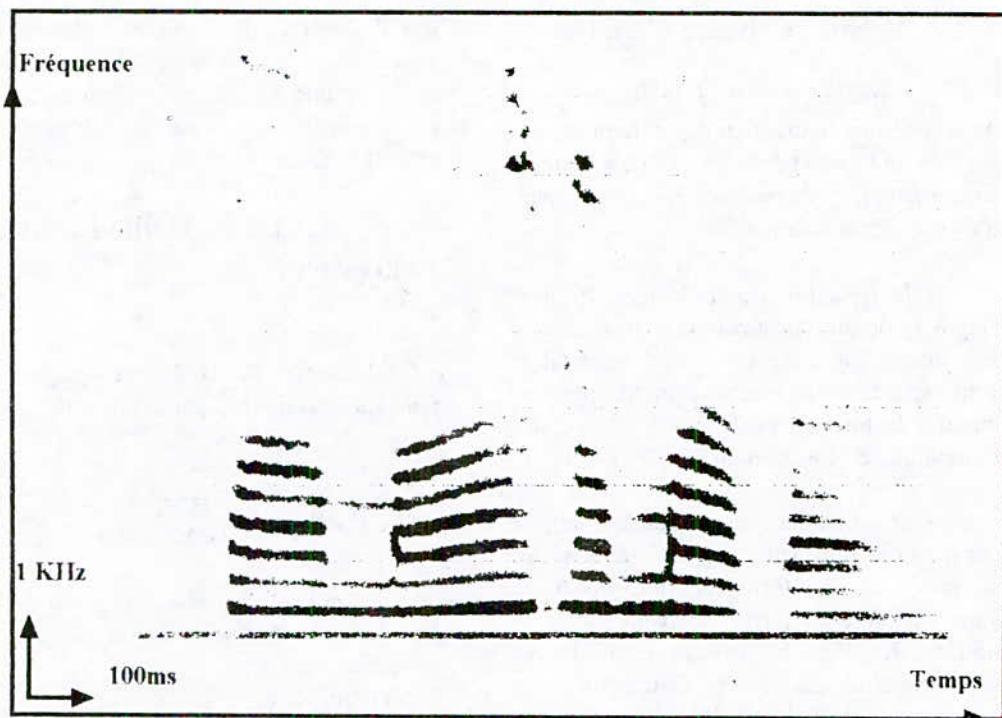
$$A(f) = \sum_{i=0}^p a_i e^{-j2\pi f i} \quad (2)$$

« p » étant l'ordre du filtre prédicteur choisi par l'utilisateur et «  $a_i$  » les coefficients de prédiction. Pour déterminer ces derniers, nous utilisons le critère des moindres carrés. Cela revient à minimiser l'erreur quadratique totale « E » pour l'ensemble des échantillons de la séquence du signal de parole à analyser.

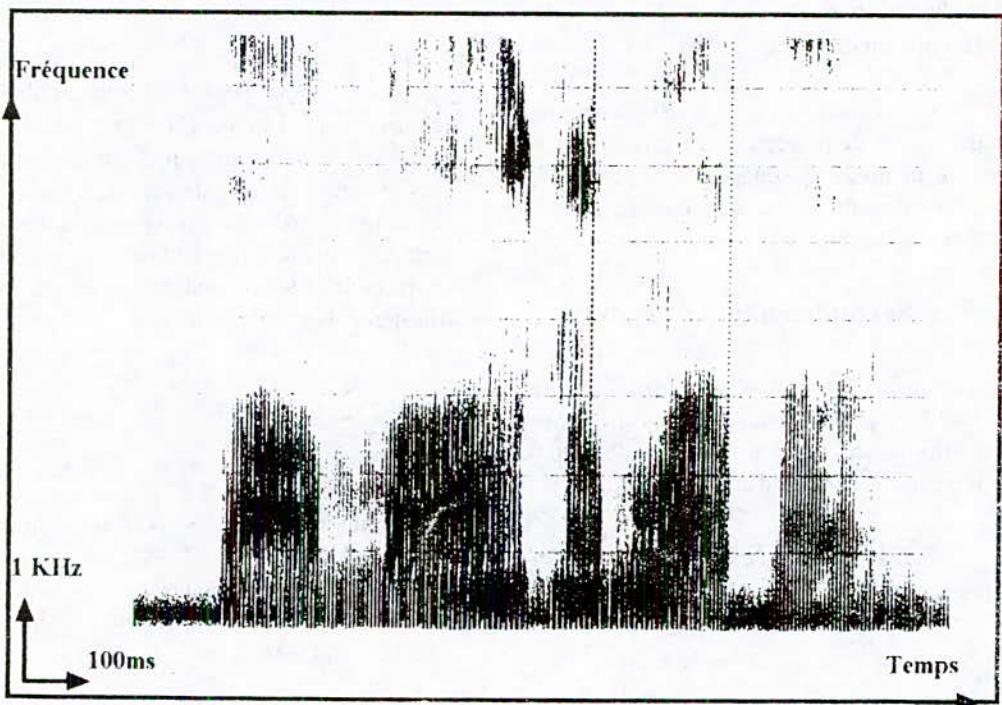
$$E = \sum_n e^2(n) \quad (3)$$

$e(n)$  est l'erreur de prédiction entre l'échantillon de parole  $S(n)$  et son estimée.

Le choix des limites de la sommation de « E » conduit à différentes méthodes AR [2-5], [12-16].



a- bandes étroites ( pour la lecture du pitch).



b- bandes larges ( pour la lecture des formants).

Fig.3 - Sonagramme de la phrase **/Saama RamaDaan/**.

### a - Méthode de covariance

La méthode de covariance suppose que [2-4], [12-17] :

- aucune assertion n'est faite sur les données non disponibles (en dehors de la fenêtre d'observation « N ») ;

- l'erreur quadratique totale « E » entre le signal et le modèle est minimisée exclusivement sur les « N-p » derniers échantillons ( $p \leq n \leq N - 1$ ) ;

- ce modèle n'assure pas la stabilité du filtre.

Nous aboutissons à l'équation :

$$C(j,0) = \sum_{i=1}^p a_i C(j,i); \quad 1 \leq j \leq p \quad (4)$$

Pour trouver les «  $a_i$  », on inverse la matrice de covariance  $C(j,i)$ . Elle est proche de celle de Toeplitz [17]. Par la résolution du système, issu de la méthode, nous aboutissons à un algorithme rapide et efficace qui est celui développé par Morf [17].

### b - Méthode d'autocorrélation

Les hypothèses de la méthode d'autocorrélation impliquent que [2-4], [12-16] :

- le signal est nul à l'extérieur de l'intervalle d'observation « N » considéré, cela est possible en multipliant le signal de parole par une fenêtre temporelle de durée « N » ;

- l'erreur quadratique totale « E » entre le signal et le modèle est minimisée pour l'ensemble des échantillons ;

- le modèle assure la stabilité du filtre .

Nous aboutissons à l'équation :

$$R(j) = \sum_{i=1}^p a_i R(j-i); \quad 1 \leq j \leq p \quad (5)$$

$R(j-i)$  est la matrice d'autocorrélation qui est carrée d'ordre "p" dite matrice de Toeplitz symétrique [12]. La résolution des équations se fait au moyen de l'algorithme de Levinson-Durbin [2-4], [12-16].

### c - Méthode de Burg

L'hypothèse de base dans la méthode de Burg est que les données à l'extérieur de l'intervalle d'observation sont supposées avoir le maximum de variation ou de désordre, d'où le nom de maximum d'entropie [2-4], [12-19]. La stabilité du filtre est assurée par ce modèle.

Par la méthode de Burg, il est inutile de connaître ou d'estimer la fonction d'autocorrélation. Les coefficients de réflexion sont estimés directement à partir des données. Puis en utilisant la forme récursive de Levinson, nous aboutissons aux coefficients de prédiction. La méthode de Burg identifie la fonction d'autocorrélation du modèle à celle du signal jusqu'à " $k = p$ " et la prolonge implicitement comme si le signal était effectivement autorégressif d'ordre "p".

#### 5.2.1.3 Méthode du périodogramme

La méthode du périodogramme repose sur l'hypothèse de base que les données sont périodiques à l'extérieur de l'intervalle d'observation « N » [19-21]. L'estimée de la DSP calculée par la méthode du périodogramme est donnée par le module au carré de la transformée de Fourier du signal :

$$P_N(f) = \frac{1}{N} \left| X_N(f) \right|^2 \quad (6)$$

où  $X_N(f)$ ,  $f \in \frac{2\pi}{N}$ , est une séquence finie de « N » échantillons représentant la transformée de Fourier du signal  $x(n)$ .

### 5.2.2 Choix des conditions d'analyse

Pour notre analyse, nous avons choisi :

- une fréquence d'échantillonnage de 12 KHz ;
- pour tous nos signaux de parole, nous prenons un nombre d'échantillons « N » égal à 51 que nous étendons ensuite à 250 par des zéros afin d'assurer une bonne résolution spectrale [4] ;
- nous avons utilisé la fenêtre de Kaiser pour nos analyses. En effet cette dernière présente une souplesse d'utilisation permettant une amplitude des lobes secondaires bien moins élevée que celle de Hamming [22], [23] ;
- un ordre de prédiction « p » égal à 13 pour le modèle AR [2]. Mais, pour certains échantillons, il a fallu surestimer l'ordre pour pouvoir recueillir les formants.

## 6. Résultats obtenus

Dans les tableaux qui suivent, les valeurs obtenues ayant un effort vocal sont

placées juste au-dessus de celles recueillies après.

Pour la majorité des locuteurs de la première classe, nous constatons une baisse de la fréquence fondamentale par rapport à celle du matin. En milieu de journée, la fréquence  $F_0$  est plus élevée que celle du matin. C'était prévisible car les enregistrements se faisaient après manger. Les muscles vocaux ont eu le temps de récupérer, de par l'apport de nourriture, l'énergie nécessaire à la contraction. Nous constatons que c'est pour les locutrices ayant fourni un effort physique important (L9 à L13) que nous avons le plus grand écart entre les pitchs de début et de fin de journée (Fig.3). L'effort physique a donc entraîné une baisse de la fréquence fondamentale. De plus, toutes les locutrices sportives ont présenté une hachure de  $F_0(t)$  de fin de journée.

Nous voyons, aussi bien pour une fatigue apparaissant après une activité physique qu'après un effort vocal (Tableaux 4 et 5), que la majorité des locuteurs présentent une baisse de la fréquence fondamentale. Si la fatigue est prononcée, nous voyons même sur la courbe  $F_0(t)$  des hachures pour de très courts instants (de l'ordre de la milliseconde), comme si le son était non voisé. La fatigue empêche les cordes vocales de fonctionner normalement. Nous remarquons que dans ce cas là, cela ne nuit pas à la compréhension des locuteurs. La fatigue atténuant les contractions jusqu'à les arrêter, quand il n'y a pas de récupération d'énergie, le comportement de  $V_0$  était prévisible.

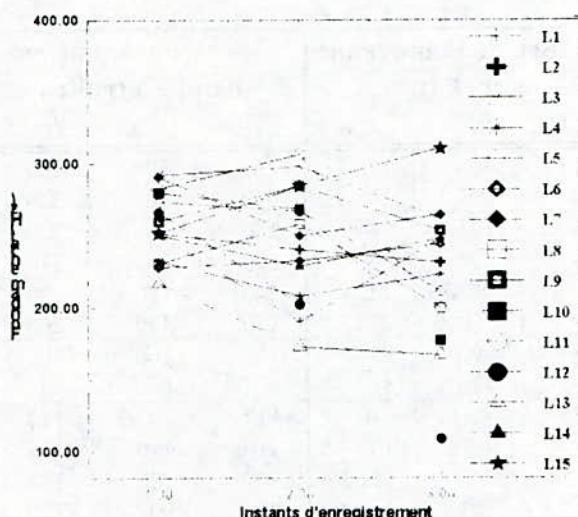


Fig.4 - Variations du fondamental, du phonème /a/ en contexte / ps R /, au long d'une journée (1 : matin, 2 : mi-journée et 3 : soir) pour 15 enfants.

Locuteurs \ Méthodes	Lecture de la moyenne sur $F_0(t)$					Spectrogramme en bandes étroites				
	/aa/	/a/	/a/	/a/	/aa/	/aa/	/a/	/a/	/a/	/aa/
L1	249 220	243 201	222 162	276 201	160.33 175.4	250 220	240 200	200 180	280 200	160 180
L2	182 176	199 196.5	199 232	182.33 225.33	151.60 158.5	180 170	200 190	200 230	180 220	150 160
L3	204.25 189.2	250 220.4	262.25 210.5	200.33 197.66	134.25* 173.83*	210 200	220 220	230 200	200 190	170 170
L4	99.66* 92.66*	86 0	80 0	80 0	0 0	100 80	80 0	80 0	80 0	0 0
L5	120 111.66	110.3 103.60	102.33 98.5	97 102	93* 101*	120 110	110 100	102.5 100	90 100	90 90

Tableau 4 - Evolution du pitch, sous l'effet d'un effort vocal, des voyelles de la phrase /Saama/ /ramaDaan/.

\* : hachure dans  $F_0(t)$

Méthodes Locuteurs	Lecture de la moyenne sur $F_0(t)$			Spectrogramme en bandes étroites		
	/ə/	/a/	/ɔ/	/ə/	/a/	/ɔ/
L1	266.6	305	178.33	260	300	200
	232 *	292 *	218.33	240	280	220
L2	176	173	184.25	180	160	200
	193	276	157	200	270	170
L3	227	187.25	221.7	240	180	220
	189 *	174.66	200.3 *	180	170	200
L4	105	89	93.75 *	100	100	80
	89 *	87 *	81 *	80	80	80
L5	117 *	142	110 *	117.5	142.5	110
	106.5*	106.6*	100 *	110	110	105
L6	95.33	118	121.25	90	120	120
	88	93.3 *	117.6*	80	90	120

Tableau 5- Evolution du pitch (en Hertz), sous l'effet d'un effort vocal, des voyelles de la phrase /ləʃəsɔ:t/.

La durée des consonnes, dans les contextes que nous avons choisis, diminue sous l'influence d'une fatigue vocale (Tableaux 6 et 7). Ni la durée de la phrase ni celle des voyelles ne montrent une si grande influence. Les phonèmes les plus sensibles à un effort vocal sont surtout /t/,

/ʃ/ et le silence avant le burst du phonème /t/ (Tableau 6) et /m/, /r/ (Tableau 7). En effet la durée de ce dernier a diminué pour tous les locuteurs même lorsque la durée de la phrase augmentait.

Locuteur	Durée de la phrase	/l/	/ə/	/ʃ/	/a/	/s/	/ɔ/	/t/	Pause
L1	1.30	0.13	0.0843	0.18	0.21	0.225	0.106	0.20	0.04
	1.40	0.11	0.084	0.17	0.19	0.18	0.112	0.17	0.20
L2	1.22	0.05	0.090	0.22	0.12	0.25	0.10	0.24	
	1.00	0.11	0.08	0.14	0.11	0.19	0.09	0.17	-
L3	1.51	0.78	0.11	0.215	0.21	0.17	0.24	0.20	
	1.74	0.15	0.12	0.2156	0.22	0.28	0.28	0.17	-
L4	1.10	0.11	0.097	0.170	0.130	0.18	0.14	0.17	
	1.15	0.08	0.13	0.173	0.133	0.21	0.136	0.16	-
L5	1.55	0.087	0.093	0.15	0.20	0.21	0.13	0.20	0.3
	1.16	0.10	0.09	0.147	0.18	0.206	0.14	0.165	0.04
L6	1.27	0.11	0.06	0.19	0.112	0.206	0.122	0.125	0.4
	0.82	0.062	0.09	0.13	0.07	0.22	0.09	0.16	0.00

Tableau 6 - Evolution de la durée des phonèmes (en secondes), sous l'effet d'un effort vocal, dans /ləʃəsɔ:t/.

<b>Locuteurs</b> Durée (s)	<b>L1</b>	<b>L2</b>	<b>L3</b>	<b>L4</b>	<b>L5</b>
<i>/S/</i>	0.27	0.26	0.21	0.18	0.157
	0.18	0.17	0.24	0.16	0.166
<i>/aa/</i>	0.13	0.15	0.31	0.12	0.32
	0.17	0.11	0.33	0.16	0.25
<i>/m/</i>	0.10	0.11	0.10	0.078	0.073
	0.096	0.09	0.09	0.071	0.078
<i>/a/</i>	0.14	0.22	0.24	0.037	0.087
	0.15	0.09	0.22	0.12	0.078
<i>/r/</i>	0.087	0.07	0.13	0.035	0.024
	0.080	0.02	0.16	0.034	0.021
<i>/ə/</i>	0.081	0.056	0.084	0.031	0.057
	0.084	0.072	0.10	0.21	0.078
<i>/ɛ/</i>	0.078	0.09	0.096	0.07	0.06
	0.078	0.084	0.075	0.062	0.059
<i>/ʌ/</i>	0.093	0.11	0.10	0.071.	0.07
	0.091	0.08	0.13	0.09	0.09
<i>/D/</i>	0.047	0.075	0.122	0.056	0.073
	0.075	0.09	0.07	0.053	0.078
<i>/aa/</i>	0.14	0.15	0.15	0.175	0.21
	0.11	0.14	0.18	0.22	0.13
<b>phrase</b>	1.47	0.157	1.70	0.915	1.315
	1.534	1.16	1.72	1.03	1.14

**Tableau 7-** Evolution de la durée des phonèmes (en secondes), sous l'effet d'un effort vocal, dans /Saama ramaDaan/.

Les différents résultats montrent aussi que la fatigue entraîne une baisse de l'énergie des voyelles dans les contextes que nous avons choisis. Nous donnons, à titre d'exemple, l'évolution de l'énergie des formants, sous l'effet d'un effort vocal, de la voyelle /ə/ dans la phrase /lə ja sənt/ (Tableau 8). Nous précisons que toutes les valeurs des énergies de ce tableau sont

négatives et données en décibels. Dans chaque colonne, la barre sépare les résultats obtenus avant et après l'effort vocal. Les croix sur les tableaux représentent les valeurs non obtenues. Les résultats étaient prévisibles. En effet, l'énergie provient des contractions des muscles de l'appareil respiratoire qui baissent d'efficacité sous l'effet de la fatigue.

<b>Locuteurs Formants</b>	L1	L2	L3	L4	L5	L6
<b>F1</b>	<b>15/16</b>	17/17	13/ x	27/52	14/ x	x
<b>F2</b>	<b>35/38</b>	42/43	32/40	43/51	39/45	36/42
<b>F3</b>	<b>41/47</b>	51/51	40/54	48/49	47/53	x
<b>F4</b>	<b>45/47</b>	52/54	54/57	52/54	53/50	48/49
<b>F5</b>	<b>47/48</b>	55/61	56/60	58/61	58/53	56/56
<b>F6</b>	x	x	56/57	x	x /58	57/60

Tableau 8 - Evolution de l'énergie (en dB) des locuteurs, sous l'effet d'un effort vocal, de la voyelle /ə/ dans la phrase /lə ja sɔt/.

Les différentes méthodes d'analyse AR pour le recueil de formants ont donné des résultats sensiblement égaux. Au vu des résultats obtenus par les différentes méthodes d'analyse, rien ne permet

d'affirmer une influence de la fatigue sur les différents formants. L'extraction de ces derniers par la DSP sur sonagraphie montre que les formants tendent à conserver leurs niveaux de fréquences (Tableau 9).

<b>Locuteurs Formants</b>	L1	L2	L3	L4	L5	L6
<b>F1</b>	440/360	360/440	440/ x	400/760	360/ x	x
<b>F2</b>	1720/1760	1600/1760	1840/1720	1600/1600	1480/1480	1480/1480
<b>F3</b>	2560/2640	2720/2640	2600/2640	2160/2200	2480/2280	x
<b>F4</b>	3520/3560	3560/3520	3840/3760	3280/3280	3000/3280	2920/2920
<b>F5</b>	4560/4560	4160/4240	4960/4840	4240/4320	3760/3680	3840/3840
<b>F6</b>	x	x	6120/6080	x	x /5040	4920/4880
<b>F7</b>	x	x	x	x	x	x /5840

Tableau 9 - Evolution des fréquences des formants (en Hz) des locuteurs, sous l'effet d'un effort vocal, de la voyelle /ə/ dans la phrase /lə ja sɔt/.

## 7. Conclusion

Le but de notre travail était de détecter une variation, sous l'influence de la fatigue vocale, du signal de parole qui est extrêmement variable par essence. Pour cela, nous faisons l'analyse de ses paramètres formantiques et prosodiques. Pour que les résultats ne soient pas faussés, nous demandons la coopération des locuteurs. Ces derniers ont respecté un ton monocorde et n'ont pas manifesté d'émotions lors de l'enregistrement.

Les différents modèles AR ont donné des résultats sensiblement approchants et meilleurs que ceux obtenus par la par la méthode du périodogramme. C'est par la méthode DSP sur le sonagraph que nous voyons le mieux que les fréquences des différents formants tendent à rester stables. Les résultats des analyses ont montré une baisse des valeurs des paramètres prosodiques. L'influence de la fatigue sur les formants est moins marquée.

La sélection des formants, la partie la plus délicate et la plus longue de notre étude, a été un des problèmes que nous avons rencontrés dans notre travail. De plus, nous avons fortement ressenti la nécessité d'un système d'écoute sur la chaîne d'acquisition du laboratoire de Traitement de Signal de l'ENP-Alger.

Nous pouvons améliorer le travail en choisissant un corpus plus complexe qui pourrait mettre en difficulté le locuteur. Puis nous verrons le taux de rejet par un système de reconnaissance. En effet le nombre des omissions ou des élisions de phonèmes devrait être plus important. Une autre approche du problème consisterait en l'analyse des électro-encéphalogrammes de la région du cortex régissant la parole.

Pour une meilleure étude, nous préconisons un travail d'équipe, en milieu hospitalier, entre des médecins phoniatres et

des spécialistes du traitement de la parole et ce sur une année au minimum.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] G. A. Brooks and T. D. Fahey, *Fatigue during muscular exercise*, In: *Physiology of Muscular Exercise*, N° 25 pp. 701-724, New-York 1983.
- [2] Calliope, *La parole et son traitement automatique*, CNET-ENST, Masson, Paris 1989.
- [3] J. S. Liénard, *Les processus de la communication parlée- Introduction à l'analyse et la synthèse de la parole*, Masson, Paris 1977.
- [4] R. Boite et M. Kunt, *Traitemet de la parole*, Presses Polytechniques Romandes, Lausanne 1987.
- [5] J. Guibert, *La parole compréhension et synthèse par les ordinateurs*, Presses Universitaires de France, Paris 1979.
- [6] M. Rieu, *L'adaptation à l'effort*, In: *Science et vie Le sport au quotidien*, N°147, pp. 84-94, Juin 1984 Paris.
- [7] F. Péronnet, G. Thibault, G. Brisson et M. Ledoux, *Le marathon Equilibre énergétique - Endurance et alimentation du coureur sur route*, Editions Vigot, Montréal 1983.
- [8] P. Dejonckere, *Précis de pathologie et de thérapeutique de la voix*, Editions Universitaires J. P. Delarge, Paris 1980.
- [9] E. Garde, *La voix, Que sais-je?* N°627, Presses Universitaires de France, Paris 1970.
- [10] S.H. Alani, *Arabic phonology- An acoustical and physiological investigation*, Mouton, 1970.

- [11] Y. Grenier, *Identification du locuteur et adaptation au locuteur d'un système de reconnaissance phonémique*, Thèse de docteur ingénieur, Octobre 1977.
- [12] A. A. Giordano and F. M. Hsu, *Least square estimation with applications to digital signal processing*, Wiley Interscience publication, New York 1985.
- [13] J. D Markel and A. H Gray Jr, *Linear Prediction of Speech*, Communications and cybernetics 12, Editeurs K. S. Fu, New-York - Berlin 1982.
- [14] L. Marple, *Digital Spectral Analysis with applications*, Prentice-Hall, Inc. , New Jersey 1987.
- [15] J. P. Haton et coauteurs, *Reconnaissance automatique de la parole*, Dunod informatique, Paris 1991.
- [16] L. R. Rabiner and R. W. Schafer, *Digital processing of speech signals*, Prentice-Hall, Inc. , New Jersey 1978.
- [17] M. Morf, B. Dickinson, T. Kailath and A. Vieira, *Efficient solution of covariance equations for linear prediction*, IEEE Trans. Acoust. , Speech, Signal Processing, ASSP-25, pp. 429-433, Oct 1977.
- [18] A. H. Gray and D. H. Wong, *The Burg Algorithm for LPC Speech - Analysis /Synthesis*, IEEE Trans. , Acoust, Speech, Signal Processing, Vol. ASSP-28, N°6, pp. 609-615, Dec 1980.
- [19] S. M. Kay and S. L. Marple Jr. , *Spectrum Analysis - A modern perspective*, Proc.IEEE, Vol. 69, N°11,pp. 1380-1419, Nov 1981.
- [20] M. Laberrere, J. P Kiref et B. Gimonet, *Le Filtrage et ses applications*, Cepadues-Editions, Toulouse 1988.
- [21] A. V. Oppenheim and R. W. Schafer, *Digital signal processing*, Prentice-Hall, Inc. , New Jersey 1975.
- [22] M. Kunt, *Traitemet numérique des signaux*, Presses Polytechniques Romandes, Lausanne 1984.
- [23] L. R. Rabiner and B. Gold, *Theory and application of Digital Signal Processing*, Prentice-hall, Inc. , New Jersey 1975.

# CONTROLE AUTO-AJUSTABLE EN CASCADE

I.KACHA & M.S.AIT-CHEIKH

Laboratoire d'Automatique et de Robotique  
Département d'Electronique  
Ecole Nationale Polytechnique  
10, Rue des Frères OUADEK  
Hassan BADI El-harrach Alger

**Mots-clés:** Contrôle auto-ajustable; contrôle à variance minimale généralisée; contrôle prédictif; contrôle en cascade; identification.

**ملخص :**

حالياً ترتكز المراقبة المتعددة الحلقات للأساليب الصناعية على تصميم وحدتي لمخطط التحكم. تتناول في هذا البحث موضوع تقديم استعمال طرق المراقبة ذات التحكم الذاتي، البنية على اسواتيجية تحكم ذات تفاوت ادنى معتم و الخاصية ذاتي بالجمل الوحيدة الحلقة الى جمل على التسلسل. ولقد تم تطوير طريقة جديدة تستعمل وحدات مراقبة ذات تحكم خاصة بالجمل الوحيدة الحلقة كمكونات اساسية داخل مخطط تحكم كلي جملة على التسلسل .

**Abstract:** Nowadays, the multi-loop control of industrial processes is based on a modular conception of the control scheme. This paper presents an approach based on a generalized minimum variance control strategy and applied to cascade systems. It is an extension of the single-loop self-tuning control and uses the single-loop self-tuning-control modules as simple components of a global casacde control scheme.

**Résumé :** Actuellement, le contrôle multi-boucles de procédés industriels, se base sur une conception modulaire du schéma de commande. Cet article présente une extension du contrôle auto-ajustable mono-boucle, basé sur une stratégie de commande à variance minimale généralisée, à des systèmes en cascade. Il est développé une nouvelle approche, utilisant des modules de contrôle auto-ajustable mono-boucle comme de simples composants d'un schéma global de contrôle en cascade.

## I. INTRODUCTION

Dans certains procédés industriels, pouvant être représentés par un modèle en cascade, il est possible de recueillir des informations, en effectuant des mesures à différents niveaux du procédé. Les méthodes de contrôle auto-ajustable mono-boucle [2], [3], ne pouvant utiliser de telles données, une approche basée sur un contrôle en cascade de ces systèmes permet d'exploiter ces informations et d'améliorer les performances de ces systèmes.

A l'exception des travaux de Anbumani, Sarma, et Patnaik [1] et ceux de Gawthrop [5], une importance minime a été donnée au contrôle auto-ajustable appliquée à des systèmes représentés par un modèle en cascade. L'approche développée par Gawthrop [5], concerne des systèmes continus en cascade, non-perturbés et ayant un temps de retard nul. Nous proposons dans cette article un algorithme pour des systèmes discrets en cascade, pouvant être perturbés et ayant un temps de retard non-nul. Cette nouvelle approche basée sur l'algorithme du prédicteur récursif [5], permet d'utiliser des contrôleurs auto-ajustables pour des systèmes mono-boucle, comme de simples éléments dans un système de contrôle en cascade. Les résultats obtenus par cette nouvelle approche sont meilleurs à ceux des approches conventionnelles.

## II. MODÉLISATION ET PERFORMANCES DÉSIRÉES

La classe des systèmes discrets auxquels un contrôle en cascade peut être appliqué est donnée par la connexion d'une série de N sous-systèmes ayant la forme :

$$y_i(t) = \frac{B_i}{A_i} u_i(t-k_i) + \frac{C_i}{A_i} \xi(t) \quad \text{pour } i=1, \dots, N \quad (1)$$

$$u_i(t) = y_{i-1}(t) \quad \text{pour } i=2, \dots, N \quad (2)$$

$y_N(t)$ : sortie à contrôler.

$u_1(t)$ : entrée de commande disponible.

$\xi(t)$ : bruit blanc discret.

$A_i, B_i, C_i$ , polynomes en  $z^{-1}$ , ayant le même degré  $n_i$  et des coefficients supposés constants mais inconnus. On prend  $a_0=b_0=1$ .

Le but de ce contrôle en cascade a pour objectif de donner au système global en boucle fermée de la forme :

$$y_N(t) = M.w(t-k) \quad (3)$$

k: temps de retard global du système:

M: Fonction de transfert du modèle à suivre par la sortie du système.

Pour des raisons qu'on verra plus loin, M est choisie de manière à satisfaire les relations suivantes:

$$M = \frac{1}{S} ; \quad S = L_N \quad (4)$$

avec :

$$L_i = \frac{L_{N_i}}{D_i} = \prod_{j=1}^i S_j \quad (5)$$

Les  $S_i$  pour  $i=1, \dots, N$ , sont des fonctions de transfert rationnelles.

$w(t)$ :fonction de consigne à l'entrée du modèle.

### III. CONTRÔLE MONO-BOUCLE DE SYSTÈMES EN CASCADE

La façon la plus simple de commander un système en cascade est d'adopter une stratégie de contrôle auto-ajustable qui ignore les signaux intermédiaires  $y_i(t)$ , pour  $i=1, \dots, N-1$ . Le système en boucle ouverte est considéré comme étant mono-boucle (Fig.1), et est donné par l'équation suivante :

$$\frac{B}{A} y(t) = -u(t-k) + \frac{C}{A} \xi(t) \quad (6)$$

avec :

$$y(t) = y_N(t) ; \quad u(t) = u_1(t) \quad (7)$$

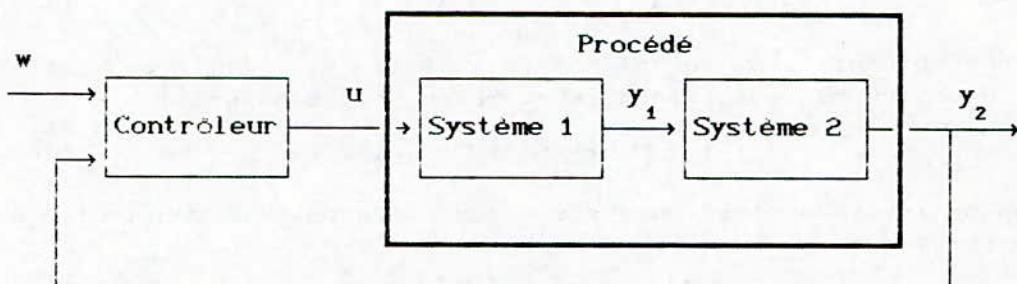


Fig.1: Contrôle mon-boucle d'un procédé à deux boucles en cascade ( $N=2$ ).

La loi de commande, issue d'une stratégie à variance minimale généralisée [2,3,4], est donnée par le système d'équations suivant:

$$\hat{\phi}_y^*(t+k/t) = w(t) \quad (8)$$

$$\hat{\phi}_y^*(t+k/t) = \frac{F}{C.S_D} y(t) + \frac{G}{C} u(t) \quad (9)$$

Où,  $\hat{\phi}_y^*(t+k/t)$  est la prédition à l'instant  $t$  d'une sortie auxiliaire du système, donnée par:

$$\hat{\phi}_y^*(t+k) = S.y(t+k) \quad (10)$$

Les polynomes  $F$  et  $G$  sont l'unique solution des équations :

$$\frac{CS_N}{AS_D} = E + z^{-k} \frac{F}{AS_D} \quad (11)$$

$$G = E.B \quad (12)$$

L'erreur de prédition est donnée par:

$$\tilde{\phi}_y^*(t+k) = \phi_y^*(t+k) - \hat{\phi}_y^*(t+k/t) = E.\xi(t+k) \quad (13)$$

D'après les équations (8) et (9), le signal de commande est donné par :

$$u(t) = \frac{C.w(t) - F.y_s(t)}{G} \quad (14)$$

avec:

$$y_s(t) = \frac{1}{S_D} y(t) \quad (15)$$

En combinant les équations (6), (11) et (14), on obtient l'équation de la sortie du système en boucle ouverte:

$$y(t) = M.w(t-k) + M.E.\xi(t) \quad (16)$$

Quand les paramètres du système sont inconnus, il convient d'écrire:

$$\hat{\phi}_y^*(t/t-k) = x^T(t-k).s \quad (17)$$

$$\hat{\phi}_y^*(t) = x^T(t-k)s + \tilde{\phi}_y^*(t) \quad (18)$$

avec:

$$s^T = [g_0, \dots, g_{ng}; t_0, \dots, f_{nf}; -c_1, \dots, -c_n] \quad (19)$$

$$x^T(t) = [u(t), \dots, u(t-ng); y_s(t), \dots, y_s(t-nf);$$

$$\phi_y^*(t+k-1/t-1), \dots, \phi_y^*(t+k-n/t-n)] \quad (20)$$

$ng$  et  $nf$  sont les degrés des polynômes  $G$  et  $F$  respectivement. Les paramètres du contrôleur contenus dans le vecteur  $\hat{\theta}$ , sont estimés en utilisant l'algorithme d'auto-ajustage donné par le système d'équations suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} x^T(t) = [u(t), \dots, u(t-ng); y_s(t), \dots, y_s(t-nf); \\ \hat{\phi}_y^*(t+k-1/t-1), \dots, \hat{\phi}_y^*(t+k-n/t-n)] \end{array} \right. \quad (21a)$$

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + K(t-k)[\hat{\phi}_y^*(t) - x^T(t-k)\hat{\theta}(t-1)] \quad (21b)$$

$$K(t) = \frac{P(t-1)x(t)}{\beta + x^T(t)P(t-1)x(t)} \quad (21c)$$

$$P(t) = \frac{1}{\beta} \left[ I - K(t)x^T(t) \right] P(t-1) ; \quad P(0) = p_0 . I > 0 \quad (21d)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{\phi}_y^*(t+k/t) = x^T(t)\hat{\theta}(t) \end{array} \right. \quad (21e)$$

$\beta$  est un facteur d'oubli exponentiel.

#### IV. CONTRÔLE EN CASCADE

La façon la plus sûre et la plus performante de commander un système en cascade est d'adopter un schéma de contrôle qui tient compte des variables intermédiaires  $y_i(t)$  pour  $i=1, \dots, N-1$

(Fig.2)

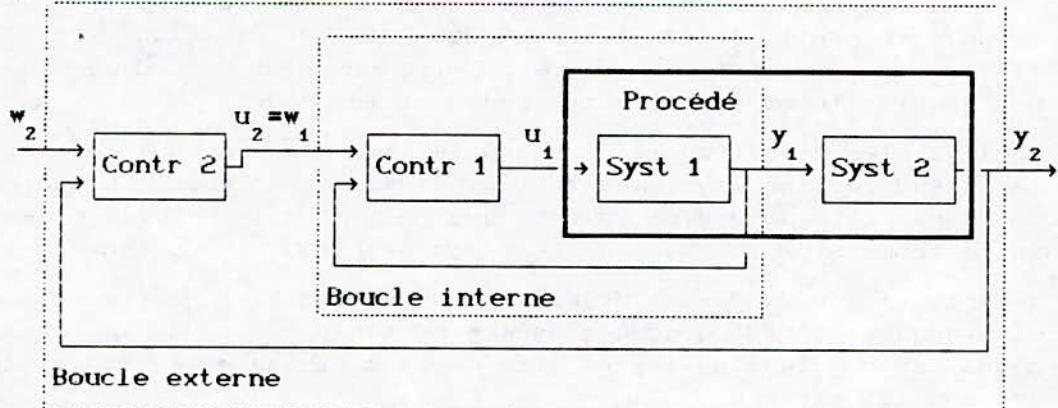


Fig.2: Système de contrôle en cascade d'un procédé à deux boucles ( $N=2$ )

En effet, d'après l'équation (16), la  $(i-1)$ <sup>ème</sup> boucle fermée en cascade est donnée par l'équation :

$$y_{i-1}(t) = M_{i-1} \cdot w_{i-1}(t-k') + M_{i-1} \cdot E_{i-1} \cdot \xi(t) \quad (22)$$

$M_i$ : modèle par lequel les performances de la  $i$ <sup>ème</sup> boucle sont spécifiées.

$k'$ : temps de retard global de la  $i$ <sup>ème</sup> boucle.

$w_i(t)$ : trajectoire du  $i$ <sup>ème</sup> contrôleur.

avec:

$$M_i = \frac{1}{L_i} ; \quad k_i = \sum_{j=1}^i k_j \quad (23)$$

En tenant compte des équations (1), (2) et (22), la  $i$ <sup>ème</sup> boucle de contrôle est conçue sur la base du système en boucle ouverte représenté dans la figure 3.

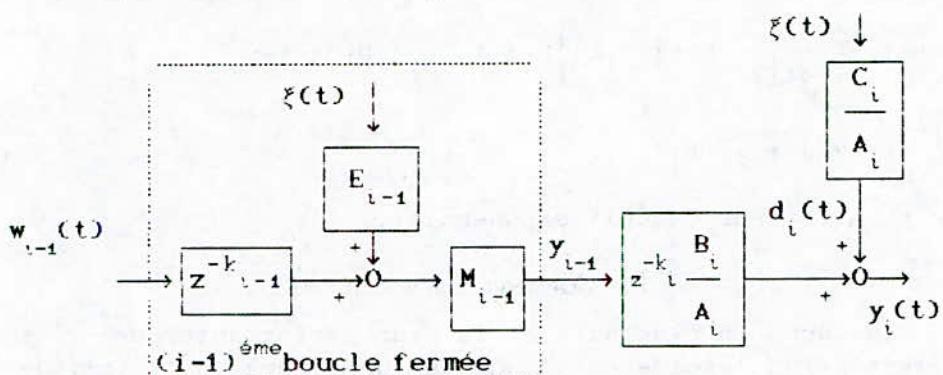


Fig. 3: Système en boucle ouverte

La synthèse du contrôle pour la  $i$ <sup>ème</sup> boucle (boucle externe), se fait selon l'importance de la dynamique de la  $(i-1)$ <sup>ème</sup> boucle (boucle interne). Dans le cas où les dynamiques des boucles internes, caractérisées par le modèle  $M_{i-1}$ , sont négligeables devant celles des boucles externes, ce qui est le cas quand les sous-systèmes sont ordonnés selon leurs constantes de temps. La synthèse de la commande pour la  $i$ <sup>ème</sup> boucle est faite comme si  $M_{i-1} \approx 1$ . Dans le cas contraire, l'approche précédente risque de donner de mauvais résultats avec de possibles divergences. Il est donc nécessaire de tenir compte de la dynamique des boucles internes lors de la synthèse de la commande des boucles externes.

Pour chaque boucle de contrôle, la loi de commande est issue d'une stratégie de contrôle à variance minimale généralisée. Les paramètres du contrôleur sont estimés par l'algorithme d'auto-ajustage récursif donné dans la section III.

## V. CONTRÔLE PAR LA MÉTHODE DU PRÉDICTEUR RÉCURSIF

Cette nouvelle méthode, "Méthode du prédicteur récursif" [6], est une généralisation de celle de Gawthrop [5]. En effet, la version présentée dans [5] est destinée pour contrôler des systèmes continus, non-perturbés avec leurs sous-systèmes ayant des temps de retard nuls. Celle que nous présenterons ici est destinée pour contrôler des systèmes discrets pouvant être perturbés et dont les temps de retard peuvent être non-nuls mais égaux :

$$k_i = d \quad \text{pour } i=1, \dots, N. \quad (24)$$

De même la sortie système en boucle fermée doit être amené à suivre le modèle donné par l'équation (3) avec:

$$S_i = T = \frac{\text{TN}}{\text{TD}} \quad \text{pour } i=1, \dots, N \quad (25)$$

### A. PREDICTION

On définit les sorties auxiliaires:

$$\phi_{i,j}^*(t) = T^i \cdot y_j(t) \quad \text{pour } j=1, \dots, N, \text{ et } i \leq j \quad (26)$$

On remarque que:

$$\phi_{0,j}(t) = y_j(t) \quad \text{pour } j=1, \dots, N \text{ et } \phi_{0,0}(t) = y_0(t) = u_1(t)$$

Pour  $i=1$ , on obtient la sortie auxiliaire de chaque sous système individuel et qui s'écrit sous la forme prédictive suivante:

$$\phi_{1,j}^*(t+d) = T \cdot y_j(t+d) = \phi_{1,j}^*(t+d/t) + \tilde{\phi}_{1,j}(t+d) \quad (27)$$

avec:

$$\phi_{1,j}^*(t+d/t) = \frac{F_j}{C_j \cdot TD} y_j(t) + \frac{G_j}{C_j} y_{j-1}(t) \quad (28)$$

$$\tilde{\phi}_{1,j}(t+d) = E_j \xi(t+d) \quad (29)$$

Les polynômes  $E_j$ ,  $F_j$  et  $G_j$  sont l'unique solution des équations:

$$\frac{C_j \cdot T}{A_j} = E_j + z^{-d} \frac{F_j}{A_j \cdot TD} \quad \text{pour } j=1, \dots, N \quad (30)$$

$$G_j = E_j \cdot B_j \quad \text{pour } j=1, \dots, N \quad (31)$$

Si:

$$\theta_j^T = [g_{j,0}, \dots, g_{j,n_g}; f_{j,0}, \dots, f_{j,n_f}; -c_{j,1}, \dots, -c_{j,n}] \quad (32)$$

$$\begin{aligned} x_j^T(t) &= [y_{j-1}(t), \dots, y_{j-1}(t-n_g); y_j(t)/TD, \dots, y_j(t-n_f)/TD; \\ &\quad \phi_{i,j}^*(t+d-1/t-1), \dots, \phi_{i,j}^*(t+d-n_j/t-n_j)] \end{aligned} \quad (33)$$

Alors, il convient d'écrire :

$$\phi_{i,j}^*(t/d-d) = x_j^T(t-d)\theta_j \quad (34)$$

$$\phi_{i,j}(t) = x_j^T(t-d)\theta_j + \tilde{\phi}_{i,j}(t) \quad (35)$$

D'une manière générale, la forme récursive de  $\phi_{i,j}(t+i.d)$  est donnée par l'équation :

$$\begin{aligned} \phi_{i,j}(t+i.d) &= \frac{F_j}{C_j.TD} \phi_{i-1,j}[t+(i-1).d] + \frac{G_j}{C_j} \phi_{i-1,j-1}[t+(i-1).d] \\ &\quad + T^{i-1} \tilde{\phi}_{i,j}(t+i.d) \end{aligned} \quad (36)$$

L'équation (35) peut être réécrite sous la forme prédictive suivante:

$$\phi_{i,j}(t+i.d) = \phi_{i,j}^*(t+i.d/t) + \tilde{\phi}_{i,j}(t+i.d) \quad (37)$$

où  $\phi_{i,j}^*(t+i.d/t)$  est la prédition de  $\phi_{i,j}(t+i.d)$  à l'instant  $t$ , donné par la forme recursive suivante:

$$\begin{aligned} \phi_{i,j}^*(t+i.d/t) &= \frac{F_j}{C_j.TD} \phi_{i-1,j}^*[t+(i-1).d/t] \\ &\quad + \frac{G_j}{C_j} \phi_{i-1,j-1}^*[t+(i-1).d/t] \end{aligned} \quad (38)$$

et  $\tilde{\phi}_{i,j}(t+i.d)$  est l'erreur de prédition, définie par:  
donné par la forme recursive suivante:

$$\tilde{\phi}_{i,j}(t+i.d) = \phi_{i,j}(t+i.d) - \phi_{i,j}^*(t+i.d/t) \quad (39)$$

la forme récursive de cette erreur aura pour expression :

$$\tilde{\phi}_{i,j}(t+i.d) = \frac{F_j}{C_j \cdot TD} \tilde{\phi}_{i-1,j}[t+(i-1).d] + \frac{G_j}{C_j} \tilde{\phi}_{i-1,j-1}[t+(i-1).d] \\ + T^{i-1} \tilde{\phi}_{i,j}(t+i.d) \quad (40)$$

### B. Génération de la commande et auto-ajustage

Dans le but d'amener la sortie, du système en boucle fermée, à suivre la sortie du modèle donné par l'équation (3), une commande est générée de façon à avoir:

$$\phi_{N,N}^*(t+N.d/t) = w(t) \quad (41)$$

Ce qui nous permettra d'après la relation (38), de déterminer les signaux, donnés par l'expression :

$$\phi_{i-1,i-1}^*[t+(i-1)d/t] = \frac{C_i}{G_i} \phi_{i,i}^*(t+id/t) - \frac{F_i}{G_i \cdot TD} \phi_{i-1,i}^*[t+(i-1)d/t] \\ \text{pour } i=N, \dots, 1 \quad (42)$$

Enfin, le signal de commande est :

$$u_1(t) = \phi_{0,0}^*(t) = \frac{C_1}{G_1} \phi_{1,1}^*(t+d/t) - \frac{F_1}{G_1 \cdot TD} \phi_{0,1}^*(t) \quad (43)$$

Le calcul de cette commande nécessite, au préalable, la connaissance des coefficients des polynomes  $F_i$ ,  $G_i$  et  $C_i$ . Comme ces coefficients sont inconnus, ils seront alors estimés, à partir de l'équations (35), par l'algorithme d'auto-ajustage, donné par le système d'équations (21)

## VI. EXEMPLE DE SIMULATION

Considérons le système à quatre boucles donné par les équations suivantes:

$$y_1(t) = z^{-1} \frac{0.202}{1-0.412z^{-1}} u_1(t) + \frac{1}{1-0.412z^{-1}} \xi(t) \quad (44)$$

$$y_2(t) = z^{-1} \frac{1+0.744z}{1-0.933z} y_1(t) + \frac{1+0.363z}{1-0.933z} \xi(t) \quad (45)$$

$$y_3(t) = z^{-1} \frac{0.481}{1-0.784z} y_2(t) + \frac{1}{1-0.784z} \xi(t) \quad (46)$$

$$y_4(t) = z^{-1} \frac{1}{1-0.677z} y_3(t) + \frac{1}{1-0.677z} \xi(t) \quad (47)$$

Le système est perturbé par un bruit blanc de moyenne nulle et de variance égale à 0.01 ( $\text{var}[\xi(t)] = 0.01$ ).  $y(t) = y_4(t)$  est la sortie du système,  $u(t) = u_1(t)$  est l'entrée de commande. Il est souhaitable que la sortie du système en boucle fermée suive une consigne  $w(t)$ , rectangulaire (Courbes en pointillé sur toutes les figures).

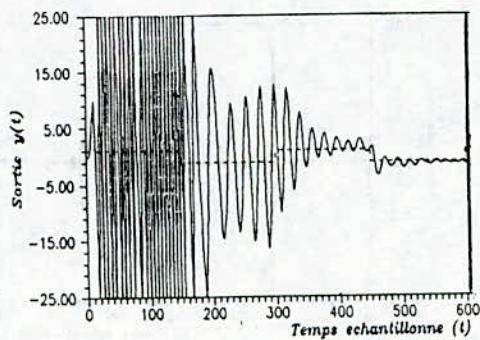
D'après les équations (4) et (5), les différentes approches sont appliquées pour :

$$S_i(z^{-1}) = 1, \quad i=1..4. \quad (48)$$

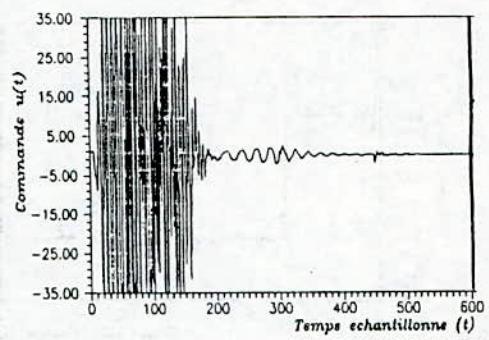
les figures (4) à (7) illustrent les résultats obtenus par chacune des approches. On remarque que les quatres approches adoptées pour le contrôle, conduisent le système aux performances désirées, à savoir, la régulation de la sortie du système autour d'une consigne rectangulaire.

Pour ce qui est de la qualité des résultats, il est évident que le contrôle en cascade donne une meilleure précision et une convergence plus rapide par rapport aux autres approches. Par contre la "méthode du prédicteur récurssif", nécessite un plus faible effort de commande.

Nous observons aussi que lorsque le nombre de boucle est important (supérieur à 2), en utilisant le contrôle en cascade ou par la "méthode du prédicteur récurssif", nous obtenons une meilleure réjection des perturbations ainsi qu'une réduction de l'effort de commande.

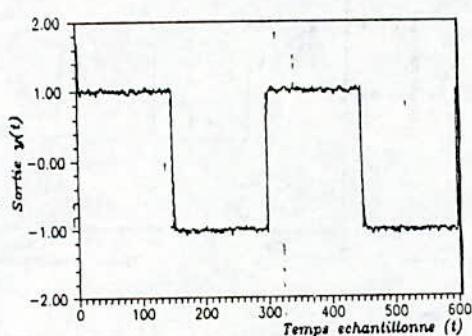


a) Signal de sortie

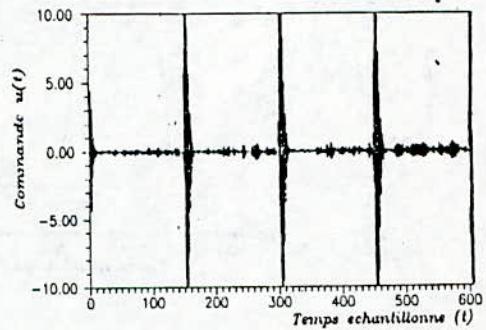


b) Signal de commande

Fig.4: Contrôle mono-boucle

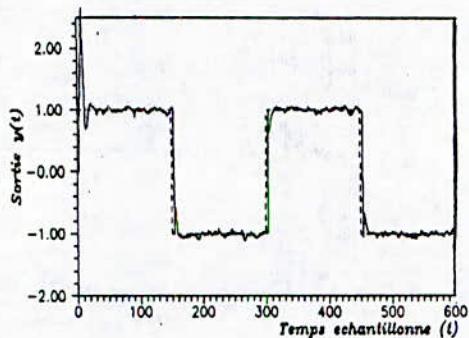


a) Signal de sortie

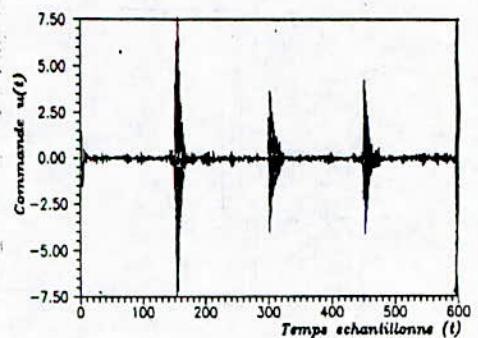


b) Signal de commande

Fig.5: Contrôle en ignorant la boucle interne

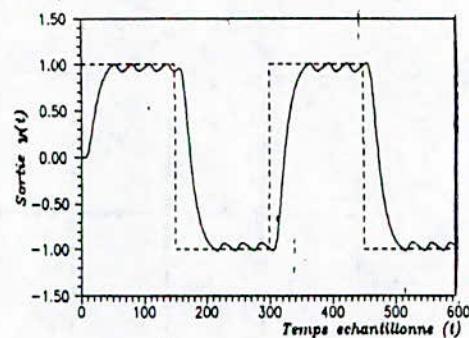


a) Signal de sortie

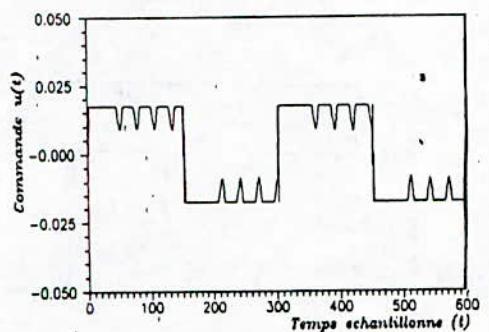


b) Signal de commande

Fig.6: Contrôle en tenant compte de la boucle interne



a) Signal de sortie



b) Signal de commande

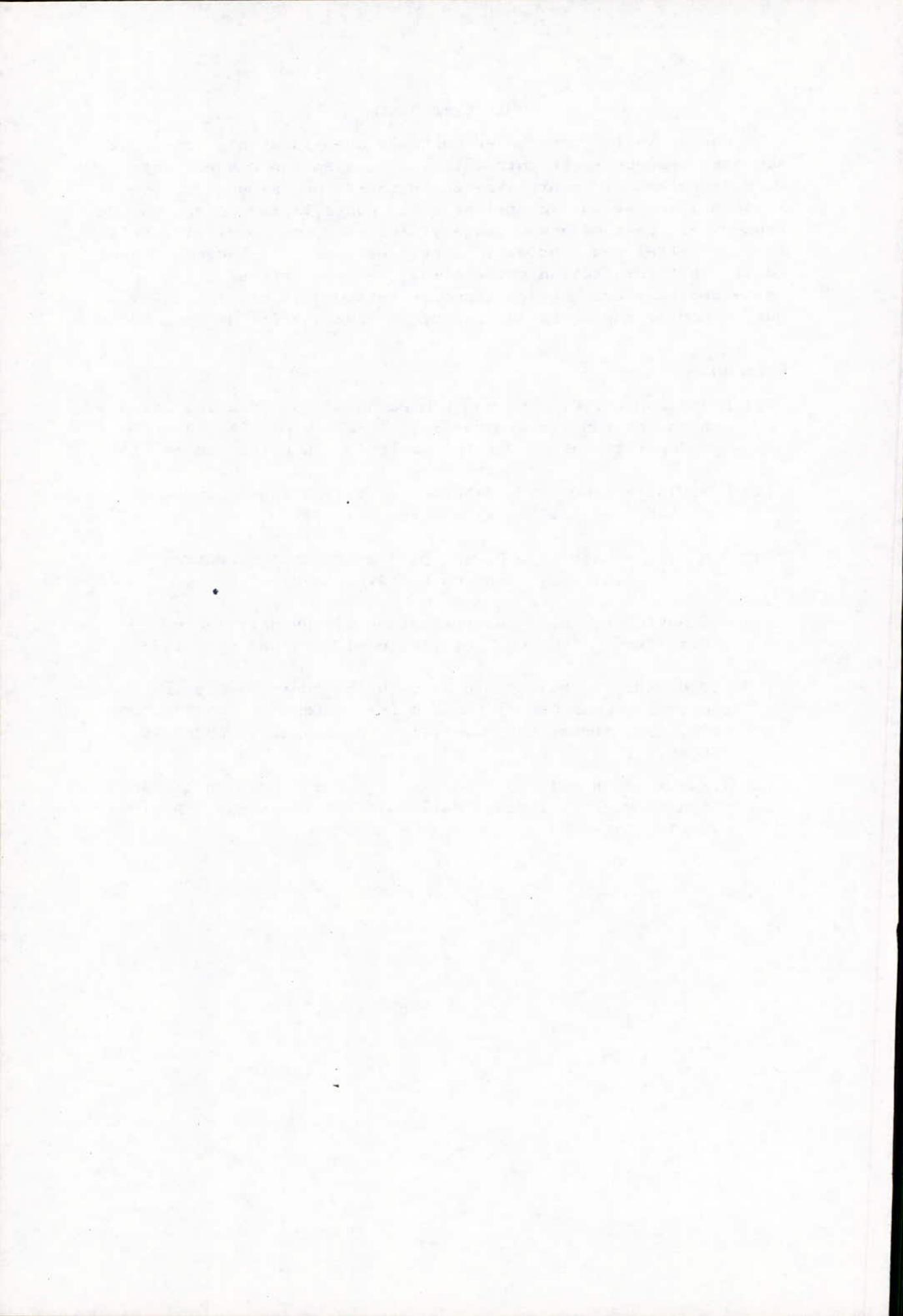
Fig.7: Contrôle par la méthode du prédicteur récursif

## VIII. CONCLUSION

Une nouvelle approche en contrôle auto-ajustable des systèmes en cascade a été introduite. Son avantage majeur est - qu'elle permet de contrôler un système de N-boucles (sous-systèmes) en cascade en utilisant N contrôleurs, chaque un de ceux-ci est destiné à son sous-système et a une complexité relative ; l'effet des boucles internes est pris en compte sans qu'il y ait interaction entre elles. La restriction faite pour cette approche est que les temps de retard doivent être égaux et que le modèle que devra suivre chaque sous-système est le même.

### Références

- [1] K.Anbumani, I.G.Sarma and L.M.Patnaik, "Self-tuning cascade control of non-linear systems," *IFAC symposium on Theory and Applications of Digital Control*, New Delhi, India, 1982.
- [2] D.W.Clarke and P.J.Gawthrop, "Self-tuning controller," *Proc.IEE*, vol.122, no.9, pp.929-934, 1975.
- [3] D.W.Clarke and P.J.Gawthrop, "Self-tuning control," - *Proc.IEE*, vol.126, no.6, pp.633-640, 1979.
- [4] P.J.Gawthrop, "Some interpretation of the self-tuning controller," *Proc.IEE*, vol.124, no.10, pp.889-894, 1977.
- [5] P.J.Gawthrop, "Multi-loop self-tuning control: Cascade systems," in *Preprints of the 9th IFAC triennial world congress*, K.J.Astrom, Eds, vol.VII, pp.127-132, Budapest, - Hungary, 1984.
- [6] I.Kacha, "Contrôle auto-ajustable des systèmes en cascade", Thèse de Magister, Ecole Nationale Polytechnique, Algiers, Algeria, 1993.



## INFLUENCE OF INSULATING SCREENS COVERED BY CONDUCTING LAYERS ON THE BREAKDOWN VOLTAGE OF POINT/PLANE AIR GAPS

A.BOUBAKEUR

High Voltage Laboratory  
Electrical Engineering Department  
Ecole Nationale Polytechnique  
BP-182 El-Harrach  
ALGIERS - ALGERIA

J.L.JAKUBOWSKI

Institute of High Voltage Engineering  
Faculty of Electrical Engineering  
Warsaw Technical University  
65 ul. Koszykowa  
WARSAW - POLAND

### Abstract

This paper concerns the influence of barriers covered by conducting layers, on the breakdown voltage of point/plane air gaps under switching and AC applied voltages. The conducting circular layer radius is varied from zero up to the total breadth of the screen. That will simulate the case of polluted screens, in critical situation, covered by a discontinuous pollution layer.

The investigations were carried out with the screen situated at a distance from the point which leads to the higher increase in the breakdown voltage of the air gap in the case of screen with clean surfaces.

### 1. INTRODUCTION

It is now well known that the insertion of a clean insulating screen, perpendicularly to the axes of the electrodes of a point/plane air gap, leads to an increase in the breakdown voltage.

In the case of relatively small gaps (lengths lesser than 30cm), the first investigations were carried out by H.Roser and E.Marx [1] to [4]. They have shown that the effect of the screen is more significant for a positive point than for a negative point. In the case of a positive point, the positive space charges are stopped by the screen, and it was verified by N.F.Wolotchenko and M.P.Verma [5] to [8], that the electric field becomes uniform between the screen and the

negative plane. N.N.Tikhodeev [9],[10], have explained and described the different steps of the discharge. Investigations on these steps were carried out after, by M.Abou-Alia [11] and H.Remde [12]. J.Pilling [13],[14], has studied the influence of screen dimensions and its permittivity, and M.Awad [15],[16], the case of polluted screens.

In the case of long air gaps (30cm to 300cm), the first investigations carried out by V.S.Komelkov and A.M.Lifchits [17] concerned the disruptive discharge mechanism and were followed after by O.Salka and H.Norinder [18] investigations on the preliminary discharges phenomena. Twenty years after these investigations, R.Finsterwalder [19] determined the influence of screens in a point/plane air gap under positive switching voltage with variable time to crest. M.Darveniza and B.Holcombe [20],[21], were the first to show the screen effect in gaps upper to 3 meters under lightning and switching impulses. More detailed investigations were carried out by A.Boubakeur [22] to [25] on the screen effect in point/plane air gaps under lightning, switching and AC voltages. He had found an electrogeometric equivalency between arrangements with and without clean screens. With this author, A.Béroual [26] developed a theoretical model to estimate the optimal position of a screen in a point/plane air gap under impulse voltages.

In this current paper, we present the obtained results in the case of partially polluted screen. We were not interested by the pollution

nature but rather in its influence on the discharge. It has been found, that in the case of uniforme and continuous contamination layers, the insulating screen has the same effect as a metallic one, when the layers conductivity is greater than  $1.6 \mu\text{S}$  [22]. For this reason we have used circular conducting layers made up of colloidal silver, having different radius, simulating critical pollution conditions.

## 2.EXPERIMENTAL TECHNIQUE

Figure 1 shows the arrangement of electrodes and insulating screen. The HV electrode consists of a steel needle point of 10mm radius (conical in shape  $30^\circ$ ). The earthed plane electrode is a circular steel plate of 4m diameter, 1.5mm thickness. The bakalized paper barrier ( $\epsilon_r=5.8$ ) is square with 1.3m side and 6mm thickness. The barrier surface in front of the pointed electrode is covered by circular layers of colloidal silver. The layers thickness is about 0.5mm and their diameter ( $\phi$ ) is varied from 0 to 1.3m (screen breadth). The screen is suspended by insulating nylon wires. The electrode gaps vary from 40 to 200 cm, and the screen is placed near the point, at the optimal position in the case of clean surfaces ( $x/d=20\%$ ).

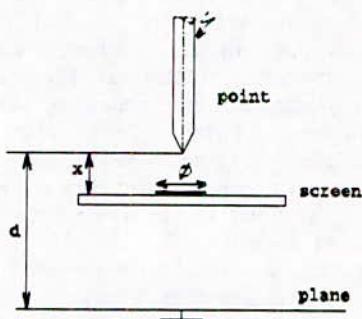


Figure 1 Electrode arrangement

The  $+170/2500 \mu\text{s}$  switching voltage is supplied by a Marx generator rated at 2800kV, 32kJ. The breakdown voltage is determined by the

Up and Down methode on a series of 50 impulses. The interval between two successive impulses is 60s, and was proven sufficient to eliminate any influence of the surface charge on the statistical determination of the 50% breakdown voltage [22].

The AC voltage is supplied by a high voltage test transformer with characteristics 50Hz, 750kV and 750kVA. The applied voltage is progressively increased until the breakdown occurs. The breakdown voltage consists of the arithmetic mean of five measurement values. The difference between the instantaneous values and the mean is in general lesser than 2%.

The atmospheric corrections correspond to the IEC-60 recommandations [27].

## 3.EXPERIMENTAL RESULTS

### 3.1 Breakdown Voltage

Figures 2 and 3 show the variations of both 50% switching breakdown voltage and mean AC breakdown voltage, with respect to the conducting layer diameter.

For small diameters ( $\phi < 20\text{cm}$ ) the breakdown voltage does not considerably decrease. However, for diameters upper than the half breadth of the screen ( $\phi > 65\text{cm}$ ) the breakdown voltages approach those obtained in the case of metallic barrier.

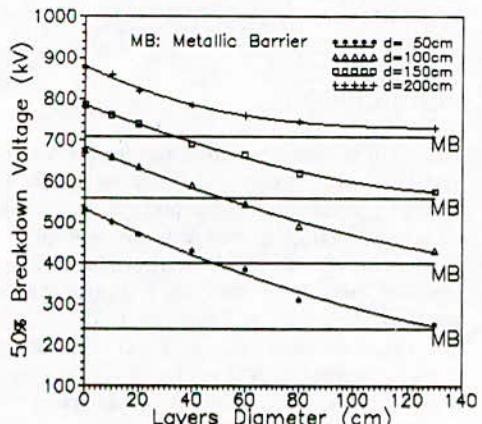


Figure 2 50% switching breakdown voltage

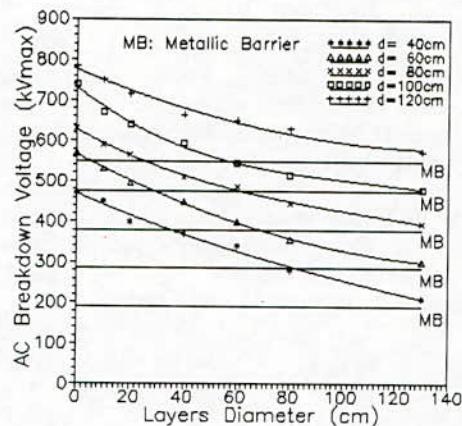


Figure 3 AC breakdown voltage

### 3.2 Discharge phenomena

The discharge phenomena depend on many parameters, the more important are the position of the screen and the radius of the conducting layer with the screen breadth, permittivity and thickness, being constant.

In the following paragraph we present the different form of discharges observed in the case of AC applied voltages.

#### 3.2.1 Screen reaching the pointed electrode ( $x=0$ )

In this case of screen position, the breakdown occurs in two steps. It is obtained after the flashover of the screen by gliding discharges (Figure 4).

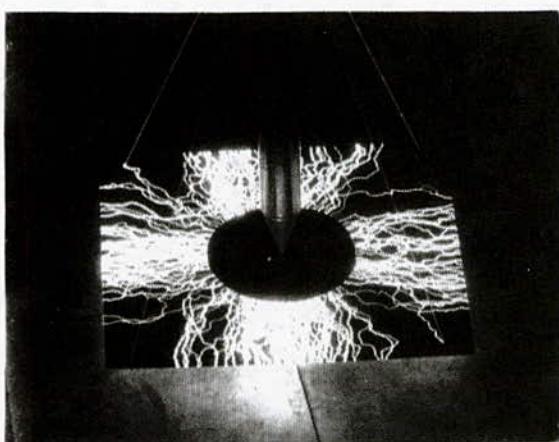


Figure 4 AC breakdown discharge with the screen reaching the pointed electrode

#### 3.2.2 Screen placed far from the pointed electrode

In this case, the discharge mechanism depends on layer breadth. For sufficiently large breadths, the breakdown occurs in three steps (Figure 5):

- step 1: point-screen air gap breakdown,
- step 2: flashover of the screen by gliding discharges,
- step 3: breakdown of the air gap between the edge of the screen and the earthed plane.

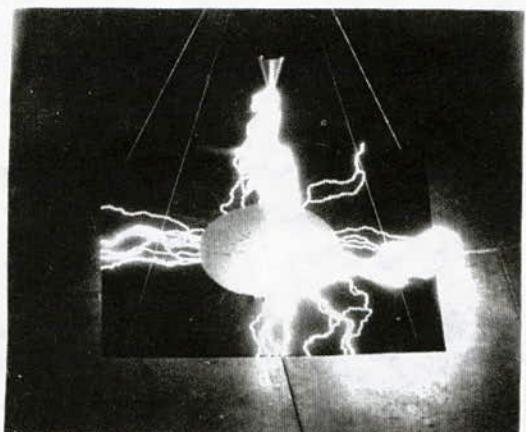


Figure 5 AC breakdown with the screen placed far from the pointed electrode

In the case of very small layer diameter, the breakdown occurs as in the case of screen with clean surfaces (Figure 6).

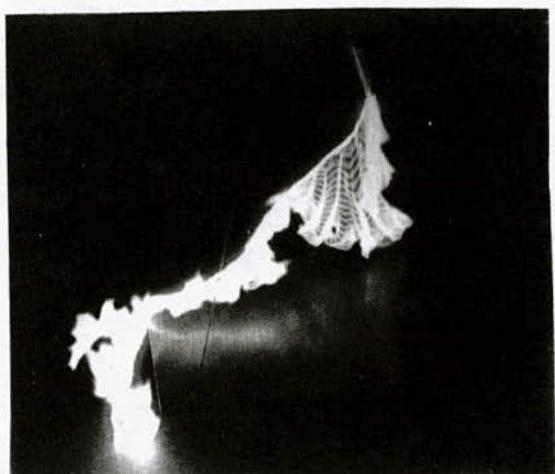


Figure 6 AC breakdown with clean screen placed far from the pointed electrode

If the screen is not reaching the plane ( $x/d < 0.8$ ), the breakdown occurs without gliding discharges, and the disruptive discharge length corresponds to the distance "point-edge of the screen-plane" as in Figure 6.

If the screen is reaching the plane ( $x/d = 1$ ), the breakdown occurs in two steps. The first one consists of the breakdown of the point-screen air gap and the second one to the flashover of the screen by gliding discharges [22].

If the conducting layer is covering all the screen breadth, the breakdown occurs in two steps as in the first case, without the second step (gliding discharges). That is similar to the case of air gaps with metallic screen (Figure 7).

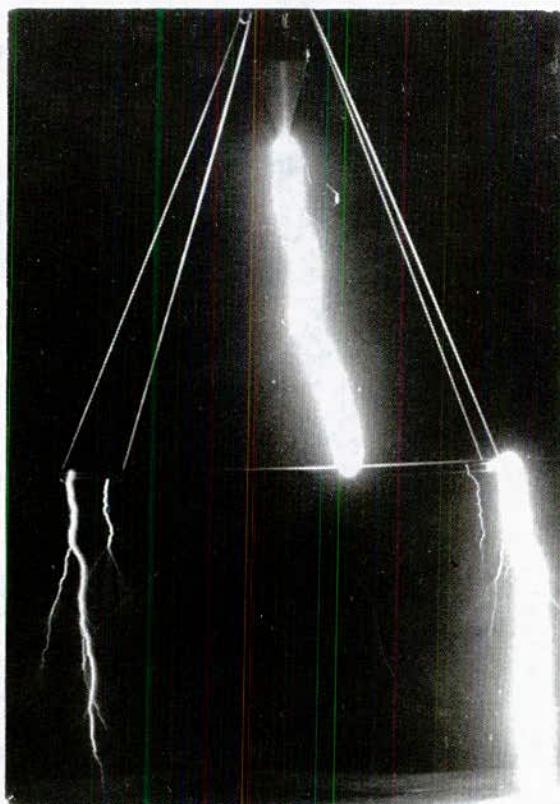


Figure 7 AC breakdown with metallic screen

#### 4.CONCLUSION

An insulating screen with partially polluted surface leads to a considerable decrease in the breakdown voltage of point/plane air gaps. This occurs when the contamination layer covering the surface in front of the point is larger than the half of the breadth of the screen.

Future investigations must take into consideration the variation of the screen breadth and the position of the screen in the air gap.

#### REFERENCES

- [1] E.Marx, Arch.Elek.Bd 24, 1930, p.61
- [2] E.Marx, ETZ H33, 1930, p.1161
- [3] H.Roser, Dissertation, TH Braunschweig 1930
- [4] H.Roser, ETZ H17, Bd 53, 1932, p.411
- [5] N.F.Wolochchenko, Elektricheswo, Nr 3, 1946, p.21
- [6] N.F.Wolochchenko, Elektricheswo, Nr 6, 1947, p.61
- [7] M.P.Verma, Dissertation, TU Dresden, 1961
- [8] M.P.Verma, Wiss.Zeit. der TU Dresden H1, 1962, p111
- [9] N.N.Tikhodeev, Journal Tech.Phys., Vol.28, Nr2,1958,p.412
- [10] N.N.Tikhodeev, Soviet Physics Tech.Phys., Nr2,1957,p.385
- [11] M.Abou Alia, Dissertation TH Stuttgart, 1966
- [12] H.Remde, Dissertation, TU Stuttgart, 1969
- [13] J.Pilling, Dissertation, TU Dresden, 1968
- [14] J.Pilling, Elektric 23, H11, 1969, p.463
- [15] M.Awad, Elektric 29, H10, 1975, p.559
- [16] M.Awad and H.Böhme, Elektric 31, H1, 1977, p.35
- [17] V.S.Komelkov and A.M.Lifchits, Izv.Akad.Nauk USSR Otdel T.N., Nr10, 1950, p.1463
- [18] H.Norinder and O.Salka, Arkiv für Fysik, Bd6, Nr17, 1952, p.151
- [19] R.Finsterwalder, Dissertation U.Stuttgart, 1973
- [20] M.Darveniza and B.Holcombe, Proc.IEEE letters, Vol.64, Nr 6, 1976, p.1017
- [21] M.Darveniza and B.Holcombe, World Electrot.Cong., Moscow 1977, Section 2, paper 104
- [22] A.Boubakeur, Doctorat thesis, Warsaw Tech.Univ. 1979
- [23] J.L.Jakubowski and A.Boubakeur, Bull.Acad.Pol.Sc., Vol.28, Nr 9-10, 1980, p.141
- [24] A.Boubakeur, Rozprawy Elektrot., Acad.Pol.Sc, Vol.27, Nr 3, 1981, p.729
- [25] A.Boubakeur, 4th ISH, Int.Symp.H.V.Eng., Athens 1983, paper 44-05
- [26] A.Béroual and A.Boubakeur, IEEE Trans.Elec.Ins., Vol.26, Nr6, 1991, p.1130
- [27] IEC-60, High Voltage Tests Technique, edition 1973

# RECOMMANDATIONS AUX AUTEURS

La revue Algerian Journal of Technology (AJOT) publie des articles originaux de travaux de recherche relevant de son domaine scientifique et technologique. Les sujets traités concernent la théorie, la conception, les applications et le développement dans le cadre des disciplines couvertes par les séries A, B, C et D. Les contributions paraîtront sous forme:

1. d'articles présentant un apport significatif en recherche, développement, ou application de concepts (moins de 20 pages),
2. de notes techniques et correspondances courtes, commentant ou corrigéant des articles antérieurs publiés dans l'AJOT (moins de 10 pages),
3. de Synthèses ou Monographies (moins de 40 pages),
4. de Comptes Rendus de Conférences, Colloque, Symposium et Séminaires, regroupés dans un numéro spécial de l'AJOT.

La soumission d'un manuscrit signifie qu'il est déjà protégé par un Copyright, qu'il n'a pas été publié, ou soumis ou accepté pour publication ailleurs.

Les manuscrits doivent être écrits, de préférence, en Anglais. L'AJOT tendra en régime normal à n'accepter les manuscrits en Arabe ou en Français qu'à concurrence de 50% au maximum de son contenu global.

Tous les manuscrits doivent être aussi concis que possible. L'Editeur se réserve le droit de refuser de considérer les articles dont la pagination dépasse la limite maximale autorisée. En cas d'acceptation les dépassements seront facturés aux auteurs.

## A. PROCEDURE DE SOUMISSION D'UN MANUSCRIT

1. Tous les manuscrits seront soumis en 5 exemplaires complets, l'un d'eux étant l'original. Ceci est requis pour permettre au Comité de Lecture d'oeuvrer rapidement.
2. Les auteurs dont les articles sont acceptés, s'ils ne l'ont pas déjà fait, doivent fournir une brève biographie (moins de 100 mots) et 2 photographies de passeport.
3. Les manuscrits seront transmis avec 2 copies de la lettre demande de publication. Cette lettre donnera l'adresse préférée pour la correspondance et, si possible, le numéro de téléphone et/ou de télex/fax. Informer le Directeur de la Rédaction de tout changement d'adresse en temps utile.

## B. COPYRIGHT

Par son règlement intérieur, l'AJOT, pour compenser son apport d'éditeur, s'adjuge la moitié des droits de ses auteurs. A cet effet, la lettre demande de publication doit comporter l'accord signé des auteurs sur ce règlement.

## C. PRESENTATION DU MANUSCRIT

1. Les manuscrits seront dactylographiés en double colonnes, sur du bon papier blanc de format A4 (21x29,7cm), au recto seulement avec une marge de 3 cm relativement à chaque bord; la revue se présentant en format 19x27 cm avec une impression recto-verso. La police de caractères utilisée est Times-Roman. Le titre en 14pt, les noms d'auteurs et adresse en 12pt et le reste du texte en 10pt.

2. On portera sur la première feuille:

- le titre de l'article (sans symboles) aussi condensé que possible

- les noms des auteurs (en nombre limité - éviter les articles de plus de trois auteurs) qui seront précédés des initiales de leurs prénoms. Un astérisque marquera le nom de l'auteur auquel sera adressée toute correspondance relative à l'article

- les noms et adresses des laboratoires concernés

- les mots clés conformément aux normes admises par les banques de données

- les résumés dans les 3 langues: Arabe, Anglais et Français, dans cet ordre - 300 mots au maximum pour les articles originaux ou de synthèse - 75 mots au maximum pour les notes techniques et correspondances. Ces résumés ne doivent pas contenir des équations, références, ou notes de remerciements.

- Les articles entièrement rédigés en Anglais sont dispensés des résumés en Arabe et en Français.

3. Fournir une introduction qui indique un état du sujet et la contribution de l'article.

4. Indiquer éventuellement les avantages, limitations, et applications possibles en conclusion.

5. Les références bibliographiques numérotées entre crochets, placées à la fin de l'article préciseront dans l'ordre:

- les noms de tous les auteurs précédés des initiales de leurs prénoms,

- le titre de l'article,

- l'abréviation du titre du périodique; dans le cas d'un ouvrage donner le nom de l'Editeur,

- les numéros de pages inclusifs (ou chapitre) à la suite de l'indication du Volume, le Mois et l'Année.

6. Les équations doivent être numérotées dans le texte en chiffres arabes (entre parenthèses) et on évitera l'emploi simultané des indices.

7. Les références dans le texte apparaîtront par numéro entre crochets placé éventuellement après le nom d'un ou deux auteurs au maximum.

8. La liste des références sera frappée en double interlignes à la fin du texte dans l'ordre de leur citation dans le texte.

9. La nomenclature et les abréviations doivent être représentées dans un glossaire en fin de texte après la liste des références.

10. Le Système International (SI) sera employé même si la pratique particulière nécessite l'emploi d'un autre système d'unités. L'équivalence dans le Système International devra apparaître entre parenthèses.

11. L'impression de la frappe de couleur noire doit être bien contrastée (impression laser par exemple). Eviter les imprimantes d'ordinateurs donnant l'impression grise difficile à reproduire.

12. Les caractères de frappe choisis, du type Times-Roman, ne doivent être ni trop serrés ni trop grêles. Les lettres et signes auront une hauteur d'au moins 2 mm. Eviter les caractères et les symboles trop gras.

13. Pour les titres de paragraphe, utiliser des lettres capitales ou des caractères gras, non soulignés. Les titres d'alinéas seront soulignés.

14. Tous les titres de paragraphe ou d'alinéas commencent à partir de la marge gauche de la page.

15. La largeur des colonnes est de 70 mm, et l'espacement entre colonnes de 10 mm. Le texte sera écrit en Times-Roman 10pt.

## D. COURBES, TABLEAUX ET PHOTOS

1. Il est demandé aux auteurs de soumettre des illustrations de qualité professionnelle. L'AJOT n'a pas de service d'art et de dessin à offrir.

2. Les dessins originaux seront faits à l'encre de chine noire sur calque blanc. La taille recommandée des figures est de 7x7cm. Pour les figures, tableaux et photos impossibles à insérer dans les colonnes, la taille maximum autorisée est limitée à 13x21 cm. Les impressions sur papier glacé (photographies) des illustrations sont aussi acceptables.

3. Toutes les inscriptions doivent être assez grandes pour qu'elles restent lisibles après tirage.

4. Les figures ne doivent pas être surchargées de légendes et de textes. Ne fournir que le strict minimum nécessaire à la compréhension des symboles et paramètres utilisés.

5. Les figures et tableaux doivent être présentés dans le texte aux emplacements souhaités.

6. La numérotation des figures et photographies est commune. Les tableaux sont numérotés à part.

7. Toutes les figures et tableaux doivent comporter un titre. Leur numérotation dans le texte se fera dans l'ordre croissant.

## E. TIRAGE A PART

Quand cela est possible, il sera alloué 30 tirés à part sans couvertures aux auteurs. Dans ce cas, le paiement des frais correspondants doit être acquitté dès acceptation du manuscrit conformément au devis de l'imprimeur.

## F. ADRESSAGE DES ARTICLES

Les articles manuscrits conformes aux recommandations sus-citées doivent être adressés à:

Mr.le Directeur de la Rédaction de la Revue AJOT  
Ecole Nationale Polytechnique  
B.P. No.182, Hassan Badi  
El-Harrach, 16200 Alger  
ALGERIE  
TEL: 52.59.29, 52.53.01/03  
TELEX: 64.147 ENP/DZ FAX:(213).2.52.29.73

**La revue A.J.O.T. est disponible à la vente auprès :**

**- de l'O.P.U. de Ben-Aknoun et ses librairies régionales;**

**- du C.E.R.I.S.T., rue des Frères Aïssou, Ben-Aknoun Alger et dans ses antennes régionales;**

**- de l'Ecole Nationale Polytechnique - Hassan-Badi 16200 El-Harrach ALGER.**

L'abonnement ou l'achat de l'A.J.O.T. se fera dans le cas de l'ENP par règlement au compte CCP N° 16196 - 58. Agent comptable - Ecole Nationale Polytechnique BP N° 182 Hassen - Badi El-Harrach 16200

*Achevé d'imprimer sur les presses de*

**l'OFFICE DES PUBLICATIONS  
UNIVERSITAIRES**

*1, Place Centrale - Ben-Aknoun - ALGER*