

**An International Publication of Engineering Science**



# AJOT

**ALGERIAN JOURNAL OF TECHNOLOGY**

**E l e c t r o n i c s**  
**Computer Engineering**  
**Electrical Engineering**  
**Control Engineering**

**2002**

**Series B Volume 15 Number 1**

**ISSN 1111-357X**

# ALGERIAN JOURNAL OF TECHNOLOGY

## Série B

Directeur de la Publication  
Directeur de la Rédaction  
Diffusion et Abonnement  
Publicité et Sponsoring

Pr. M.K Berrah  
Pr. A.Zerguerras  
C. Larbes  
M.Bouabdellah

### *Comité Scientifique*

Il est composé des membres potentiels, de l'Ecole Nationale Polytechnique, appartenant à la filière concernée en sus des membres listés ci-dessous.

M.Attari	USTHB , Alger, Algérie.	M.M.Guessoum	Université de Blida, Algérie
Y.Baghzouz	Univrsiy of Nevada, Las Vegas, USA	S.Leulmi	Université de Skikda ,Algérie
M.Barkat	Université de constantine,Algerie	N.K.M Sirdi	Université de versailles, France
H.Baudran	INP, Toulouse, France	L.Refoufi	INELEC, Université de Boumerdes, Algérie
M.F.Benkhoris	LARGE CRTT, Saint Nazaire, France	M.A.Rezzoug	Université de Nancy, France
M.Benmohamed	INELEC, Université de Boumerdes, Algérie	R.Toumi	USTHB , Alger, Algérie.
A.Beroual	ECL, Lyon, France	A.M.Sharaf	University of new Branwick, Canada
H.Bourdoucen	Université Sultane Qaboos Oman	Vander Voste	University Catholique Louvain, Belgique
G.Dubost	Université de Rennes 1 , France	M.E.H.Zaim	LARGE CRTT, Saint Nazaire, France
I.M.Elamin	KFUPM, Dahrn, Arabie Saoudite		

Le comité scientifique, par ailleurs, peut consulter tout spécialiste reconnu pour un domaine donné, dont le nom ne figure pas dans cette liste.

**An International Publication of Engineering Science**

---



# **AJOT**

**ALGERIAN JOURNAL OF TECHNOLOGY**

**E l e c t r o n i c s**  
**Computer Engineering**  
**Electrical Engineering**  
**Control Engineering**

**2002**

**Series B Volume 15 Number 1**

**ISSN 1111-357X**

## *Avant Propos*

Ces dix dernières années, bien des progrès ont été réalisés dans le domaine de la recherche scientifique et technique en Algérie. Faut-il pour autant pavoiser dans l'auto-satisfaction, sans relativiser par comparaison avec les résultats obtenus par d'autres pays se trouvant dans les mêmes conditions que nous initialement ? Comment expliquer alors le mécontentement quasi-général des enseignants chercheurs, la fuite des universitaires, parmi les plus dynamiques, à l'étranger, la démotivation d'une bonne partie des étudiants poursuivant leurs études dans le pays, le sous équipement de la majorité des laboratoires, les capacités d'accueil souvent insuffisantes des cités et restaurants universitaires...

Peut-on attribuer ces effets négatifs du moins en partie, à l'insécurité que connaît le pays, à une conjoncture internationale qui dure... ? Il y'a sûrement une explication majeure à la cause de ces effets.

Le système éducatif répond-il à la demande du pays en besoins de formation qualifiée en quantité suffisante ? Cette question peut paraître déplacée, quand on sait que la productivité de la formation en nouveaux diplômés, quoique quantitativement jugée relativement non élevée, le placement professionnel de ces diplômés n'est pas garanti à tous. A cela il y'a diverses raisons, le manque d'expérience et de culture\* industrielles, le financement rare et contraignant rendant difficile la mise en œuvre de tout projet individuel ou collectif, la fiscalité non incitatrice à la création d'entreprises donc d'emplois...

Le débat sur la recherche Scientifique et Technique (R.S.T), sur son implication qui devrait être autrement plus forte dans les différents secteurs économiques, sur son impact dans la création d'emplois, dans l'attente de résolutions et d'actions salvatrices qui n'arrivent pas pour l'essentiel, est devenu récurrent pour ne pas dire éculé à force d'avoir servi.

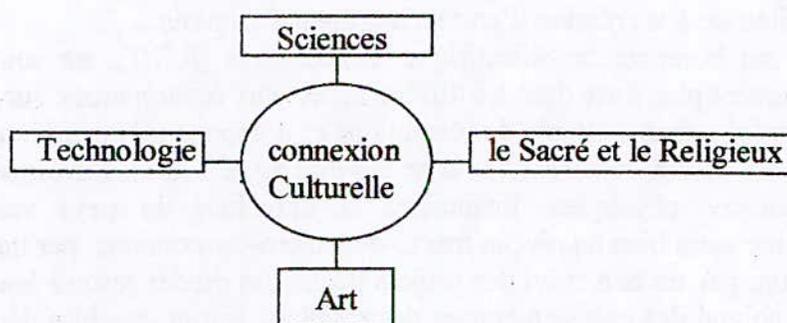
Les ressources physiques, financières et humaines du pays valorisés par une organisation idoine aussi bien au niveau macro que micro-économique, par une gestion souple à tous les niveaux, par un bon suivi des projets depuis les études jusqu'à leur concrétisation, par un contrôle soigné des engagements et des résultats, seront capables dans les limites de leurs disponibilités de produire les retombées économiques désirées avec une ampleur bien plus conséquente que celle obtenue actuellement. Entre autres, les activités de la R.S.T nationales, devenues authentiques, entreront naturellement dans les moeurs socio-culturelles\* en stimulant à la fois l'innovation et les forces productives. L'effort fait par les pouvoirs publics et privés dans ce sens pour développer et organiser ces ressources traduira la politique volontariste accordée à la R.S.T. Il est évident, que ces ressources même disponibles en quantité significatives, sans une structuration appropriée, bien organisée sur tous ses aspects (d'ordre juridique, politique, commercial, fiscal etc.) et sans les éléments de gestion cités plus haut, les activités de la R.S.T sur des sujets sans vrai rapport les uns avec les autres, auront un rendement global faible en retombées économiques. Le plus grave serait de percevoir la modernité par ces apports technologiques seulement comme un bien de consommation et non comme un moyen incontournable pour une économie de croissance durable ou les objectifs visés sur le long terme sont aussi importants, si ce n'est plus, que ceux visés sur le court et le moyen termes.

D'ailleurs ce sont ces objectifs sur le long terme qui conditionnent le choix de l'organisation et du pilotage à adopter pour leur concrétisation, ainsi que le choix des mesures d'optimisation à prendre pour les réaliser à l'intérieur des moyens et capacités financières disponibles. En absence de ces objectifs toute démarche sera confuse, à courte vue ou une simple réaction à l'événement ou au fait subi.

Si l'enseignement supérieur reste perçu seulement comme un ensemble d'établissements de formation ( de première formation, de formation continue, de formation

des formateurs, etc...) sans lien étroit par sa R.S.T avec les différents acteurs des secteurs productifs du pays il perd pratiquement la moitié de sa raison d'être avec même une perte significative en qualité sur les « produits » de la moitié qu'il conserve. L'apport d'Internet dans la formation est certainement un plus mais pas une solution au problème de l'enseignement supérieur mentionné plus haut. La question qui se pose aujourd'hui, c'est de savoir s'il faut continuer à former des cohortes de diplômés chaque année, en grand nombre sous de faibles coûts unitaires, sans perspective réelle sur le marché de l'emploi, ou plutôt former de véritables élites professionnelle à des coûts unitaires standards avec une perspective réelle sur le marché de l'emploi. La solution pratique serait peut être entre ces deux cas extrêmes, celle qui fait coïncider le mieux les profils de formation aux qualifications professionnelles demandées par le marché du travail, aux moindres coûts.

D'une façon plus générale, dans une constitution, quand c'est le politique qui prime sur l'économique le droit au travail pour tous est mieux garanti que dans celle qui fait que l'économique prime sur le politique, mais cette garantie est obtenue au prix d'une réduction des libertés individuelles et collectives. L'Expérimentation de ces deux systèmes à un même pays montre que ce sont souvent les mêmes catégories sociales qui en profitent le plus relativement à l'ensemble des travailleurs. Selon l'économiste Schumpeter, la solution viable est un équilibre entre ces deux cas extrêmes qu'il n'est pas aisé d'atteindre.



\* La culture est à la fois une stratification dans le temps et un carrefour d'horizon divers

**Le Directeur de Rédaction**  
**Professeur : A.ZERGUERRAS**

## CONCEPTION D'UNE ANTENNE ACTIVE EN TECHNOLOGIE MICRORUBAN

M. Challal, M. Trabelsi, R. Aksas

Lab. Télécommunications, Ecole Nationale Polytechnique, B.P 182, El-Harrach, Alger

ملخص:

يهدف هذا العمل الي اء نجاز الهوائية الميكروشرطية النشيطة. لهذا قمنا بإيجاد الخصائص الراد يوكهربائية للهوائية الصفيحية الميكروشرطية الخاملة (بدون عنصر نشيط) عن طريق حل معادلة التكامل با استعمال طريقة العزوم في المجال الطيفي. النتائج المتحصل عليها تقارب النتائج التجريبية. أما فيما يخص جزء التضخيم قمنا بإعداد برنامج يسمح بإنجاز و تحليل المضخمات الميكروموجية ذات شريط نافذ ضيق . بتركيب المضخم المنجز مع الهوائية الصفيحية الميكروشرطية الخاملة نتحصل على الهوائية النشيطة و التي تسمح بتحسين الريح و الشريط النافذ.

كلمات مفتاحية: الهوائية الخاملة - ممانعة الدخول - الشريط النافذ - الريح - الاشعاع - المضخم والهوائية النشيطة.

### Abstract :

The purpose of our work is to design an active antenna using microstrip technology. For that, we determined the characteristics of the passive antenna (without an active element) using the integral equation solved by the moment method in the spectral domain. The obtained results are in good agreement with the measures. The second part is concerning the amplification. In this part, we have developed a software, which allows the design and the analysis of a narrow band microwave amplifiers. The adding of the amplifier to the passive antenna constitute the active antenna. An improvement of the gain and of the bandwidth is obtained.

**Keys words:** *passive antenna, input impedance, bandwidth, gain, radiation, amplifier and active antenna.*

### Résumé :

Le présent travail a pour but de concevoir une antenne active en technologie microruban. Pour cela, nous avons déterminé les caractéristiques radioélectriques de l'antenne passive (sans élément actif) à l'aide de la méthode de l'équation intégrale résolue par la méthode des moments dans le domaine spectral. Les résultats obtenus sont en bon accord avec les mesures. Concernant la partie amplification, nous avons élaboré un logiciel permettant la conception et l'analyse des amplificateurs micro-ondes à bande étroite. L'ajout de l'amplificateur à l'antenne passive constitue une antenne active, permettant d'améliorer aussi bien le gain que la bande passante.

**Mots clés :** antenne passive, impédance d'entrée, bande passante, gain, rayonnement, amplificateur et antenne active.

## 1. Introduction

Le développement des moyens de transmission de l'information, qui constitue l'une des caractéristiques primordiales ces dernières décennies, résulte d'une part, de la croissance continue des besoins et d'autre part, des possibilités nouvelles offertes par les progrès techniques. Les communications par satellite ou autre utilisent, le plus souvent, des antennes à réflecteurs paraboliques qui possèdent une très bonne directivité, un bon rendement et une large bande passante. Cependant, elles sont volumineuses, encombrantes et ne répondent aucunement aux exigences de la technologie moderne. Les antennes plaques microrubans (APM) s'adaptent bien à ce genre d'application.

La nécessité de traiter de grandes quantités d'informations dans les environnements des communications radio, a créé une large variété de nouveaux services qui exigent des systèmes à très grande bande passante (ondes centimétriques et ondes millimétriques). Dans cette bande, les APM présentent quelques avantages tels que la légèreté, la robustesse et surtout l'intégrabilité qui les rendent adaptables aux techniques récemment développées. En particulier, il y a la possibilité d'intégrer une variété d'éléments actifs tels que les diodes, les oscillateurs et les amplificateurs [1,2,3]. Toutefois, un travail reste à faire quant à l'amélioration de leur bande passante ainsi que leur gain, qui constituent d'ailleurs le handicap majeur freinant ainsi leur utilisation.

Les antennes microrubans actives [4,5], améliorent les performances des structures rayonnantes passives. En effet, l'intégration d'un amplificateur avec l'APM, peut fournir un élargissement de la bande passante et une amélioration du gain [6,7,8,9]. C'est dans ce but que nous avons été amenés à concevoir une antenne active (APM+ amplificateur).

## 2. Description des Antennes

### 2.1 Antenne passive

L'antenne plaque microruban (APM), dans sa plus simple configuration est constituée d'un ruban métallique très fin, appelé élément rayonnant (ou encore "Patch") placé sur une face d'un substrat diélectrique dont l'autre face métallisée forme le plan de masse (Fig 1).

### 2.2 Antenne active

Une antenne plaque microruban active (APMA) est tout simplement une APM associée à un élément actif dont le but est l'amélioration de ses caractéristiques (Fig. 2 et 3).

Actuellement, les APMA sont utilisées dans des applications très versatiles [3,5,8,9] à savoir :

- Télédiffusion par satellite;
- Application militaire;
- Réseaux informatiques;

- Système GPS (système de positionnement par satellite).

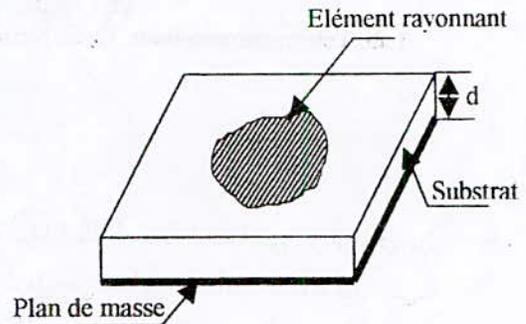


Fig. 1: Antenne plaque microruban de forme

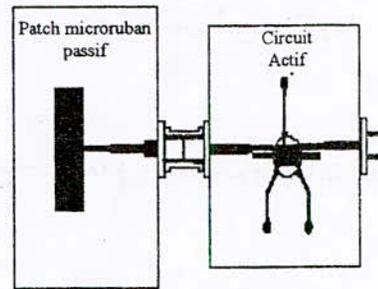


Fig. 2 : Antenne passive avec un amplificateur [1]

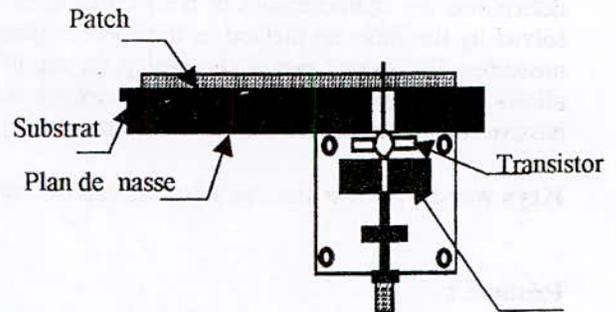


Fig. 3 : Géométrie d'une antenne active [2]

Les avantages majeurs apportés par ces antennes par rapport aux APM passives, sont essentiellement un gain élevé et une bande passante appréciable [4,5,6,9]. En contre partie, il est difficile de réaliser une bonne adaptation entre les divers éléments du dispositif rayonnant actif.

## 3. Analyse de l'APM

Considérons une antenne microruban de forme rectangulaire (Fig. 4) de longueur  $L$ , de largeur  $W$ , imprimée sur un substrat, d'épaisseur  $d$ , caractérisé par une permittivité  $\epsilon_r$  et un angle de perte  $\text{tg} \delta$ . L'alimentation, de type sonde coaxiale, est connectée à l'élément rayonnant (patch) au point  $P(x_p, y_p)$  à travers le plan de masse et le diélectrique.

$\vec{J}_A$  est le courant d'alimentation réciproque d'un champ électrique incident  $\vec{E}^{inc}$ , qui

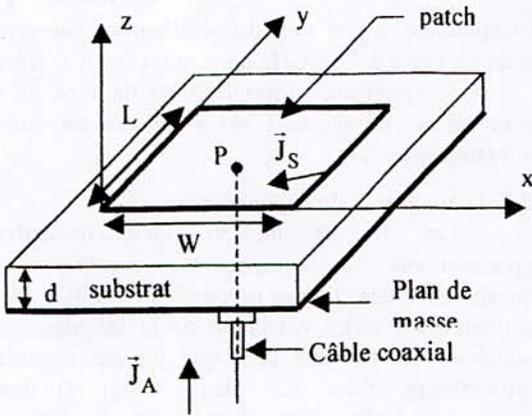


Fig. 4 : Alimentation par câble coaxial

donnerait un courant de surface  $\vec{J}_S$  localisé sur le patch qui tend à s'opposer tout en créant autre champ "diffracté"  $\vec{E}^{dif}$ , tel que le champ total tangential soit nul pour un conducteur parfait :

$$\vec{E}_t^{total}(x,y,z) = \vec{E}_t^{inc}(x,y,z) + \vec{E}_t^{dif}(x,y,z) = 0 \quad (1)$$

Au niveau de la surface du patch ( $z = d$ ), l'équation (1) peut s'écrire :

$$\begin{cases} E_x^{total}(x,y,d) = E_x^{inc}(x,y,d) + E_x^{dif}(x,y,d) = 0 \\ E_y^{total}(x,y,d) = E_y^{inc}(x,y,d) + E_y^{dif}(x,y,d) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

En utilisant les fonctions de Green [10,11,12], l'expression (2) s'écrit en fonction de deux inconnues ( $\vec{J}_x, \vec{J}_y$ ) sous la forme :

$$\begin{cases} \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{G}_{xx} \vec{J}_x \vec{J}_x^* dk_x dk_y + \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{G}_{xy} \vec{J}_y \vec{J}_x^* dk_x dk_y = \\ -\frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{G}_{xz} \vec{J}_z \vec{J}_x^* dk_x dk_y \\ \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{G}_{yx} \vec{J}_x \vec{J}_y^* dk_x dk_y + \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{G}_{yy} \vec{J}_y \vec{J}_y^* dk_x dk_y = \\ -\frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{G}_{yz} \vec{J}_z \vec{J}_y^* dk_x dk_y \end{cases} \quad (3)$$

Ce système d'équation intégrale peut être résolu par la méthode des moments pour déterminer la distribution réelle du courant sur la surface de l'élément rayonnant. Ceci va nous permettre de déterminer les caractéristiques radioélectriques de l'APM.

### 3.1. Caractéristiques radioélectriques de l'APM

#### 3.1.1 Impédance d'entrée

L'expression de l'impédance d'entrée peut être évaluée par [11,12] :

$$Z_{in} = -\left( \frac{1}{I_0^2} \right) \left[ \sum_{n=1}^{N_x} \alpha_{xn} V_{xn} + \sum_{n=1}^{N_y} \alpha_{yn} V_{yn} \right] \quad (4)$$

#### 3.1.2 Diagramme de rayonnement

En vertu du principe d'équivalence de schelkunoff, le champ lointain s'exprime en fonction du champ sur le patch par la relation :

$$\vec{E}(r, \theta, \varphi) = \vec{E}_\theta(r, \theta, \varphi) \hat{a}_\theta + E_\varphi(r, \theta, \varphi) \hat{a}_\varphi \quad (5)$$

avec

$$E_\theta = \frac{jk_0 e^{-jkr}}{2\pi r} (\tilde{E}_x(k_x, k_y, d) \cos \varphi + \tilde{E}_y(k_x, k_y, d) \sin \varphi) \quad (6)$$

$$E_\varphi = \frac{jk_0 e^{-jkr}}{2\pi r} [\cos \theta (-\tilde{E}_x(k_x, k_y, d) \sin \varphi + \tilde{E}_y(k_x, k_y, d) \cos \varphi)] \quad (7)$$

où

$$\begin{aligned} k_x &= k_0 \sin \theta \cos \varphi \\ k_y &= k_0 \sin \theta \sin \varphi, \quad k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} \end{aligned}$$

et  $(r, \theta, \varphi)$  : coordonnées sphérique du point d'observation,  $\hat{a}_\theta, \hat{a}_\varphi$  : vecteurs unitaires dans le plan transverse en coordonnées sphériques.

Selon la définition de Ludwig [13], les composantes copolaires et contrapolaires, notées respectivement  $E_{co}$  et  $E_{cross}$  sont données par :

$$\begin{cases} E_{co} = E_\theta \cos \varphi - E_\varphi \sin \varphi \\ E_{cross} = E_\theta \sin \varphi + E_\varphi \cos \varphi \end{cases} \quad (8)$$

#### 3.1.3 Directivité

Elle peut être calculée par l'intermédiaire de l'expression empirique suivante :

$$D(dB) = 10 \text{Log}_{10} \left( \frac{26000}{\theta_E \theta_H} \right) \quad (9)$$

où  $\theta_E$  et  $\theta_H$  (en degrés), représentent les largeurs d'ouverture à -3 dB respectivement dans les plans E et H.

#### 3.1.4 Gain

Aux pertes près, le gain d'une antenne est équivalent à sa directivité et son expression peut [14] donc s'écrire :

$$G = \eta D \quad (10)$$

où  $\eta$  est le rendement de l'antenne, défini par le rapport de la puissance rayonnée sur la puissance fournie.

$$\eta = \frac{P_{ray}}{P_f} = \eta_r \eta_c \eta_d \quad (11)$$

avec  $\eta_r$  : Rendement dû aux pertes par réflexion  $(1 - |\Gamma_{in}|^2)$ ,  $\eta_c$  : Rendement dû aux pertes joule,  $\eta_d$  : Rendement dû aux pertes diélectrique et  $\Gamma_{in}$  : Coefficient de réflexion à l'entrée de l'antenne.

#### 3.2 Résultats

Les paramètres de l'APM donnée par la figure 4 sont [15] :

$$\begin{aligned} W &= 20.1 \text{ mm}, L = 20.1 \text{ mm}, \epsilon_r = 2.55, d = 1.59 \text{ mm}, \\ \text{tg} \delta &= 2 \times 10^{-3}, x_p = 1.3 \text{ mm}, y_p = 10.05 \text{ mm} \end{aligned}$$

### 3.2.1 Impédance d'entrée

La figure 5 montre les variations des parties réelle et imaginaire de l'impédance d'entrée de l'antenne en fonction de la fréquence. A la résonance, la partie imaginaire de l'impédance d'entrée s'annule et la partie réelle atteint une valeur maximale. C'est la raison pour laquelle, très souvent on représente les APM par un modèle approché et empirique basé sur les propriétés des cavités résonantes. Autour de la fréquence de résonance, l'impédance d'entrée concorde avec les mesures de Abboud [15]. Pour les valeurs de fréquence inférieure ou supérieure à la fréquence de résonance, la partie réelle de l'impédance ne concorde pas bien avec les mesures, l'excitation par sonde, étant placée trop près du bord, rayonne en tant que circuit monté en parallèle, ce qui réduit l'impédance  $Z_{in}$  réelle mesurée relativement à celle obtenue par la théorie.

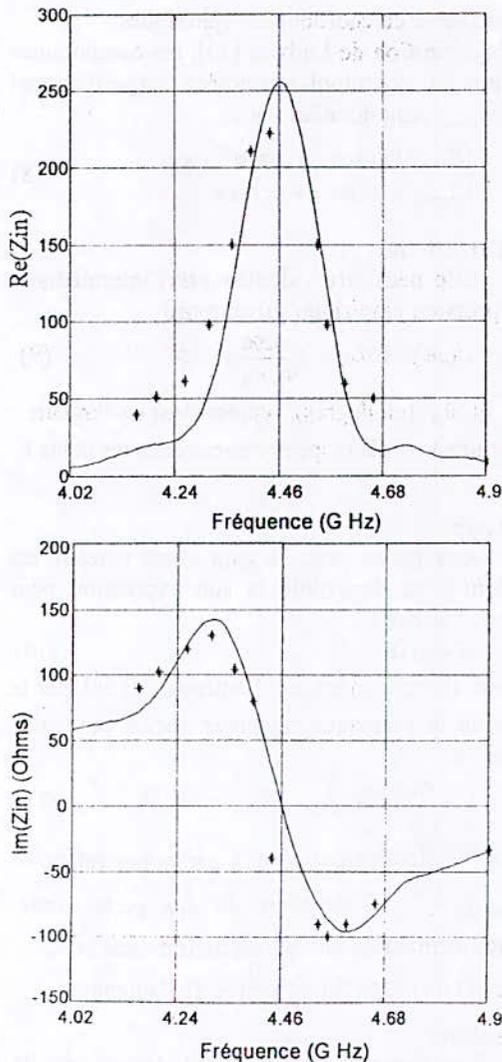


Fig. 5 : Evolution de l'impédance d'entrée en fonction de la fréquence.

— Théorie  
\* Mesure [15]

La fréquence de résonance (notée  $f_r$ ), correspondant à une impédance d'entrée purement réelle, est égale à 4.46 GHz dans notre cas. La valeur de la bande passante (notée BP) est de 2 % de la fréquence de résonance. C'est donc une antenne à bande très étroite.

### 3.2.2 Diagramme de rayonnement

Les figures 6a et 6b représentent respectivement les composantes copolaires et contrapolaires des champs rayonnés normalisés dans les plans E et H au voisinage de la fréquence de résonance. On constate bien que les composantes contrapolaires dans les plans E et H sont pratiquement nulles. Cela signifie que l'antenne a une bonne pureté de polarisation, particulièrement dans le plan E où le champ croisé est pratiquement négligeable. Ce qui démontre que la structure rayonnante est polarisée linéairement. Par contre, pour obtenir une polarisation circulaire [16], il faut exciter deux modes identiques croisés avec le même niveau de puissance.

Les angles d'ouvertures à - 3 dB sont respectivement dans les plans E et H :

$$\theta_E = 120^\circ \quad \text{et} \quad \theta_H = 81^\circ$$

La directivité de l'APM est alors égale à 4.27 dB.

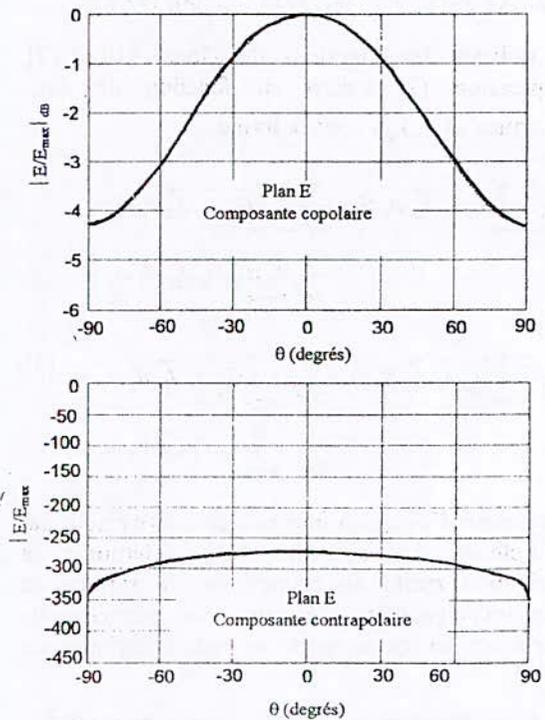


Fig. 6a: Composantes copolaire et contrapolaire dans le plan E .

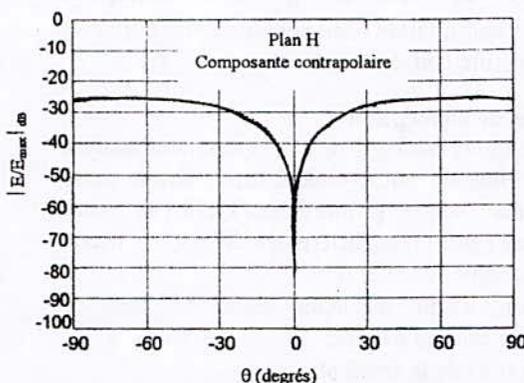
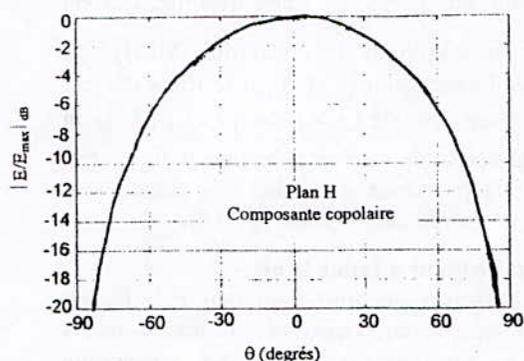


Fig. 6b: Composantes copolaire et contrapolaire dans le plan H.

3.2.3 Gain

Si l'on suppose que l'antenne est sans pertes ohmiques et diélectriques ( $\eta_c = \eta_d = 1$ ), l'équation (10) devient :

$$G = (1 - |\Gamma_{in}|^2) D$$

La figure 7 représente l'évolution du gain de l'antenne en fonction de la fréquence. A la fréquence de résonance, le gain de l'antenne est "maximal" mais reste encore relativement faible et vaut environ 1.7 dB. Ceci est justifié par une faible directivité et éventuellement par les pertes par réflexion.

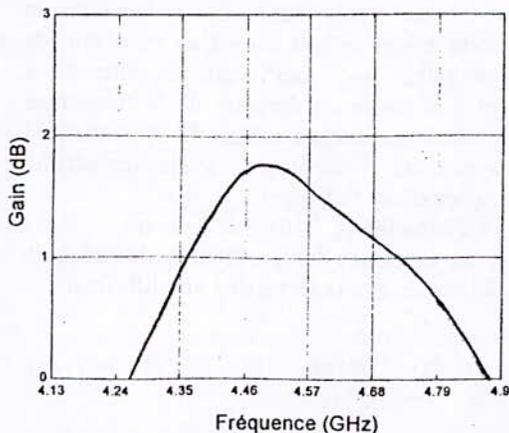


Fig. 7 : Evolution du gain de l'antenne en fonction de la fréquence

4. Conception et analyse d'un amplificateur micro-onde à bande étroite

Une bonne adaptation, une stabilité parfaite, un gain élevé et un facteur de bruit faible sont les performances recherchées lors de la conception des amplificateurs. Outre les paramètres caractéristiques de l'élément actif, dont dépendent ces performances, on doit aussi y ajouter les impédances d'entrée et de sortie.

4.1 Configuration de l'amplificateur micro-onde

Le schéma de principe d'un amplificateur à transistor micro-onde est représenté par la figure 8. Cet amplificateur est composé de deux circuits d'adaptation d'entrée (CAE) et de sortie (CAS) qui sont passifs non dissipatifs, de deux circuits de polarisation et d'un transistor qui peut être un bipolaire ou un FET.

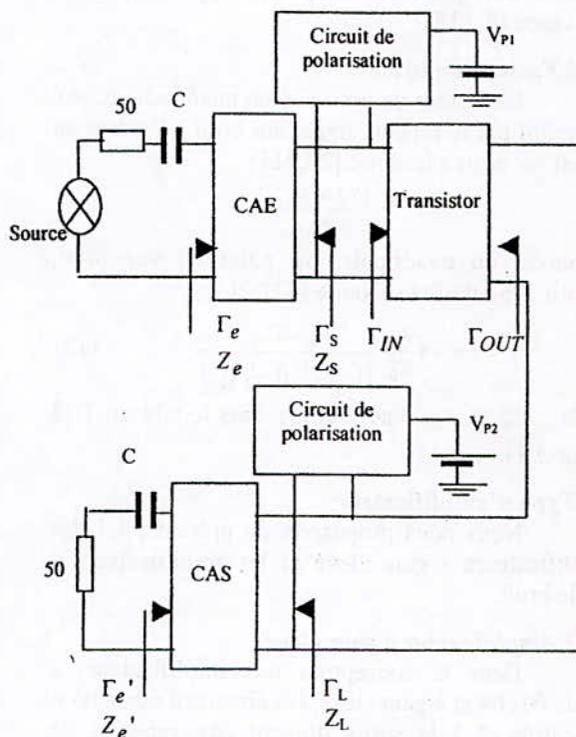


Fig. 8 : Configuration du circuit amplificateur à transistor.

4.2 Caractéristiques principales d'un amplificateur

4.2.1 Stabilité

Lors de la conception des amplificateurs, l'étude de la stabilité est très importante. Un quadripôle est dit stable inconditionnellement [17,18,19], s'il satisfait aux conditions nécessaires et suffisantes suivantes :

$$K > 1 \text{ et } |\Delta| < 1$$

Les expressions du déterminant 'Δ' de la matrice S du quadripôle et du facteur de stabilité 'K' (appelé aussi facteur de Rollet) sont respectivement données par les équations (§ A1) et (§ A4). La stabilité inconditionnelle signifie que les impédances

d'entrée et de sortie du transistor sont à partie réelle positive quelles que soient les valeurs de  $Z_L$  et  $Z_S$ . Dans le cas contraire, on dira que c'est une stabilité conditionnelle et la connaissance des valeurs de  $Z_L$  et  $Z_S$  produisant une instabilité s'impose.

#### 4.2.2 Gain

Une caractéristique importante d'un amplificateur est le gain de transfert de puissance ou gain transducique  $G_T$  défini comme suit [17,20] :

$$G_T(\Gamma_S, \Gamma_L, S) = \frac{\text{Puissance délivrée à la charge}}{\text{Puissance disponible au générateur}} = \frac{P_L}{P_{dis}}$$

Le gain s'écrit sous plusieurs formes, la préférence est portée sur le gain transducique (§ A10 à § A12), car il est fonction de deux paramètres  $\Gamma_L$  et  $\Gamma_S$  au lieu d'un seul paramètre  $\Gamma_L$  ou  $\Gamma_S$  comme c'est le cas des gains disponible (§ A15) et en puissance (§ A18).

#### 4.2.3 Facteur de bruit

Le facteur de bruit  $F$  d'un quadripôle donné est défini par le rapport signal sur bruit à l'entrée au signal sur bruit à la sortie [20,21] :

$$F = \frac{(S/N)_{IN}}{(S/N)_{OUT}}$$

L'analyse du quadripôle, du point de vue bruit, aboutit à la relation suivante [17,22] :

$$F = F_m + 4 \frac{R_n}{Z_0} \frac{|\Gamma_S - \Gamma_m|^2}{|1 + \Gamma_m|^2 (1 - |\Gamma_S|^2)} \quad (12)$$

$F_m, R_n, Z_0$  et  $\Gamma_m$  étant définis dans le tableau 1 (§ Annexe 1).

#### 4.3 Type d'amplificateur

Nous nous proposons de présenter ici, les amplificateurs à gain élevé et les amplificateurs à faible bruit.

##### 4.3.1 Amplificateur à gain élevé

Dans la conception des amplificateurs à bande étroite et à gain élevé, les circuits d'adaptation à l'entrée et à la sortie doivent être capables de transformer simultanément les coefficients de réflexion de valeurs nulles en valeurs  $\Gamma_{Sad}$  et  $\Gamma_{Lad}$  qui sont donnés respectivement par les équations suivantes :

$$\Gamma_{Sad} = C_1 \cdot (B_1 \pm (B_1^2 - 4|C_1|^2)^{\frac{1}{2}}) / (2|C_1|^2) \quad (13)$$

$$\Gamma_{Lad} = C_2 \cdot (B_2 \pm (B_2^2 - 4|C_2|^2)^{\frac{1}{2}}) / (2|C_2|^2) \quad (14)$$

où

$$B_1 = 1 + |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 - |\Delta|^2, \quad C_1 = S_{11} - \Delta S_{22}^*$$

$$B_2 = 1 - |S_{11}|^2 + |S_{22}|^2 - |\Delta|^2, \quad C_2 = S_{22} - \Delta S_{11}^*$$

Pour que ceci soit vrai, la condition  $K > 1$  doit être vérifiée.

Dans les conditions de la stabilité inconditionnelle, le gain maximum  $G_{MA}$  est donné par l'équation (§ A6). Pour  $K$  tendant vers l'unité,

ce gain tend vers  $\left| \frac{S_{21}}{S_{12}} \right|$ . Cette quantité, qui est appelée gain maximum à la stabilité (MSG), est donnée par l'expression (§ A5). Si le transistor est potentiellement instable ( $K < 1$  ou  $|\Delta| > 1$ ) [2,3], on introduit la notion de gain en puissance défini par le rapport de la puissance transmise à la charge à la puissance à l'entrée du transistor (§ A18).

#### 4.3.2 Amplificateur à faible bruit

Le facteur de bruit minimum  $F = F_m$  est obtenu lorsque le coefficient de réflexion de la source  $\Gamma_S$  est égal à  $\Gamma_m$ . Une conception d'amplificateur à faible bruit consiste donc à trouver le réseau permettant de transformer  $\Gamma_S$  en  $\Gamma_m$ .

#### 4.4 Etapes de conception

La méthodologie de conception et d'analyse d'un amplificateur micro-onde à bande étroite passe par plusieurs étapes primordiales [17,18,19]. Nous citons dans l'ordre ces différentes étapes, en tenant compte du cahier de charge :

- Choix du transistor selon le type de conception désirée;
- Etude de la stabilité;
- Détermination des valeurs ou des lieux des coefficients de réflexions de source et de charge;
- Conception des circuits de polarisation;
- Conception des circuits d'adaptation;
- Synthèse selon la technologie voulue;
- Analyse de l'amplificateur dans le domaine fréquentiel.

Le logiciel que nous avons élaboré (réalisé sous MATLAB®) [23], prend en considération toutes ces étapes. Après avoir établi toutes les techniques de conception et d'analyse, nous avons confronté nos résultats à ceux obtenus par un logiciel de simulation PUFF (logiciel de conception des circuits micro-ondes assisté par ordinateur).

#### 4.5 Exemple de conception

Nous nous proposons de concevoir un amplificateur micro-onde à base d'un transistor, de tracer son gain, son coefficient de réflexion à l'entrée et à la sortie en fonction de la fréquence. Pour ce faire, nous avons utilisé 02 méthodes, la première consiste à employer la matrice chaîne totale et la deuxième fait appel :

- A l'équation (§ A10) pour le gain ;
- Aux équations des coefficients de réflexion à l'entrée et à la sortie de l'amplificateur :

$$\Gamma_e = \frac{S_{11e} - \Delta_e \Gamma_{IN}}{1 - S_{22e} \Gamma_{IN}} \quad (15a)$$

$$\Gamma_e^* = \frac{S_{22s} - \Delta_s \Gamma_{OUT}}{1 - S_{11s} \Gamma_{OUT}} \quad (15b)$$

avec

$S_{11e}$ ,  $S_{22e}$  : Représentent les paramètres de la matrice de répartition du quadripôle d'entrée (CAE et circuit de polarisation) et  $\Delta_e$  son déterminant.

$S_{11s}$ ,  $S_{22s}$  : Représentent les paramètres de la matrice de répartition du quadripôle de sortie (CAS et circuit de polarisation) et  $\Delta_s$  son déterminant.

#### 4.5.1 Choix du transistor

Nous choisissons le transistor *CFY18* pour les raisons suivantes :

- Coût faible et disponible sur le marché;
- Disponibilité des paramètres S dans la bande de fréquence d'intérêt.

Les caractéristiques du transistor à la fréquence  $f_0 = 4.4$  GHz, sont [24] :

$S_{11} = 0.92 / -72^\circ$ ,  $S_{12} = 0.06 / 45^\circ$ ,  $S_{21} = 1.87 / 115^\circ$ ,  $S_{22} = 0.62 / -42^\circ$ .  $F_m = 1.25$  dB,  $R_n = 19.4 \Omega$  et  $\Gamma_{on} = 0.730 / 60^\circ$ .

#### 4.5.2 Stabilité du transistor

En utilisant les équations (§ A1) et (§ A4), nous obtenons :

- $|\Delta| = 0.5736$  ;
- $K = 0.4377$ .

Le transistor est alors *potentiellement instable*.

Nous devons alors tracer les cercles de stabilité de source et de charge, donnés respectivement par les équations (§ A7) et (§ A8). Le tracé de ces cercles sur l'abaque de Smith est représenté par la figure 9.

Comme le transistor est potentiellement instable, nous introduisons alors le gain en puissance  $G_p$  qui est égal par exemple à 10dB (car le  $G_{MA}$  est de 14.93 dB). Le cercle de ce gain, dont le rayon et le centre donnés respectivement par (§ A19) et (§ A20), est représenté par la figure 9.

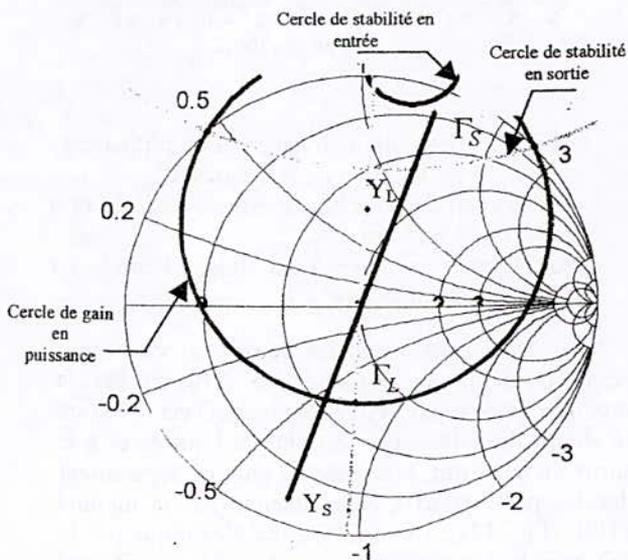


Fig. 9 : Tracé des cercles de stabilité, de gain en puissance et détermination de  $\Gamma_L$  et  $\Gamma_S$

Nous choisissons le coefficient de réflexion de charge dans la région où le transistor est stable et en même temps situé sur le cercle de gain en puissance constant :

$$\Gamma_L = 0.43 / -94.2^\circ$$

ce qui nous donne un coefficient de réflexion source :

$$\Gamma_S = \Gamma_{IN}^* = \left( \frac{S_{11} - \Delta \Gamma_L}{1 - S_{22} \Gamma_L} \right)^* \quad (16)$$

$$\Gamma_S = 0.895 / 70.01^\circ$$

Comme  $\Gamma_S$  appartient bien à la région de stabilité, on déduit alors :

$$G_{pmax} = 10 \text{ dB et } F = 1.63 \text{ dB.}$$

#### 4.5.3 Conception des circuits d'adaptation

Parmi les 14 quadripôles d'adaptation qu'on a présentés dans [23], seules quelques structures permettent l'adaptation à l'entrée et à la sortie. Si on s'intéresse aux circuits assurant une meilleure bande passante, on peut alors adopter le circuit de la figure 10a comme circuit d'adaptation d'entrée et le circuit de la figure 10b comme circuit d'adaptation de sortie, avec  $Z_g = Z_{ch} = 50 \Omega$ .

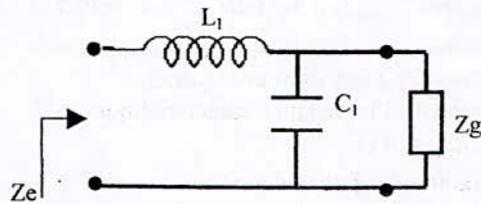


Fig. 10a: Circuit d'adaptation d'entrée

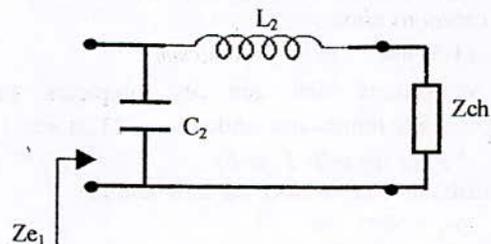


Fig. 10b: Circuit d'adaptation de sortie

Les valeurs des inductances ( $L_1$  et  $L_2$ ) et des capacités ( $C_1$  et  $C_2$ ), sont calculées à partir de celles de  $Z_e$  et  $Z_{e1}$  qui s'écrivent :

$$Z_e = Z_0 \frac{1 + \Gamma_S}{1 - \Gamma_S} \quad \text{et} \quad Z_{e1} = Z_0 \frac{1 + \Gamma_L}{1 - \Gamma_L}$$

où les valeurs de  $\Gamma_L$  et  $\Gamma_S$  sont déterminées précédemment, nous obtenons alors :

$$L_1 = 3,2 \text{ nH}, \quad L_2 = 1.1 \text{ nH}, \quad C_1 = 1.6 \text{ pF}, \quad C_2 = 0.86 \text{ pF}$$

Le schéma électrique de l'amplificateur conçu est illustré par la figure 11.

$Z_p$  représente l'impédance d'entrée du circuit de polarisation.

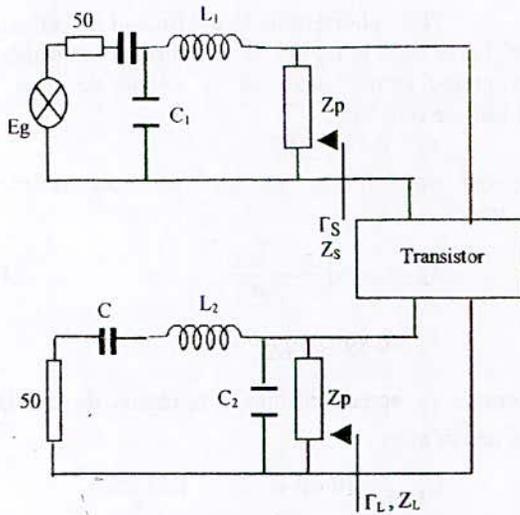


Fig. 11 : Amplificateur micro-onde à gain donné

4.5.4 Synthèse

Pour dimensionner notre dispositif (Fig. 11), nous allons synthétiser ses éléments par le programme développé par Behlouli [25], en utilisant un substrat caractérisé par :

$d = 1.27 \text{ mm}$  ,  $f_0 = 4.4 \text{ GHz}$  ,  $\epsilon_r = 10.2$  et  $t = 10^{-5} \text{ mm}$

\* Pour les condensateurs  $C_1$  et  $C_2$  :

En choisissant l'impédance caractéristique :

$Z_{o1} = 10 \Omega$

le programme [25] nous donne :

$W_1 = 10.77 \text{ mm}$  et  $\epsilon_{eff1} = 9.23$

où  $W_1$  représente la largeur du ruban .

Nous obtenons ainsi :

$\ell_1 = 1.57 \text{ mm}$  et  $\ell_2 = 0.85 \text{ mm}$

Nous constatons bien que ces longueurs sont inférieures à la longueur d'onde ( $\lambda_{01} = 22.24 \text{ mm}$  ).

\* Pour les selfs  $L_1$  et  $L_2$  :

En choisissant l'impédance caractéristique :

$Z_{o2} = 70 \Omega$

le programme [25] nous donne :

$W_2 = 0.5 \text{ mm}$  et  $\epsilon_{eff2} = 6.64$

Nous obtenons ainsi :

$\ell_3 = 5.32 \text{ mm}$  et  $\ell_4 = 1.82 \text{ mm}$

Nous constatons bien que ces longueurs sont inférieures à la longueur d'onde ( $\lambda_{02} = 26.45 \text{ mm}$  ).

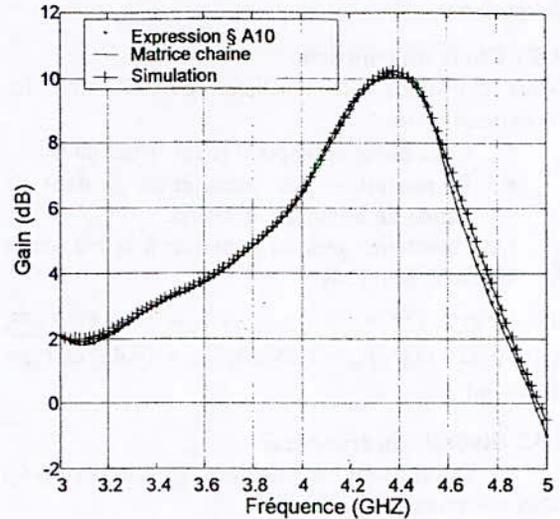
Pour éviter le chevauchement et le couplage entre les deux circuits de polarisation, il est préférable de les éloigner. Souvent, on les trouve placés à l'entrée du CAE et à la sortie du CAS. L'amplificateur micro-onde à gain donné conçu en technologie microruban est alors donné par la figure A1 (§ annexe 2).

Ce type de conception pose un problème pratique au niveau de la connexion grille-circuit d'entrée. En effet, la largeur du ruban de la grille est plus grande que celle de la ligne réalisant la self.

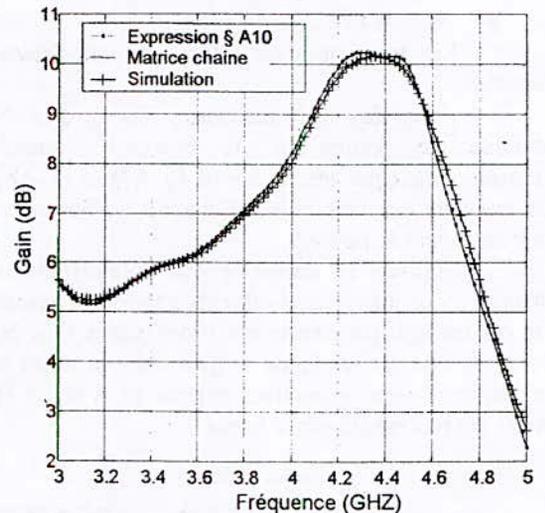
Pour remédier à ce problème, il faut ajouter dans une réalisation (s'il y a lieu) un tronçon de ligne d'impédance caractéristique égale à  $50 \Omega$  .

4.5.5 Analyse

La courbe du gain de l'amplificateur en fonction de la fréquence est représentée par la figure ci-dessous (Fig. 12).



(a)



(b)

Fig. 12 : Evolution du gain de l'amplificateur en fonction de la fréquence.

(a) Circuit de polarisation situé à l'entrée et à la sortie du transistor

(b) Circuit de polarisation situé à l'entrée du CAE et à la sortie du CAS

On constate que les deux courbes tracées respectivement par l'équation (§ A10) et par la matrice chaîne totale coïncident bien. Dans le cas où le circuit de polarisation est situé à l'entrée et à la sortie du transistor, la courbe du gain est légèrement décalée par rapport à celle obtenue par le logiciel PUFF (Fig. 12a). Cette différence s'explique par le fait que le logiciel PUFF analyse le circuit réel

réalisé en technologie microruban, ce qui n'est pas le cas en ce qui concerne les techniques d'analyse que nous avons utilisées. Nous constatons que cette différence réside dans le fait que les paramètres caractéristiques (impédance caractéristique, permittivité relative et l'épaisseur du substrat) de la ligne microruban sont déterminés avec une certaine erreur et sont en plus variables avec la fréquence.

Par contre, dans le cas où le circuit de polarisation serait situé à l'entrée du CAE et à la sortie du CAS, un décalage important entre la courbe obtenue par les deux méthodes avec celle obtenue par PUFF (Fig. 12b) est constaté. De ce fait, on voit que la position du circuit de polarisation est très importante, on adopte alors le premier cas.

A la fréquence de travail ( $f_0 = 4.4$  GHz), le gain atteint son maximum (environ 10 dB), la bande passante à  $-3$  dB relative par rapport à la fréquence de travail est de l'ordre 13 % par la méthode graphique et 12.88 % par la méthode numérique.

Les courbes du module de coefficient de réflexion à l'entrée et à la sortie de l'amplificateur sont respectivement représentées par les figures 13a et 13b. On constate bien que les courbes obtenues

par les deux méthodes coïncident, alors que par simulation, il y a une légère variation.

On constate, qu'à la fréquence de travail, le module du coefficient de réflexion à l'entrée est extrêmement faible (environ  $-31$  dB), ce qui confirme l'adaptation à l'entrée.

## 5. Application : Conception d'antenne active

### 5.1 Configuration de l'antenne active

Nous avons opté, dans notre conception, pour une APM excitée par un amplificateur micro-onde. L'ensemble constitue une antenne active (Fig. 14).

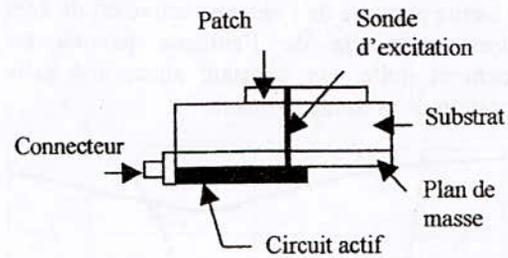


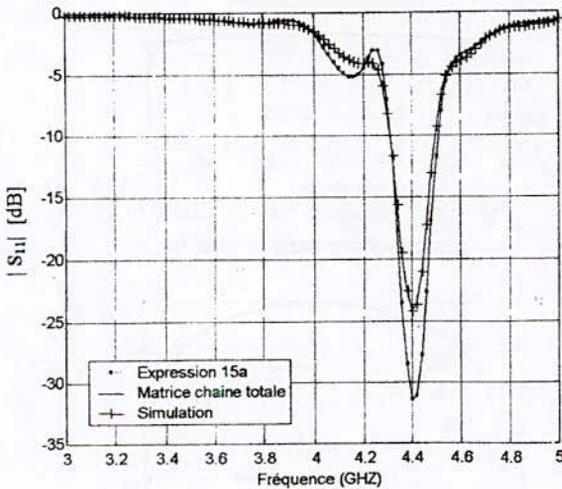
Fig. 14 : Configuration de l'antenne active

Le système complet est composé d'un seul étage amplificateur et d'une d'antenne. La source alimente l'amplificateur par un signal de puissance d'entrée  $P_e$ , alors que l'amplificateur alimente le patch par un signal de puissance de sortie  $P_s$  à travers le CAS (Fig. A2 (§ annexe 2)).

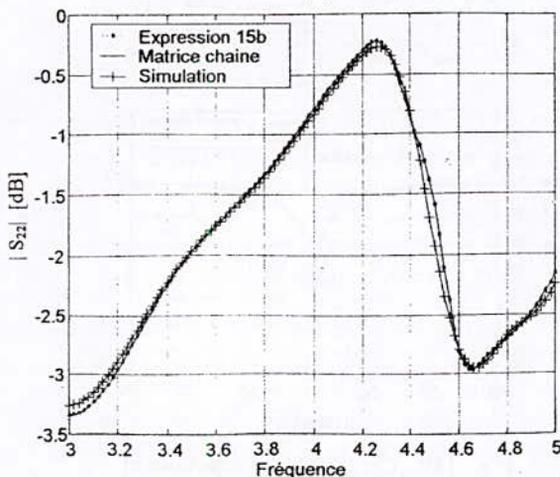
### 5.2 Caractéristiques radioélectriques de l'antenne

Dans cette partie, nous allons exposer les résultats obtenus après avoir associé un amplificateur micro-onde à l'antenne passive. Comme la fréquence de résonance de l'antenne est de 4.46 GHz et que l'on travail à bande étroite, nous supposons que les paramètres S du transistor à  $f = 4.4$  GHz sont les mêmes que pour la fréquence de résonance de l'antenne.

Parmi les 14 quadripôles d'adaptation qu'on a présentés dans [23], seules 2 structures permettent l'adaptation à l'entrée et à la sortie de l'amplificateur (car les autres structures ne sont pas réalisables). Parmi ces circuits, nous avons opté, pour les circuits d'adaptation d'entrée et de sortie donnés respectivement par (Fig. 15a) et (Fig. 15b).

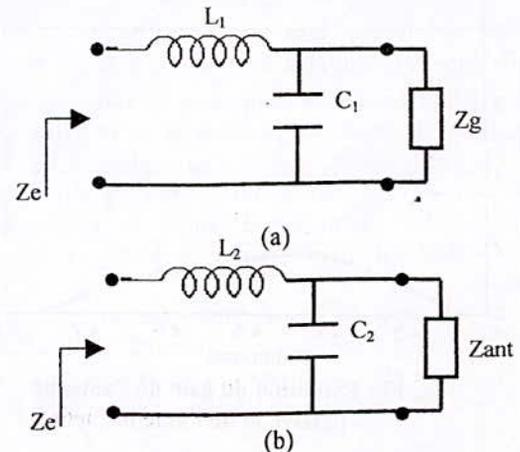


(a)



(b)

Fig. 13 : Variation du module du coefficient de réflexion  
(a) A l'entrée de l'amplificateur.  
(b) A la sortie de l'amplificateur.



11 Fig. 15 : Circuits d'adaptation d'entrée et de sortie

Les valeurs des inductances ( $L_1$  et  $L_2$ ) et celles des capacités ( $C_1$  et  $C_2$ ), sont données comme suit :

$$L_1 = 3,2 \text{ nH}, L_2 = 1.9 \text{ nH}, C_1 = 1.6 \text{ pF}, C_2 = 0.36 \text{ pF}$$

### 5.2.1 Coefficient de réflexion à l'entrée de l'antenne

La figure 16 montre les variations du module du coefficient de réflexion d'entrée de l'antenne passive et de l'antenne active. On constate qu'il y a adaptation pour l'entrée de l'antenne active, vu la faible valeur de  $s_{11}$  autour de la fréquence de résonance. Pour un  $s_{11}$  légèrement meilleur que  $-10$  dB, la bande passante de l'antenne active est de 8.96 %, alors que celle de l'antenne passive est pratiquement nulle. On constate ainsi, une nette amélioration de la bande passante.

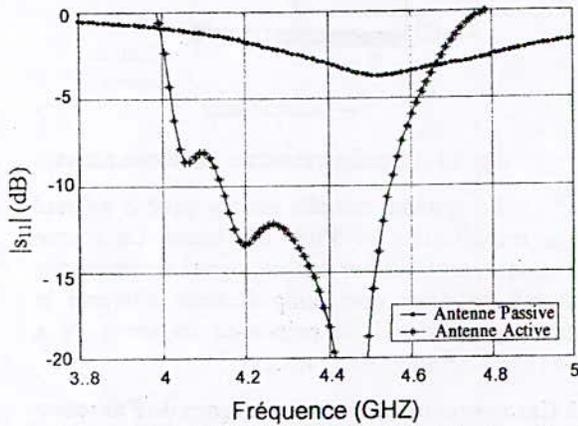


Fig. 16 : Module du coefficient de réflexion d'entrée (Return losses) de l'antenne passive et de l'antenne active.

### 5.2.2 Gain

La figure 17 montre l'évolution du gain en fonction de la fréquence de l'antenne passive et de l'antenne active. L'antenne passive présente, à la fréquence de résonance, un gain maximum égale à 1.7 dB. Quand l'amplificateur est intégré à l'antenne, le gain atteint environ 10 dB. On constate ainsi, une nette amélioration (8.3 dB environ).

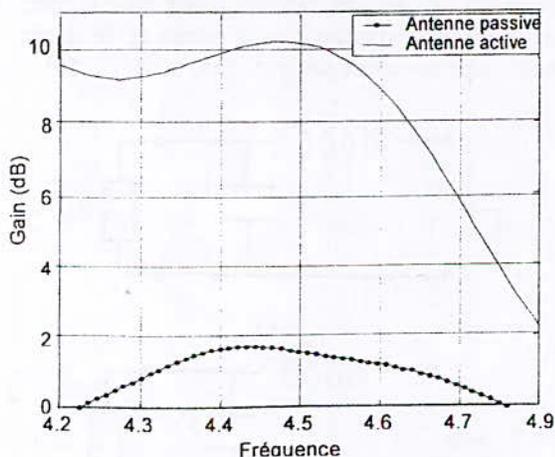


Fig. 17 : Evolution du gain de l'antenne passive et de l'antenne active

### 5.2.3 Diagramme de rayonnement

Différentes formes du diagramme de rayonnement dans les plans E et H sont représentées pour les deux types d'antenne étudiées (Fig. 18a et 18b). On constate qu'une nette amélioration de la composante copolaire dans le plan E (14 dB environ) au détriment d'une augmentation insignifiante de la composante contrapolaire (Fig. 18a). Il en est de même dans le plan H (Fig. 18b).

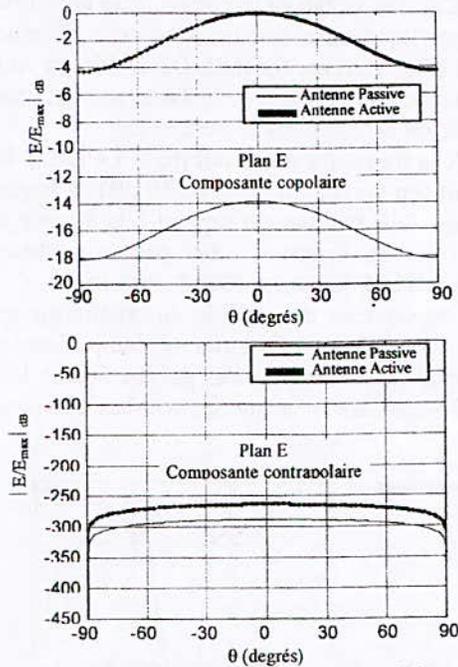


Fig. 18a : Composantes copolaire et contrapolaire dans le plan E

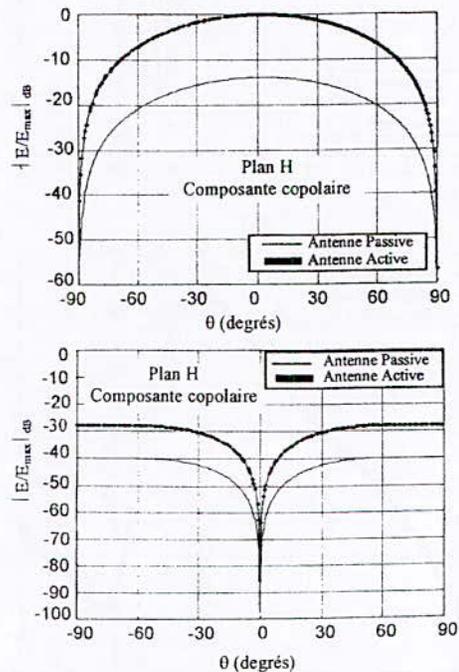


Fig. 18b : Composantes copolaire et contrapolaire dans le plan H

## 6. conclusion

Les démarches suivies lors de l'élaboration de ce travail ont été dictées par une logique qui vise d'une part, la détermination des caractéristiques radioélectriques de l'APM, et d'autre part la conception de l'amplificateur micro-onde à bande étroite. Ceci étant, nous pensons avoir abordé les points essentiels concernant la conception d'une antenne active, ayant pour objet de satisfaire les besoins des utilisateurs. La bande passante, le gain et la puissance de rayonnement de l'APM ont pu être améliorés en lui intégrant un amplificateur qui lui confère une plus grande bande passante.

## Bibliographie :

- [1] *H.J. da Silva, M.J. do Rosario and C. Peixeiro*, "X Band Active Microstrip Patch Antennas". 2<sup>nd</sup> Cost 260 Workshop on Smart Antenna Computer Aided Design and Technology, 25 January 2000.
- [2] *V. G. Posadas, J.M.R. Marti C. R. Frias and C. M. Pascual*, "High-efficiency active patch antennas. A new concept and development". 2<sup>nd</sup> Cost 260 Workshop on Smart Antenna Computer Aided Design and Technology, 25 January 2000.
- [3] *B. N. Biswas, A. Bhattacharya, P.Lahiri, and D. Mondal*, "A Novel scheme for reception using an Active Microstrip Antenna". IEEE Transaction on Microwave Theory and Techniques, V. 48, Issue : 10, Oct. 2000, pp : 1765 – 1768.
- [4] *T. Itoh*, "Active Integrated Antenna". Asia Pacific Conference 3A01-4 1997 pp. 309-312.
- [5] *C. Wang, Christina F. jou and S. T. Peng*, "An Active Microstrip Antenna for Satellite communication". Vehicular Technology Conference Proceedings, 2000, VTC 2000-Spring Tokyo. 2000 IEEE 51 st, V. 2, pp : 1386 – 1389.
- [6] *H.J. da Silva, M.J. do Rosario and C. Peixeiro*, "From Passive Microstrip Single Patch Antennas to Active Microstrip Patch Arrays". 2<sup>nd</sup> Cost 260 Workshop on Smart Antenna Computer Aided Design and Technology, 25 January 2001.
- [7] *B. W. Park, J. S. Han and K. S. Jin*, "Design Of An Active Antenna Using The Series Feedback Oscillator". Dept. Of Electrical and Electronics Engineering, Chungbuk National University, KOREA.
- [8] *Michael Shover*, "Design, Fabrication and Testing of an Active microstrip Antenna for GPS". Résumé de thèse de doctorat 1999, Dept. Of Electrical and Computer Engineering and Technology, BRADLEY University.
- [9] *S. Y. Lin and H. R. Chaung*, "2.4 GHz LNA/PA/Circularly Polarised Active Microstrip Antennas". Microwave Journal, January 1999.
- [10] *Tai .C.I.*, "Dyadic Green's functions in electromagnetic theory". Intext. Pub Scranton P.A USA 1971.
- [11] *A. Mokraoui*, "Analyse d'une structure rayonnante microruban de forme rectangulaire à l'aide de la méthode de l'équation intégrale dans le domaine spectral". Thèse d'Ingénieur, Ecole Nationale Polytechnique (ENP), Alger 1997.
- [12] *A. Azrar*, "Full-wave analysis of microstrip antennas employing coplanar parasitic elements based on moment method solution in spectral domain". Thèse de magister, Ecole Nationale Polytechnique (ENP), Alger 1998.
- [13] *A. C. Ludwig*, "The definitions of cross-polarization". IEEE Trans. on Antennas and Propag., Vol. 21, pp 116-119, Jan. 1973.
- [14] *W. L. Stutzman and G. A. Thiele*, "Antenna Theory and Design". John Willey & Sons, 1981.
- [15] *F. Abboud*, "Modélisation des antennes imprimées rectangulaires ou circulaires à l'aide de quelques propriétés électromagnétiques simples". Thèse de Doctorat, Faculté des Sciences et des Techniques de l'Université de Nice, 1998.
- [16] *P. C. Sharma and K. C. Gupta*, "Analysis and optimised design of single feed circularly polarised microstrip antennas". IEEE Trans. on Antennas and Propag., Vol. 31, N°. 06, pp. 949-955, 1983.
- [17] *G . D . Vendelin, A .M Pavo and U . L Rohde*, "Microwave circuit design using linear and non linear techniques". New York : wiley 1990.
- [18] *R. Soares, J. Graffeuil and J. Obregon*, "Application des transistors à effets de champ en Arséniure de Galium". Eyrolles 1984.
- [19] *J. L. Ramos Quirate*, "A method for designing microwave broadband amplifiers by using chebechev filter theory to design the matching networks". Microwave and Optical Technology Letters, vol. 4, N°. 3, Feb. 1991.
- [20] *I. Lee*, "Modeling and Analysis of Multilayer Rectangular Microstrip Path Antennas for mm-wave Application". Thèse de doctorat, AVR. 1997, université catholique de Louvain .
- [21] *Manuel Sierra*, "Matching, Gain and Noise limits on linear amplifier four-poles". Microwave and Optical Technology Letters, Vol. 2, No. 1, Jan. 1989.
- [22] *Tri.T.Ha*, "Solid-state microwave amplifier design". John wiley. INC 1981.
- [23] *M. Challal*, "Etude et Conception d'une Antenne Active". Mémoire de magister, Ecole Nationale Polytechnique (ENP), Alger, décembre 2001.
- [24] *MEKTRON*, Microwave Products Division, A European Subsidiary of the ROGERS corporation, USA.
- [25] *N. Behloui*, "Analyse et conception des coupleurs et diviseurs de puissance micro-ondes". Thèse de magister, Ecole Nationale Polytechnique (ENP), Alger, février 2001.

Annexe 1

Nous avons répertorié les équations pratiques de conception des les tableaux (1 et 2). Le tableau (1) illustre les expressions des paramètres de conception d'un quadripôle et le tableau (2) quelques expressions de certaines de ses performances à savoir le gain de puissance.

Nom	Symbole	Expression	N°
Paramètres S du circuit biportes.	$S_{11}, S_{12}$ $S_{21}, S_{22}$	$S_{11}$ : Paramètre de réflexion à l'entrée. $S_{12}$ : Paramètre de transmission réfléchi. $S_{21}$ : Paramètre de transmission incident. $S_{22}$ : Paramètre de réflexion à la sortie.	-
Déterminant de la matrice S.	$\Delta$	$\Delta = S_{11} S_{22} - S_{12} S_{21}$	A1
Coefficient de réflexion de source	$\Gamma_{IN}$	$\Gamma_{IN} = \frac{S_{11} - \Delta \Gamma_L}{1 - S_{22} \Gamma_L}$	A2
Coefficient de réflexion de charge	$\Gamma_{OUT}$	$\Gamma_{OUT} = \frac{S_{22} - \Delta \Gamma_S}{1 - S_{11} \Gamma_S}$	A3
Facteur de stabilité	$K$	$K = \frac{1 +  \Delta ^2 -  S_{11} ^2 -  S_{22} ^2}{2  S_{12}   S_{21} }$	A4
Gain de stabilité maximum (MSG)	$G_{MS}$	$G_{MS} = \left  \frac{S_{21}}{S_{12}} \right $	A5
Gain maximum	$G_{MA}$	$G_{MA} = G_{MS} \left( K - \sqrt{K^2 - 1} \right)$ , $K > 1$ et $ \Delta  < 1$	A6
Cercle de stabilité source dans le plan $\Gamma_S$	$R_S$ : Rayon $C_S$ : Centre	$R_S = \left  \frac{S_{12} S_{21}}{ S_{11} ^2 -  \Delta ^2} \right $ , $C_S = \frac{S_{11}^* - S_{22} \Delta^*}{ S_{11} ^2 -  \Delta ^2}$	A7
Cercle de stabilité charge dans le plan $\Gamma_L$	$R_L$ : Rayon $C_L$ : Centre	$R_L = \left  \frac{S_{12} S_{21}}{ S_{22} ^2 -  \Delta ^2} \right $ , $C_L = \frac{S_{22}^* - S_{11} \Delta^*}{ S_{22} ^2 -  \Delta ^2}$	A8
Cercle à facteur de bruit (F) constant dans le plan $\Gamma_S$ $F_m$ : Facteur de bruit minimum $Z_0$ : Impédance caractéristique de la ligne	$R_F$ : Rayon $C_F$ : Centre	$C_F : \frac{\Gamma_{on}}{1+N}$ , $R_F = \frac{\sqrt{N^2 + N(1- \Gamma_{on} ^2)}}{1+N}$ $N = \frac{ \Gamma_S - \Gamma_{on} ^2}{1- \Gamma_S ^2} = \frac{Z_0}{4R_n} (F - F_m)  1 + \Gamma_{on} ^2$ $R_n$ : Résistance du bruit équivalent. $\Gamma_{on} (\Gamma_m)$ : $\Gamma_S$ optimum pour un facteur de bruit minimum	A9

Tableau 1 : Expressions de base des paramètres de conception.

Nom	Symbole	Expression	N°
Gain transducique	$G_T$ : Gain	$G_T = \frac{ S_{21} ^2(1- \Gamma_S ^2)(1- \Gamma_L ^2)}{ (1-\Gamma_S S_{11})(1-\Gamma_L S_{22})-(S_{12}S_{21}\Gamma_L\Gamma_S) ^2}$	A10
		$= \frac{ S_{21} ^2(1- \Gamma_S ^2)(1- \Gamma_L ^2)}{ 1-\Gamma_S S_{11} ^2  1-\Gamma_{OUT}\Gamma_L ^2}$	A11
	$R_T$ : Rayon	$= \frac{ S_{21} ^2(1- \Gamma_S ^2)(1- \Gamma_L ^2)}{ 1-\Gamma_L S_{22} ^2  1-\Gamma_{in}\Gamma_S ^2}$	A12
	Cercle de $G_T$ dans le plan $\Gamma_S$	$R_T = \frac{\sqrt{(1- \Gamma_L ^2)(1- \Gamma_L ^2 - g_T( 1-\Gamma_L S_{22} ^2 -  S_{11} - D\Gamma_L ^2))}}{ 1- \Gamma_L ^2 + g_T S_{11} - D\Gamma_L ^2 }$	A13
	$C_T$ : Centre	$C_T = \frac{g_T(1-\Gamma_L S_{22})(S_{11} - D\Gamma_L)^*}{1- \Gamma_L ^2 + g_T S_{11} - D\Gamma_L ^2}, g_T = \frac{G_T}{ S_{21} ^2}$	A14
Gain disponible	$G_A$ : Gain	$G_A = \frac{ S_{21} ^2(1- \Gamma_S ^2)}{ 1-\Gamma_S S_{11} ^2(1- \Gamma_{OUT} ^2)}, \text{ si } \Gamma_L = \Gamma_{OUT}^* : \text{Adaptation à la sortie.}$	A15
	$R_A$ : Rayon	$R_A = \frac{\sqrt{1+g_A^2 S_{12}S_{21} ^2 - 2g_A S_{12}S_{21} K}}{ 1+g_A( S_{11} ^2 -  \Delta ^2) }$	A16
	Cercle de $G_A$ dans le plan $\Gamma_S$	$C_A = \frac{g_A(S_{11}^* - \Delta^* S_{22})}{1+g_A( S_{11} ^2 -  \Delta ^2)}, g_A = \frac{G_A}{ S_{21} ^2}$	A17
Gain en puissance	$G_P$ : Gain	$G_P = \frac{ S_{21} ^2(1- \Gamma_L ^2)}{ 1-\Gamma_L S_{22} ^2(1- \Gamma_{IN} ^2)}, \text{ si } \Gamma_S = \Gamma_{IN}^* : \text{Adaptation à l'entrée.}$	A18
	$R_P$ : Rayon	$R_P = \frac{\sqrt{1+g_0^2 S_{12}S_{21} ^2 - 2g_0 S_{12}S_{21} K}}{ 1+g_0( S_{22} ^2 -  \Delta ^2) }$	A19
	Cercle de $G_P$ dans le plan	$C_P = \frac{g_0(S_{22}^* - \Delta^* S_{11})}{1+g_0( S_{22} ^2 -  \Delta ^2)}, g_0 = \frac{G_O}{ S_{21} ^2}$	A20

Tableau 2 : Expressions des gains.

Annexe 2

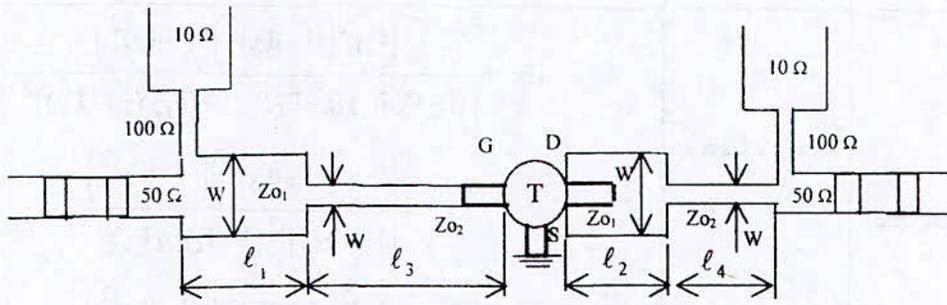


Fig. A1 : Amplificateur micro-onde à gain donné en technologie microruban

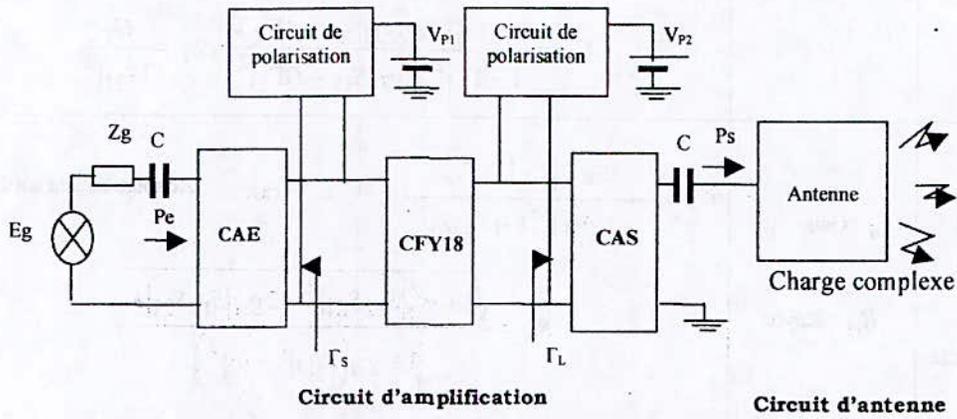


Fig. A2 : Représentation par bloc de l'antenne active.

# Rayonnement des antennes LTSA

A. MOKRAOU<sup>\*</sup>, R.AKSAS<sup>\*\*</sup>

Ecole nationale polytechnique. Laboratoire de télécommunication

## ملخص

يهدف العمل الذي سنقدمه أسفله إلى دراسة نوع خاص من الهوائيات تنتمي إلى عائلة الهوائية ذات الانفتاح التدريجي و المسماة الهوائية ذات الانفتاح التدريجي الخطي. من بين كل المناهج المستعملة في هذا الإطار، اعتمدنا على طريقة الدراسة المعمقة. تكمن هذه الطريقة في حل جملة من المعادلات التكاملية بطريقة العزوم. من الناحية الرياضية، دقة المنهج مرتبطة بعدد دوال التجريب المستعملة لحل المعادلة التكاملية. من الناحية الفيزيائية، دقة المنهج مرتبطة بدقة تمثيل كل الأجزاء المكونة للهوائية. بعد تركيب برنامج، قمنا بدراسة تأثير الخواص الفيزيائية للهوائية على الحقل الناتج عنها. النتائج التي حصلنا عليها تتوافق مع التجارب التي أدت في هذا الميدان.

## Abstract

The purpose of the present work is to study the field radiated by a subclass of Tapered slot antennas, the LTSA (Linearly tapered slot antenna) Among several methods made for this purpose, we chose a rigorous method. This method consists on solving a set of integral equations using the method of moments. Mathematically, the accuracy of this method is related to the number of basis/test functions involved in the analysis. Physically, it depends on the exactness in modelling all the parts that constitute the antenna. We designed a software to allow the study of the influence of antenna parameters on the radiated field. The results that we found are in good agreement with experimental investigations that have been made.

## Résumé

Le présent travail a pour but l'étude du champ au niveau d'une sous-classe d'antennes TSA (Tapered Slot Antenna) nommée LTSA (Linearly Tapered Slot Antenna). Parmi une multitude de modèles permettant un telle étude, notre choix s'est porté sur un modèle rigoureux. Ce modèle consiste en la résolution par la méthode des moments d'un système d'équations intégrales. Le degré de précision de ce modèle est conditionné par un aspect mathématique et physique. L'aspect mathématique réside dans le nombre de fonctions de base/test impliquées dans le traitement. Par contre, l'aspect physique est caractérisé par l'exactitude avec laquelle on a tenu compte de toutes les parties constituant l'antenne. L'élaboration d'un programme nous a permis d'étudier l'influence des paramètres physiques de l'antenne sur le champ rayonné par celle-ci. Les résultats obtenus sont en bon accord avec les investigations expérimentales précédemment menées.

\* Article extrait de sa thèse de Magister

\*\* Professeur à l'ENP, ALGER

## 1 Introduction

L'accroissement du volume d'information à travers les systèmes de communication a créé une lutte effrénée pour augmenter la bande passante des ces dispositifs.

La surveillance par RADAR est un sujet qui n'est pas de moindre importance. Développer des RADARS de plus en plus sophistiqués est équivalent à sélectionner avec précaution les parties qui le constituent.

Un élément commun lie les deux cas de figure cités précédemment : Les deux systèmes précédents utilisent des dispositifs d'émission et de réception. On ne peut envisager de tels dispositifs sans considérer un de leur élément clé, à savoir, « l'antenne ».

Dans le cas de la réception, l'antenne est le premier maillon de la chaîne. La réalisation d'un système de réception à faible bruit dont le premier élément est une source importante de bruit est également voué à l'échec.

Dans le cas de l'émission, l'antenne est le dernier élément de la chaîne. Pour un système d'émission, l'enjeu est de transmettre un maximum de puissance dans une direction déterminée (ou d'une manière isotropique dans certaines applications). La réalisation d'un dispositif d'émission avec une antenne qui a un rendement exécrationnel, est voué à l'échec.

Pour répondre aux exigences sus-citées, de nombreux travaux ont été effectués pour développer des Circuits Intégrés en onde MilliMétriques (MMIC) : en effet, pour la surveillance aérienne, cette bande de fréquence s'est avérée plus efficace que la bande infrarouge (intempérie, ou plus précisément, les conditions atmosphériques.). En ce qui concerne le volume d'information, des systèmes à large bande passante ont pu être conçus utilisant des antennes adaptées à ces fréquences. On utilisa au départ « l'antenne diélectrique baguette » (Dielectric rod antenna), l'antenne à cornet conique ou encore l'antenne micro-ruban à onde millimétrique. Ces antennes étaient difficiles à concevoir, elles étaient coûteuses et certaines d'entre elles étaient limitées en fréquence (100 GHz) Le développement des circuits planaires a d'autre part suggéré la recherche d'une antenne compatible avec cette structure et qui pourrait être usinée en une seule étape, ce qui accroîtrait la bande passante du dispositif. C'est ainsi que Gibson[1] proposa une antenne plane qu'il nomma « Antenne Vivaldi ». Cette antenne fait partie d'une classe plus générale d'antennes nommée « Tapped Slot Antenna » (TSA).

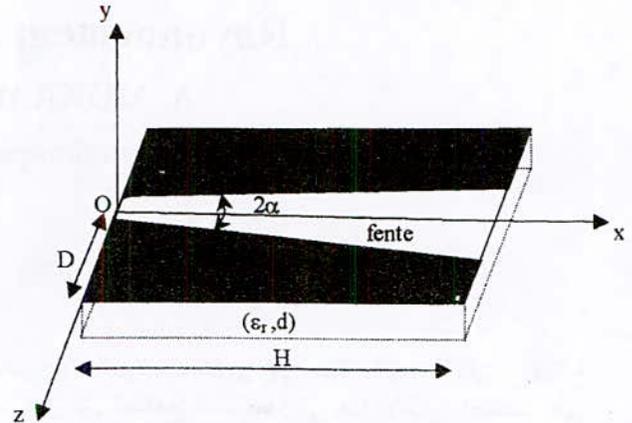


Figure 1 : Description d'une TSA

Notre travail consiste à décrire les TSA, puis étudier le champ rayonné par une sous-classe des TSA, à savoir les LTSA « Lineary Tapered Slot Antenna ».

## 2 Description des TSA

Les TSA sont des lignes coplanaires dont la largeur de la fente varie en fonction de la longueur (la coordonnée  $x$  sur la figure 1).[2] La ligne est supportée par un substrat diélectrique. La TSA fait partie de la famille des antennes à ondes progressives. C'est aussi une antenne continûment échelonnée, ce qui lui confère une bande passante théoriquement infinie[1]. Quand les dimensions du substrat sont importantes et que sa constante diélectrique est élevée, l'antenne peut être considérée comme étant à onde de surface.

### 2.1 Avantages

Parmi les avantages qu'apportent ces antennes, nous citons [2][3][4] :

- Antenne compacte, légère (contrairement aux technologies nécessitant des guides d'ondes)
- Facile à reproduire vu les tolérances acceptables.
- Réseaux compacts (par rapport aux réseaux à antennes micro-ruban)
- Assez d'espace pour intégrer des circuits millimétriques sur le même substrat
- Faisceau mince et gain élevé
- Nombreuses techniques d'alimentation
- Large bande passante. (Limitée principalement par la technique d'alimentation[1])
- Pureté de polarisation significative dans les plans principaux.

## 2.2 Inconvénients

- Niveau de la composante contra polaire élevé dans le plan D [5].
- Substrat mince pour des fréquences très élevées [4]

## 2.3 Domaine d'utilisation

Elles sont très versatiles [3][4][5][6] :

- Alimentation des réflecteurs
- Système d'imagerie à haute résolution
- Utilisation dans le plan focal des télescopes (radio astronomie)
- Phased arrays, Beam shaping, Beam switching
- Réseaux LAN.
- Télémétrie (Remote sensing)

## 2.4 Les variantes

La catégorie des TSA englobe la liste non exhaustive des antennes suivantes :

- LTSA (Lineary tapered slot antenna): Les dimensions de la fente augmentent linéairement.
- CWSA (Constant Width Slot Antenna): Fente de dimension constante.
- Vivaldi [1]: Les dimensions de la fente augmentent de manière exponentielle.
- Antenne Fermi [7] : Les dimensions de la fente suivent la loi de Fermi.

Ces variantes peuvent exister en bilatérale [8] ou en antipodale [6].

## 3 Caractéristiques générales

Les antennes qui ont été réalisées ont les caractéristiques physiques suivantes[1-6][9]

- Longueur : de  $3\lambda_0$  à  $5\lambda_0$
- Largeur : de  $\lambda_0$  à  $5\lambda_0$
- Largeur de la fente en fin de course  $> 0.5\lambda_0$
- Angle d'ouverture (LTSA) de  $10^\circ$  à  $18^\circ$
- Epaisseur du substrat : telle que :  $\epsilon_r \frac{d}{\lambda_0} < 0.1$
- Constante diélectrique  $\epsilon_r$  : de 1 (air) à 10 (Duroid 6010.)

## 3.1 Alimentation :

- par transition micro ruban – ligne coplanaire,
- par guide d'onde (technique fin line)
- par coaxial
- alimentation orthogonale (pour les réseaux)

A la gamme des paramètres ci-dessus indiqués, il correspond les caractéristiques radioélectriques suivantes [1-6]:

- L'antenne a un rayonnement transverse (end fire antenna).
- Le diagramme de rayonnement est symétrique dans les plans E et H en dépit de la structure planaire de l'antenne.
- Angle d'ouverture à 3dB entre  $20^\circ$  et  $40^\circ$  pour une bande de fréquence de 2 octaves
- Directivité : de 11dB à 17 dB.
- Pureté de polarisation dans les plans E et H.
- Niveau contra-polaire élevé dans le plan D.
- Impédance d'entrée : de 80 à  $120\Omega$ .

## 4 Méthodes d'analyse

Les premières tentatives d'analyse des TSA furent envisagées par *Ynvegsson* [9] qui essaya de faire l'approximation de la structure par une antenne filaire en V. Sa tentative échoua car le rayonnement par une antenne en V présente un minimum pour un angle inférieur à  $15^\circ$ , détail inexistant sur les TSA.

*Janaswamy*[10] a introduit en 1986 un modèle permettant l'analyse des TEM-LTSA (sans diélectrique). Sa méthode suppose que les plaques conductrices s'étendent à l'infini dans le sens de la largeur (hypothèse correcte pour  $H > 3\lambda_0$ ). La distribution du champ est déterminée au niveau de la fente grâce aux travaux de Carrel. L'utilisation des fonctions de *Green* permet alors de déterminer le champ lointain. *Janaswamy* améliora son modèle en 1987 [11] pour tenir compte du diélectrique et pour prendre en charge une géométrie quelconque de la fente. Dans cet article, *Janaswamy* montre les insuffisances de son modèle quant à l'analyse des TSA dont la largeur est faible. C'est ainsi que *Johansen* [12] (et un peu plus tard *Janasawamy*[13]) a utilisé la méthode des moments (avec certaines approximations) pour analyser les TEM-LTSA. Les résultats des travaux ont permis d'obtenir la distribution exacte des courants sur les plaques conductrices. En 1994 *Koksal* et

**Kauffman[14]** ont développé un algorithme pour analyser de manière rigoureuse les LTSA, en tenant compte du substrat.

Nous avons choisi cette méthode pour analyser les LTSA.

#### 4.1 Formulation du problème

Soit la structure de la figure 1. Au niveau du diélectrique, la quatrième relation de Maxwell s'écrit :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = j \omega \epsilon \vec{E} \quad (1)$$

avec  $\epsilon$  : constante diélectrique du substrat

La relation peut être écrite comme suit :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \vec{J}_p + j \omega \epsilon_0 \vec{E} \quad (2)$$

avec

$$\vec{J}_p = j \omega \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) \vec{E} \quad (3)$$

Cela signifie que le problème a été transformé comme suit : Les plaques conductrices qui étaient déposées sur un substrat diélectrique de volume V sont maintenant à l'air libre au voisinage d'une densité volumique de courant  $\vec{J}_p$  située dans ce même volume. Le problème consiste alors à déterminer le courant  $\vec{J}_s$  au niveau du conducteur ainsi que la densité volumique de courant  $\vec{J}_p$ .

Soit  $\vec{E}^{inc}$ , le champ créé par l'excitation et soit  $\vec{E}^{scat}$ , le champ rayonné par la structure. Le champ rayonné par le courant de polarisation étant  $\vec{E}_p$ , nous avons au niveau du conducteur parfait :

$$\vec{E}_s^{total} = \vec{E}_s^{inc} + \vec{E}_s^{scat} + \vec{E}_p = \vec{0} \quad (4)$$

**Richmond[15]** nous indique que la réaction entre le champ et un courant test  $\vec{W}_m$  se trouvant sur le conducteur est nulle. Ainsi :

$$\int_S \vec{E}_m \vec{J}_s dS + \int_V \vec{E}_m \vec{J}_p dv = - \int_{S_i} \vec{E}_m \vec{J}_i dS \quad (5)$$

avec  $\vec{E}_m$ , champ créé par le courant  $\vec{W}_m$ .

$\vec{J}_s$ , courant sur le conducteur de surface S

$\vec{J}_i$  courant d'excitation situé sur la surface  $S_i$

D'autre part, d'après (3) le champ total dans le volume V vaut :

$$\vec{E}_s^{total} = \vec{E}_s^{inc} + \vec{E}_s^{scat} + \vec{E}_p = \frac{\vec{J}_p}{j \omega \epsilon_0 (\epsilon_r - 1)} \quad (6)$$

Soit  $\vec{W}_{mp}$  un courant volumique de test situé dans V. Le produit intérieur de (6) avec  $\vec{W}_{mp}$  donne :

$$\int_V \vec{E}_s^{scat} \vec{W}_{mp} dV + \int_V \left( \vec{E}_p - \frac{\vec{J}_p}{j \omega \epsilon_0 (\epsilon_r - 1)} \right) \vec{W}_{mp} dV = - \int_V \vec{E}^{inc} \vec{W}_{mp} dV \quad (7)$$

Les relations (5) et (7) représentent les équations intégrales à résoudre afin de déterminer le courant  $\vec{J}_s$  et  $\vec{J}_p$ . Pour ce faire, nous utilisons la méthode des moments.

Les courants  $\vec{J}_s$  et  $\vec{J}_p$  sont décomposés comme suit :

$$\vec{J}_s = \sum_{n=1}^{N_s} I_n^s \vec{J}_n^s \quad \text{et} \quad \vec{J}_p = \sum_{n=1}^{N_p} I_n^p \vec{J}_n^p \quad (8)$$

En introduisant les équations (8) dans les équations intégrales (5) et (7) et en choisissant  $N_s$  courants de test surfaciques  $\vec{W}_m$  et  $N_p$  courants de test volumiques  $\vec{W}_{mp}$ , nous obtenons le système d'équation suivant :

$$\sum_{n=1}^{N_s} I_n^s \int_S \vec{E}_m \vec{J}_n^s dS + \sum_{n=1}^{N_p} I_n^p \int_V \vec{E}_m \vec{J}_n^p dv = - \int_{S_i} \vec{E}_m \vec{J}_i dS \quad (m = 1, N_s) \quad (9)$$

$$\sum_{n=1}^{N_s} I_n^s \int_V \vec{E}_{ns}^{scat} \vec{W}_{mp} dV + \sum_{n=1}^{N_p} I_n^p \int_V \left( \vec{E}_{np} - \frac{\vec{J}_n^p}{j \omega \epsilon_0 (\epsilon_r - 1)} \right) \vec{W}_{mp} dV = - \int_V \vec{E}^{inc} \vec{W}_{mp} dV \quad (m = 1, N_p) \quad (10)$$

Le champ  $\vec{E}_{ns}$  est issu du courant  $\vec{J}_{ns}$ . Le champ  $\vec{E}_{np}$  quant à lui, il est issu du courant volumique  $\vec{J}_{np}$ . Le système précédent est formulé d'une manière matricielle comme suit :

$$[Z][I] = [V] \quad (11)$$

avec

$$Z_{ij} = \begin{cases} \int_S \vec{E}_i \vec{J}_j ds \\ \int_V \vec{E}_i \vec{J}_{j-N_s}^p dv \\ \int_V \vec{E}_{j-scat} \vec{W}_{i-N_s,p} dv \\ \int_V \left( \vec{E}_{j-N_s,p} - \frac{\vec{J}_{j-N_s}^p}{j\omega\epsilon_0(\epsilon_r-1)} \right) \vec{W}_{i-N_s,p} dv \end{cases} \quad (12)$$

et

$$V_m = \begin{cases} -\int_S \vec{E}_m \vec{J}_i dS & \text{avec } 0 \leq m < N_s \\ -\int_V \vec{E}^{inc} \vec{W}_{m-N_s,p} dv & \text{avec } N_s \leq m < N_s + N_p \end{cases} \quad (13)$$

### 4.2 Choix des fonctions de base et de test

Le choix des fonctions de base est guidé par plusieurs critères :

- A-t-on une idée sur la forme du courant que nous voulons déterminer ? Non. Ceci exclu l'utilisation de fonctions de bases sur domaines entiers telles que celles basées sur les modes de propagation
- Nous voulons que les calculs soient rapides
- Nous voulons que la reconstitution des courants se fasse avec un nombre minimal de fonctions de base

Ainsi, pour les courants sur le conducteur, on a choisi les fonctions PWS (brins de sinusoides). L'expression du courant dans la direction x est donnée par :

$$J_{sx} = \frac{1}{w} \frac{\sin(k_0(h-|x|))}{\sin(k_0h)} \quad (14)$$

Pour faciliter certains calculs analytiques, ce courant est décomposé en 2 courants sur 2 monopoles. L'expression du courant sur le monopole supérieur s'écrit :

$$J_{sx} = \frac{1}{w} \frac{I_{11} \sin(k_0(h-x)) + I_{21} \sin(k_0(x))}{\sin(k_0h)} \quad (15)$$

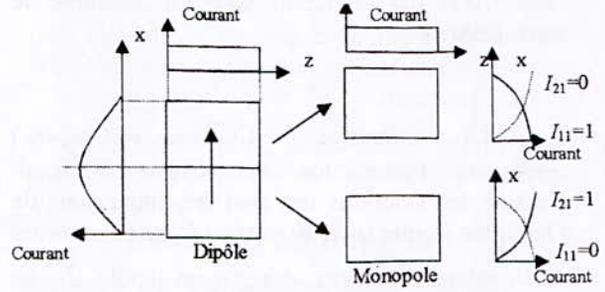


Figure 2 : Configuration des courants

Les valeurs de  $I_{11}$  et  $I_{21}$  représentent les courants d'entrée aux points (1) et (2) du monopole. Ceux sont des valeurs booléennes exclusives ( $I_{11}=1$  et  $I_{21}=0$ ) ou ( $I_{11}=0$  et  $I_{21}=1$ ).

En ce qui concerne les fonctions test sur le conducteur, elles sont choisies égales aux fonctions de base, ce qui revient à utiliser *Galerkin* pour les antennes qui ne sont pas supportées par un diélectrique.

Pour ce qui est des courants de polarisation. La triple intégrale a conduit à utiliser des fonctions simples comme fonctions de base et de test. Pour cette raison, on a utilisé le *Point-matching* en ce qui concerne la partie diélectrique. Ceci revient à choisir la fonction impulsion dans des cellules du diélectrique et des fonctions de *Dirac* comme fonctions de test.

### 4.3 Les éléments de la matrice impédance

La matrice  $[Z]$  est constituée de quatre sous-matrices :

La matrice  $A(Z_{0 \leq i < N_s, 0 \leq j < N_s})$  représente l'interaction métal - métal. L'évaluation de ses éléments se fait en calculant le champ proche généré par la fonction de base (par le biais des potentiels) puis en intégrant le produit avec la fonction de test. La simplicité des fonctions de base a permis de réduire les quadruple-intégrales en simple intégrale pour les dipôles parallèles. Pour les dipôles orthogonaux, l'expression de l'impédance est donnée par une formule fermée ne contenant pas d'intégrales.

La matrice  $B(Z_{0 \leq i < N_s, N_s \leq j < N_s + N_p})$  représente l'interaction métal-diélectrique. Ses éléments sont constitués par le champ créé par un dipôle  $\vec{J}_s$  intégré dans une cellule diélectrique. Le calcul des éléments de B requiert une triple intégration, ce qui demande un temps de calcul important. Pour parer à cela, la triple intégrale est approximé par la somme de *Riemann*. Les éléments de la matrice B sont alors calculés par la somme du

champ crée par un dipôle dans un ensemble de sous- cellules.

La matrice  $C(Z_{Ns \leq i < Ns + Np}, 0 \leq j < Ns)$  représente l'interaction diélectrique - métal. Comme les fonctions test sont des impulsions de Dirac, les éléments de la matrice C sont constitués de la valeur du champ crée par un dipôle  $J_s$  au centre d'une cellule dans le diélectrique.

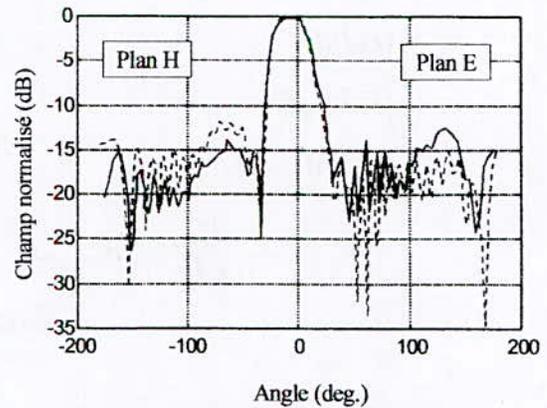
La matrice  $D(Z_{Ns \leq i < Ns + Np}, Ns \leq j < Ns + Np)$  représente l'interaction diélectrique - diélectrique. Vu le choix des fonctions de base et de test, un élément de la matrice D est la valeur du champ crée par une cellule au centre d'une autre cellule. Le calcul de la valeur du champ issu d'une densité de courant constante dans un diélectrique, il est nécessaire d'évaluer des intégrales triples. Dans des directions orthogonales, la triple intégrale se réduit en une intégrale unidimensionnelle. Par contre pour une direction parallèle, il est nécessaire de faire des approximations pour contourner l'intégrale triple. Pour cela, on utilise l'expression du champ lointain après découpage de la cellule en plusieurs sous-cellules cubiques. Cette approximation est justifiée par des exemples numériques. En ce qui concerne le calcul du champ rayonné par une cellule au centre de celle-ci, la singularité est contournée en utilisant les travaux de *Fikiotis*.

En ce qui concerne le vecteur V, il est constitué de l'interaction des dipôles avec la source d'alimentation, puis, en deuxième lieu, par la valeur du champ incident aux centres des cellules constituant le diélectrique.

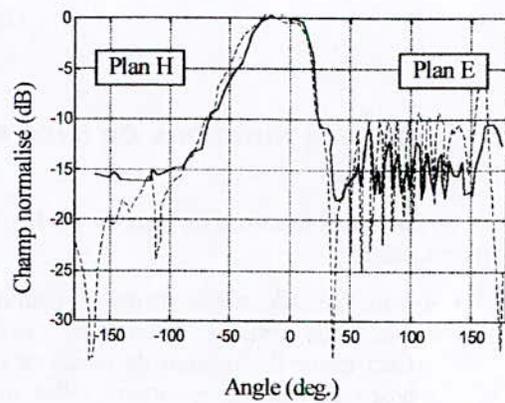
Dans le cas où l'antenne n'est pas déposée sur un diélectrique (où dans le cas où  $\epsilon_r$  est voisin de l'unité), la matrice [Z] se résume à la matrice A.

## 5 Validation du programme

Pour valider nos algorithmes, nous avons confronté nos résultats avec des mesures. Dans un premier cas nous avons considéré des antennes TEM-LTSA, puis nous avons pris le cas plus général des LTSA (avec diélectrique)

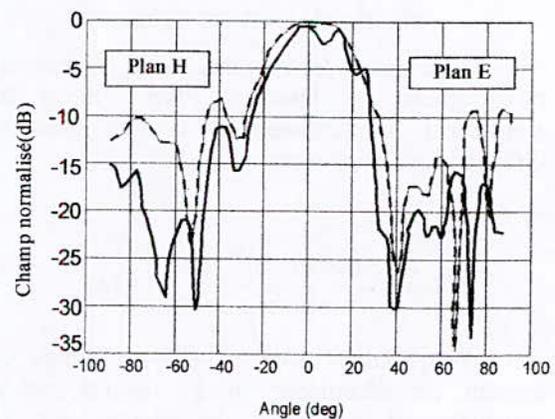


$L=7.2 \lambda_0, H=1.53 \lambda_0, 2\alpha=12^\circ, N_x=35, N_z=8,$   
— Mesures[8], ..... Théorie



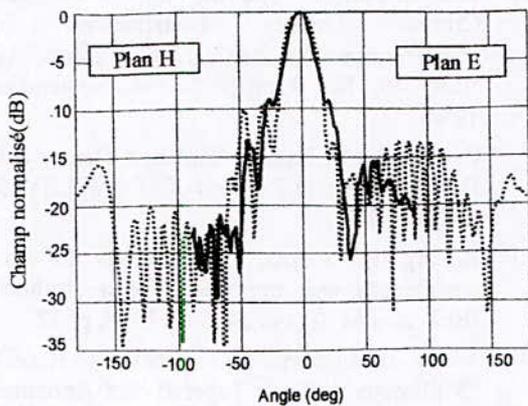
$L=7.2 \lambda_0, H=0.75 \lambda_0, 2\alpha=12^\circ, N_x=35, N_z=5,$   
— Mesures[8], ..... Théorie

Figure 4 Champ rayonné par une TEM-LTSA



$L=4 \lambda_0, H=2.5 \lambda_0, 2\alpha=14.25^\circ, d=0.01 \lambda_0, \epsilon_r=3.5,$   
 $N_x=25, N_z=15, D_{nx}=30, D_{ny}=1, D_{nz}=24$   
— Mesures[7], ..... Théorie

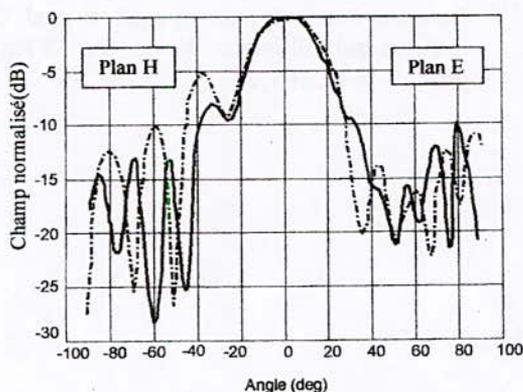
Figure 5 Champ rayonné par une LTSA



$L=6.4 \lambda_0$ ,  $H=2 \lambda_0$ ,  $2\alpha=11.2^\circ$ ,  $d=0.058 \lambda_0$ ,  $\epsilon_r=2.22$ ,  
 $N_x=45$ ,  $N_z=15$ ,  $D_{nx}=35$ ,  $D_{ny}=1$ ,  $D_{nz}=22$

— Mesures[9], ..... Théorie

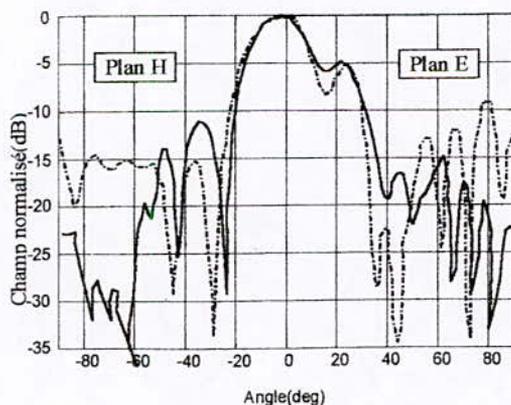
Figure 5 Champ rayonné par une LTSA



$L=4 \lambda_0$ ,  $H=3.4 \lambda_0$ ,  $2\alpha=14^\circ$ ,  $d=0.0068 \lambda_0$ ,  $\epsilon_r=10.5$   
 $N_x=40$ ,  $N_z=20$ ,  $D_{nx}=30$ ,  $D_{ny}=1$ ,  $D_{nz}=15$

— Mesures[11], ..... Théorie

Figure 6 Champ rayonné par une LTSA



$L=5 \lambda_0$ ,  $H=1.44 \lambda_0$ ,  $2\alpha=30^\circ$ ,  $d=0.02 \lambda_0$ ,  $\epsilon_r=3$ ,  
 $N_x=20$ ,  $N_z=6$ ,  $D_{nx}=40$ ,  $D_{ny}=1$ ,  $D_{nz}=30$

— Mesures[8], ..... Théorie

Figure 7 Champ rayonné par une LTSA

## 6 Conclusions

L'utilisation de la méthode des moments dans le domaine spatial pour résoudre l'équation

intégrale a permis d'étudier le rayonnement au niveau des LTSA. Le modèle utilisé évite l'usage d'approximations tels que les fonctions de *Green* asymptotiques, ce qui en fait un modèle très précis. Pour tenir compte du substrat, l'antenne est transformée en un système dans lequel les plaques conductrices se trouvent à l'air libre au voisinage d'une densité volumique de courant de polarisation.

La difficulté de mise en œuvre de l'algorithme de résolution de l'équation intégrale est compensée par l'aboutissement à un programme valide quelque soit les dimensions du substrat et des plaques conductrices. Cependant, des difficultés surgissent quand les LTSA sont trop grandes (saturation de la mémoire). Dans ce cas, nous suggérons (si le produit  $\epsilon_r d/\lambda_0 < 0.1$  et que  $D > 3\lambda_0$ ) d'utiliser le modèle de *Janaswamy*[11]

Le programme peut être utilisé pour tracer des abaques afin d'aider le concepteur des LTSA à choisir judicieusement les paramètres de son antenne. Il est à noter que ce programme n'est pas un outil de conception des LTSA : Il est juste un outil de vérification qui pourra être utilisé avant de réaliser (usiner) l'antenne. Pour faire de ce programme un outil de conception, il faudrait le boucler dans un cycle « essai-erreur », ce qui n'est pas envisageable en pratique car, avec des ordinateurs de bureau, le temps d'exécution d'un cycle est important (sauf peut-être en utilisant le calcul parallèle avec un réseau d'ordinateurs).

A l'avenir, ce programme pourra être modifié pour tenir compte d'une géométrie quelconque en ce qui concerne la forme de la fente. Des travaux expérimentaux [19] et théoriques [20] ont prouvé que l'utilisation d'un substrat non homogène (par exemple, des substrats synthétiques ayant une distribution  $\epsilon_r(x,z)$  connue) aboutit à des antennes de meilleures performances. Dans ce sens, le programme devra être modifié pour tenir compte de cette éventualité.

## 7 Bibliographie

- [1] Gabriel M.Rebeiz "Millimeter-Wave and Terahertz Integrated Circuit Antennas" Proceedings of the IEEE (Invited paper) Vol 80 No11 November 1992
- [2] P.J. Gibson "The Vivaldi Aerial" European Microwave Conferences pp101-105- 1979
- [3] S.N. Prasad and S.Mahapatra "A Novel MIC Slot-Line Antenna" European Microwave Conferences pp120-124, 1979.
- [4] K.Sigfrid Yngvesson, T.L.Korzeniowski, Young-Sik Kim, Erik L.Kollberg and Joakim F.Johanson "The Tapered Slot Antenna - A new Integrated Element For

- Millimeter – Wave Applications» IEEE MTT Vol 37, No 2, February 1989.
- [5] Pranay R.Acharya, Hans Ekström, Steven S.Gearhart, Stellan Jacobsson, Joakim F. Johansson, Erik L. Kollberg and Gabriel M.Rebeiz “Tapered Slotline Antennas at 802 GHz” IEEE MTT Vol 41 No 10 pp1715-1719, October 1993.
- [6] J.D.S.Langley. P.S.Hall and P.Newham. “Balanced Antipodal Vivaldi Antenna for Wide Bandwith Phased Array” IEE Proc-Microw. Antennas Propag, Vol 143 No 2 pp97-102, April 1986
- [7] Satoru Sugawara, Yutaka Kazuhiki adachi, Koji Mori and Koji Mizuno "A MM-WAVE TAPERED SLOT ANTENNA WITH IMPROVED RADIATION PATTERN" IEEE MTT-S Digest, 1997 pp959-962
- [8] Benoît STOCKBROECKX “Space Wave and Surface Wave Radiation in the Vivaldi Antenne” thèse de doctorat, Université catholique de Louvain. Avril 1998.
- [9] T.Thungren, E.L. Kollberg, K.S. Yngvesson "Vivaldi Antennas for Single Beam Integrated Receivers" European Microwave Conference N° 12 pp 361-366. 1982
- [10] Ramakrishna Janaswamy, Daniel H.Schaubert and David M. Pozar “Analysis of the Transverse Electromagnetic Mode Linearly Tapered Slot Antenna” Radio Science, Vol 21 No 5 pp 797-804 September-October 1986.
- [11] Ramakrishna Janaswamy and Daniel H.Schaubert "Analysis of the Tapered Slot Antenna“ IEEE Trans Antennas and Propagat, Vol AP-35 No 9, September 1987
- [12] Joakim F. Johansson " A Moment Method Analysis Of lineary Tapered Slot Antennas“ AP-S/URSI Conference Proceedings pp383-386, June 1989.
- [13] Ramakrishna Janaswamy "An Accurate Moment Method Model for the Tapered Slot Antenna“ IEEE Transact AP VOL-37 No12 Dec 1989.
- [14] Adnan Köksal and J.Frank Kauffman "Moment Method Analysis of Lineary Tapered Slot Antennas“ International Journal of Microwave and Millimeter-Wave Computer Aided Engineering, Vol.4 No1,pp76-87 (1994)
- [15] N.N.WANG, J.H.Richmond and M.C.Gilreath “Sinusoidal Reaction Formulation for Radiation and Scattering from conducting surfaces” IEEE Trans.AP Vol AP-23 May 1978, pp 376-382.
- [16] John G. Fikioris “The EM Field Of Constant Current Density Distributions in Parallelepiped Regions” IEEE Transact AP VOL 46, No 9 pp1358-1364, September 1998.
- [17] Constantine A.Balanis "Antenna Theory and Design“ (Second Edition) JOHN WILEY & SONS, INC
- [18] R.Garg K.C.Gupta, “Expressions for the wavelength and impedance of a slotline” IEEE tans MTT, vol 24 Août 1976, p532
- [19] Jermy B.Muldavin and Gabriel M.Rebeiz “Millimeter – Wave Tapered Slot Antennas on Synthesized LowPermittivity Substrates ” IEE Transact Antennas and propagat Vol 47 No 8 pp 1276-1280, August 1999.
- [20] Adnan Köksal "Characterization And optimization Of Lineary Tapered Slot Antenna Pattern“ International Journal Of Infrared and Millimeter-Waves, Vol 18 No 8 pp1525-1537, 1997.

## AMPLIFICATEUR DISTRIBUE AVEC CIRCUITS DE COMPENSATION

M. Si Moussa, M. Trabelsi, R. Aksas

Lab. Télécommunications, Ecole Nationale Polytechnique, B.P 182, El-Harrach, Alger

### Résumé :

L'amplificateur distribué est un octopole actif dont la bande passante, qui peut atteindre quelques dizaines de gigahertz, est fixée entre deux fréquences de coupure. Son produit gain - bande passante peut être amélioré en diminuant les facteurs d'atténuation par l'association de circuits dits de compensation ou à résistance négative. Notre travail consiste, après avoir présenté et analysé l'amplificateur distribué passe-bas et passe bande, à proposer un modèle d'amplificateur distribué avec un circuit de compensation et d'en évaluer le produit gain - bande passante. Une comparaison avec le modèle non compensé montrera une bonne amélioration des performances.

**Mots clés :** amplificateur distribué, produit gain - bande passante, compensation, résistance négative.

### Abstract :

The distributed amplifier is an active octopole with a bandwidth of several gigahertz, which is fixed between two cut-off frequencies. The gain - bandwidth product can be improved by associating some compensation circuits. The purpose of our work is, after introducing and analysing the low-pass and band-pass distributed amplifier, is to propose a model of a distributed amplifier with a compensation circuit, and to evaluate the gain - bandwidth product. A comparison with the conventional model will show a good enhancement of the performances.

**Keys words:** distributed amplifier, gain-bandwidth product, compensation, negative resistance

ملخص:

المكبر الموزع ثماني أقطاب ذي شريط نافذ يقدر أن يصل إلى بضعة عشرات من الجيغاهرتز و هو محصور بين تواترين. يمكن للمحصول ربح - شريط نافذ أن يكبر بتخفيف معاملات التخفيض باستعمال دارات تعويض أو المقاومات السلبية.

عملنا يتمثل بعد تقديم و تحليل المكبر الموزع في عرض نموذج للمكبر الموزع مع دائرة تعويض و تقييم حاصل الضرب ربح - شريط نافذ ثم المقارنة مع النموذج المؤلف تري لنا تحسين في النتائج.

كلمات مفتاحية: المكبر الموزع - الربح - شريط نافذ - دائرة تعويض - المقاومة السلبية

### 1. Introduction

Le principe de l'amplificateur distribué (A.D) fut proposé en premier par *W.S.Percival* en 1935. Cependant, l'invention de *Percival* n'a pas été très répandue avant que *E.L.Ginzton* et al n'ait publié en 1948 leurs analyses sur l'amplificateur distribué.

Les premiers résultats expérimentaux vérifiant les prédictions théoriques furent aussitôt publiés et une théorie mathématique plus détaillée utilisant l'algèbre matricielle s'ensuivit en 1953.

Le nouveau concept est basé sur l'idée qui consiste à considérer les capacités inter-électrodes des composants actifs (tubes à électrons) comme éléments constitutifs des lignes de transmission artificielles, utilisées dans l'amplificateur distribué. Il en résulte une amplification dont la bande passante est beaucoup plus large que celle obtenue avec des systèmes à amplificateurs conventionnels. Depuis, d'énormes travaux ont été effectués avec pour but l'amélioration des méthodes d'analyse d'une part et les performances d'autre part.

Actuellement, la quantité d'information à transmettre ne cesse d'augmenter ; ce qui suppose que les circuits, et en particuliers les amplificateurs utilisés doivent avoir des bandes passantes de plus en plus large. L'amplificateur distribué répond au mieux à cette exigence, car son domaine fréquentiel s'étend du continu à quelques dizaines de GHz.

Il fut démontré, dans la théorie classique des amplificateurs vidéo [1] que le produit gain-bande passante d'un amplificateur (transistor à effet de champ MESFET) est donné par :

$$M = A_v B = \frac{g_m}{2\pi\sqrt{C_{in} C_{out}}} \quad (1)$$

où :

- $g_m$  : est la transductance du dispositif actif,
- $C_{in}$  : capacité d'entrée du dispositif actif,
- $C_{out}$  : capacité de sortie du dispositif actif.

On voit clairement, à partir de (1) que la simple mise en parallèle de tels dispositifs actifs ne permet pas une amélioration du produit (gain-bande passante); car l'augmentation de  $g_m$  résultant de cette mise en parallèle sera compensée par l'augmentation de ( $C_{in}, C_{out}$ ).

Il s'agit donc de trouver une méthode de branchement permettant d'augmenter  $g_m$  tout en évitant l'augmentation des capacités  $C_{in}$  et  $C_{out}$ .

La méthode de "l'amplification distribuée" nous permet d'atteindre ce but, par une mise en parallèle particulière des éléments amplificateurs de telle façon à augmenter la transductance  $g_m$  en absorbant les capacités  $C_{in}$  et  $C_{out}$  dans deux lignes en transmission artificielles appelées : ligne grille (ou ligne d'entrée) et ligne drain (ligne de sortie) respectivement.

### 2. Amplificateur distribué conventionnel

L'amplificateur distribué conventionnel (A.D) (Fig.1) est constitué de deux lignes artificielles, appelées respectivement lignes grille et drain [2]-[5], couplées par un certain nombre de transistors MESFET identiques. Ces lignes artificielles sont des cellules élémentaires passe - bas mises en cascade (§ Annexe 1) Le modèle électrique de ces transistors est, pour ce type d'applications, réduit à sa forme la plus simple (Fig. 2).

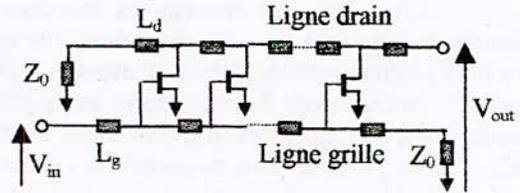


Fig. 1 Amplificateur distribué conventionnel.

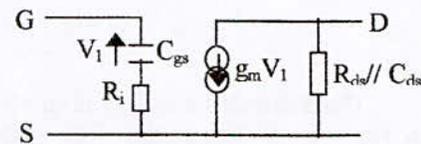


Fig. 2 Modèle simplifié du transistor MESFET.

L'expression du gain en puissance s'écrit [2] :

$$G_p = \frac{g_m^2 Z_0^d Z_0^g}{4(1 - X_c^2)(1 + X_g^2)} e^{-N(\alpha_g + \alpha_d)} \times \frac{\sinh^2 [N(\alpha_d - \alpha_g) / 2]}{\sinh^2 [(\alpha_d - \alpha_g) / 2]} \quad (2)$$

$$X_c = \frac{\omega}{\omega_c} ; X_g = \frac{\omega}{\omega_g} ; \omega_c = \frac{2}{\sqrt{L_g C_{gs}}} ;$$

$$\omega_g = \frac{1}{R_i C_{gs}}$$

$g_m$  est la transconductance du transistor,  $Z_0^g$  et  $Z_0^d$  sont respectivement les impédances caractéristiques en basses fréquences des lignes grille et drain.  $N$  est le nombre de transistors,  $\alpha_g$  et  $\alpha_d$  sont respectivement les atténuations des lignes grille et drain et s'écrivent [2] :

$$\alpha_g \cong \frac{a X_c^2}{\sqrt{1 - (1 - a^2) X_c^2}} \quad (3)$$

$$\alpha_d \approx \frac{b}{\sqrt{1 - X_c^2}} \quad (4)$$

avec  $a = \frac{\omega_c}{\omega_g}$  ;  $b = \frac{\omega_d}{\omega_c}$  ;  $\omega_d = \frac{1}{R_{ds} c_{ds}}$ .

La relation (2) indique que  $\alpha_g$  et  $\alpha_d$  sont les principaux paramètres responsables de la diminution du gain.

### 3. Amplificateur distribué passe bande

L'amplificateur distribué passe-bande (A.D.P.B) (Fig.3) est obtenu par la mise en cascade de cellules élémentaires passe-bande (§ annexe 2) couplées entre elles par un certain nombre de transistors identiques en source commune. Afin d'assurer l'adaptation, les quatre accès sont fermés sur des demi-sections M-dérivées passe-bande (§ annexe 2).

L'analyse présentée par [6] a pour objectif de déterminer les pertes des lignes grille et drain, ainsi que le gain en tension.

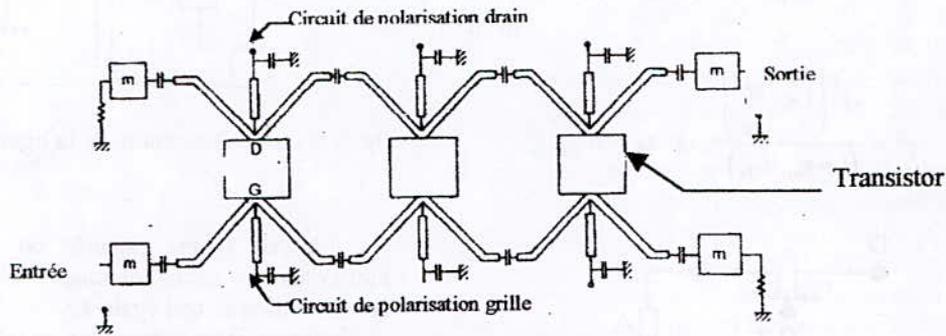


Fig. 3 Amplificateur distribué passe-bande

En considérant les sections élémentaires des deux lignes, on montre que les pertes s'écrivent :

$$\begin{cases} \alpha_g \\ \alpha_d \end{cases} \cong \frac{1}{\delta \sqrt{1 - \frac{(1-x_k^2)^2}{x_k^2 \delta^2}}} \begin{cases} x_k^2 \\ \chi_g \\ \chi_d \end{cases} \quad (5)$$

où  $x_k = \frac{\omega}{\omega_0}$  ;  $\omega_0 = 2\pi f_0$  ;

$f_0$  : fréquence de résonance des cellules élémentaires des lignes grille et drain (§ annexe 2) ;

$\delta = \frac{\omega_h - \omega_b}{\omega_0}$  : bande passante normalisée ;

$\omega_h$  et  $\omega_b$  sont respectivement les fréquences de coupure haute et basse ;

$\chi_g = \frac{\omega_g}{\omega_0}$  ;  $\omega_g = \frac{1}{R_{gs} C_{gs}}$

$\chi_d = \frac{\omega_d}{\omega_0}$  ;  $\omega_d = \frac{1}{R_{ds} c_{ds}}$

Une analyse analogue à celle de l'A.D.passe bas conventionnel [6] montre que le gain en tension s'exprime comme suit:

$$A_V = \frac{g_m \sqrt{Z_0^d Z_0^g}}{2 \sqrt{1 - \frac{(1-x_k^2)^2}{x_k^2 \delta^2}}} e^{-\frac{N(\alpha_g + \alpha_d)}{2}} \times \frac{\sinh[N(\alpha_g + \alpha_d)/2]}{\sinh[(\alpha_g - \alpha_d)/2]} \quad (6)$$

$g_m$  est la transductance du transistor,  $Z_0^g$  et  $Z_0^d$  sont respectivement les impédances caractéristiques des lignes grille et drain et N le nombre de transistors.

### 4. Amplificateur distribué avec compensation en ligne d'entrée

#### 4.1. Amplificateur distribué conventionnel

En s'imposant certains critères parmi lesquels la simplicité de l'analyse, l'adaptation entre les différents étages et l'égalité des constantes de phase des lignes grille et drain, nous nous sommes proposés un dispositif, composé d'un amplificateur distribué conventionnel et d'un certain nombre de circuits à résistance négative, qui permettra de réduire les valeurs de  $\alpha_g$  et donc d'augmenter celle du gain.

Le circuit (Fig. 4), composé d'un transistor MESFET en grille commune et de deux impédances  $Z_g$  et  $Z_s$  produit, si  $Z_s$  est convenablement choisi, une impédance  $Z_{NR}$  à partie réelle négative ( $R_c(Z_{NR}) < 0$ ) dont l'expression est [7] :

$$Z_{NR} = Z_{ds} \left[ 1 + \frac{g_m Z_s}{1 + j\omega C_{gs} (R_i + Z_s + Z_g)} \right] + Z_s \left[ \frac{1 + j\omega C_{gs} (R_i + Z_g)}{1 + j\omega C_{gs} (R_i + Z_s + Z_g)} \right] \quad (7)$$

avec 
$$Z_{ds} = \frac{R_{ds}}{1 + j\omega C_{ds} R_{ds}}$$

En imposant les contraintes suivantes sur le choix de  $Z_s$ :

$$|Z_s| \gg \frac{1}{C_{gs}\omega} \text{ et } |Z_s| \gg |R_i + z_g|$$

on obtiendra une expression plus simple de  $Z_{NR}$  dont la partie réelle peut être négative. Les relations donnant les parties réelle et imaginaire de  $Z_{NR}$  s'écrivent :

$$Re(Z_{NR}) = -R_{ds} \frac{g_m R_{ds} \left( \frac{C_{ds}}{C_{gs}} \right) - 1}{1 + \omega^2 \tau_1^2} + R_i + Re(Z_g) \quad (8-a)$$

$$Im(Z_{NR}) = -\frac{(1 + g_m R_{ds})}{C_{gs}\omega} \left( \frac{1 + \omega^2 \tau_1^2}{1 + \omega^2 \tau_1^2} \right) + Im(Z_g) \quad (8-b)$$

avec 
$$\tau^2 = \frac{\tau_1^2 \left( 1 + \frac{C_{gs}}{C_{ds}} \right)}{(1 + g_m R_{ds})} \text{ et } \tau_1 = R_{ds} C_{ds}$$

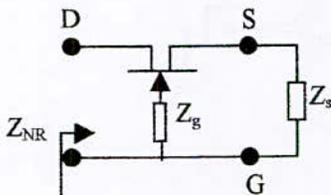


Fig. 4 MESFET en grille commune Chargé par une impédance  $Z_s$ .

#### 4.1.1. Analyse de l'amplificateur distribué compensé

En prenant des sections élémentaires des lignes grille et drain (Fig.5-6) et en faisant certaines approximations justifiées, l'analyse du modèle de l'amplificateur distribué compensé (A. D. C) nous donne :

$$G_P \cong \frac{g_m^2 Z_0^g Z_0^d}{4(1 - X_C^2)(1 + X_g^2)} \exp(-N(\alpha_g + \alpha_d + \alpha_c)) \times \frac{\sinh^2\left(\frac{N}{2}(\alpha_c + \alpha_g - \alpha_d)\right)}{\sinh^2\left(\frac{1}{2}(\alpha_c + \alpha_g - \alpha_d)\right)} \quad (9)$$

avec 
$$\alpha_c = 0.5 \frac{GL_g\omega}{\sqrt{1 - \left(1 - \frac{L_g B\omega}{2}\right)^2}}$$

G et B sont respectivement les parties réelle et imaginaire de l'admittance  $Y_{NR}$ .

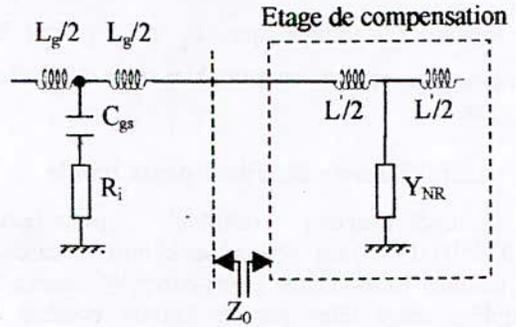


Fig. 5 Section élémentaire de la ligne grille d'un A. D. C.

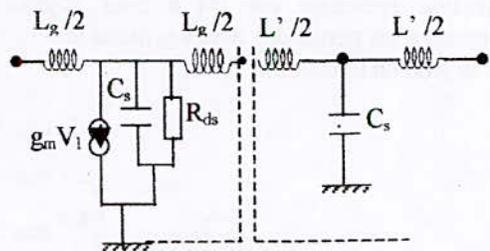


Fig. 6 Section élémentaire de la ligne drain d'un A. D. C

La self  $L'$  est calculée de telle façon que l'impédance caractéristique de l'étage de compensation  $z_0$  soit égale à  $z_0$

Pour équilibrer le montage on introduit au niveau de la ligne drain un stub ouvert présentant la même réactance que B.

On intercale de chaque coté du stub  $c_s$  les deux selfs

L'inductance  $L'$  et la capacité  $C_s$  s'écrivent sous la forme :

$$L' \cong \frac{L_g}{(1 + g_m R_{ds})}$$

$$C_s \cong \frac{C_{gs}}{(1 + g_m R_{ds})}$$

Par rapport à l'amplificateur distribué conventionnel (Fig. 1), l'amplificateur distribué compensé (Fig. 7) comporte, en plus, les cellules de compensation (représentées par  $Y_{NR}$ ) placées régulièrement le long de la ligne grille. En outre, nous avons ajouté, au niveau de la ligne drain, des tronçons de ligne microruban, de longueur très inférieure à la longueur d'onde minimale. Ces tronçons de ligne matérialisent un condensateur de capacité  $C_s$ .

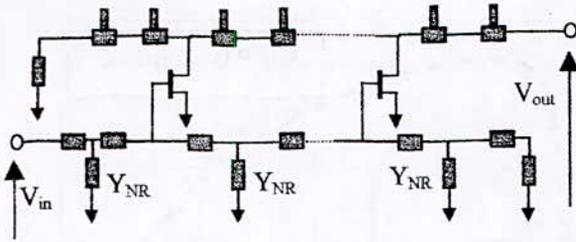


Fig. 7 Schéma du modèle de l'A. D. C.

**4.1.2. Résultats**

Les résultats obtenus (Fig. 8) montrent, qu'avec le même transistor, le modèle compensé offre une nette amélioration du produit gain- bande passante par rapport au modèle conventionnel.

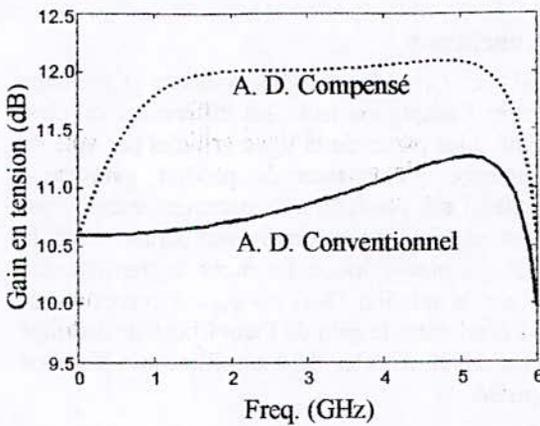


Fig. 8 Gain en tension en fonction de la fréquence

**4.2. Amplificateur distribué passe bande**

**4.2.1. Circuit de compensation à résistance négative**

Le circuit (Fig. 9) est composé d'un transistor MESFET en grille commune, d'une capacité  $C_t$  et d'une inductance  $L_f$ . Si  $C_t$  et  $L_f$  sont convenablement choisis, on obtient une impédance  $Z_{NR}$  à partie réelle négative dont l'expression est [8]:

$$Z_{NR} = \frac{A + jB}{C + jD} \tag{9}$$

avec

$$\begin{cases} A = 1 - \omega^2 L_f (C_t + C_{gs}) \\ B = X_g (1 - \omega^2 L_f C_t) \\ C = g_m + \frac{K_1}{R_{ds}} - X_g C_t \omega \\ D = \omega (C_t + C_{gs}) + g_m X_g + \frac{K_2}{R_{ds}} \end{cases} \tag{10}$$

et

$$\begin{aligned} X_g &= \omega R_t C_{gs} ; X_d = \omega R_{ds} C_{ds} \\ K_1 &= 1 - \omega^2 L_f (C_t + C_{gs}) \\ &\quad - X_g X_d (1 - \omega^2 L_f C_t) \\ K_2 &= X_g (1 - \omega^2 L_f C_t) \\ &\quad + X_d [1 - \omega^2 L_f (C_t + C_{gs})] \end{aligned} \tag{11}$$

En imposant les contraintes suivantes sur le choix de  $C_t$  et  $L_f$ :

$$\omega^2 L_f C_t \gg 1 \text{ et } C_t \ll C_{gs} \tag{12}$$

on obtiendra une expression plus simple de  $Z_{NR}$  dont la partie réelle peut être négative et dont les parties réelle et imaginaire de l'admittance correspondante ( $Y_{NR}$ ) s'écrivent :

$$G = \text{Re}(Y_{NR}) = \frac{g_m}{1 - \omega^2 L_f C_t} + \frac{1}{R_{ds}} \tag{13.a}$$

$$B_m = \text{Im}(Y_{NR}) = \frac{\omega C_t}{1 - \omega^2 L_f C_t} + \omega C_{ds} \tag{13.b}$$

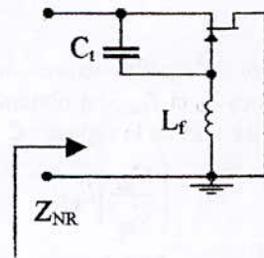


Fig.9 Etage de compensation de l'A.D.P.B

**4.2.1. Analyse de l'amplificateur distribué passe bande compensé**

En prenant des sections élémentaires des lignes grille et drain (Fig.10) et en procédant à certaines approximations justifiées, l'analyse de l'amplificateur distribué passe-bande compensé (A.D.P.B.C) donne un gain en tension qui s'écrit :

$$G_V = \frac{g_m \sqrt{Z_0^{(g)} Z_0^{(d)}} \exp \left[ -\frac{n}{2} (\alpha_g + \alpha_d + \alpha_c) \right]}{2 \left[ 1 - \frac{(1 - X_K^2)^2}{X_K^2 \delta^2} \right]^{1/2}} \times \frac{\sinh \left[ \frac{n}{2} (\alpha_g - \alpha_d + \alpha_c) \right]}{\sinh \left[ \frac{1}{2} (\alpha_g - \alpha_d + \alpha_c) \right]} \tag{14}$$

Le facteur de compensation  $\alpha_c$  vaut

$$\alpha_c = \frac{\lambda G}{\sqrt{\lambda B_m (2 - \lambda B_m)}} \quad (15)$$

avec 
$$\lambda = \frac{\omega^2 LC - 1}{2C\omega}$$

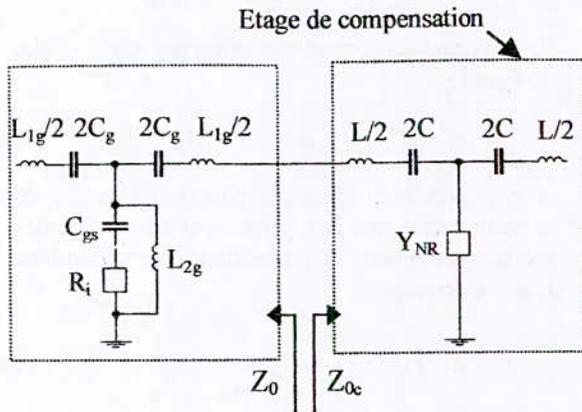


Fig. 10 Section élémentaire de la ligne grille d'un A.D.P.B.C

En imposant l'égalité entre les impédances caractéristiques  $Z_0$  et  $Z_{0c}$ , on obtient les expressions de l'inductance  $L$  et de la capacité  $C$

$$L \cong \left( \frac{C_{ds}}{C_{gs}} \right) L_g \quad (16)$$

$$C = \left( \frac{L_f}{L_g} \right) C_{gs} \quad (17)$$

Par rapport à A.D.P.B conventionnel (Fig. 3), l'A.D.P.B compensé comporte, en plus, les cellules de compensation (représentées par  $Y_{NR}$ ) placées régulièrement le long de la ligne grille. Afin d'assurer la synchronisation de phase, nous avons ajouté au niveau de la ligne drain, des tronçons de ligne microruban à effet selfique.

#### 4.2.2. Résultats

Les résultats obtenus (Fig. 11) montrent, qu'avec le même transistor, le modèle compensé offre une nette amélioration du produit gain- bande passante par rapport au modèle passe-bande conventionnel.

En effet, le gain passe d'environ 2 dB pour l'A.D.P.B. à près de 6 dB pour l'A.D.P.B. compensé ce qui indique bien l'intérêt d'introduire l'étage de compensation par résistance négative permet de réduire cette atténuation du gain qui est essentiellement aux pertes grilles.

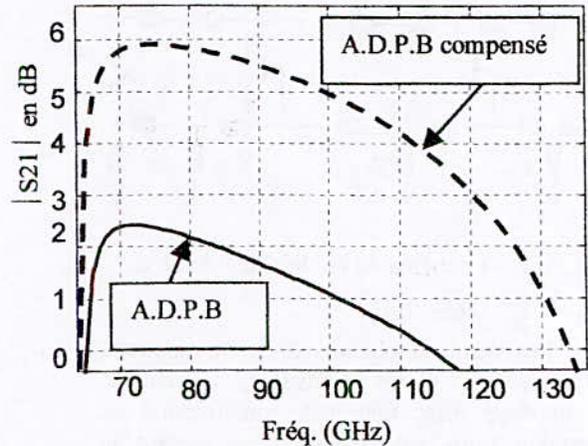


Fig. 11 Gain en tension d'un A.D.P.B compensé.

### 5. conclusion

Si ce type de modèle présente l'avantage d'assurer l'adaptation entre les différentes cellules, de réduire les pertes de la ligne grille et par voie de conséquence d'augmenter le produit gain-bande passante. Il est, par contre, relativement encombrant en technologie hybride, mais compatible avec la technologie monolithique. Le choix du transistor est dicté par la relation (8-a) où  $g_m$  est prépondérant dans l'écart entre le gain de l'amplificateur distribué conventionnel et celui de l'amplificateur distribué compensé.

L'amélioration des performances d'un A.D.P.B en introduisant un étage de compensation à résistance négative passe-bande a été démontrée dans ce travail. En effet, un tel dispositif possède l'avantage d'un gain appréciable sur une bande de fréquence relativement importante. Il serait judicieux de combiner les effets passe-bas et passe-bande pour améliorer encore l'élargissement de la bande passante tout en conservant un gain satisfaisant.

### Bibliographie :

- [1] H.A. Wheeler, " Wide Band Amplifiers For Télévision". Proceedings of the IRE. Vol 27, pp429-438, 1939
- [2] Y. Ayasli, R. L. Mozzi, J. L. Vorhaus, L.D. Reynolds, and R. A. Pucel, "A monolithic GaAs 1-13 GHz travelling wave amplifier, " IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. 30, pp. 967-981, 1982.
- [3] K. B. Niclas, W. T. Wilser, T. R. Kritzer, and R.R. Pereira, "On theory and performance of solid-state microwave distributed amplifiers", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. 31, pp. 447-456, 1983.
- [4] Y. Ayasli, S.W. Miller, R. Mozzi, and L.K. Hanes, "Capacitively coupled travelling-wave power amplifier," IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. 32, pp. 1704-1709, 1984.

[5] J.B. Beyer, S. N. Prasad, R.C. Becker, J. E. Nordman, and G. K. Hohenwarter, "MESFET distributed amplifier design guidelines," IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. 32, pp1984.

[6] S. N. Prasad, J. B. Beyer : " Band Pass Distributed Amplifier" . Microwave and Optical Wave Technologie Letters. Vol.2 pp.349-354. October 1989

[7] D. Beyer, "Attenuation and compensation. 268-275, in distributed amplifiers design," IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. 37, Sept. 1989.

[8] Y. H. Cho, S. C. Hong, Y. S. Kwon : " A Low - power Monolithic GaAs FET bandpass Filter based on negative resistance techniques". IEEE transactions on Microwave and Guided Waves Letters. Vol.8 pp 161-163 .April 1998.

**Annexe 1 :**

La cellule élémentaire de la ligne grille (fig.12a) est composée de l'impédance d'entrée du transistor MESFET auquel on connecte deux inductances.

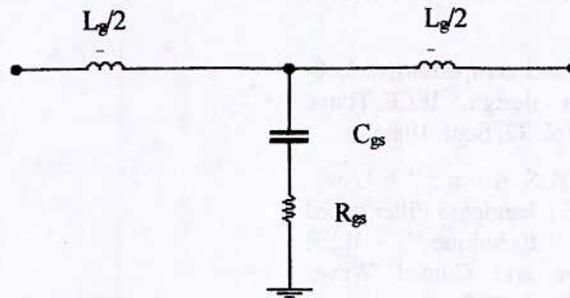


Fig. 12.a : Cellule élémentaire de la ligne grille avec pertes

Outre les deux inductances  $L_d/2$ , la cellule élémentaire de la ligne drain (fig.12.b) comprend également l'impédance de sortie du MESFET.

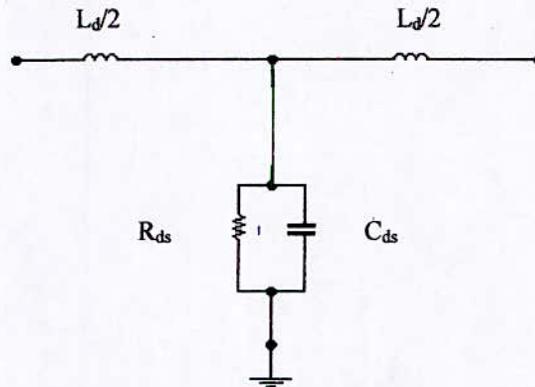
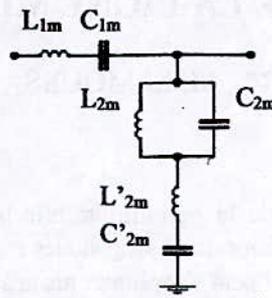
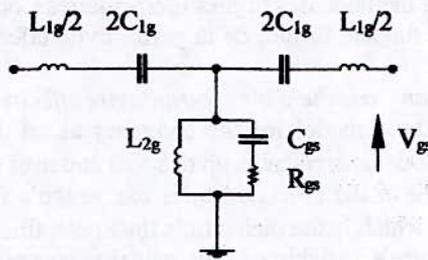


Fig. 12.b : Cellule élémentaire de la ligne drain

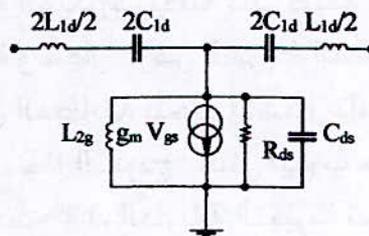
Annexe 2 :



(a) Demi-cellule M-dérivée passe-bande



(b) Cellule élémentaire passe-bande de la ligne grille



(c) Cellule élémentaire passe-bande de la ligne drain

Fig. 13 Cellules élémentaires passe bande.

## ANALYSE ET MODELISATION DE LA PERMITTIVITE EFFECTIVE STATIQUE DE LA LIGNE MICRORUBAN SUSPENDUE

T.B. BERBAR\* , M. SI MOUSSA\*\* , A. ZERGUERRAS\*\*\*

**Résumé:** Le modèle numérique de la permittivité effective quasi-statique, proposé dans ce travail pour l'aide à l'analyse et à la synthèse des lignes microrubans suspendues et des antennes plaques microrubans comportant une couche d'air, est une nouveauté par le fait qu'il peut s'appliquer jusqu'à  $\epsilon_r = 20$  pour la permittivité relative et pour une étendue de la variable de structure  $u = w/h_1$  ( $w$  est la largeur du ruban, et  $h_1$  est l'épaisseur de la couche d'air) allant de 0.01 à 1000. Les cas pratiques se limitant en général à une épaisseur  $h_1$  de la couche d'air du même ordre de grandeur que  $h_2$  l'épaisseur du diélectrique, conduisent à retenir pour le paramètre  $m = h_2/h_1$  le domaine d'intérêt compris entre 0.50 et 1.50. Ce paramètre  $m$  n'est pas indépendant de la variable de structure  $u$ . Ce modèle est conçu pour corroborer les résultats de l'approche variationnelle en tout point de ses gammes de validité, avec une erreur majorée à 1.2%. L'approche variationnelle permet l'obtention rigoureuse de la permittivité effective, mais au prix d'un temps de calcul relativement élevé qui devient vite prohibitif dans son application à la méthode des Lignes Élémentaires Couplées Finies (L.E.C.F). D'où l'importance de ce travail qui cherche à visualiser le modèle formel de la permittivité effective, généralement masqué dans un traitement variationnel direct.

*mots-clés: ligne microruban - couche d'air - permittivité effective statique - méthode variationnelle*

**Abstract:** New numerical quasi-static model for the computer aided design (CAD) and analysis of open suspended microstrip lines is reported. This model is applicable up to  $\epsilon_r = 20$  and over the range  $0.001 \leq u \leq 1000$ , where  $u = w/h_1$  is the structure's variable ( $w$  is the width of the strip and  $h_1$  is the airgap's thickness). The practical cases are limited to a thickness  $h_1$  of the same order of  $h_2$  which is the dielectric's thickness. this yields to choose  $0.5 \leq m \leq 1.5$ . This parameter  $m$  is not independent of the structure's variable  $u$ . This model is conceived to corroborate the results of the variational approach in any point of its ranges of validity, with a raised error with 1.2%. The variational approach allows rigorous obtaining the effective permittivity, but the computing time is relatively high which quickly becomes prohibitory in its application to the method of the Finished Coupled Elementary Lines. This work is important by the fact that it seeks to visualise the formal model of the effective permittivity, generally masked in a direct variational treatment.

*Keywords: microstrip - airgap - static effective permittivity - variational method*

**ملخص :** النموذج الحسابي للمسامحة شبه توازنية الذي نقترحه في هذا العمل لدراسة و ادراك الخط الميكروشريطي المعلق و الهوائية الصفيحة الميكروشريطية ذات طبقة هوائية, يمثل شي جديد بأنه يمكن تطبيقه حتى  $\epsilon_r = 20$  المسامحة النسبية و مجال عرض الشريط النسبي  $u = w/h_1$  : عرض الشريط و  $h_1$  حجم الطبقة الهوائية من 0.01 إلى 1000, في المطابقة نتحدد الأشكال ذات حجم مناسب لحجم الطبقة الدعامة لهذا نختار  $m = h_2/h_1$  بين 0.5 و 1.5. هذا النموذج مبني ليقرب حساب الطريقة التغيرية في كل نقطة من مجال العمل مع خطأ نسبي تحت 1.2%. الطريقة التغيرية تسمح بحساب معقدة بزمن الحساب طويل حتى لا يمكن استعمالها في طريقة الخطوط الابتدائية المرتبطة المحدودة. هذا يبين مهمة هذا العمل الذي يحول أن يرسم النموذج الرياضي للمسامحة الحقيقية عادتاً غير مبينة في معاملة تغييرية مباشرة.

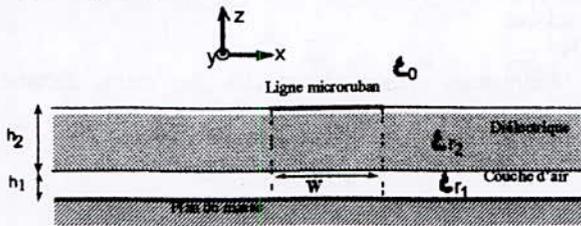
كلمات مفتاحية: ميكروشريط - طبقة هوائية - مسامحة حقيقية توازنية - طريقة تغييرية

\* Etudiant en thèse de Doctorat au Département d'Electronique, Laboratoire de Télécommunications, Ecole Nationale Polytechnique. E-mail: berbart@lycos.com

\*\* Etudiant en thèse de Doctorat au Département d'Electronique, Laboratoire de Télécommunications, Ecole Nationale Polytechnique. E-mail: simoussa\_m@yahoo.com

\*\*\* Professeur à l'Ecole Nationale Polytechnique. Département d'Electronique. Laboratoire de Télécommunications.

**I-Introduction**



**Figure 1:** Ligne microruban suspendue

On définit préalablement les paramètres réduits suivants pour la ligne suspendue:

$$u = \frac{w}{h_1}; m = \frac{h_2}{h_1} \quad (1)$$

$$\epsilon_{r1} = 1; \epsilon_{r2} = \epsilon_r$$

$$\text{Donc } m = u \cdot \frac{h_2}{w}$$

En pratique dans la relation (1), on fixe le paramètre  $h_1$  et on fait varier  $w$  et  $h_2$ .

La permittivité effective est un paramètre fictif introduit pour homogénéiser l'espace diélectrique-vide de la structure, identiquement c'est la permittivité relative d'un milieu homogène dans lequel la ligne microruban présente la même capacitance que la structure hétérogène initiale. Ce paramètre est exploité pour la caractérisation des antennes plaques microrubans par la méthode des L.E.C.F[5].

Dans la littérature on trouve une documentation abondante sur la permittivité effective statique dans le cas d'une ligne microruban sur un substrat diélectrique. Les premiers articles remontent aux années 1960 et traitent les différents aspects du problème selon deux méthodes : la transformation conforme[9] et la méthode variationnelle[10]. La référence [7] est la première à tenter une modélisation numérique en bon accord avec l'approche variationnelle pour  $0.05 \leq m \leq 1.5$ ,  $1 \leq \epsilon_r \leq 20$ , mais limitée à  $0.5 \leq u \leq 10$ . La méthode de la transformation conforme de mise en œuvre complexe pour les structures inhomogènes, n'a pas pu fournir de relation consistante et précise pour la ligne suspendue[6]. Dans ce travail on reprend la démarche des références [7] et [8], mais on choisira d'autres paramètres intermédiaires pour pouvoir élargir le domaine de validité de  $u$  ( $0.01 \leq u \leq 1000$ ). Nous aboutissons finalement à plusieurs formules définies chacune sur un intervalle donné (voir annexe). La nécessité d'interpoler par la méthode des moindres carrés selon trois paramètres ( $m, u, \epsilon_r$ ) ne nous a pas permis d'alléger ces formules. La modélisation sous une formulation simple mais précise de la valeur de la permittivité effective  $\epsilon_{eff}$  en fonction de  $m, u$  et  $\epsilon_r$  est un problème particulièrement difficile. Cette approche par interpolation polynomiale se présente pour le moment comme le meilleur compromis entre la simplicité et la précision.

Ici nous ne traitons pas de la permittivité effective en fonction de la fréquence. La méthode rigoureuse d'analyse du caractère dispersif passe par la détermination de la constante de propagation de la ligne suspendue, toutefois

une approche pragmatique est décrite dans les références [3] et [4].

**II- Evaluation de la permittivité effective statique par la méthode variationnelle**

On admet que le ruban de longueur et de conductivité infinies est d'épaisseur nulle et que le plan de masse et la couche de diélectrique sont de dimensions infinies. L'utilisation de l'expression variationnelle de la capacitance d'une ligne microruban permet d'évaluer numériquement la permittivité effective qui est définie par la relation suivante:

$$\epsilon_{eff} = \frac{C}{C_0} \quad (2)$$

C: capacitance de la ligne microruban suspendue

$C_0$ : Capacitance de la même ligne où le diélectrique est remplacé par de l'air

Dans le domaine spectral, l'intégrale s'exprime[2][10]:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{\pi Q^2} \int_0^{+\infty} \tilde{f}^2(w, \beta) \cdot \tilde{G}(\epsilon_{r1}, \epsilon_{r2}, h_1, h_2, \beta) \frac{d\beta}{\beta}$$

$$\frac{1}{C_0} = \frac{1}{\pi Q^2} \int_0^{+\infty} \tilde{f}^2(w, \beta) \cdot \tilde{G}(1, 1, h_1, h_2, \beta) \frac{d\beta}{\beta}$$

(3)

$$Q = \frac{5}{4} \cdot w$$

Où  $f$  et  $G$  représentent respectivement la densité de charge électrique sur la ligne et la fonction de Green du potentiel électrique scalaire de la structure. (le tilde dénote la représentation spectrale).

Il est possible de déterminer avec précision la distribution de charge à l'aide de la méthode des moments[2] pour toutes les valeurs des paramètres, dans ce cas les calculs sont lourds. On suppose que la distribution de charge ne dépend que de la largeur  $w$  du ruban métallique. Cette approximation n'introduit qu'une erreur du second ordre dans l'expression variationnelle[1], on choisira une distribution de charge de type cubique :

$$f(x) = 1 + \left| \frac{2x}{w} \right|^3, \quad -\frac{w}{2} < x < \frac{w}{2} \quad (4)$$

$$f(x) = 0, \quad \text{Ailleurs}$$

$\beta$  étant la variable spectrale, la transformée de Fourier de la densité de charge s'exprimera alors:

$$\varphi = \beta w / 2$$

$$\tilde{f}(\beta) = w \cdot \left\{ 2 \text{sinc}(\varphi) + 3 \cdot \frac{(\cos(\varphi) - 2 \cdot \text{sinc}(\varphi) + \text{sinc}^2(\varphi/2))}{\varphi^2} \right\}$$

(5)

L'expression de la fonction de Green du potentiel scalaire électrique s'écrira dans le domaine spectral:

$\epsilon_0$  étant la permittivité absolue du vide

$$\tilde{G} = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \frac{1}{Y+1} \quad (6)$$

$$Y = \frac{\epsilon_{r2} \cdot (\epsilon_{r1} \cdot \coth(h_1 \beta) + \epsilon_{r2} \cdot \text{th}(h_2 \beta))}{\epsilon_{r2} + \epsilon_{r1} \cdot \coth(h_1 \beta) \cdot \text{th}(h_2 \beta)}$$

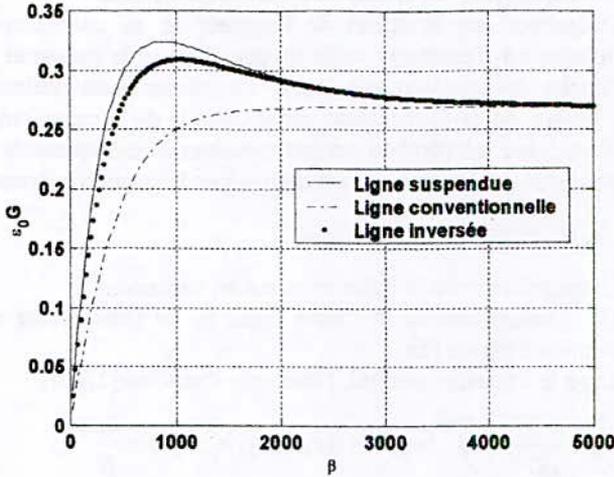


Figure 2: fonctions de Green  $\epsilon_0 \tilde{G}(\beta)$

Sur la figure 2 on représente les fonctions de Green spectrales pour des lignes suspendue et inversée ( $w=1\text{mm}$ ,  $\epsilon_r=2.718$ ,  $h_2=0.5\text{mm}$ ,  $h_1=1\text{mm}$ ) et pour une ligne conventionnelle ( $w=1\text{mm}$ ,  $\epsilon_r=2.718$ ,  $h=h_2+h_1=1.5\text{mm}$ ). Nous remarquons que la fonction de Green spectrale d'une ligne suspendue possède un maximum qui peut être déterminé par dérivation de  $\tilde{G}$  par rapport à  $\beta$ :

$$\beta_{\max} = \frac{1}{h_1} \cdot \text{arcosh} \sqrt{\frac{\epsilon_{r2} \cdot \epsilon_{r2} h_2 + \epsilon_{r1} h_1}{h_2 \cdot \epsilon_{r2}^2 - \epsilon_{r1}^2}} \quad (7)$$

D'après l'expression (7) on peut affirmer que  $\beta_{\max}$  n'existe que pour  $\epsilon_{r2} > \epsilon_{r1}$ , ce qui est le cas de la ligne suspendue et qui explique pourquoi il est difficile de ramener l'étude statique d'une structure avec couche d'air à celle d'une structure conventionnelle et nous pensons que cela est la raison du manque de précision de la méthode de la transformation conforme appliquée à ce problème. Pour la ligne inversée, nous remarquons aussi l'existence d'un maximum, nous pouvons faire les mêmes constatations que pour la ligne suspendue.

### III- Le modèle BSZ de la permittivité effective statique variationnelle

L'approche variationnelle (MV) correctement appliquée permet l'obtention rigoureuse de la permittivité effective mais au prix d'un masquage du modèle formel. L'objet de ce travail est donc de chercher à le visualiser par cette nouvelle méthode que nous avons désignée par l'abréviation BSZ formée des initiales des noms des auteurs du présent article.

La permittivité effective statique  $\epsilon_{\text{eff}}(u, \epsilon_r, m)$  dépend de la variable de structure  $u=w/h_1$ , de la permittivité relative  $\epsilon_r$  et du rapport  $m=h_2/h_1$  des épaisseurs respectives du substrat diélectrique et de la couche d'air. L'effet de bord et les charges d'espace compliquent le comportement de cette

permittivité en fonction de  $u$ . Pour l'analyse de ce comportement on normalise la variable  $u$  par rapport à  $N$  défini tel que:

$$u_N = u/N$$

Nous définissons quatre intervalles de deux décades chacun, se chevauchant 2 par 2:

- a)  $N=0.1$   $0.01 \leq u \leq 1$
- b)  $N=1$   $0.1 \leq u \leq 10$
- c)  $N=10$   $1 \leq u \leq 100$
- d)  $N=100$   $10 \leq u \leq 1000$

Ainsi  $u_N$  sera toujours compris entre 0.1 et 10

Pour le cas limite  $u$  infini ( $u=w/h_1$ ,  $h_1$  fixé et  $w$  tendant vers l'infini) on retrouve la permittivité équivalente:

$$\epsilon_{\text{eff}}(u = +\infty, \epsilon_r, m) = \epsilon_{\text{eq}} = \frac{(1+m) \cdot \epsilon_r}{\epsilon_r + m} \quad (8)$$

Pour le cas  $u=0$  ( $w=0$  et  $h_1$  fixé) on démontre aisément que:

$$\epsilon_{\text{eff}}(u = 0, \epsilon_r, m) = \frac{\epsilon_r + 1}{2} \quad (9)$$

Pour  $u$  suffisamment grand on peut poser  $\epsilon_{\text{eff}} \approx \epsilon_{\text{eq}}$

On introduit les quantités intermédiaires suivantes:

$$\alpha_N = \log \left( \frac{\epsilon_{\text{eff}}(N, \epsilon_r, m)}{\epsilon_{\text{eff}}(u, \epsilon_r, m)} \right) / \log_{10} \left( \frac{u}{N} \right) \quad (10)$$

$$\rho_N = \frac{\epsilon_{\text{eff}}(N, \epsilon_r, m)}{\epsilon_{\text{eq}}}$$

La permittivité effective statique s'exprimera en fonction des deux paramètres intermédiaires  $\alpha_N$  et  $\rho_N$ :

$$\epsilon_{\text{eff}}(u, \epsilon_r, m) = \epsilon_{\text{eq}} \rho_N e^{-\alpha_N \log_{10}(u/N)} \quad (11)$$

La démarche que nous avons suivie nous a naturellement conduit à déterminer par la méthode des moindres carrés pour  $\alpha_N$  un polynôme du 3<sup>ème</sup> degré en  $\log_{10}(u)$  et du second degré en  $m$  et  $\epsilon_r$ , pour  $\rho_N$  un polynôme du 3<sup>ème</sup> degré en  $\log_{10}(u)$  et  $m$ . Cette étape a été menée méthodiquement puisqu'il fallait d'abord calculer  $\epsilon_{\text{eff}}$  pour un grand nombre de valeurs de  $u$ ,  $\epsilon_r$  et  $m$  puis ensuite calculer  $\alpha_N$  et  $\rho_N$ .

L'interpolation polynomiale de  $\alpha_N$  selon 3 variables s'effectuera de la manière suivante:

- pour chaque couple de valeurs de  $\epsilon_r$  et  $m$  on détermine le polynôme d'interpolation en fonction de  $\log_{10}(u)$  pour  $\alpha_N$
- ensuite  $\epsilon_r$  étant fixé on cherche les polynômes d'interpolation des coefficients du polynôme précédent (fonction de  $\log_{10}(u)$ ) en fonction de  $m$
- en dernier on doit trouver les polynômes qui décrivent l'évolution des coefficients du polynôme précédent (fonction de  $m$ ) en fonction de  $\epsilon_r$ .

Nous procéderons de la même manière pour construire le polynôme d'interpolation de  $\rho_N$ , qui possède seulement deux variables  $\epsilon_r$  et  $m$ .

Nous pouvons donc écrire:

$$\begin{aligned} \rho_N &= A_3 * m^3 + A_2 * m^2 + A_1 * m + A_0 \\ C_3 &= B_{32} * m^2 + B_{31} * m + B_{30} \\ C_2 &= B_{22} * m^2 + B_{21} * m + B_{20} \\ C_1 &= B_{12} * m^2 + B_{11} * m + B_{10} \\ C_0 &= B_{02} * m^2 + B_{01} * m + B_{00} \\ \alpha_N &= C_3 * (\log_{10}(u))^3 + C_2 * (\log_{10}(u))^2 + C_1 * \log_{10}(u) + C_0 \end{aligned}$$

Les coefficients  $A_i$  et  $B_{ij}$  sont définis en annexe.

Nous avons donc établi quatre jeux de formules pour les différentes valeurs de N. Nous avons calculé par la méthode variationnelle la permittivité effective pour 8 valeurs de  $\epsilon_r$ , 19 de u et 5 de m pour chaque valeur de N soit 760 échantillons par intervalle, donc au total 3040 pour les quatre intervalles considérés. L'ensemble des formules que nous donnons en annexe balaye le domaine  $0.5 \leq m \leq 1.5$ ,  $1.5 \leq \epsilon_r \leq 20$  et  $0.01 \leq u \leq 1000$ . Nous ne considérons pas le cas où le diélectrique possède des pertes mais la méthode variationnelle montre que pour un diélectrique à faibles pertes l'ajout d'une couche d'air permet de réduire notablement ces pertes et que la permittivité effective d'une ligne suspendue est, dans ce cas, faiblement influencée par ces pertes.

#### IV- Vérification et validation du modèle B.S.Z

Pour calculer la permittivité effective d'une ligne suspendue à l'aide du modèle B.S.Z, il faut utiliser les formules présentes en annexes pour d'abord évaluer  $\rho_N$  et  $\alpha_N$  puis ensuite la relation (11) qui donne  $\epsilon_{eff}$

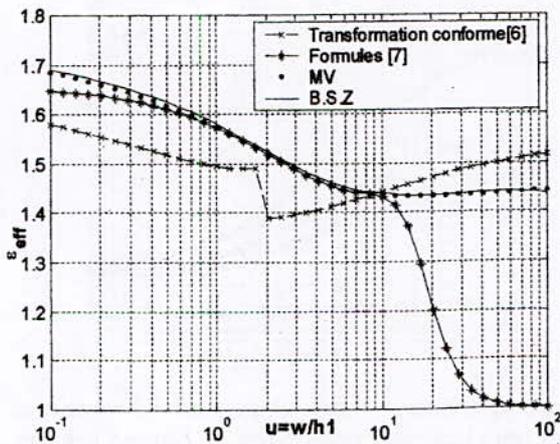


Figure 3: Comparaison de 4 méthodes de calcul de  $\epsilon_{eff}$

Sur la figure 3 on a tracé la permittivité effective d'une ligne suspendue ( $w=1\text{mm}$ ,  $\epsilon_r=2.718$ ,  $h_2=h_1=1\text{mm}$ ) avec différentes méthodes. Celle de la transformation conforme [6] donne une courbe qui ne concorde pas avec celle de l'approche variationnelle, et qui semble diverger quand u croît. La courbe tracée à l'aide des formules de [7] valables pour  $0.5 \leq u \leq 10$ , coïncide avec celle de l'approche variationnelle sur ce domaine mais s'en détache nettement en dehors et tend très rapidement vers 1 lorsque u croît. La courbe obtenue avec le modèle B.S.Z se confond presque visuellement avec celle de l'approche variationnelle, comme attendu de par sa construction.

Sur la figure 4 on a représenté la permittivité effective pour différentes valeurs de m et  $\epsilon_r$ , et u s'étendant de 0.1 à 100.

Nous avons regroupé dans un même graphe les courbes qui correspondent à un même  $\epsilon_r$  mais pour différentes valeurs de m. Les petits cercles montrent les valeurs calculées par la méthode variationnelle. Le trait plein représente les valeurs obtenues par la formulation BSZ que nous avons utilisée de la manière suivante (figure 3, 4 et 5): une formule par décade,  $N=0.1$  pour  $0.1 \leq u \leq 1$ ,  $N=1$  pour  $1 \leq u \leq 10$  et  $N=10$  pour  $10 \leq u \leq 100$ . Nous rappelons que les formules en annexes sont valables sur deux décades chacune.

La figure 5 représente les courbes regroupées pour une permittivité relative donnée. Elles s'échelonnent de haut en bas selon  $m=1.5, 1.2, 1, 0.8, 0.65, 0.5$ . Les autres remarques sont identiques à celles de la figure 4.

Nous remarquons que pour les figures 4 et 5 l'écart entre les valeurs des approches B.S.Z et variationnelle est visuellement inappréciable sauf pour les cas  $\epsilon_r=1.5$ ,  $\epsilon_r=2.17$  et  $\epsilon_r=2.718$  de la figure 5 toutefois un calcul d'erreur nous donne une erreur relative inférieure à 1%, nous constatons aussi pour ces mêmes cas, l'existence d'une discontinuité lorsque nous passons d'une décade à la suivante, ce qui est attendu puisqu'on change de formule d'interpolation. Nous voulons estimer l'écart qui existe entre deux formules sur un intervalle commun.

Sur les figures 6 et 7 on représente pour les configurations  $m=1.5, 1$  et  $0.5$  pour  $\epsilon_r=1.5$  la permittivité effective calculée par la méthode variationnelle sur l'intervalle  $0.1 \leq u \leq 100$  et par la formule d'interpolation B.S.Z successivement pour "N=0.1" sur l'intervalle  $0.1 \leq u \leq 1$ , pour "N=1" sur l'intervalle  $1 \leq u \leq 10$  et pour "N=10" sur l'intervalle  $10 \leq u \leq 100$ . L'erreur relative est définie de la façon suivante:

$$\frac{\Delta \epsilon_{eff}}{\epsilon_{eff}} = \frac{\epsilon_{interpolé} - \epsilon_{exact}}{\epsilon_{exact}}$$

où  $\epsilon_{exact}$  est la valeur obtenue par la méthode variationnelle et  $\epsilon_{interpolé}$  est la valeur calculée par une formule d'interpolation B.S.Z. La figure 7 permet de mieux apprécier l'erreur et de la quantifier, pour le cas considéré elle est majorée à 0.9%, on constate aussi que sur l'intervalle commun  $1 \leq u \leq 10$  la formule "N=1" est plus précise que la formule "N=10", et que sur l'intervalle  $0.1 \leq u \leq 1$  la formule "N=1" est aussi préférable à la formule "N=0.1", mais cela ne peut être généralisé à tout les cas envisageables (Voir figure 8 et 9). Mais on remarque bien que l'erreur semble grande au début de l'intervalle de définition de la formule considérée.

A partir de cela, pour calculer la valeur approchée de la permittivité effective, on a construit une fonction définie sur 4 décades de u ( $0.01 \leq u \leq 1000$ ) de la façon suivante: on prend la formule "N=0.1" pour  $0.01 \leq u \leq 1$ , "N=1" pour  $1 < u \leq 10$ , "N=10" pour  $10 < u \leq 100$ , "N=100" pour  $100 < u \leq 1000$ . Nous avons entrepris une étude exhaustive de l'erreur pour cette fonction pour  $0.5 \leq m \leq 1.5$ ,  $1.5 \leq \epsilon_r \leq 20$  et  $0.01 \leq u \leq 1000$  pour un grand nombre de valeurs de ces paramètres. Nous avons trouvé une erreur relative maximale de 1.2% et une erreur relative moyenne de 0.2%.

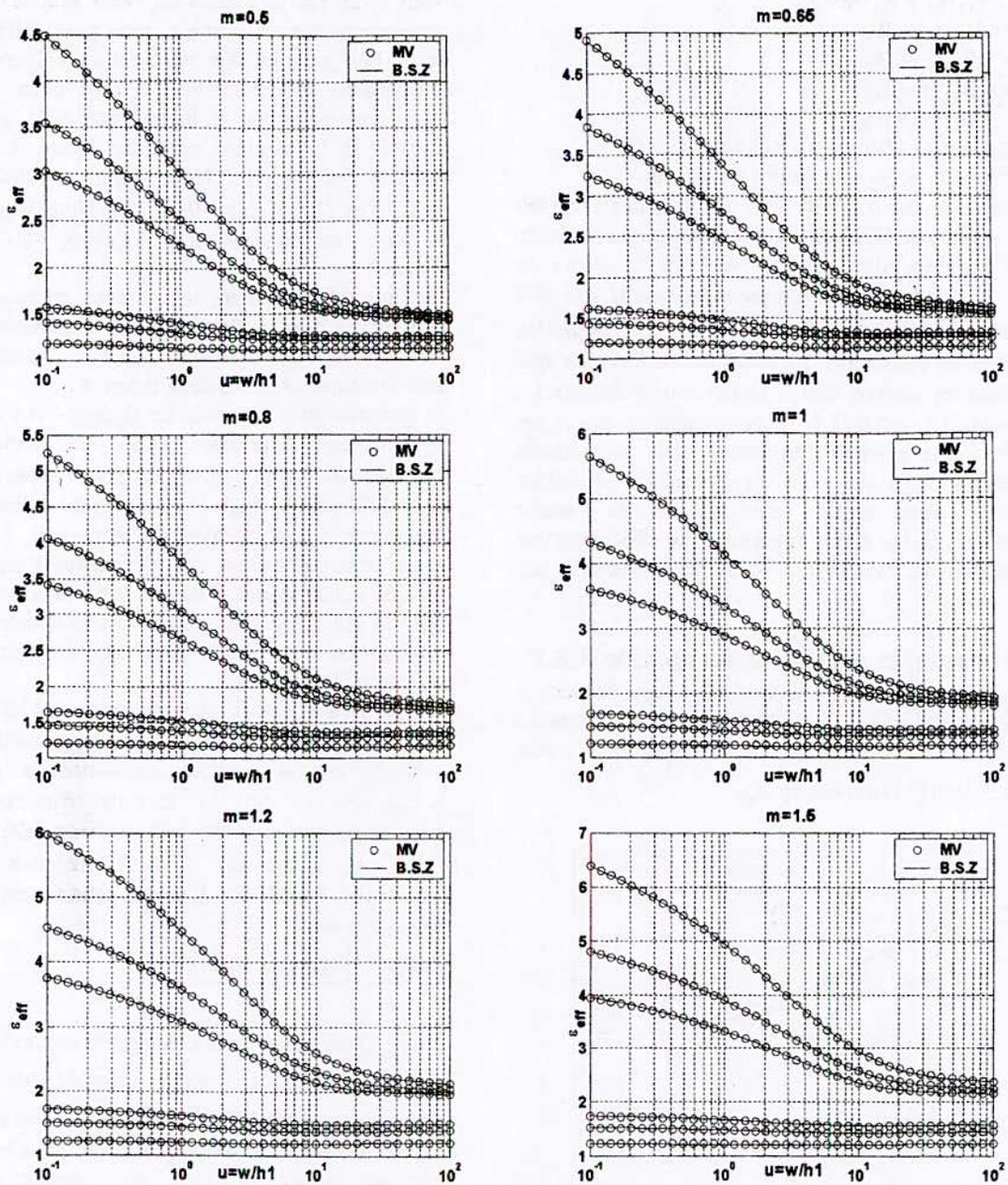


Figure 4: Permittivité effective. Regroupement pour un rapport  $m$  donné et avec la permittivité relative  $\epsilon_r$  comme paramètre. Pour chacune de ces figures, les courbes représentées correspondent de haut en bas aux cas:  $\epsilon_r=20, 12.9, 9.6, 2.718, 2.17, 1.5$ . L'effet de la couche d'air est plus accentué avec les permittivités relatives élevées au voisinage des valeurs faibles de  $u$ .

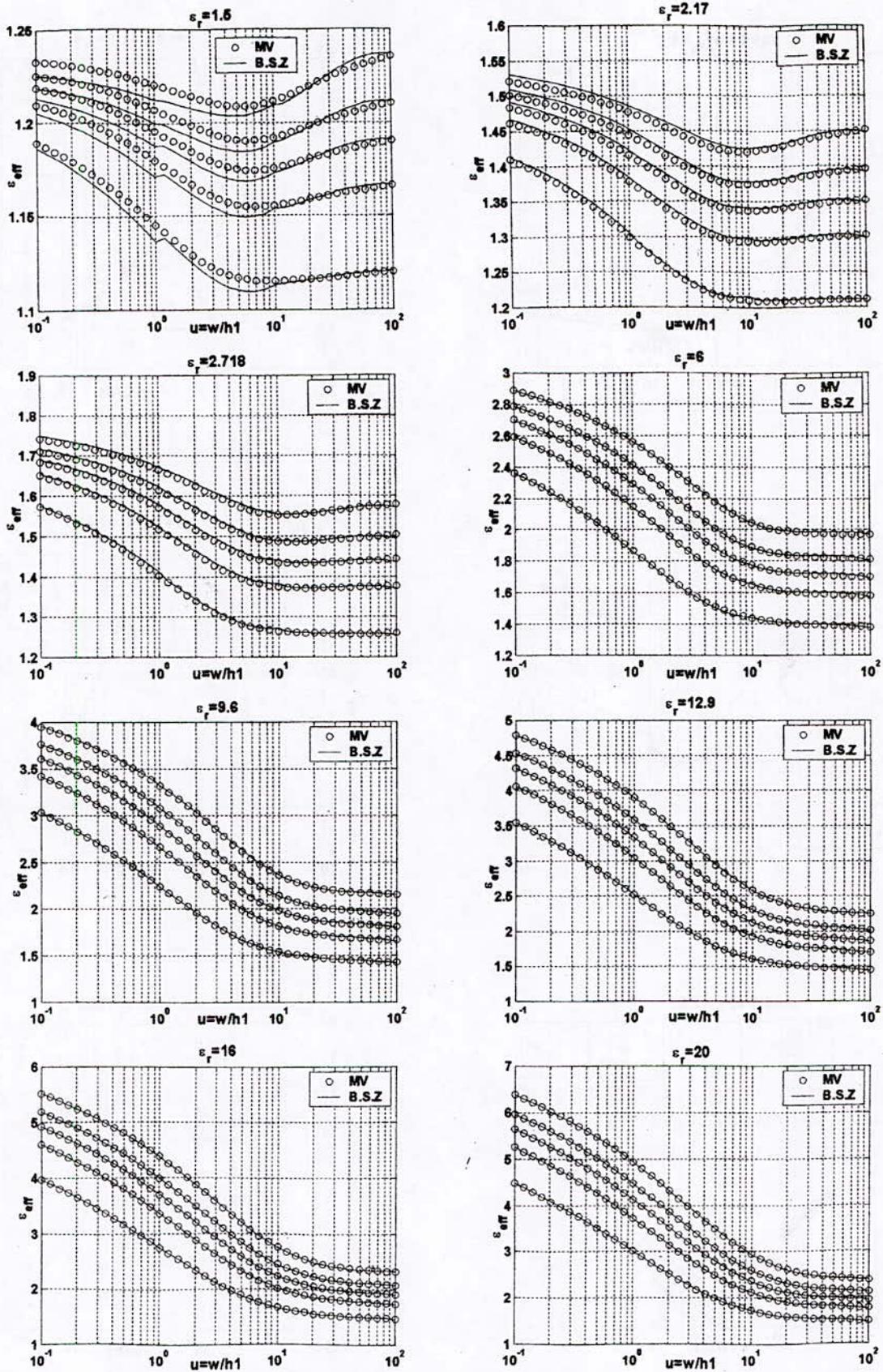


Figure 5: Permittivité effective. Regroupement pour une permittivité  $\epsilon_r$  donnée et avec  $m$  comme paramètre. Pour chaque figure, les courbes correspondent de haut en bas à  $m=1.5, 1.2, 1, 0.8, 0.5$ . L'effet de la couche d'air (effet de bord) est plus important pour  $m=h_2/h_1$  petit ( $h_1 > h_2$ ). Pour  $\epsilon_r < 3$  l'accord BSZ-MV se dégrade quelque peu.

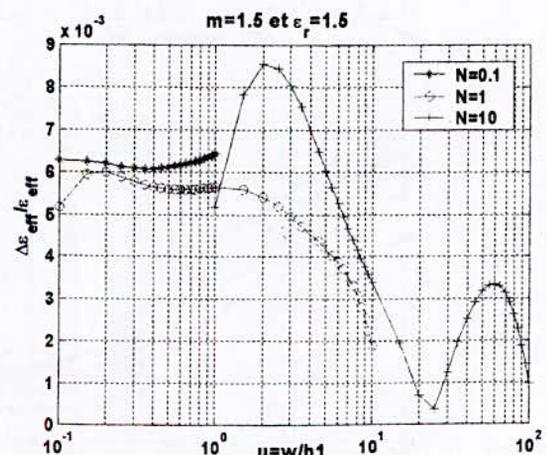
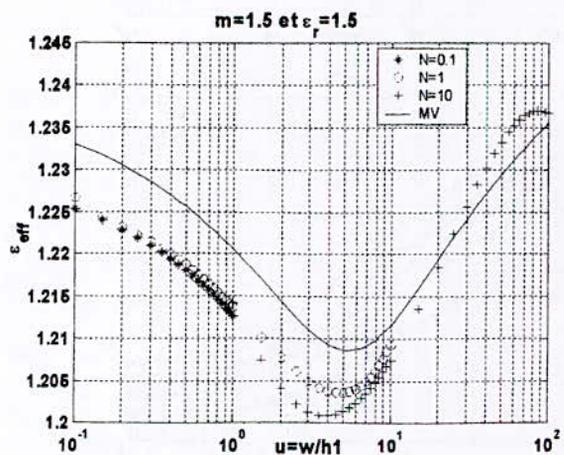
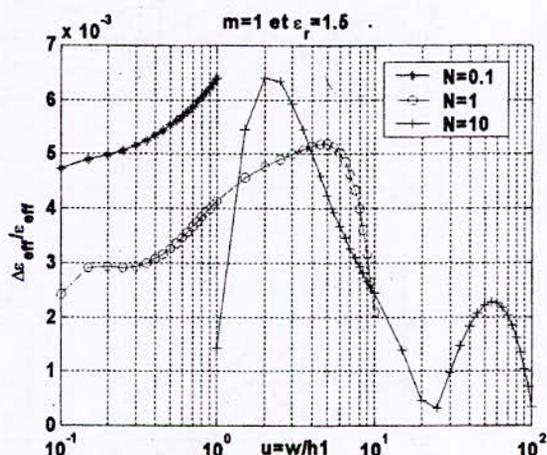
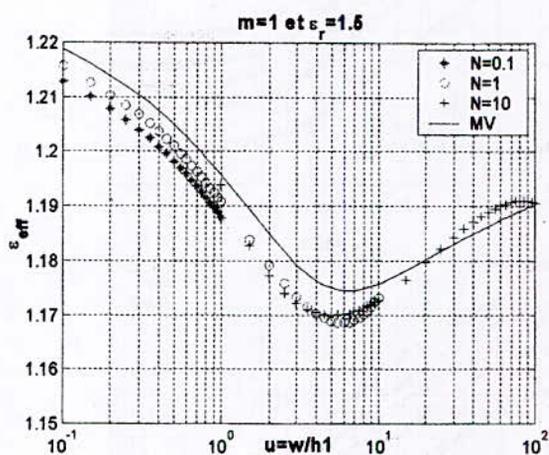
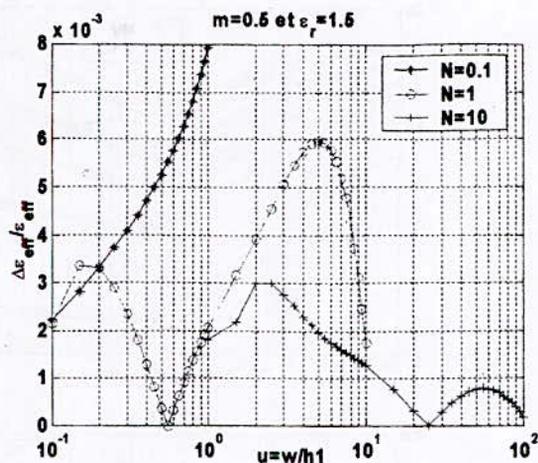
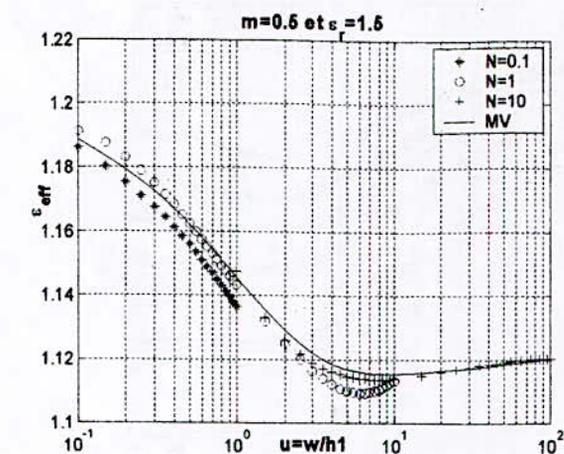
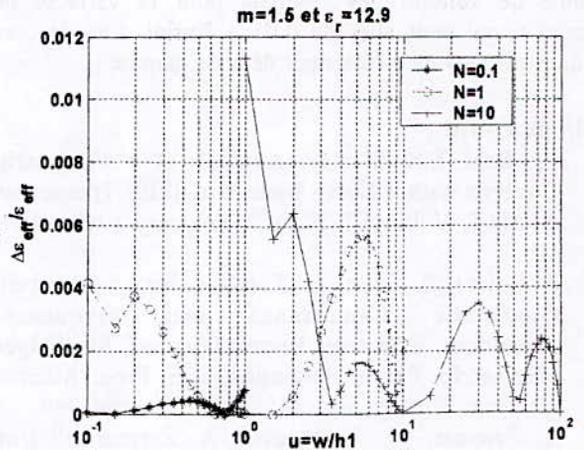
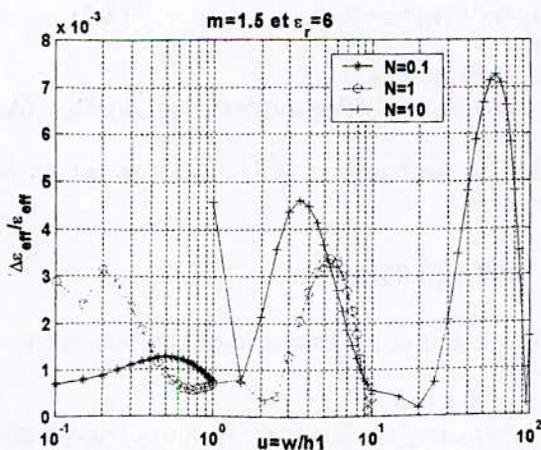
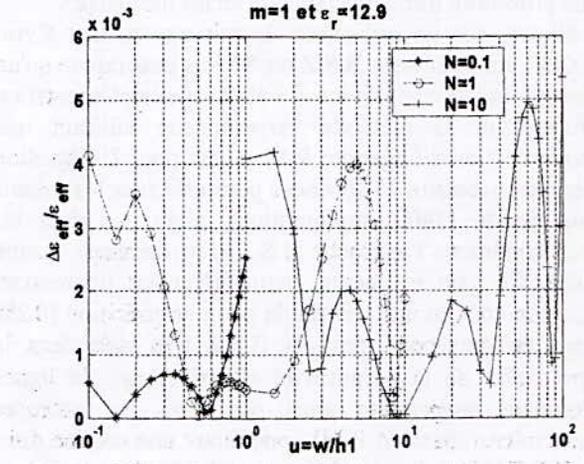
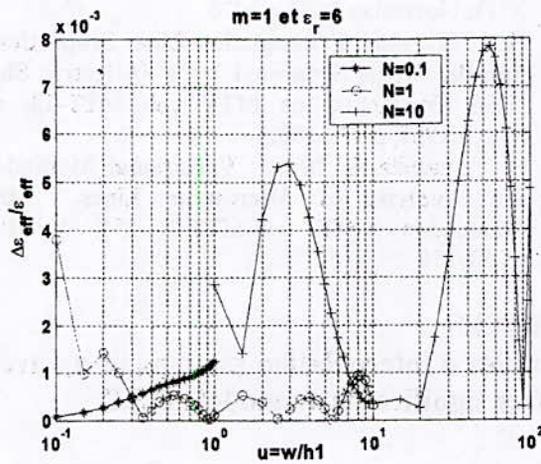
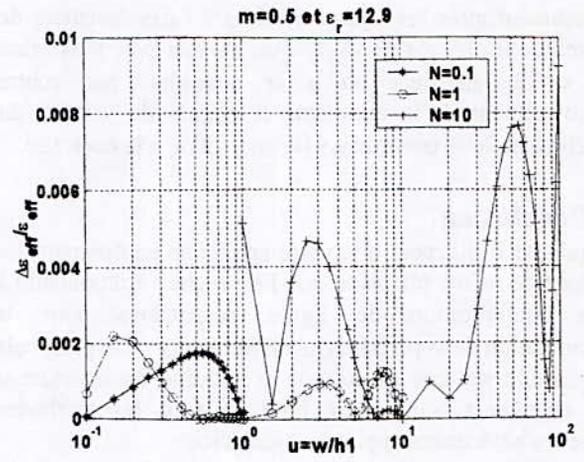
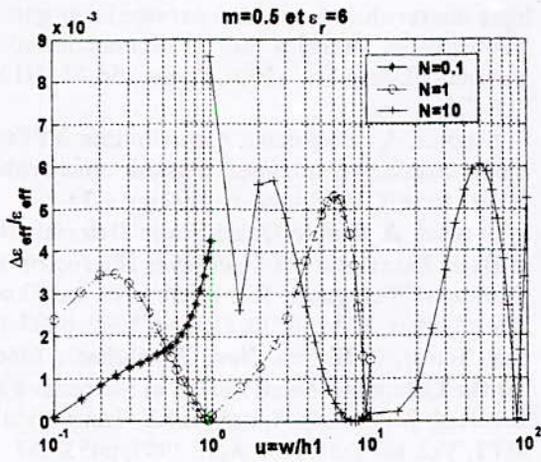


Figure 6 : Permittivité effective. Cas  $\epsilon_r=1.5$

Figure 7: Erreur relative des formules d'interpolation du modèle BSZ. Cas  $\epsilon_r=1.5$ . Pour  $m < 1$   $N=0.1$  convient pour  $u \leq 0.2$ ;  $N=1$  convient pour  $0.2 \leq u \leq 1.0$ ;  $N=10$  convient pour  $1.0 \leq u \leq 100$ . Pour  $m \geq 1$   $N=1$  convient pour  $0.1 \leq u \leq 10$ ;  $N=10$  convient pour  $10 \leq u$ .



**Figure 8:** Erreur relative des formules d'interpolation du modèle BSZ. Cas  $\epsilon_r=6$ . Pour  $m < 1$   $N=0.1$  convient pour  $u \leq 0.5$ ;  $N=1$  convient pour  $0.5 \leq u \leq 3.7$ ;  $N=10$  convient pour  $3.7 \leq u$ . Pour  $m \geq 1$   $N=0.1$  convient pour  $u \leq 0.4$ ;  $N=1$  convient pour  $0.3 \leq u \leq 10$ ;  $N=10$  convient pour  $7 \leq u$ .

**Figure 9:** Erreur relative des formules d'interpolation du modèle BSZ. Cas  $\epsilon_r=12.9$ . Pour  $m < 1$   $N=0.1$  convient pour  $u \leq 0.3$ ;  $N=1$  convient pour  $0.3 \leq u \leq 10$ ;  $N=10$  convient pour  $6 \leq u$ . Pour  $m \geq 1$   $N=0.1$  convient pour  $u \leq 1$ ;  $N=1$  convient pour  $0.4 \leq u \leq 3$ ;  $N=10$  convient pour  $2.5 \leq u$ .

En résumé, d'après les figures 6,7,8 et 9 l'accroissement de  $m$  diminue le champs de validité du modèle avec  $N=10$  tant que  $\epsilon_r < 12$ , au delà on a le contraire, par contre l'accroissement de  $m$  augmente le champ de validité du modèle avec  $N=1$  tant que  $\epsilon_r < 12$ , au delà on a le contraire.

**V- Conclusion**

L'approche B.S.Z peut donc être appliquée en donnant des résultats de même précision que l'approche variationnelle à toute configuration de lignes suspendues pour la détermination de la permittivité effective  $\epsilon_{eff}$ . De plus, cela est possible sur une gamme de la variable de structure  $u$  plus étendue à toute autre produite avec les méthodes formelles antérieures appliquées jusqu'ici.

Quand la largeur  $w$  du ruban suspendu augmente à  $h_1$  constant l'effet de bord s'estompe progressivement, ce qui diminue globalement la permittivité effective  $\epsilon_{eff}$  (voir les figures 3, 4 et 5), la B.S.Z met cet effet en évidence alors qu'une procédure formelle classique en est incapable.

Par ailleurs, sur un ordinateur de microprocesseur Cyrix MMX233, un traitement B.S.Z est 80 fois plus rapide qu'un traitement variationnel direct. En effet, une implémentation en fortran de la méthode variationnelle utilisant une méthode de Gauss-Legendre à 13 points pour l'intégration numérique, nécessite 78 secondes pour effectuer les calculs sur un lot de 11400 configurations, alors que dans les mêmes conditions l'approche B.S.Z n'en demande qu'une seconde. Ce gain en temps, particulièrement intéressant, malgré son coût en une très faible perte en précision (0.2% d'erreur en moyenne), rend la B.S.Z très utile dans la détermination de la permittivité effective  $\epsilon_{eff}$  de lignes microrubans suspendues ainsi que dans les antennes plaques microrubans (A.P.M) comportant une couche d'air. La L.E.C.F [5] confrontée à la recherche de formes idoines des A.P.M répondant à une application donnée, trouvera en l'approche B.S.Z l'outil nécessaire chaque fois qu'une couche d'air est mise en jeu, et ce sans contrainte sur le domaine de validité des résultats pour la variable de structure  $u$  qui peut aller de 0.01 à l'infini, tous les cas pratiques se trouvant à l'intérieur de cette gamme.

**Bibliographie**

[1] I.J. Bahl, S.S. Stuchly. **Analysis of a Microstrip Covered with a Lossy Dielectric.** IEEE Transaction on MTT, Vol. MTT-28, N°2, February 1980, p104-109.

[2] P. Lowes, S. Scott, E. Korolkiewicz, A. Sambell. **Quasistatic Capacitance and Frequency-dependent Effective Permittivity of Multilayer Microstrip Patch Antennas.** IEE Proc. Microw Antennas Propag., Vol. 145, N°1 February 1998.

[3] B. Semmar, M. Si Moussa, A. Zerguerras. **Une modélisation de la permittivité effective sur une large gamme fréquentielle d'une ligne microruban suspendue.** A.J.O.T,(Ecole Nationale Polytechnique d'Alger), Série B, Vol 14, N°1, 1999, pp35-43.

[4] B. Semmar, M. Si Moussa, A. Zerguerras. **Une modélisation de la permittivité effective d'une**

**ligne microruban suspendue sur une large gamme fréquentielle.** Annales des Télécommunications, Novembre/Décembre 2001,Tome 56,N°11/12,pp 719-728.

[5] S. Senouci, A. Zerguerras. **Contribution à l'Etude d'optimisation d'antennes plaques microruban.** AJOT, série B, Vol 14, N°1, 1999,pp19-34

[6] J. Svacina. **A Simple Quasi-Static Determination of Basic Parameters of Multilayer Microstrip and Coplanar Waveguide.** IEE Microwave and Guided Wave Letters, Vol.2, N°10, October 1992, p385-387.

[7] R.S. Tomar, P. Bhartia. **New Quasi-Static Models for the Computer-Aided Design of Suspended and Inverted Microstrip Lines.** IEEE Transaction on MTT, Vol. MTT-35, N°4, April 1987, p453-457.

[8] R.S. Tomar, P. Bhartia. **Corrections to "New Quasi-Static Models for the Computer-Aided Design of Suspended and Inverted Microstrip Lines".** IEEE Transaction on MTT, Vol. MTT-35, N°11, November 1987, p1076

[9] H.A. Wheeler. **Transmission-Line Properties of Parallel Strips Separated by a Dielectric Sheet.** IEEE Transaction on MTT vol. MTT-13, n°3, March 1965, p 172-185.

[10] E. Yamashita, R. Mittra. **Variational Method for the Analysis of Microstrip Lines.** IEEE Transaction on MTT vol. MTT-16, n°4, April 1968, p 251-256.

**ANNEXES**

**Formules d'interpolation pour  $\rho_N$  et  $\alpha_N$  avec 5 chiffres significatifs du modèle B.S.Z**

$0.5 \leq m \leq 1.5$

$\rho_N = A_3 * m^3 + A_2 * m^2 + A_1 * m + A_0$  (A.1)

$C_3 = B_{32} * m^2 + B_{31} * m + B_{30}$   
 $C_2 = B_{22} * m^2 + B_{21} * m + B_{20}$  (A.2)

$C_1 = B_{12} * m^2 + B_{11} * m + B_{10}$   
 $C_0 = B_{02} * m^2 + B_{01} * m + B_{00}$   
 $\alpha_N = C_3 * (\log_{10}(u))^3 + C_2 * (\log_{10}(u))^2 + C_1 * \log_{10}(u) + C_0$  (A.3)

L'évaluation des équations (A.1) à (A.3) se fait suivant 4 valeurs de N:

◆ **N=0.1 (0.01 ≤ u ≤ 1)**

Pour l'évaluation de  $\rho_N$  les coefficients ont pour expression:

Pour  $1.5 \leq \epsilon_r \leq 10$

$A_3 = -1.6757e-4 * \epsilon_r^3 + 2.9901e-3 * \epsilon_r^2 + 6.7091e-3 * \epsilon_r - 2.0465e-2$   
 $A_2 = 8.5326e-4 * \epsilon_r^3 - 1.64e-2 * \epsilon_r^2 + 1.2502e-2 * \epsilon_r + 5.4099e-2$   
 $A_1 = -1.7914e-3 * \epsilon_r^3 + 0.037684 * \epsilon_r^2 - 0.16808 * \epsilon_r + 0.035428$   
 $A_0 = 6.7830e-4 * \epsilon_r^3 - 0.018095 * \epsilon_r^2 + 0.24832 * \epsilon_r + 0.78005$

Pour  $10 < \epsilon_r \leq 20$

$A_3 = 5.0764e-6 * \epsilon_r^3 - 0.0004436 * \epsilon_r^2 + 0.026977 * \epsilon_r - 0.052151$   
 $A_2 = -1.4212e-5 * \epsilon_r^3 + 0.0014046 * \epsilon_r^2 - 0.10050 * \epsilon_r + 0.27005$

$$A_1 = -6.3451e-6 * \epsilon_r^3 - 0.0001889 * \epsilon_r^2 + 0.089032 * \epsilon_r - 0.53166$$

$$A_0 = 4.5169e-5 * \epsilon_r^3 - 0.0033023 * \epsilon_r^2 + 0.13256 * \epsilon_r + 1.09115$$

Pour l'évaluation de  $\alpha_N$  les coefficients ont pour expression:

Pour  $1.5 \leq \epsilon_r \leq 10$

$$B_{32} = 0.00019650 * \epsilon_r^2 - 0.0029645 * \epsilon_r + 0.0022599$$

$$B_{31} = -0.0003787 * \epsilon_r^2 + 0.006085 * \epsilon_r - 0.0044184$$

$$B_{30} = 0.00011636 * \epsilon_r^2 - 0.0017803 * \epsilon_r + 0.00092872$$

$$B_{22} = 0.00092438 * \epsilon_r^2 - 0.012444 * \epsilon_r + 0.012701$$

$$B_{21} = -0.0015323 * \epsilon_r^2 + 0.022296 * \epsilon_r - 0.023701$$

$$B_{20} = 0.00012927 * \epsilon_r^2 - 0.00061541 * \epsilon_r + 0.0025567$$

$$B_{12} = 0.00085863 * \epsilon_r^2 - 0.010491 * \epsilon_r + 0.019321$$

$$B_{11} = -0.00060497 * \epsilon_r^2 + 0.006580 * \epsilon_r - 0.033313$$

$$B_{10} = -0.0015459 * \epsilon_r^2 + 0.030253 * \epsilon_r - 0.010196$$

$$B_{02} = -0.0010075 * \epsilon_r^2 + 0.015571 * \epsilon_r + 0.0023906$$

$$B_{01} = 0.0040160 * \epsilon_r^2 - 0.065162 * \epsilon_r + 0.0093133$$

$$B_{00} = -0.0049521 * \epsilon_r^2 + 0.096139 * \epsilon_r - 0.056460$$

Pour  $10 < \epsilon_r \leq 20$

$$B_{32} = -0.00014740 * \epsilon_r^2 + 0.0043377 * \epsilon_r - 0.036394$$

$$B_{31} = 0.00034543 * \epsilon_r^2 - 0.010542 * \epsilon_r + 0.088925$$

$$B_{30} = -0.0001744 * \epsilon_r^2 + 0.0055465 * \epsilon_r - 0.042806$$

$$B_{22} = -0.0016282 * \epsilon_r^2 + 0.045252 * \epsilon_r - 0.30655$$

$$B_{21} = 0.0035976 * \epsilon_r^2 - 0.10233 * \epsilon_r + 0.70085$$

$$B_{20} = -0.0016701 * \epsilon_r^2 + 0.049628 * \epsilon_r - 0.31434$$

$$B_{12} = -0.0026504 * \epsilon_r^2 + 0.072472 * \epsilon_r - 0.45379$$

$$B_{11} = 0.0057960 * \epsilon_r^2 - 0.16161 * \epsilon_r + 0.99059$$

$$B_{10} = -0.0027324 * \epsilon_r^2 + 0.081339 * \epsilon_r - 0.39058$$

$$B_{02} = -0.00030049 * \epsilon_r^2 + 0.0078575 * \epsilon_r + 0.012068$$

$$B_{01} = 0.00075743 * \epsilon_r^2 - 0.021473 * \epsilon_r - 0.11252$$

$$B_{00} = -0.00074413 * \epsilon_r^2 + 0.030730 * \epsilon_r + 0.18606$$

### N=1 (0.1 ≤ u ≤ 10)

Pour l'évaluation de  $\rho_N$  les coefficients ont pour expression:

Pour  $1.5 \leq \epsilon_r \leq 10$

$$A_3 = 4.5208e-5 * \epsilon_r^3 - 1.7345e-3 * \epsilon_r^2 + 0.033044 * \epsilon_r - 0.037060$$

$$A_2 = -1.6331e-5 * \epsilon_r^3 + 0.0035107 * \epsilon_r^2 - 0.11386 * \epsilon_r + 0.14159$$

$$A_1 = -5.7197e-4 * \epsilon_r^3 + 8.2798e-3 * \epsilon_r^2 + 0.064322 * \epsilon_r - 0.14413$$

$$A_0 = 1.8033e-4 * \epsilon_r^3 - 0.0045319 * \epsilon_r^2 + 0.069098 * \epsilon_r + 0.94178$$

Pour  $10 < \epsilon_r \leq 20$

$$A_3 = 8.2330e-6 * \epsilon_r^3 - 5.7846e-4 * \epsilon_r^2 + 2.1087e-2 * \epsilon_r + 3.9196e-3$$

$$A_2 = -3.3191e-5 * \epsilon_r^3 + 2.3734e-3 * \epsilon_r^2 - 0.089751 * \epsilon_r + 0.030733$$

$$A_1 = 3.7320e-5 * \epsilon_r^3 - 0.002808 * \epsilon_r^2 + 0.12007 * \epsilon_r - 0.20109$$

$$A_0 = 9.2798e-6 * \epsilon_r^3 - 7.5367e-4 * \epsilon_r^2 + 0.041562 * \epsilon_r + 1.0102$$

Pour l'évaluation de  $\alpha_N$  les coefficients ont pour expression:

Pour  $1.5 \leq \epsilon_r \leq 10$

$$B_{32} = -0.0011698 * \epsilon_r^2 + 0.015833 * \epsilon_r - 0.0043604$$

$$B_{31} = 0.0025201 * \epsilon_r^2 - 0.031701 * \epsilon_r + 0.0044529$$

$$B_{30} = -0.00043566 * \epsilon_r^2 - 0.00055088 * \epsilon_r + 0.01221$$

$$B_{22} = 0.00036379 * \epsilon_r^2 - 0.0074860 * \epsilon_r + 0.0034676$$

$$B_{21} = -0.0018166 * \epsilon_r^2 + 0.034262 * \epsilon_r - 0.019205$$

$$B_{20} = 0.0023143 * \epsilon_r^2 - 0.038896 * \epsilon_r + 0.018066$$

$$B_{12} = 0.0021096 * \epsilon_r^2 - 0.033081 * \epsilon_r + 0.017921$$

$$B_{11} = -0.0050755 * \epsilon_r^2 + 0.079148 * \epsilon_r - 0.045596$$

$$B_{10} = 0.0017527 * \epsilon_r^2 - 0.016719 * \epsilon_r - 0.0063006$$

$$B_{02} = -0.0003388 * \epsilon_r^2 + 0.0041142 * \epsilon_r + 0.012136$$

$$B_{01} = 0.0029341 * \epsilon_r^2 - 0.046669 * \epsilon_r - 0.012624$$

$$B_{00} = -0.0057259 * \epsilon_r^2 + 0.11495 * \epsilon_r - 0.069341$$

Pour  $10 < \epsilon_r \leq 20$

$$B_{32} = 3.7069e-5 * \epsilon_r^2 - 0.0029034 * \epsilon_r + 0.065009$$

$$B_{31} = -0.00013471 * \epsilon_r^2 + 0.0090371 * \epsilon_r - 0.14360$$

$$B_{30} = 0.00016614 * \epsilon_r^2 - 0.0084471 * \epsilon_r + 0.033116$$

$$B_{22} = 5.2080e-5 * \epsilon_r^2 - 0.0023361 * \epsilon_r - 0.017448$$

$$B_{21} = -0.00018133 * \epsilon_r^2 + 0.0073258 * \epsilon_r + 0.089581$$

$$B_{20} = 0.00012892 * \epsilon_r^2 - 0.0035443 * \epsilon_r - 0.12113$$

$$B_{12} = 4.4424e-5 * \epsilon_r^2 - 2.5129e-5 * \epsilon_r - 0.11017$$

$$B_{11} = -0.00010318 * \epsilon_r^2 - 0.00072897 * \epsilon_r + 0.26550$$

$$B_{10} = -0.00016903 * \epsilon_r^2 + 0.012396 * \epsilon_r - 0.10996$$

$$B_{02} = 1.7615e-5 * \epsilon_r^2 - 0.00044408 * \epsilon_r + 0.023584$$

$$B_{01} = 7.6837e-5 * \epsilon_r^2 - 0.0036691 * \epsilon_r - 0.16457$$

$$B_{00} = -0.00060960 * \epsilon_r^2 + 0.031105 * \epsilon_r + 0.26687$$

### ◆ N=10 (1 ≤ u ≤ 100)

Pour l'évaluation de  $\rho_N$  les coefficients ont pour expression:

Pour  $1.5 \leq \epsilon_r \leq 10$

$$A_3 = 1.4784e-5 * \epsilon_r^3 - 3.7380e-4 * \epsilon_r^2 + 4.6507e-3 * \epsilon_r - 0.0051851$$

$$A_2 = -1.4182e-5 * \epsilon_r^3 + 6.2691e-4 * \epsilon_r^2 - 0.015800 * \epsilon_r + 0.022371$$

$$A_1 = -2.6777e-4 * \epsilon_r^3 + 5.0138e-3 * \epsilon_r^2 - 8.0901e-3 * \epsilon_r - 0.025664$$

$$A_0 = 9.0081e-6 * \epsilon_r^3 - 2.8381e-4 * \epsilon_r^2 + 0.0067295 * \epsilon_r + 0.99423$$

Pour  $10 < \epsilon_r \leq 20$

$$A_3 = 2.7385e-7 * \epsilon_r^3 - 2.0197e-5 * \epsilon_r^2 + 1.7591e-3 * \epsilon_r + 2.8789e-3$$

$$A_2 = -1.6894e-6 * \epsilon_r^3 + 1.3628e-4 * \epsilon_r^2 - 1.0096e-2 * \epsilon_r + 1.8584e-3$$

$$A_1 = 3.0928e-6 * \epsilon_r^3 - 3.0891e-4 * \epsilon_r^2 + 0.02385 * \epsilon_r - 0.083314$$

$$A_0 = 1.5270e-6 * \epsilon_r^3 - 1.0822e-4 * \epsilon_r^2 + 5.3057e-3 * \epsilon_r + 0.99838$$

Pour l'évaluation de  $\alpha_N$  les coefficients ont pour expression:

Pour  $1.5 \leq \epsilon_r \leq 10$

$$B_{32} = 0.00066995 * \epsilon_r^2 - 0.015978 * \epsilon_r + 0.020000$$

$$B_{31} = -0.0026413 * \epsilon_r^2 + 0.050099 * \epsilon_r - 0.053150$$

$$B_{30} = 0.0013011 * \epsilon_r^2 - 0.013915 * \epsilon_r + 0.0071300$$

$$B_{22} = -0.0014764 * \epsilon_r^2 + 0.045575 * \epsilon_r - 0.062071$$

$$B_{21} = 0.0072935 * \epsilon_r^2 - 0.16170 * \epsilon_r + 0.18725$$

$$B_{20} = -0.0048881 * \epsilon_r^2 + 0.064161 * \epsilon_r - 0.04108$$

$$B_{12} = -0.00014709 * \epsilon_r^2 - 0.019942 * \epsilon_r + 0.035316$$

$$B_{11} = -0.0033072 * \epsilon_r^2 + 0.11307 * \epsilon_r - 0.14777$$

$$B_{10} = 0.0056918 * \epsilon_r^2 - 0.10075 * \epsilon_r + 0.074708$$

$$B_{02} = 0.0010742 * \epsilon_r^2 - 0.020815 * \epsilon_r + 0.027669$$

$$B_{01} = -0.0014503 * \epsilon_r^2 + 0.031071 * \epsilon_r - 0.065332$$

$$B_{00} = -0.0023807 * \epsilon_r^2 + 0.064355 * \epsilon_r - 0.050128$$

Pour  $10 < \epsilon_r \leq 20$

$$B_{32} = 0.00021231 * \epsilon_r^2 - 0.0063661 * \epsilon_r - 0.030093$$

$$B_{31} = -0.00045051 * \epsilon_r^2 + 0.0090158 * \epsilon_r + 0.13974$$

$$\begin{aligned}
 B_{30} &= -4.3671e-5 \cdot \epsilon_r^2 + 0.0090019 \cdot \epsilon_r - 0.089434 \\
 B_{22} &= -0.00076781 \cdot \epsilon_r^2 + 0.027286 \cdot \epsilon_r + 0.047904 \\
 B_{21} &= 0.0018714 \cdot \epsilon_r^2 - 0.054610 \cdot \epsilon_r - 0.34172 \\
 B_{20} &= -0.00015552 \cdot \epsilon_r^2 - 0.017618 \cdot \epsilon_r + 0.30961 \\
 B_{12} &= 0.00065076 \cdot \epsilon_r^2 - 0.028530 \cdot \epsilon_r + 0.044843 \\
 B_{11} &= -0.0019066 \cdot \epsilon_r^2 + 0.075261 \cdot \epsilon_r + 0.085549 \\
 B_{10} &= 0.00071190 \cdot \epsilon_r^2 - 0.013686 \cdot \epsilon_r - 0.3042 \\
 B_{02} &= 0.00010811 \cdot \epsilon_r^2 - 0.0037167 \cdot \epsilon_r - 0.047556 \\
 B_{01} &= -0.00021471 \cdot \epsilon_r^2 + 0.0067176 \cdot \epsilon_r + 0.054039 \\
 B_{00} &= -0.00053715 \cdot \epsilon_r^2 + 0.032831 \cdot \epsilon_r + 0.083559
 \end{aligned}$$

**N=100 (10 ≤ u ≤ 1000)**

Pour l'évaluation de  $\rho_N$  les coefficients ont pour expression:

Pour  $1.5 \leq \epsilon_r \leq 10$

$$\begin{aligned}
 A_3 &= -9.5731e-7 \cdot \epsilon_r^3 + 1.5472e-5 \cdot \epsilon_r^2 + 2.1590e-4 \cdot \epsilon_r - 3.6844e-4 \\
 A_2 &= 1.0674e-5 \cdot \epsilon_r^3 - 1.8451e-4 \cdot \epsilon_r^2 - 5.4082e-4 \cdot \epsilon_r + 2.0043e-3 \\
 A_1 &= -9.4535e-5 \cdot \epsilon_r^3 + 1.8786e-3 \cdot \epsilon_r^2 - 8.4628e-3 \cdot \epsilon_r - 8.8631e-4 \\
 A_0 &= -1.0454e-6 \cdot \epsilon_r^3 + 3.5586e-5 \cdot \epsilon_r^2 - 2.7006e-5 \cdot \epsilon_r + 1.0000
 \end{aligned}$$

Pour  $10 < \epsilon_r \leq 20$

$$\begin{aligned}
 A_3 &= 6.2794e-8 \cdot \epsilon_r^3 - 6.0561e-6 \cdot \epsilon_r^2 + 3.6146e-4 \cdot \epsilon_r - 6.9023e-4 \\
 A_2 &= -4.1423e-7 \cdot \epsilon_r^3 + 3.6188e-5 \cdot \epsilon_r^2 - 1.8920e-3 \cdot \epsilon_r + 4.5212e-3 \\
 A_1 &= 7.5193e-7 \cdot \epsilon_r^3 - 7.2672e-5 \cdot \epsilon_r^2 + 0.004124 \cdot \epsilon_r - 0.026811 \\
 A_0 &= -1.7984e-7 \cdot \epsilon_r^3 + 9.5662e-6 \cdot \epsilon_r^2 + 0.00023639 \cdot \epsilon_r + 0.99914
 \end{aligned}$$

Pour l'évaluation de  $\alpha_N$  les coefficients ont pour expression:

Pour  $1.5 \leq \epsilon_r \leq 10$

$$\begin{aligned}
 B_{32} &= 7.5020e-5 \cdot \epsilon_r^2 - 0.00041258 \cdot \epsilon_r - 0.00015698 \\
 B_{31} &= -0.00013861 \cdot \epsilon_r^2 - 0.0010069 \cdot \epsilon_r + 0.0028040 \\
 B_{30} &= 1.9444e-5 \cdot \epsilon_r^2 + 0.00019618 \cdot \epsilon_r - 0.00087181 \\
 B_{22} &= -0.00046710 \cdot \epsilon_r^2 + 0.0024014 \cdot \epsilon_r + 0.0013661 \\
 B_{21} &= 0.00094137 \cdot \epsilon_r^2 + 0.0067029 \cdot \epsilon_r - 0.019973 \\
 B_{20} &= -0.00024207 \cdot \epsilon_r^2 + 0.0011582 \cdot \epsilon_r + 0.0039507 \\
 B_{12} &= 0.00085535 \cdot \epsilon_r^2 - 0.0025892 \cdot \epsilon_r - 0.0065398 \\
 B_{11} &= -0.0020551 \cdot \epsilon_r^2 - 0.017217 \cdot \epsilon_r + 0.056260 \\
 B_{10} &= 0.00084357 \cdot \epsilon_r^2 - 0.011138 \cdot \epsilon_r - 0.0012131 \\
 B_{02} &= -0.00038550 \cdot \epsilon_r^2 - 0.0032409 \cdot \epsilon_r + 0.013121 \\
 B_{01} &= 0.0016640 \cdot \epsilon_r^2 + 0.017324 \cdot \epsilon_r - 0.072593 \\
 B_{00} &= -0.00086418 \cdot \epsilon_r^2 + 0.018060 \cdot \epsilon_r - 0.0088656
 \end{aligned}$$

Pour  $10 < \epsilon_r \leq 20$

$$\begin{aligned}
 B_{32} &= -1.7741e-6 \cdot \epsilon_r^2 + 0.00091804 \cdot \epsilon_r - 0.0058870 \\
 B_{31} &= 5.33e-5 \cdot \epsilon_r^2 - 0.0041162 \cdot \epsilon_r + 0.015061 \\
 B_{30} &= -2.5758e-5 \cdot \epsilon_r^2 + 0.00084032 \cdot \epsilon_r - 0.0029193 \\
 B_{22} &= 6.4474e-6 \cdot \epsilon_r^2 - 0.0058399 \cdot \epsilon_r + 0.037048 \\
 B_{21} &= -0.00033533 \cdot \epsilon_r^2 + 0.027365 \cdot \epsilon_r - 0.10133 \\
 B_{20} &= 0.00015118 \cdot \epsilon_r^2 - 0.0047067 \cdot \epsilon_r + 0.024253 \\
 B_{12} &= -1.3240e-5 \cdot \epsilon_r^2 + 0.012555 \cdot \epsilon_r - 0.072293 \\
 B_{11} &= 0.00071261 \cdot \epsilon_r^2 - 0.061306 \cdot \epsilon_r + 0.22610 \\
 B_{10} &= -0.00024715 \cdot \epsilon_r^2 + 0.0057475 \cdot \epsilon_r - 0.063424 \\
 B_{02} &= 3.6846e-5 \cdot \epsilon_r^2 - 0.010418 \cdot \epsilon_r + 0.043410 \\
 B_{01} &= -0.00058515 \cdot \epsilon_r^2 + 0.051091 \cdot \epsilon_r - 0.19139 \\
 B_{00} &= 7.3e-5 \cdot \epsilon_r^2 + 0.0030752 \cdot \epsilon_r + 0.049141
 \end{aligned}$$

N		N=0.1	N=1
$\rho_N$	$A_3$	$-1.6757e-4*\epsilon_r^3+2.9901e-3*\epsilon_r^2+6.7091e-3*\epsilon_r-2.0465e-2$	$4.5208e-5*\epsilon_r^3-1.7345e-3*\epsilon_r^2+0.033044*\epsilon_r-0.037060$
	$A_2$	$8.5326e-4*\epsilon_r^3-1.64e-2*\epsilon_r^2+1.2502e-2*\epsilon_r+5.4099e-2$	$-1.6331e-5*\epsilon_r^3+0.0035107*\epsilon_r^2-0.11386*\epsilon_r+0.14159$
	$A_1$	$-1.7914e-3*\epsilon_r^3+0.037684*\epsilon_r^2-0.16808*\epsilon_r+0.035428$	$-5.7197e-4*\epsilon_r^3+8.2798e-3*\epsilon_r^2+0.064322*\epsilon_r-0.14413$
	$A_0$	$6.7830e-4*\epsilon_r^3-0.018095*\epsilon_r^2+0.24832*\epsilon_r+0.78005$	$1.8033e-4*\epsilon_r^3-0.0045319*\epsilon_r^2+0.069098*\epsilon_r+0.94178$
$\rho_N$	$A_3$	$5.0764e-6*\epsilon_r^3-0.0004436*\epsilon_r^2+0.026977*\epsilon_r-0.052151$	$8.2330e-6*\epsilon_r^3-5.7846e-4*\epsilon_r^2+2.1087e-2*\epsilon_r+3.9196e-3$
	$A_2$	$-1.4212e-5*\epsilon_r^3+0.0014046*\epsilon_r^2-0.10050*\epsilon_r+0.27005$	$-3.3191e-5*\epsilon_r^3+2.3734e-3*\epsilon_r^2-0.089751*\epsilon_r+0.030733$
	$A_1$	$-6.3451e-6*\epsilon_r^3-0.0001889*\epsilon_r^2+0.089032*\epsilon_r-0.53166$	$3.7320e-5*\epsilon_r^3-0.002808*\epsilon_r^2+0.12007*\epsilon_r-0.20109$
	$A_0$	$4.5169e-5*\epsilon_r^3-0.0033023*\epsilon_r^2+0.13256*\epsilon_r+1.09115$	$9.2798e-6*\epsilon_r^3-7.5367e-4*\epsilon_r^2+0.041562*\epsilon_r+1.0102$
$\alpha_N$	$B_{32}$	$0.00019650*\epsilon_r^2-0.0029645*\epsilon_r+0.0022599$	$-0.0011698*\epsilon_r^2+0.015833*\epsilon_r-0.0043604$
	$B_{31}$	$-0.0003787*\epsilon_r^2+0.006085*\epsilon_r-0.0044184$	$0.0025201*\epsilon_r^2-0.031701*\epsilon_r+0.0044529$
	$B_{30}$	$0.00011636*\epsilon_r^2-0.0017803*\epsilon_r+0.00092872$	$-0.00043566*\epsilon_r^2-0.00055088*\epsilon_r+0.01221$
	$B_{22}$	$0.00092438*\epsilon_r^2-0.012444*\epsilon_r+0.012701$	$0.00036379*\epsilon_r^2-0.0074860*\epsilon_r+0.0034676$
	$B_{21}$	$-0.0015323*\epsilon_r^2+0.022296*\epsilon_r-0.023701$	$-0.0018166*\epsilon_r^2+0.034262*\epsilon_r-0.019205$
	$B_{20}$	$0.00012927*\epsilon_r^2-0.00061541*\epsilon_r+0.0025567$	$0.0023143*\epsilon_r^2-0.038896*\epsilon_r+0.018066$
	$B_{12}$	$0.00085863*\epsilon_r^2-0.010491*\epsilon_r+0.019321$	$0.0021096*\epsilon_r^2-0.033081*\epsilon_r+0.017921$
	$B_{11}$	$-0.00060497*\epsilon_r^2+0.006580*\epsilon_r-0.033313$	$-0.0050755*\epsilon_r^2+0.079148*\epsilon_r-0.045596$
	$B_{10}$	$-0.0015459*\epsilon_r^2+0.030253*\epsilon_r-0.010196$	$0.0017527*\epsilon_r^2-0.016719*\epsilon_r-0.0063006$
	$B_{02}$	$-0.0010075*\epsilon_r^2+0.015571*\epsilon_r+0.0023906$	$-0.0003388*\epsilon_r^2+0.0041142*\epsilon_r+0.012136$
	$B_{01}$	$0.0040160*\epsilon_r^2-0.065162*\epsilon_r+0.0093133$	$0.0029341*\epsilon_r^2-0.046669*\epsilon_r-0.012624$
	$B_{00}$	$-0.0049521*\epsilon_r^2+0.096139*\epsilon_r-0.056460$	$-0.0057259*\epsilon_r^2+0.11495*\epsilon_r-0.069341$
$\alpha_N$	$B_{32}$	$-0.00014740*\epsilon_r^2+0.0043377*\epsilon_r-0.036394$	$3.7069e-5*\epsilon_r^2-0.0029034*\epsilon_r+0.065009$
	$B_{31}$	$0.00034543*\epsilon_r^2-0.010542*\epsilon_r+0.088925$	$-0.00013471*\epsilon_r^2+0.0090371*\epsilon_r-0.14360$
	$B_{30}$	$-0.0001744*\epsilon_r^2+0.0055465*\epsilon_r-0.042806$	$0.00016614*\epsilon_r^2-0.0084471*\epsilon_r+0.033116$
	$B_{22}$	$-0.0016282*\epsilon_r^2+0.045252*\epsilon_r-0.30655$	$5.2080e-5*\epsilon_r^2-0.0023361*\epsilon_r-0.017448$
	$B_{21}$	$0.0035976*\epsilon_r^2-0.10233*\epsilon_r+0.70085$	$-0.00018133*\epsilon_r^2+0.0073258*\epsilon_r+0.089581$
	$B_{20}$	$-0.0016701*\epsilon_r^2+0.049628*\epsilon_r-0.31434$	$0.00012892*\epsilon_r^2-0.0035443*\epsilon_r-0.12113$
	$B_{12}$	$-0.0026504*\epsilon_r^2+0.072472*\epsilon_r-0.45379$	$4.4424e-5*\epsilon_r^2-2.5129e-5*\epsilon_r-0.11017$
	$B_{11}$	$0.0057960*\epsilon_r^2-0.16161*\epsilon_r+0.99059$	$-0.00010318*\epsilon_r^2-0.00072897*\epsilon_r+0.26550$
	$B_{10}$	$-0.0027324*\epsilon_r^2+0.081339*\epsilon_r-0.39058$	$-0.00016903*\epsilon_r^2+0.012396*\epsilon_r-0.10996$
	$B_{02}$	$-0.00030049*\epsilon_r^2+0.0078575*\epsilon_r+0.012068$	$1.7615e-5*\epsilon_r^2-0.00044408*\epsilon_r+0.023584$
	$B_{01}$	$0.00075743*\epsilon_r^2-0.021473*\epsilon_r-0.11252$	$7.6837e-5*\epsilon_r^2-0.0036691*\epsilon_r-0.16457$
	$B_{00}$	$-0.00074413*\epsilon_r^2+0.030730*\epsilon_r+0.18606$	$-0.00060960*\epsilon_r^2+0.031105*\epsilon_r+0.26687$

Tableau 1: Formules d'interpolation du modèle B.S.Z avec 5 chiffres significatifs cas N=0.1 et N=1. (  $0.5 \leq m \leq 1.5$  )

N		N=10	N=100
$\rho_N$ $1.5 \leq \epsilon_r \leq 10$	A <sub>3</sub>	$1.4784e-5*\epsilon_r^3-3.7380e-4*\epsilon_r^2+4.6507e-3*\epsilon_r-0.0051851$	$-9.5731e-7*\epsilon_r^3+1.5472e-5*\epsilon_r^2+2.1590e-4*\epsilon_r-3.6844e-4$
	A <sub>2</sub>	$-1.4182e-5*\epsilon_r^3+6.2691e-4*\epsilon_r^2-0.015800*\epsilon_r+0.022371$	$1.0674e-5*\epsilon_r^3-1.8451e-4*\epsilon_r^2-5.4082e-4*\epsilon_r+2.0043e-3$
	A <sub>1</sub>	$-2.6777e-4*\epsilon_r^3+5.0138e-3*\epsilon_r^2-8.0901e-3*\epsilon_r-0.025664$	$-9.4535e-5*\epsilon_r^3+1.8786e-3*\epsilon_r^2-8.4628e-3*\epsilon_r-8.8631e-4$
	A <sub>0</sub>	$9.0081e-6*\epsilon_r^3-2.8381e-4*\epsilon_r^2+0.0067295*\epsilon_r+0.99423$	$-1.0454e-6*\epsilon_r^3+3.5586e-5*\epsilon_r^2-2.7006e-5*\epsilon_r+1.0000$
$\rho_N$ $10 < \epsilon_r \leq 20$	A <sub>3</sub>	$2.7385e-7*\epsilon_r^3-2.0197e-5*\epsilon_r^2+1.7591e-3*\epsilon_r+2.8789e-3$	$6.2794e-8*\epsilon_r^3-6.0561e-6*\epsilon_r^2+3.6146e-4*\epsilon_r-6.9023e-4$
	A <sub>2</sub>	$-1.6894e-6*\epsilon_r^3+1.3628e-4*\epsilon_r^2-1.0096e-2*\epsilon_r+1.8584e-3$	$-4.1423e-7*\epsilon_r^3+3.6188e-5*\epsilon_r^2-1.8920e-3*\epsilon_r+4.5212e-3$
	A <sub>1</sub>	$3.0928e-6*\epsilon_r^3-3.0891e-4*\epsilon_r^2+0.02385*\epsilon_r-0.083314$	$7.5193e-7*\epsilon_r^3-7.2672e-5*\epsilon_r^2+0.004124*\epsilon_r-0.026811$
	A <sub>0</sub>	$1.5270e-6*\epsilon_r^3-1.0822e-4*\epsilon_r^2+5.3057e-3*\epsilon_r+0.99838$	$-1.7984e-7*\epsilon_r^3+9.5662e-6*\epsilon_r^2+0.00023639*\epsilon_r+0.99914$
$\alpha_N$ $1.5 \leq \epsilon_r \leq 10$	B <sub>32</sub>	$0.00066995*\epsilon_r^2-0.015978*\epsilon_r+0.020000$	$7.5020e-5*\epsilon_r^2-0.00041258*\epsilon_r-0.00015698$
	B <sub>31</sub>	$-0.0026413*\epsilon_r^2+0.050099*\epsilon_r-0.053150$	$-0.00013861*\epsilon_r^2-0.0010069*\epsilon_r+0.0028040$
	B <sub>30</sub>	$0.0013011*\epsilon_r^2-0.013915*\epsilon_r+0.0071300$	$1.9444e-5*\epsilon_r^2+0.00019618*\epsilon_r-0.00087181$
	B <sub>22</sub>	$-0.0014764*\epsilon_r^2+0.045575*\epsilon_r-0.062071$	$-0.00046710*\epsilon_r^2+0.0024014*\epsilon_r+0.0013661$
	B <sub>21</sub>	$0.0072935*\epsilon_r^2-0.16170*\epsilon_r+0.18725$	$0.00094137*\epsilon_r^2+0.0067029*\epsilon_r-0.019973$
	B <sub>20</sub>	$-0.0048881*\epsilon_r^2+0.064161*\epsilon_r-0.04108$	$-0.00024207*\epsilon_r^2+0.0011582*\epsilon_r+0.0039507$
	B <sub>12</sub>	$-0.00014709*\epsilon_r^2-0.019942*\epsilon_r+0.035316$	$0.00085535*\epsilon_r^2-0.0025892*\epsilon_r-0.0065398$
	B <sub>11</sub>	$-0.0033072*\epsilon_r^2+0.11307*\epsilon_r-0.14777$	$-0.0020551*\epsilon_r^2-0.017217*\epsilon_r+0.056260$
	B <sub>10</sub>	$0.0056918*\epsilon_r^2-0.10075*\epsilon_r+0.074708$	$0.00084357*\epsilon_r^2-0.011138*\epsilon_r-0.0012131$
	B <sub>02</sub>	$0.0010742*\epsilon_r^2-0.020815*\epsilon_r+0.027669$	$-0.00038550*\epsilon_r^2-0.0032409*\epsilon_r+0.013121$
	B <sub>01</sub>	$-0.0014503*\epsilon_r^2+0.031071*\epsilon_r-0.065332$	$0.0016640*\epsilon_r^2+0.017324*\epsilon_r-0.072593$
	B <sub>00</sub>	$-0.0023807*\epsilon_r^2+0.064355*\epsilon_r-0.050128$	$-0.00086418*\epsilon_r^2+0.018060*\epsilon_r-0.0088656$
$\alpha_N$ $10 < \epsilon_r \leq 20$	B <sub>32</sub>	$0.00021231*\epsilon_r^2-0.0063661*\epsilon_r-0.030093$	$-1.7741e-6*\epsilon_r^2+0.00091804*\epsilon_r-0.0058870$
	B <sub>31</sub>	$-0.00045051*\epsilon_r^2+0.0090158*\epsilon_r+0.13974$	$5.33e-5*\epsilon_r^2-0.0041162*\epsilon_r+0.015061$
	B <sub>30</sub>	$-4.3671e-5*\epsilon_r^2+0.0090019*\epsilon_r-0.089434$	$-2.5758e-5*\epsilon_r^2+0.00084032*\epsilon_r-0.0029193$
	B <sub>22</sub>	$-0.00076781*\epsilon_r^2+0.027286*\epsilon_r+0.047904$	$6.4474e-6*\epsilon_r^2-0.0058399*\epsilon_r+0.037048$
	B <sub>21</sub>	$0.0018714*\epsilon_r^2-0.054610*\epsilon_r-0.34172$	$-0.00033533*\epsilon_r^2+0.027365*\epsilon_r-0.10133$
	B <sub>20</sub>	$-0.00015552*\epsilon_r^2-0.017618*\epsilon_r+0.30961$	$0.00015118*\epsilon_r^2-0.0047067*\epsilon_r+0.024253$
	B <sub>12</sub>	$0.00065076*\epsilon_r^2-0.028530*\epsilon_r+0.044843$	$-1.3240e-5*\epsilon_r^2+0.012555*\epsilon_r-0.072293$
	B <sub>11</sub>	$-0.0019066*\epsilon_r^2+0.075261*\epsilon_r+0.085549$	$0.00071261*\epsilon_r^2-0.061306*\epsilon_r+0.22610$
	B <sub>10</sub>	$0.00071190*\epsilon_r^2-0.013686*\epsilon_r-0.3042$	$-0.00024715*\epsilon_r^2+0.0057475*\epsilon_r-0.063424$
	B <sub>02</sub>	$0.00010811*\epsilon_r^2-0.0037167*\epsilon_r-0.047556$	$3.6846e-5*\epsilon_r^2-0.010418*\epsilon_r+0.043410$
	B <sub>01</sub>	$-0.00021471*\epsilon_r^2+0.0067176*\epsilon_r+0.054039$	$-0.00058515*\epsilon_r^2+0.051091*\epsilon_r-0.19139$
	B <sub>00</sub>	$-0.00053715*\epsilon_r^2+0.032831*\epsilon_r+0.083559$	$7.3e-5*\epsilon_r^2+0.0030752*\epsilon_r+0.049141$

Tableau 2: Formules d'interpolation du modèle B.S.Z avec 5 chiffres significatifs cas N=10 et N=100. (  $0.5 \leq m \leq 1.5$  )

## Modélisation de machines électriques par la méthode des éléments finis associée aux multiplicateurs de Lagrange

R. Kechroud, R. Ibtouen, O. Touhami

Ecole Nationale Polytechnique  
BP 182 El Harrach 16200 Alger Algérie E-mail : [ribtiouen@yahoo.com](mailto:ribtiouen@yahoo.com)

**Résumé :** Les différentes techniques de prise en compte du mouvement dans la modélisation électromagnétique des machines électriques requièrent un temps de calcul très onéreux. Dans une première phase, un modèle numérique à base d'éléments finis, reposant sur un calcul séparé des champs électromagnétiques dans les domaines statorique et rotorique, est développé. Le couplage de ces champs est assuré au niveau d'une interface située dans l'entrefer grâce aux multiplicateurs de Lagrange. Cette technique permet de simuler le mouvement sans avoir à effectuer de remaillage et permet d'imposer le nombre d'harmoniques d'espace. Sa validité a été montrée par la comparaison des performances électromagnétiques d'un prototype de machine auto-synchrone à aimants permanents à induit sans encoches, prédéterminées numériquement et analytiquement à l'aide des modèles développés, avec ceux relevées expérimentalement. Dans une deuxième phase, un modèle de calcul de machines asynchrones basé sur les éléments finis est développé. Ce modèle repose sur l'hypothèse de la prédominance du premier harmonique d'espace du flux dans l'entrefer de ces machines. Les performances d'un prototype de moteur asynchrone à rotor massif prédéterminées à l'aide de ce modèle sont également confrontées à ceux issues d'un calcul numérique ainsi qu'à ceux relevées expérimentalement.

**Abstract:** The different ways used to take into account the movement in the dynamic modelling of electrical machines are time expensive. This is due to the re-meshing of the air gap in order to follow the movement and field diffusion. In a first stage, a finite element model, where the electromagnetic fields in both stator and rotor are calculated separately, is developed. The fields are then linked together in the air gap thanks to Lagrange's multipliers. This method allows following the movement of the rotor without re-meshing and the flux space harmonic number in the air gap can be imposed. The comparison of experimental data of a slotless PMSM prototype with the results obtained from the developed numerical and analytical models show good agreement. In a second stage, a finite element model of induction machines is developed. The main assumption is supposed that only the fundamental space component of the flux is present in the air gap and the harmonic of higher order vanish at an interface localized between the stator and the rotor. The experimental data of a solid rotor induction motor prototype are compared with those predicted with the developed numerical model and those obtained from a fixed mesh finite element model and a good agreement are found in the working range of such motor.

ملخص

عدة تقنيات تم وضعها من طرف الباحثين حتى يمكن تتبع حركة الدوار عند محاكاة الماكينات الكهربائية بواسطة الحاسب إلا أن هذه التقنيات مكلفة من حيث الوقت . تم في هذه الدراسة تطوير نموذج عددي يعتمد على طريقة " العناصر المنتهية " أين يتم حساب الحقل الكهرومغناطيسي في الدوار و الساكن بطريقة مستقلة . ربط الحقلين يتم في الثغرة الهوائية بواسطة عوامل " لاغرانج " . النتائج المحصل عليها بواسطة النموذج التحليلي و العددي المطورين تتوافق مع تلك التي تم قياسها على ماكينة ذاتية التزامن ذات مغناطيس دائم . تم أيضا تطوير نموذج عددي يعتمد على العناصر المنتهية لحساب المحركات اللامتزامنة. هذا النموذج يعتمد على فرضية أن التدفق في الثغرة الهوائية جيبي . يتم مقارنة النتائج المحصل عليها مخبريا بواسطة محرك لا تزامني ذو دوار متجانس و أملس مع تلك المتنبأ بها بواسطة النموذج العددي المطور و كذا مع المحصل عليها بواسطة نموذج عددي أين يفترض أن الدوار ساكن . النتائج المحصل عليها مشجعة .

## I. INTRODUCTION

Les machines électriques à courant alternatif ont fait et font encore l'objet de nombreuses recherches visant à améliorer leurs modélisations et à optimiser leurs conceptions, ce qui est également l'objet de notre travail. Si les modèles externes permettaient d'avoir une approche globale des performances de ces machines par des considérations globales sur les flux, les énergies, les couples, etc...., ils ne pouvaient donner des résultats appréciables au niveau des grandeurs locales (saturation, échauffements, courants induits, etc....) sans une somme considérable de travail et de réflexion.

L'évolution de l'informatique et l'abaissement du coût en temps de calcul ont conduit les concepteurs à un usage de l'ordinateur de plus en plus intensif (CAO). Le développement des méthodes numériques de résolution des équations de la physique a permis l'étude locale des champs électromagnétiques et thermiques ainsi que le calcul des contraintes mécaniques. L'élaboration de ces modèles internes permet désormais de prédéterminer avec une grande fiabilité les conditions de fonctionnement des prototypes et des machines définitives. Cependant, la modélisation dynamique des machines électriques à l'aide de ces modèles est délicate lorsqu'il s'agit en même temps de suivre le mouvement du rotor et l'évolution des grandeurs électromagnétiques. Dans les différentes techniques utilisées à ce jour, le champ magnétique est déterminé à chaque pas de temps pour l'ensemble de la machine. Les maillages étant attachés séparément à chacun des domaines, la connexion des potentiels vecteurs dans l'entrefer fait appel à différentes techniques à savoir :

1. le macro-élément [1] ;
2. les méthodes des équations intégrales de frontière dans l'entrefer [2] ;
3. le remaillage de l'entrefer à chaque pas de temps [3] ;
4. la ligne d'entrefer [4] ;
5. et la continuité par multiplicateurs de Lagrange [5].

Ces méthodes qui peuvent être qualifiées de méthodes en temps par opposition aux méthodes en fréquence sont très performantes. Elles ont cependant l'inconvénient d'imposer des pas de temps très courts pour prendre en compte les effets de dentures; les temps de calculs sont donc très longs. Une méthode alternative développée par le GREEN (Groupe de Recherche en Electronique et en Electrotechnique de Nancy) [6] baptisée « méthode du double entrefer » conduit à des temps de calcul nettement réduits.

Nous proposons, dans le cadre de notre travail, une méthode dérivant de la technique de continuité par multiplicateurs de Lagrange où le mouvement du rotor est suivi tout en gardant la topologie des maillages rotorique et statorique fixes [7]. Notre thèse s'articule sur les parties suivantes :

-Une première partie de notre travail porte sur le traitement des équations de Maxwell selon les concepts d'Euler et de Lagrange ainsi que sur les techniques courantes de prise en compte du mouvement au niveau des modèles numériques des machines électriques.

-Au niveau de la deuxième partie, une modélisation dynamique des moteurs synchrones à aimants permanents, reposant sur une analyse temporelle du problème mais en séparant les domaines statorique et rotorique tout en cherchant le moyen pratique de les coupler, est développée.

-Au niveau de la quatrième partie, Nous développons une méthode de calcul des machines asynchrones classiques ou rapides en régime permanent, basée sur la méthode des éléments finis. Cette méthode repose sur une hypothèse fondamentale, à savoir que seules deux fréquences sont en présence dans la machine : La fréquence  $f$  des courants statoriques au niveau du domaine fixe (stator) et la fréquence des courants statoriques  $gf$  au niveau du domaine mobile (rotor) ( $g$  étant le glissement).

-Dans la quatrième et dernière partie de ce travail, les résultats et les validations des modèles numériques développés précédemment dans le cas de la modélisation des machines synchrones à aimants et de celle des machines asynchrones à rotor massif avec une prise en compte du mouvement rotorique sont présentés.

## II. MODELISATION ELECTROMAGNETIQUE DES MACHINES ELECTRIQUES

L'étude des systèmes électromagnétiques fait appel principalement à l'analyse des circuits électriques et magnétiques ainsi qu'à celle de la conversion électromécanique. Traités dans un domaine macroscopique, ces aspects sont caractérisés par l'ensemble des équations de Maxwell. Conséquence ; il fait abstraction de la structure atomique et moléculaire des matériaux. Seuls les effets de cette structure sont pris en considération. Pour les fréquences utilisées en électrotechnique (quelques dizaines de kHz), les équations de Maxwell et les lois constitutives des milieux sont sujettes à la relativité Galiléenne [8]. Les accélérations mises en jeu dans les systèmes

techniques sont tellement petites que l'on peut considérer leur mouvement comme quasi-stationnaire vis à vis des phénomènes électrodynamiques. Ainsi un repère rattaché à un système donné est considéré comme inertiel (se déplaçant à vitesse constante) par rapport à un repère fixe (absolu) lié au Laboratoire. Les diverses grandeurs électromagnétiques hormis le champ électrique sont ainsi invariantes lorsqu'on passe d'un repère fixe à un repère mobile.

Pour l'analyse des problèmes électrodynamiques avec prise en considération du mouvement, il y a libre choix du repère de référence, à condition que le mouvement soit considéré comme quasi-stationnaire, vis à vis des phénomènes électrodynamiques ; Ce qui est souvent le cas dans la pratique [8].

### II.1 DESCRIPTION LAGRANGIENNE DES EQUATIONS DE MAXWELL

La modélisation des dispositifs électromécaniques nécessite une résolution couplée des équations du champ électromagnétique et mécanique. Si le mouvement est connu à l'avance, une description Lagrangienne des équations de Maxwell est possible. Cette description se réfère à un repère attaché au milieu considéré. L'observateur décrit les changements électromagnétiques en jeu de son propre point de vue. Par ailleurs, les fréquences mises en jeu en électrotechniques ne dépassent guère quelques dizaines de kHz. Dans ces conditions, les courants de déplacement électriques sont négligeables devant les courants de conduction et la densité volumique de charge est supposée nulle : C'est l'hypothèse de quasi-stationnarité.

Sous ces conditions, Les équations de Maxwell conduisent à la résolution d'un problème de diffusion gouverné par le système d'équations vectorielles suivant :

$$\text{rot}(\text{vrot}(\vec{A})) = \vec{J} + \text{rot}(\text{v}\vec{B}_r) \quad (1)$$

$$\text{div}(\vec{J}) = 0 \quad (2)$$

$$\vec{J} = \vec{J}_s + \sigma \left( -\text{grad}(V) - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) \quad (3)$$

A ces équations, il faut adjoindre les conditions d'interface appropriées. Il est également nécessaire d'imposer une condition supplémentaire qui est habituellement la jauge de Coulomb.

### II.2 DESCRIPTION EULERIENNE DES EQUATIONS DE MAXWELL

La description Eulerienne des équations de Maxwell se réfère quant à elle à un repère fixe (lié au laboratoire). L'observateur décrit le mouvement des corps et les changements électromagnétiques du

point de vue du laboratoire. Dans ces conditions, le système d'équations précédent est équivalent au système suivant :

$$\text{rot}(\text{vrot}(\vec{A})) = \vec{J} + \text{rot}(\text{v}\vec{B}_r) \quad (4)$$

$$\text{div}(\vec{J}) = 0 \quad (5)$$

$$\vec{J} = \vec{J}_s + \sigma \left( -\text{grad}(V) - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \vec{v} \times \text{rot}(\vec{A}) \right) \quad (6)$$

Le problème aux limites qu'on vient de définir un problème de diffusion- Transport difficile à résoudre. La résolution analytique n'est envisageable qu'au prix de simplifications contestables [9]. Ce problème peut être discrétisé par la méthode des éléments finis ou celle des différences finies sur un maillage fixe. Toutefois, le système d'équations obtenu à partir de cette discrétisation n'est pas symétrique rendant ainsi les techniques de stockage et les algorithmes d'inversion développés pour les systèmes d'équations symétriques non utilisables. Le temps de résolution est donc plus long et l'espace mémoire requis est plus important. Dans le cas de la méthode des différences finies, les schémas de discrétisation symétriques (différences centrées) sont instables. Dans le cas de la méthode des éléments finis, un phénomène similaire mais moins sensible que dans le cas des différences finies peut être mis en évidence en choisissant un schéma du type Galerkin. Une oscillation de la solution est observée selon la discrétisation choisie. La stabilité n'est obtenue qu'au prix de maillages très fins pour maintenir les nombres de Péclet locaux inférieurs à un. Cependant, un tel procédé est gourmand en temps de calcul et en espace mémoire. Des études particulières [10] ont conduit à l'utilisation des schémas de discrétisation de Petrov-Galerkin (éléments finis décentrés).

### III. MODELISATION DYNAMIQUE DES MOTEURS SYNCHRONES A AIMANTS PERMANENTS

Dans la partie précédente, nous avons présenté la mise en équation des problèmes électromagnétiques formulés en potentiel vecteur magnétique dans des domaines ferromagnétiques et ou des conducteurs et exprimés par rapport à leurs référentiels propres. Le point délicat de cette étude était la prise en compte du mouvement du rotor. Ce problème était traité, dans la plupart des modélisations déjà proposées, à l'aide d'itérations dans le temps et grâce à des rotations élémentaires du rotor entre chaque pas de calcul. Ceci nécessite souvent un remaillage partiel de la structure. D'un point de vue pratique, ces méthodes sont performantes. Cependant, elles sont

lourdes à mettre en œuvre et exigent des temps de calcul très longs.

Nous proposons, dans cette partie, une modélisation dynamique des moteurs synchrones à aimants permanents reposant sur une analyse temporelle du problème mais en séparant les domaines statorique et rotorique et en cherchant le moyen pratique de les coupler.

### III.1 MODELISATION ELECTROMAGNETIQUE

#### III. 1. 1 Hypothèses

L'étude du comportement électromagnétique des machines synchrones à aimants permanents est en principe un problème 3D. Cependant, nous adoptons des hypothèses simplificatrices qui restent toutefois concordantes avec l'objectif visé afin de pouvoir se ramener à un problème 2D. Les hypothèses admises sont :

1. Le modèle d'étude est bidimensionnel.
2. La conductivité électrique est donc considérée nulle au niveau du stator.
3. La densité de courant dans les enroulements de l'induit est supposée uniformément répartie.
4. Le phénomène d'hystérésis est négligé.
5. Les aimants modernes utilisés, à base de terres rares, présentent une aimantation  $\vec{M}$  rigide et uniforme [11]. Ces aimants sont composés de barreaux élémentaires juxtaposés en forme de tuiles. Chaque barreau présente sensiblement une aimantation radiale parallèle à son axe de sorte que  $\text{rot}(\vec{M})=\vec{0}$ .

#### III. 1. 2 Domaine d'étude et mise en équations

Considérons une machine synchrone cylindrique (Fig. 1) à aimants permanents ayant p paires de pôles, alimentée par un onduleur de tension contrôlé en courant délivrant des courants triphasés équilibrés de pulsation  $\omega$ , tournant à la vitesse angulaire supposée constante  $\Omega$ . Dans une telle machine, deux référentiels peuvent être considérés :

1. Un référentiel fixe lié au stator;
2. Un référentiel tournant par rapport au précédent et lié au rotor.

Ces deux référentiels sont liés à chaque instant  $t$  par :

$$\theta_s = \theta_r + \Omega t + \delta_0 \quad (7)$$

Par ailleurs, nous distinguons deux domaines à savoir :

1. Le domaine rotorique comprenant le rotor et une partie de l'entrefer;
2. Le domaine statorique comprenant le stator et l'autre partie de l'entrefer.

Ainsi, les équations aux dérivées partielles gouvernant la diffusion du champ magnétique dans ces deux domaines s'écrivent :

$$\text{div}\left(\frac{1}{\mu_s} \text{grad}(A_s)\right) + J_s = 0 \text{ Dans } \Omega_s \quad (8)$$

$$\text{div}\left(\frac{1}{\mu_r} \text{grad}(A_r)\right) - \sigma_r \frac{\partial A_r}{\partial t} + J_r = 0 \text{ Dans } \Omega_r \quad (9)$$

Sur l'interface  $\Gamma$ , les champs électromagnétiques des domaines statoriques et rotoriques sont liés par les contraintes suivantes :

$$A_r(r_s, \theta_r - \Omega t - \delta_0, t) = A_s(r_s, \theta_s, t) \text{ Sur } \Gamma \quad (10)$$

$$\frac{\partial A_r}{\partial n}(r_s, \theta_r - \Omega t - \delta_0, t) = \frac{\partial A_s}{\partial n}(r_s, \theta_s, t) \text{ Sur } \Gamma \quad (11)$$

Le potentiel vecteur est considéré, par ailleurs, nul sur la frontière extérieure du stator

$$A^s = 0 \text{ Sur } \Gamma_{\text{ext}} \quad (12)$$

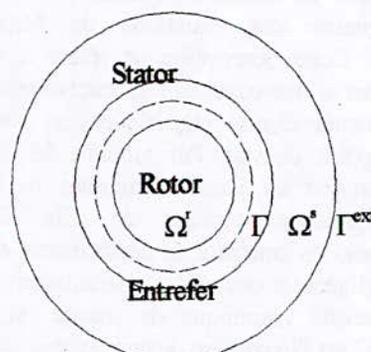


Fig. 1 Structure étudiée

### III. 2 RESOLUTION NUMERIQUE PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

#### III. 2. 1 Formulation Intégrale de l'équation de diffusion

La résolution du problème de diffusion définie précédemment est équivalente d'un point de vue mathématique à la minimisation d'une fonctionnelle dite de Ritz. Celle-ci est définie par [12] :

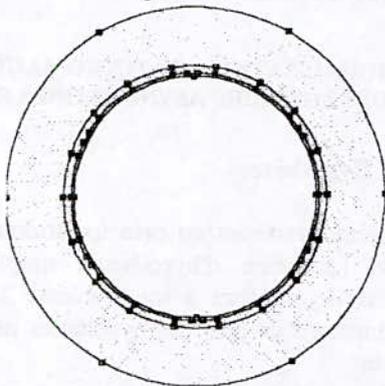
$$\Pi = \frac{1}{2} \iint_{\Omega} \left( \int_0^B h db - 2JA + 2\sigma A \frac{\partial A}{\partial t} \right) dx dy \quad (13)$$

A chaque instant  $t$ , le potentiel vecteur magnétique doit s'ajuster de façon à ce que la variation de cette fonctionnelle soit nulle soit :  $\delta\Pi=0$ .

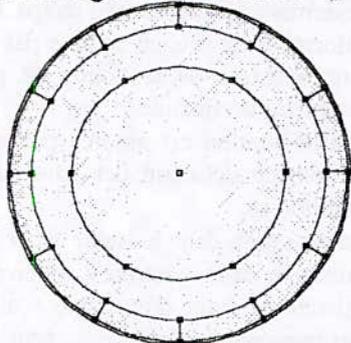
### III. 2. 2 Discrétisation spatio-temporelle de l'équation de diffusion

Le domaine d'étude est subdivisé en petits éléments par un maillage triangulaire (Fig. 2). Les maillages du stator (Fig. 2.a) et du rotor (Fig. 2.b) sont indépendants et ne coïncident pas dans l'entrefer. Dans chaque élément fini, le potentiel vecteur magnétique est approché par un polynôme du premier degré sous la forme [13] :

$$\tilde{A}(x,y,t) = \sum_1^3 N_i(x,y)A_i(t) \quad (14)$$



a. Maillage du domaine statorique



b. Maillage du domaine rotorique.

Fig. 2 Maillage de la structure étudiée.

Avec une telle approximation, il a été démontré [14] que la discrétisation spatio-temporelle de l'équation de diffusion conduit à la résolution d'un système d'équations non-linéaires. La linéarisation de ce système par la méthode de Newton-Raphson conduit à la résolution à chaque pas de temps d'un système d'équations du type:

$$[K]_{k+1}^{t+\Delta t} \{\Delta A\}_{k+1}^{t+\Delta t} = \{R\}_{k+1}^{t+\Delta t} \quad (15)$$

La forme incrémentale de la fonctionnelle  $\Pi$ , que l'on peut associer à la structure étudiée, peut dans ce cas être mise sous la forme suivante :

$$\Delta \Pi = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \Delta A^{s1} \\ \Delta A^{s2} \\ \Delta A^{s3} \\ \Delta A^{s4} \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} K^{11} & K^{12} & 0 & 0 \\ K^{21} & K^{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K^{33} & K^{34} \\ 0 & 0 & K^{43} & K^{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta A^{r1} \\ \Delta A^{r2} \\ \Delta A^{r3} \\ \Delta A^{r4} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} R^1 \\ R^2 \\ R^3 \\ R^4 \end{Bmatrix} \quad (16)$$

où les indices  $s_1, s_2, r_3$  et  $r_4$  se réfèrent aux nœuds du domaine statorique excepté ceux appartenant à la frontière stator-rotor, aux nœuds du domaine statorique appartenant à cette frontière, aux nœuds du domaine rotorique appartenant à cette frontière et aux nœuds du domaine rotorique excepté ceux appartenant à la frontière stator-rotor.

### III.3 COUPLAGE DES CHAMPS STATORIQUES ET ROTORIQUES

#### III. 3. 1 Equations de couplages

Il est clair, à partir de la relation (16), que les potentiels vecteurs  $A_s$  et  $A_r$  des domaines  $\Omega_r$  et  $\Omega_s$  sont indépendants. Or, ces derniers sont liés par les conditions de continuité. Nous devons donc modifier la forme discrète de la fonctionnelle  $\Pi$  afin de tenir compte de cette contrainte. A chaque instant  $t$ , chaque potentiel  $A_{s2}^j$  d'un nœud  $j$  (Fig. 3) de  $\Omega_s$  appartenant à la frontière  $\Gamma$  est lié aux potentiels  $A_{r3}^i$  des nœuds  $i$  de  $\Omega_r$  appartenant à cette frontière par une relation linéaire du type (17) [15] qui est compatible avec l'approximation choisie (14).

$$A_{s2}^j(\theta_s) = \sum_i \alpha_i(\theta_r) A_{r3}^i \quad (17)$$

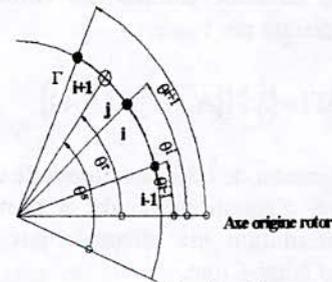


Fig. 3 Disposition des nœuds statorique et rotorique à la frontière stator-rotor

En couplant les champs statorique et rotorique grâce à l'expression (17), l'ensemble des harmoniques d'espace du potentiel vecteur magnétique sont transmis à travers l'interface  $\Gamma$  imposant ainsi l'adoption des pas de temps petits pour pouvoir les suivre. L'idée est de choisir un nombre restreint d'harmoniques d'espace pour coupler ces champs. Ceci permet d'adopter des pas de temps, lors des simulations, beaucoup plus importants réduisant ainsi les temps de calculs. Le potentiel vecteur magnétique, périodique dans l'entrefer, peut être décomposé en série de Fourier. L'expression (17) peut être mise sous la forme suivante :

$$A_{r3}(\theta_r) = \sum_1 \left( \frac{1}{2} a_{a1} + \sum_k a_{k1} \cos(kp\theta_r) + b_{k1} \sin(kp\theta_r) \right) A_{r3}^1 \quad (18)$$

L'ensemble des équations de couplage, liant les potentiels vecteurs  $A_{s2}$  et  $A_{r3}$  des domaines statorique et rotorique, peuvent être mises sous la forme matricielle suivante :

$$\{A_{s2}\} = [C] \{A_{r3}\} \quad (19)$$

Où [C] est la matrice de couplage ou de contraintes. C'est une matrice qui est fonction du temps à cause du mouvement du rotor par rapport au stator.

La relation (19) peut être mise sous la forme incrémentale suivante :

$$\{\Delta A_{s2}\} = [C] \{\Delta A_{r3}\} \quad (20)$$

### III. 3. 2 Technique des multiplicateurs de Lagrange

C'est une méthode générale qui peut être utilisée pour restaurer la continuité du potentiel vecteur magnétique ou du potentiel scalaire entre deux maillages qui ne coïncident pas [5]. En introduisant les multiplicateurs de Lagrange  $\{\lambda\}$ , la forme incrémentale de la fonctionnelle modifiée  $\Delta\Pi'$ , permettant de tenir compte des contraintes (20), peut être définie par :

$$\Delta\Pi' = \Delta\Pi + \{\lambda\} \{ \{A_{s3}\} - [C] \{A_{r4}\} \} \quad (21)$$

La minimisation de cette fonctionnelle conduit alors au système d'équations bande et symétrique (22) dont la résolution est effectuée par la méthode directe de Gauss-Crout.

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & 0 & 0 & 0 \\ K_{21} & K_{22} & 0 & 0 & \Gamma^T \\ 0 & 0 & K_{33} & K_{34} & C^T \\ 0 & 0 & K_{41} & K_{44} & 0 \\ 0 & I & C & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta A_1 \\ \Delta A_2 \\ \Delta A_3 \\ \Delta A_4 \\ \lambda \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ R_4 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (22)$$

## IV. MODELISATION DES MOTEURS ASYNCHRONES RAPIDES

Cette partie est consacré à la modélisation électromagnétique des moteurs asynchrones à rotor massif en régime permanent. La modélisation reposant sur les schémas électriques équivalents de Steinmetz ou sur ceux de Park n'est plus possible et le recours aux équations de Maxwell afin de modéliser de telles structures s'avère indispensable.

Le modèle magnétodynamique complexe [16] repose sur une hypothèse principale d'après laquelle tous les harmoniques d'espace évoluent avec la même pulsation ce qui ne correspond pas à la réalité si les glissements mis en jeu sont faibles.

Nous présentons dans ce chapitre, une méthode alternative de couplage des champs statorique et rotorique reposant sur une association de la méthode des éléments finis et de la technique des multiplicateurs de Lagrange où seul le premier harmonique d'espace est considéré. Les autres harmoniques sont éliminés au niveau d'une interface situé dans l'entrefer.

## IV.1 MODELISATION ELECTROMAGNETIQUE DES MOTEURS ASYNCHRONES RAPIDES

### IV. 1. 1 Hypothèses

Le problème traité est en principe tridimensionnel toutefois l'adoption d'hypothèses simplificatrices permet de le ramener à un problème 2D. Ainsi, nous admettons en plus des hypothèses précédentes ce qui suit :

- Les milieux ferromagnétiques sont supposés linéaires dans un premier temps. L'effet de la saturation est pris en compte par la suite par l'introduction de la notion de perméabilité magnétique effective.
- L'alimentation est assurée par un onduleur de tension délivrant des tensions triphasées équilibrées.
- La pulsation dans le stator est  $\omega$  alors que la pulsation dans le rotor est  $g\omega$  où  $g$  désigne le glissement étant donné que seul le premier harmonique d'espace peut traverser l'entrefer.

La géométrie bidimensionnel du problème permet l'introduction des potentiels vecteurs magnétiques  $a_s$  dans le stator  $\Omega_s$  et  $a_r$  dans le rotor  $\Omega_r$  ayant une seule composante. Ces deux potentiels, exprimés par rapport à des référentiels liés respectivement au stator et au rotor, peuvent être représentés par :

$$a_s = \sqrt{2} \operatorname{Re}(A_s \exp(j\omega t)) \text{ Dans } \Omega_s \quad (23)$$

$$a_r = \sqrt{2} \operatorname{Re}(A_r \exp(jg\omega t)) \text{ Dans } \Omega_r \quad (24)$$

### IV. 1. 2 Domaine d'étude et Mise en équations

On considère une machine asynchrone cylindrique (Fig.1) ayant  $2p$  pôles. Celle-ci tourne à la vitesse angulaire constante  $\Omega$ . Deux référentiels peuvent être considérés comme dans le cas de la machine synchrone :

- Un référentiel fixe lié au stator,
- Un référentiel mobile lié au rotor.

Ces deux référentiels sont liés à chaque instant  $t$  par une relation du type (7). Le passage du potentiel  $a_r$  au potentiel  $a_s$  se fait par changement de référentiel, soit :

$$a_r(r, \theta_s - \Omega t - \delta_0, t) = a_s(r, \theta_s, t) \quad (25)$$

Les équations, gouvernant la diffusion du champ électromagnétique, sont exprimées selon le formalisme Lagrangien. La notation complexe permet de passer d'un problème spatio-temporel à un problème de la magnétodynamique complexe où le temps et l'espace sont découplés. La diffusion du champ magnétique est donc gouvernée par les équations suivantes :

$$\text{div}\left(\frac{1}{\mu_s} \text{grad}(A_s)\right) + J_s = 0 \text{ Dans } \Omega_s \quad (26)$$

$$\text{div}\left(\frac{1}{\mu_r} \text{grad}(A_r)\right) - j\omega\sigma_r A_r = 0 \text{ Dans } \Omega_r \quad (27)$$

Les équations précédentes et l'adjonction des conditions aux limites sur la frontière extérieure  $\Gamma_{\text{ext}}$  permettent de définir complètement le problème au sens mathématique. Sur l'interface  $\Gamma$ , les conditions de passage assurant le couplage des champs électromagnétiques rotorique et statorique s'écrivent :

$$A_r = A_s \quad \text{Sur } \Gamma \quad (28)$$

$$\frac{\partial A_r}{\partial n} = \frac{\partial A_s}{\partial n} \quad \text{Sur } \Gamma \quad (29)$$

Le potentiel vecteur magnétique est considéré nul sur la frontière extérieure du stator :

$$A_s = 0 \text{ Sur } \Gamma_{\text{ext}} \quad (30)$$

#### IV. 2 RESOLUTION NUMERIQUE DES EQUATIONS DE LA MAGNETODYNAMIQUE COMPLEXE PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

##### IV. 2. 1 Formulation intégrale l'équation de la magnétodynamique complexe

Les équations issues de la magnétodynamique complexe se prêtent difficilement à un traitement numérique directe par la méthode des éléments finis. Elles doivent être reformulées en faisant appel à la méthode des résidus pondérés ou à celle des fonctionnelles. La fonctionnelle associée à ce type d'équations s'écrit [17] :

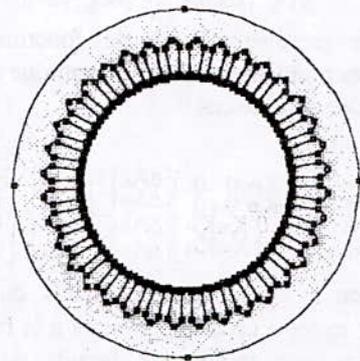
$$\Pi = \frac{1}{2} \iint_{\Omega} \left( \frac{1}{\mu} (\text{grad} A)^2 + 2\sigma A^2 - 2JA \right) dx dy \quad (31)$$

##### IV. 2. 2 Discrétisation spatiale par éléments finis

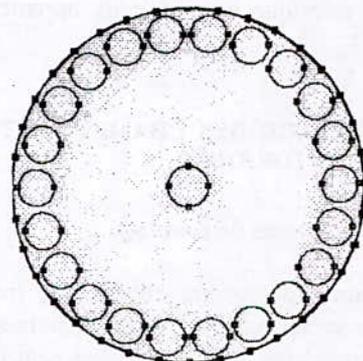
Le domaine d'étude est subdivisé en éléments triangulaires. Les maillages du stator (Fig. 4a) et du rotor (Fig. 4b) sont indépendants et ne coïncident pas dans l'entrefer. Le maillage rotorique doit être adapté à la pulsation rotorique afin de prendre en compte l'effet de peau.

Le potentiel vecteur magnétique en tout point d'un élément fini donné est parfaitement défini à partir de ses coordonnées et des valeurs des potentiels en ses trois sommets soit :

$$\tilde{A}(x, y) = \sum_1^3 N_i(x, y) A_i \quad (32)$$



a. Maillage du domaine statorique



b. Maillage du domaine rotorique

Fig. 4 Maillage de la Structure étudiée

La discrétisation spatiale conduit finalement à la résolution du système linéaire d'équations complexes suivant :

$$[v[S] + j\omega\sigma[T]]\{A\} = [Q]\{J\} \quad (33)$$

Dans ces conditions, la fonctionnelle de Ritz peut être mise sous la forme discrète suivante :

$$\Pi = \frac{1}{2} \{A\}^T [v[S] + j\omega\sigma[T]] \{A\} - \{A\}^T [Q]\{J\} \quad (34)$$

**IV. 2. 3 Limites de l'étude en régime linéaire**

Les matériaux massifs de la machine étudiée sont le siège de non-linéarités magnétiques. L'introduction de la notion de réductivité magnétique effective permet de tenir compte de la saturation dans un sens moyen. Cependant, la définition de cette réductivité effective n'est pas unique [18] définissent chacun à sa manière celle-ci. Dans le cadre de notre travail, nous avons adopté la définition proposée par Laporte [19].

Le système (33) linéarisé à l'aide de la méthode de Newton-Raphson peut alors se mettre sous la forme incrémentale suivante :

$$[K]_{k+1} \{\Delta A\}_{k+1} = \{R\}_{k+1} \quad (35)$$

La forme incrémentale de la fonctionnelle  $\Pi$ , associée au problème magnétodynamique complexe, peut s'écrire dans ce cas :

$$\Delta \Pi = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \Delta A_{s1} \\ \Delta A_{s2} \\ \Delta A_{r3} \\ \Delta A_{r4} \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & 0 & 0 \\ K_{21} & K_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{33} & K_{34} \\ 0 & 0 & K_{43} & K_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta A_{s1} \\ \Delta A_{s2} \\ \Delta A_{r3} \\ \Delta A_{r4} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \Delta A_{s1} \\ \Delta A_{s2} \\ \Delta A_{r3} \\ \Delta A_{r4} \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} R_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (36)$$

où l'indice  $s_1$  se réfère aux nœuds du domaine statorique excepté ceux appartenant à la frontière  $\Gamma$ . L'indice  $s_2$  se réfère aux nœuds du domaine statorique appartenant à  $\Gamma$ ,  $s_3$  aux nœuds du domaine rotorique appartenant  $\Gamma$  et  $s_4$  aux nœuds du domaine rotorique excepté ceux appartenant à la frontière  $\Gamma$ .

**IV.3 COUPLAGE DES CHAMPS STATORIQUES ET ROTORIQUES**

**IV. 3. 1 Equations de couplage**

La relation (36) montre encore une fois que les potentiels vecteurs  $A_s$  et  $A_r$  des domaines  $\Omega_s$  et  $\Omega_r$  sont indépendants. Or, ces derniers sont liés par les conditions de continuité. La forme incrémentale de la fonctionnelle  $\Pi$  doit être modifiée afin de tenir compte de cette contrainte. Le potentiel vecteur magnétique est périodique dans l'entrefer. Il est donc décomposable en série de Fourier, soit :

$$A_{r3}(\theta_r) = \sum_i \left( \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_{ik} e^{jkp\theta_r} \right) A_{r3}^i \quad (37)$$

Le couplage des champs électromagnétiques statorique et rotorique peut s'effectuer dans ces conditions en considérant uniquement le fondamental d'espace du champ électromagnétique si l'ordre  $k$  des harmoniques dans (37) est choisi égal à 1. Dans ces conditions, la continuité du potentiel vecteur au niveau de l'interface  $\Gamma$  est traduite par :

$$A_{s2}(\theta_s) = \sum_i c_{i-1} A_{r3}^i e^{-jp\theta_s} \quad (38)$$

Les contraintes de couplage, liant les potentiels vecteurs  $A_{s2}$  et  $A_{r3}$  des nœuds de la frontière  $\Gamma$ , peuvent être mises sous la forme matricielle (incrémentale) suivante :

$$\{\Delta A_{s2}\} = [C] \{\Delta A_{r3}\} \quad (39)$$

**IV. 3. 2 Technique de couplage avec les multiplicateurs de Lagrange**

Les contraintes (39) sont prises en compte lors de la résolution du système d'équations final en modifiant la forme incrémentale de la fonctionnelle grâce à l'introduction des multiplicateurs de Lagrange

$$\Delta \Pi' = \Delta \Pi + \{\lambda\} \{\Delta A_{s2}\} - [C] \{\Delta A_{r3}\} \quad (40)$$

La minimisation de la fonctionnelle modifiée conduit à la résolution du système d'équations complexes bande et symétrique suivant :

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & 0 & 0 & 0 \\ K_{21} & K_{22} & 0 & 0 & I^T \\ 0 & 0 & K_{33} & K_{34} & C^T \\ 0 & 0 & K_{41} & K_{44} & 0 \\ 0 & I & C & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta A_{s1} \\ \Delta A_{s2} \\ \Delta A_{r3} \\ \Delta A_{r4} \\ \lambda \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (41)$$

**IV. 4 ALGORITHME DE CALCUL DES PERFORMANCES**

Le calcul des performances des moteurs asynchrones rapides, alimentés par onduleur de tension, ne peut être effectué que par la résolution en parallèle du système d'équations (III. 22), issu de la modélisation par éléments finis, doit être menée et de l'équation électrique par phase de la structure étudiée. En adoptant les notations complexes, une telle équation peut être mise sous la forme suivante :

$$\bar{V} = r_s \bar{I} + jX_s \bar{I} + \bar{E} \quad (42)$$

Le processus itérative de résolution fait appel aux trois étapes suivantes [20] :

- Calcul de l'impédance  $\bar{Z}$  par la méthode des éléments finis en considérant les milieux ferromagnétiques linéaires pour une valeur donnée du courant statorique. Déterminer l'estimation initiale du courant statorique grâce à la relation (42).
- Utiliser ce courant comme source du champ électromagnétique dans le modèle éléments finis. Calculer la nouvelle impédance  $\bar{Z}$  résultant du calcul de champ.

- Recalculer le courant statorique absorbée par phase et le comparer au courant estimé initialement et vérifier la convergence. Si la convergence est satisfaisante, calculer la puissance absorbée, le facteur de puissance, le couple, etc.... à partir du schéma équivalent. Sinon revenir à la deuxième étape.

**V. VALIDATION EXPERIMENTALE DES MODELES ELEMENTS FINIS-MULTIPLICATEURS DE LAGRANGE**

Afin de valider le modèle numérique établi à la partie II, une maquette d'une machine synchrone à aimants permanents, à induit sans encoches et de petite puissance a été choisie [21]. Nous nous intéressons plus particulièrement au couple électromagnétique de ce prototype des points de vue quantitatif et qualitatif. Les résultats expérimentaux sont confortés à ceux obtenus à l'aide du modèle numérique que nous avons établi dans la partie II et à ceux du modèle analytique que nous avons développé [7]. Par ailleurs, nous avons également choisi un prototype d'un moteur asynchrone à rotor massif lisse, fabriqué par Electro-Industries [22], pour valider le modèle numérique établi dans la partie II. Les résultats expérimentaux obtenus sont comparés à ceux obtenus à l'aide du modèle numérique établi dans la partie III et à ceux du modèle basé sur les éléments finis dit « à rotor bloqué » [23].

**V. 1 VALIDATION DU MODELE NUMERIQUE DE MACHINE SYNCHRONE**

Les résultats obtenus à l'aide des modèles analytique [7] et numérique sont comparés avec les résultats expérimentaux obtenus par [21]. Le prototype hexapolaire (Fig.IV.1) utilisé est une machine synchrone à aimants permanents à induit sans encoches alimentée par un onduleur de tension contrôlé en courants. Ce type de structure se prête facilement à une modélisation analytique à base de séries de Fourier.

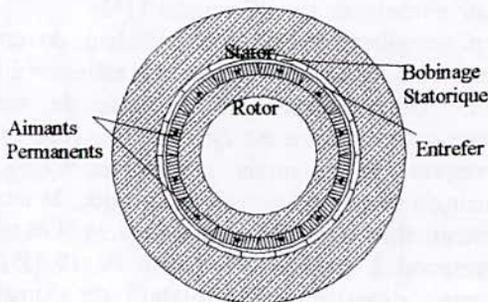


Fig. 5 Prototype de la machine synchrone à aimants permanents étudiée [21]

L'induit étant alimenté par un système triphasé de courants sinusoïdaux, les figures 6 et 7 représentent le couple électromagnétique instantané, développé par le prototype étudié. Elles montrent la bonne concordance entre les résultats obtenus numériquement, analytiquement et expérimentalement tant sur le plan qualitatif que quantitatif. Le couple développé par le prototype étudié présente des ondulations relativement importantes qui sont liés directement à la structure du rotor.

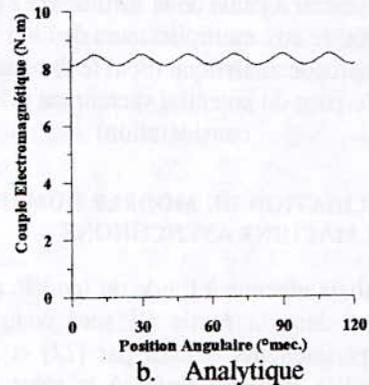
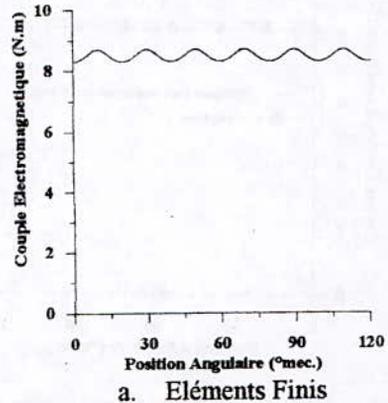


Fig. 6 Couple instantané développé par le prototype étudié obtenu à l'aide de la méthode des éléments finis associée aux multiplicateurs de Lagrange et de la méthode analytique

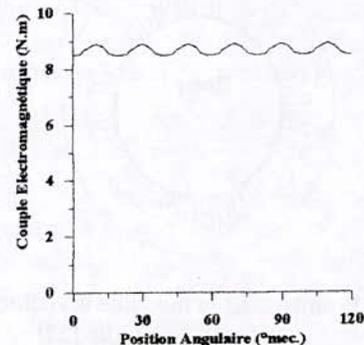


Fig. 7 Couple instantané développé par le prototype étudié obtenu expérimentalement [21]

La Fig. 8 représente la forme d'onde du couple électromagnétique développé par le prototype étudié obtenue à l'aide des modèles numérique et analytique en ne considérant cette fois que le fondamental d'espace du potentiel vecteur magnétique. Elle montre une très bonne concordance entre les résultats obtenus tant du point de vue qualitatif (couple constant ce qui était prévisible) que qualitatif.

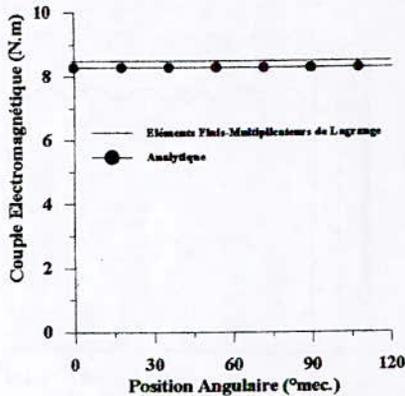


Fig. 8 Couple instantané développé par le prototype étudié obtenu à l'aide de la méthode des éléments finis associée aux multiplicateurs de Lagrange et de la méthode analytique (Seul le fondamental d'espace du potentiel vecteur est pris en considération)

## V. 2 VALIDATION DU MODELE NUMERIQUE DE LA MACHINE ASYNCHRONE

Les résultats obtenus à l'aide du modèle numérique développé dans la partie III sont comparés avec ceux expérimentaux relevés par [22] et avec ceux d'un modèle éléments finis où le rotor est bloqué [23]. Le prototype (Fig.9) utilisé est un moteur asynchrone à rotor massif lisse alimenté par un réseau triphasé équilibré.

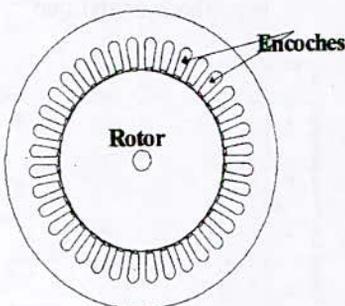


Fig. 9 Prototype de la machine asynchrone à rotor massif lisse étudié [22]

L'erreur commise sur la prédétermination du courant absorbé en charge (Fig. 10) par le moteur étudié grâce au modèle éléments finis où seul le

premier harmonique d'espace est pris en compte reste inférieure à 2% pour les glissements faibles (inférieurs à 0,1) et atteint 10% pour les glissements plus élevés. L'erreur commise lorsqu'on fait recours au modèle éléments finis où le rotor est supposé bloqué atteint 6% pour les faibles glissements et 7% pour les forts glissements. A titre d'exemple et pour un glissement de 0,1 le courant relevé expérimentalement, en régime thermique établi, est égal à 5A. La valeur du courant prédéterminé grâce au modèle éléments finis développé est égal à 4,92 A ce qui correspond à une erreur relative de 1,47%. La valeur du courant prédéterminée grâce au modèle éléments finis classique est égale à 4,69 A ce qui correspond à une erreur relative égale à 6,11%.

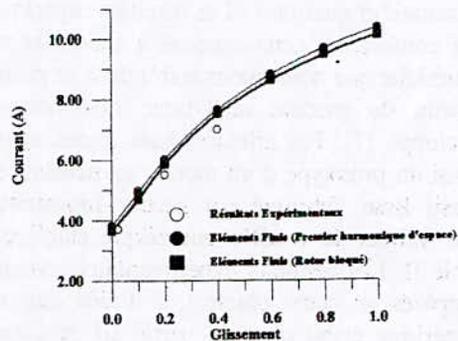


Fig. 10 Variation du courant absorbé par le prototype étudié en fonction du glissement sous une tension efficace de 220V et une fréquence de 50Hz obtenue expérimentalement [22], à l'aide du modèle éléments finis à rotor bloqué [23] et du modèle éléments finis avec couplage à l'aide du premier harmonique d'espace

La Fig. 11 montre la variation du couple développé par la structure étudiée sous une tension fixe de valeur efficace 220V pour une fréquence de 50Hz. Elle montre une bonne concordance des résultats obtenus à l'aide des modèles numériques et des résultats expérimentaux relevés par [22]. L'erreur relative maximale est inférieure à 11%.

Pour un glissement de 0,2, la valeur du couple mesurée en régime thermique établi est égale à 8,45 N.m; celle prédéterminée à l'aide du modèle numérique développé est égale à 9,23 N.m ce qui correspond à une erreur relative de 9,21%. La valeur du couple prédéterminée à l'aide du modèle éléments finis classique est égale à 9,34 N.m ce qui correspond à une erreur relative de 10,53%. Les erreurs subsistant au niveau des modèles numériques peuvent être attribuées à diverses causes : rotor étant légèrement excentré, échauffement du rotor etc.

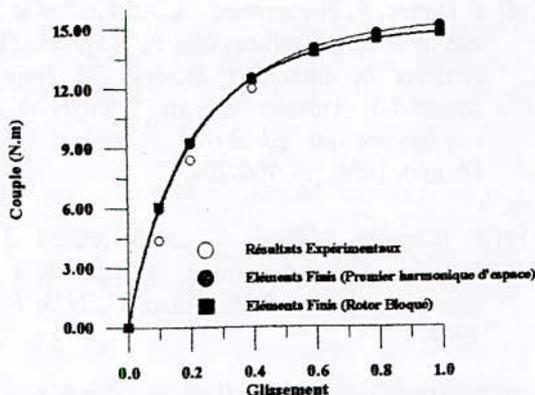


Fig. 11 Variation du couple développé par le prototype étudié en fonction du glissement obtenue expérimentalement [22], à l'aide du modèle éléments finis (rotor bloqué) [23] et du modèle éléments finis avec couplage à l'aide du premier harmonique d'espace

## VI. CONCLUSION GENERALE

L'étude menée dans le cadre de ce travail nous a permis, dans un premier temps, d'analyser la modélisation électromagnétique des machines électriques selon les concepts de Lagrange et d'Euler. La formulation Lagrangienne des équations de Maxwell présente des avantages sur celle Eulerienne à savoir : ressources mémoires moins importantes, absence de modes numériques parasites dans la solution à dues au terme de transport. Les diverses techniques de prise en compte du mouvement bien que performantes, restent toutefois coûteuses en temps de calcul.

Dans un deuxième temps, nous avons développé un modèle numérique des machines synchrones à aimants permanents où le mouvement est pris en compte en associant la méthode des éléments finis et les multiplicateurs de Lagrange. Cette technique permet l'analyse des phénomènes de diffusion du champ électromagnétiques et le suivi du champ électromagnétique grâce à des maillages des domaines statorique et rotorique fixes. Cette association permet non seulement se suivre le mouvement et la diffusion du champ électromagnétique mais également de choisir un nombre d'harmoniques d'espace restreint lors du couplage des champs électromagnétiques statorique et rotorique.

Dans un troisième temps, nous avons développé un modèle de calcul numérique en régime permanent des moteurs asynchrones. Ce modèle repose sur l'hypothèse que le premier harmonique d'espace du champ électromagnétique est largement prépondérant dans l'entrefer. Les équations de la magnétodynamique sont résolues par rapport à des référentiels fixes par rapport au stator et au rotor. La saturation est prise en compte dans un sens moyen. Le couplage des champs électromagnétiques

statorique et rotorique est effectué dans l'entrefer grâce à la technique des multiplicateurs de Lagrange. La dernière la partie de ce travail est consacrée à la validation expérimentale des modèles numériques établis. Une bonne concordance entre les résultats relevés expérimentalement et ceux prédéterminés a été constatée. La technique des multiplicateurs de Lagrange demeure une alternative intéressante à envisager lors de la prise en compte en mouvement. En effet, dans ce cas précis, les maillages indépendants du stator et du rotor libres de translater ou de tourner sont couplés ensemble. Ce qui autorise un suivi continu du mouvement sans avoir à remailler.

## REFERENCES

- [1] A.A.Abdelrazek, J. L.Coulomb, M.Feliachi, J. C.Sabonnadiere, "Conception of an air gap element for the dynamic analysis of the electromagnetic field in electric machines", IEEE Transactions On Magnetics, Vol. 18, No. 2, March 1982, pp. 655-659.
- [2] S.J.Salon, J.D'Angelo, "Application of the hybrid finite element method in electromagnetics", IEEE Transactions On Magnetics, Vol. MAG-24, No. 1, January 1988, pp. 80-85.
- [3] S.Ratnajeevan, H.Hoole, "Rotor motion in the dynamic finite element analysis of rotating electrical machinery", IEEE Transactions On Magnetics, Vol. 21, No.6, Nov. 1985, pp. 2292-2295.
- [4] T.W.Preston, A.B.J.Reece, P.S.Sangha, "Induction motor analysis by time stepping techniques", IEEE Transactions On Magnetics, Vol. 24, No.1, January 1988, pp. 471-473.
- [5] Y.Maréchal, G.Meunier, J.L.Coulomb, H.Magnin, "A general purpose tool for restoring inter-element continuity", IEEE Transactions On Magnetics, Vol. 28, No. 2, March 1992, pp. 1728-1731.
- [6] B.Laporte, G.Vinsard, J.C.Mercier, "A computation method for induction motors in steady state", Mathematics and Computers in Simulation, 38 (1995), pp. 369-376.
- [7] R. Kechroud, R. Ibtouen, S. Mezani, O. Touhami, B. Laporte, "Modelling of a slotless permanent magnet synchronous machine", Archives of Electrical Engineering, Vol. XLIX, No. 193-194, 3-4/2000, pp. 377-394.
- [8] S.Kurz, J.Fetzer, G.Lehen, W.M.Rucker, "A novel formulation for 3d eddy current problems with moving bodies using a Lagrangian description and BEM-FEM coupling", IEEE Trans. On Magnetics, Vol.34, no.5, Sept.1998, pp.3068-3073.

- [9] R.Bonnefille, M.Kant, "Application de la théorie du champ électromagnétique aux machines linéaires à induction" *Revue de Physique Appliquée*, Tome 5, Oct. 1970, pp.743-757.
- [10] J.J.Westerink, D.Shea, "Consistent higher degree Petrov-Galerkin Methods for the solution of the transient convection diffusion equation", *International Journal for Numerical Methods in Engineering (INJNME)*, Vol.28, 1989, pp.1077-1101.
- [11] G.Lacroux, «Les aimants permanents », *Ed. Techniques et Documentation*, 1989.
- [12] R. D.Cook, "Concepts and applications of finite element analysis", Second Edition, John Wiley & Sons, 1981.
- [13] O.C.Zienkiewicz, R.L.Taylor, "The finite element method: Basic formulation and linear problems», Vol.1, *Ed. Mc Graw-Hill*, England 1989.
- [14] S.J.Salon, M.J.Debortoli, R.Palma, "Coupling of transient fields, circuits and motion using finite element analysis"
- [15] D.Rodger, H.C.Lai and J.Leonard, "Coupled Elements for problems involving movement", *IEEE Transactions On Magnetics*, Vol. 26, No. 2, March 1990, pp. 548-550.
- [16] S. Williamson, « Induction motor modelling using finite elements », *RGE* No. 8/94, Sept. 1994, pp. 1-8.
- [17] E. E. Kriezis, T. D. Tsiboukis, S. M. Panas, J. Tegopoulos, «Eddy Currents: Theory and Applications», *IEEE Transactions On Magnetics*, Vol. 80, No. 10, October 1992, pp. 1559-1589.
- [18] J. Luomi, A. Niemenmaa, A. Arkkio, «On the use of effective reluctivities in magnetic field analysis of induction motors fed from a sinusoidal voltage source», *International Conference on Electrical Machine ICEM*, Munich 1986, pp. 706-709.
- [19] B. Laporte, «Etude du comportement d'un matériau ferromagnétique isotrope dans un champ glissant», *RGE*, Tome 83, N°3, Mars 1974.
- [20] S. Willimanson, L. H. Lim, M. J.Robinson, «Finite element models for cage induction motor analysis», *IEEE Transactions On Industry Applications*, Vol. 26, No. 6, Nov/Dec 1990, pp. 1007-1017.
- [21] B. Nogarede, M. Lajoie-Mazenc, B. Davat, «Modélisation analytique des machines à aimants à induit sans encoches», *Revue Phys. Appl.*, 5 Juillet 1990, pp. 707-720.
- [22] R.Ibtiouen, « Etude d'un moteur d'induction à rotor massif lisse pour différentes largeurs d'entrefer : Performances sous divers régimes d'alimentation - Comportement thermique », *thèse de Magister*, ENP, Mai 1984, Alger.
- [23] R.Kechroud, R.Ibtiouen, O.Touhami, "Coupled non-linear complex finite elements analysis of solid rotor induction motor", *IEEE-International Compumag Society, Team Workshop and Application Forum*, Evian, France, July 6, 2001, pp. 16-17

## STRUCTURES SCHOTTKY OR – OXYDE NATIF – PHOSPHURE D'INDIUM

TOUHAMI R. (\*) – MCE YAGOUB (\*\*\*) – S. RAVELET(+)

(\*) Laboratoire de Micro-électronique – Faculté de Génie Electrique et Informatique  
USTHB, BP132 EL Alia, Bab - Ezzouar

(\*\*) Dépt. de Génie Electrique, Université de Carleton Canada

(+) LPMI, Faculté des sciences, Vandoeuvre-lès-Nancy

ملخص:

لمخترع أجهزة إلكترونية ذات سرعة عالية، مركبات ذات فعالية شوتكي (Schottky) معدن/فوسفور الأنديموم (InP) يقدم فائدة معتبرة. أيضا، نظارا لأهمية علو الحاجز في مراقبة المميزات الكهربائية لمركبات شوتكي (Schottky)، قد درسنا ثم استعملنا مختلف التقنيات لمعالجة السطح لتحقيق أحسن انسجام لمركبات {Au - InP} و {Au - عازل (أكسيد) InP}. شروط المعالجة عن طريق بلاسم الأكسجين لعينات محققة، على التوالي: قوة البلاسم يتراوح ما بين 50 واط إلى 140 واط، مدة الأكسدة تتراوح ما بين 1.3 دقيقة إلى 2.5 دقيقة و ضغط البلاسم 10 ملي بار و سلك رقيق مصنوع من التنغستان ومن تظل. لقد طورنا هذه المقربات مناسبة لكي نوجد المکانیزمات لنقل التيار. عناصر الكهربائية و الفيزيائية مثل: ثابت رشاردسون. فيما يخص الترانزستور ميكرو المذبذبات مشرکاتنا كانت في تحسین مثال شارلمیرس و ذلك في ربح الوقت نسبيا و الدقة.

### Résumé

Pour les concepteurs de dispositifs électroniques à grande vitesse, les structures Schottky métal / Phosphure d'Indium (InP) présentent un intérêt considérable. Aussi, vu l'importance de la hauteur de barrière dans le contrôle des caractéristiques électriques des structures Schottky, nous avons étudié puis utilisé différentes techniques de traitement de surface pour réaliser une meilleure passivation des structures « Au - InP » et « Au - isolant (oxyde) - InP ». Nous avons également développé une approche adéquate pour déterminer le mécanisme de transport du courant. Les paramètres électriques et physiques des échantillons Au - oxyde - n - InP tels que le facteur d'idéalité, la résistance série, la constante effective de Richardson et la hauteur effective de barrière ont été déterminés grâce au modèle développé.

### Abstract

The conception of the electronic devices with large speed such as metal / Phosphor of Indium (InP) Schottky structures present a considerable interest. Also, seen the importance of the barrier height in the control of the electrical characteristics of the Schottky structures, we studied and used different techniques of surface treatment then to achieve a better passivation of the Au - InP structures and Au - Insulating (Oxide) - InP. We develop an adequate approach to determine the mechanism of the transport of the current. The electrical and physical parameters of Au - oxide - n - InP samples such as the ideality factor, the serie resistance, the constant Richardson and the barrier height have been determined by using the developed model.

## STRUCTURES SCHOTTKY OR – OXYDE NATIF – PHOSPHURE D'INDIUM

TOUHAMI R. (\*) – MCE YAGOUB (\*\*) – S. RAVELET(+)

(\*) Laboratoire de Micro-électronique – Faculté de Génie Electrique et Informatique  
USTHB, BP132 EL Alia, Bab - Ezzouar

(\*\*) Dépt. de Génie Electrique, Université de Carleton Canada

(+) LPMI, Faculté des sciences, Vandoeuvre-lès-Nancy

**INTRODUCTION** – Les techniques de fabrication des structures Schottky Au – Oxyde – InP regroupent différentes étapes de conception et d'analyse, à savoir : la préparation du substrat, la croissance de l'oxyde par plasma d'oxygène, la métallisation, le recuit, ainsi que les différentes méthodes de caractérisation de ces structures.

Le phosphure d'indium type n utilisé, non dopé volontairement dans le domaine allant de  $10^{15}$  à  $10^{16} \text{ cm}^{-3}$ , possède une orientation cristalline  $\langle 100 \rangle$ , d'origines diverses : Crystacomm, Sumitomo, Métaux Spéciaux. Ces matériaux présentent des caractéristiques intrinsèques sensiblement différentes. En général, la hauteur de barrière dépend du métal déposé. Plusieurs travaux [1-4] ont montré que la hauteur de barrière Schottky pour les structures Métal – n – InP est plus importante lorsque le contact ohmique est réalisé avec l'or (Au) qui est le plus électronégatif (2.4). Pour réduire la réaction Au / semi-conducteur, afin d'augmenter la stabilité du contact métallique [5], le choix d'une couche fine de métallisation est indéniable. La préparation de la face dépolie s'effectue avant le découpage du substrat d'InP en échantillons, sur une demi-tranche de l'InP. Elle comporte deux étapes suivantes :

- **décapage chimique:** dégraissage de la plaquette dans une solution trichloro - éthylène chaud pendant cinq minutes, ensuite trempée dans une solution d'acide chlorhydrique 30% (1:1) pendant trente secondes. Le dégraissage est suivi du rinçage à l'eau déionisée puis à l'éthanol pur (99.99%).
- **Contact ohmique:** on pèse d'abord 0.88g d'or (Au) et 0.12g de germanium (Ge), ceci correspond aux proportions du mélange eutectique Au-Ge. Le Ge et Au sont dégraissés dans l'acétone, ensuite le germanium est trempé dans HCl (1:4) pendant deux minutes puis rincé à l'eau déionisée puis à l'éthanol. L'évaporation des métaux se fait dans un banc équipé d'un groupe de pompage permettant d'atteindre un vide résiduel de quelques  $10^{-7}$  mbar, de deux creusets en tungstène pouvant être portés à des températures de l'ordre de  $3000^\circ\text{C}$  et d'un système à quartz pour la mesure

de l'épaisseur du dépôt réalisé. On dispose ce mélange Au-Ge dans un creuset et 0.45g d'or dans l'autre. On effectue un dégazage du mélange par chauffage, le substrat est protégé par un cache pendant cette phase. Après avoir enlevé le cache, on évapore le mélange Au-Ge ; celui-ci est protégé par une couche d'or formée par évaporation du contenu du deuxième creuset (0.45g d'Or). Le contact ohmique ainsi formé a une épaisseur de l'ordre de  $2 \mu\text{m}$ , Fig.1. La plaquette ainsi réalisée est découpée en petits échantillons ( $7\text{mm} \times 7\text{mm}$ ) qui seront repérés par un code indiquant l'origine et la position sur la plaquette.

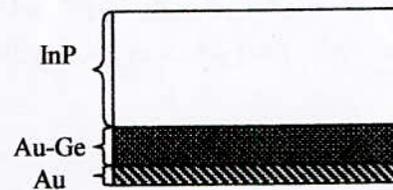


Fig.1 : Plaquette de l'InP avec un contact ohmique

▪ *La préparation de la face polie*

C'est une opération de décapage chimique réalisée sur chaque échantillon, immédiatement avant le traitement plasma. Un traitement chimique de la face polie (polissage mécanique et chimique du fournisseur) est nécessaire car un oxyde natif est inévitablement présent quel que soit les précautions prises. Cet oxyde est généralement non homogène et possède une certaine rugosité qui conditionne l'adhésion de l'oxyde que l'on désire former sur le substrat d'InP. En effet, cet oxyde non homogène augmente le taux de pièges, d'impuretés, accroît la densité des états d'interface ainsi que l'instabilité de la structure. L'échantillon est dégraissé dans une solution d'HCl(1:3) pendant deux minutes, rincée à l'eau déionisée puis trempée dans l'éthanol où il sera conservé quelques minutes avant la mise sous vide. Après l'avoir sorti de l'éthanol, l'échantillon est séché sous un flux gazeux d'azote, monté sur le porte substrat et introduit dans le réacteur à plasma qui est ensuite mis sous vide. Certains expérimentateurs renforcent ce décapage soit par un décapage "in situ" par HCl gazeux ou par un plasma d'hydrogène.

▪ *L'oxydation par plasma*

D'autres travaux [8-12] ont montré également que la surface d'InP oxydée supporte sans dégradation le dépôt de diélectrique, en utilisant les méthodes sèches, en particulier l'oxydation par plasma. Une fois l'échantillon placé dans l'enceinte à vide du réacteur à plasma, et le vide résiduel de  $10^{-7}$  à  $2 \cdot 10^{-7}$  mbar atteint, on commence le traitement pour la formation (croissance) d'une couche mince d'oxyde sur le substrat InP.

▪ *La métallisation*

Comme pour le contact ohmique, on procède en deux étapes le dépôt du mélange Au-Ti suivi du dépôt de l'or. A travers un masque métallique, on procède à un mouillage de la face oxydée par le titane, suivi d'une évaporation d'or.

▪ *Le recuit*

En général, les conditions de recuit adoptées pour les structures étudiées sont:

- Pression: 200mbar
- Durée du recuit: 10min
- Température: 220°C
- Gaz: azote

Au laboratoire, le recuit est réalisé directement dans le réacteur multipolaire de traitement en utilisant un porte substrat chauffant.

Dans ce papier, nous présentons les structures Schottky Au - Oxyde natif - Inp en mettant en évidence leur préparation à la fabrication, leurs modèles électriques, mathématiques ainsi que la détermination de leurs paramètres.

**I. CARACTERISATION DES STRUCTURES AU - OXYDE NATIF - INP**

Pour vérifier efficacement le procédé de passivation, on fait appel aux techniques de caractérisation de surfaces à l'aide des mesures physico-chimiques (caractérisations optiques) et des mesures électriques (caractérisation électronique)

**L1 Caractérisation optique**

Il est crucial de contrôler rigoureusement les conditions de préparation de la surface avant le dépôt de l'isolant ou du métal, ainsi que les propriétés d'interfaces au cours des premiers stades de dépôt. A cet égard, les travaux récents rapportés dans la littérature [6-10] ont montré que pour la mise en œuvre de traitement de surface dans un environnement approprié, les techniques de contrôle et de caractérisation des propriétés physico-chimiques et électronique de surfaces (structure cristalline, stoechiométrie, nature atomique, structure électronique, niveau de Fermi, épaisseur d'oxyde d'interface, rugosité) telles que: XPS (X - ray Pholuminescence Spectroscopy), LEED,

ellipsométrie) permettent d'optimiser efficacement le procédé de passivation. Quelques analyses XPS ont été réalisées pour déterminer la composition chimique de l'oxyde formé entre l'or et l'InP.

Pour les structures Au - oxyde natif - n InP élaborées au LPMI, les mesures ellipsométriques donnent l'indice de réfraction et l'épaisseur de la couche d'oxyde.

**L2 Caractérisation électrique**

Pour la caractérisation électrique, nous procédons à des mesures statiques et dynamiques en température. Les données statiques courant - tension - température (voir figure 2) sont utilisées pour étudier le mécanisme de transport du courant ainsi que la détermination des paramètres électriques et physiques permettant de définir le processus de transport du courant. En dynamique, les caractéristiques capacité - tension - température sont utilisées pour déterminer la densité des états d'interface et la hauteur de barrière.

**II. MODELISATION DES STRUCTURES AU- OXYDE NATIF - INP**

Nous avons constaté que pour les dispositifs à base des semi-conducteurs III-V, en particulier l'InP, les caractéristiques courant - tension - température sont non linéaires sur une échelle semi-logarithmique. Ceci s'explique par la présence de la couche d'oxyde à l'interface de plus en plus épaisse et non homogène où le facteur d'idéalité n s'éloigne de 1, la non homogénéité de la hauteur de barrière et l'effet de la résistance série sont importants. Une étude complète des diodes schottky non traitées par plasma et celles traitées par plasma Au - oxyde natif - nInP nécessite une caractérisation du processus de transport du courant. La modélisation de ce processus de transport du courant à partir des caractéristiques courant - tension - température entraîne la détermination de tous les paramètres mathématiques et physiques des modèles élaborés.

Contrairement au modèle de Donoval [11], nous ne supposons pas de mécanisme de transport du courant à travers le contact rectifié métal - semi - conducteur pour le calcul des paramètres en particulier la hauteur de barrière. L'approche adoptée est celle qui consiste à considérer un modèle global qui est en accord avec les caractéristiques mesurées: courant - tension - température.

**II.1 Modèle électrique**

Pour les diodes Schottky, l'expression usuelle du courant à travers la jonction est :

$$I = I_s \exp \frac{q(V - R_s I)}{nkT} \quad (1)$$

Avec :  $V > 3 \frac{kT}{q}$  et  $I_s = S A^* T^2 \exp \frac{-q\Phi_b}{kT}$

$A^*$  et  $S$  sont la constante de Richardson et la surface de la diode respectivement. Les autres symboles ont la signification habituelle. La théorie développée dans les semi-conducteurs considère  $A^* = 9.3 \text{ A cm}^{-2} \text{ K}^{-2}$  pour le matériau InP [12-13]. En considérant cette valeur pour la constante de Richardson, les paramètres  $R_s$ ,  $n$  et  $\Phi_b$  peuvent être déterminés à l'aide de la méthode des moindres carrés associées à celle de Newton - Raphson. Malheureusement, l'application de l'équation (1) aux structures Au - oxyde - n-InP donnent des valeurs aberrantes pour les paramètres  $R_s$ ,  $n$  et  $\Phi_b$ . Alors, le mécanisme de transport du courant à travers le contact rectifié métal / semi-conducteur n'est pas bien défini. Ces déviations peuvent être expliquées par les variations de la constante de Richardson. Pour vaincre ce problème, nous utilisons un modèle global, qui simule les caractéristiques directes courant - tension - température. Ce modèle est construit en considérant les courbes expérimentales de la Fig.2 caractérisant les échantillons Au - oxyde - n - InP oxydés par plasma. Ces courbes sont non linéaire sur une échelle semi-logarithmique. Leur forme est principalement expliquée par la présence des couches d'interfaces où le facteur d'idéalité ( $n$ ) est plus grand que l'unité, la résistance série grande et la barrière Schottky non homogène. Pour prendre en considération de telles exigences, l'équation (1) devrait être modifiée. Ce qui donne:

$$I = I_0 \exp \left( \frac{-q\Phi'}{nkT} \right) \exp \frac{q(V - R_s I)}{nkT} \quad (2)$$

avec  $V > 3 \frac{kT}{q}$ ,  $I_0 = S \cdot A^* \cdot T^2$  et  $\Phi' = n \Phi_b$

Dans cette équation, les paramètres à déterminer à l'aide des techniques numériques sont  $I_0$ ,  $\Phi'$ ,  $n$  et  $R_s$ . L'algorithme converge de façon quadratique quand le modèle choisi correspond aux caractéristiques électriques (I-V). La Fig.3 montre que les courbes I-V obtenues par simulation et expérimentation des échantillons Au - oxyde - n - InP, sont presque identiques. Le tableau I présente les paramètres calculés de la diode pour différentes valeurs de l'épaisseur d'oxyde à une température ambiante. Les paramètres ainsi calculés et ceux caractérisant les autres types de diodes MIS ont le même ordre de grandeur. A température ambiante, la valeur de la constante de Richardson obtenue varie entre 9.0 and  $10.9 \text{ A cm}^{-2} \text{ K}^{-2}$ . Nous remarquons que cet intervalle inclue la valeur théorique de  $A^*$  à température ambiante. En effet, la hauteur de barrière et la constante de Richardson dépendent de la température (voir Fig.4 et 5). Alors, le modèle global doit être modifié.

Epaisseur d'oxyde (Å)	n	Rs (Ω)	Φ <sub>b</sub> (eV)	A* (A cm <sup>-2</sup> K <sup>-2</sup> )
65	1.39	166	0.70	9.10
70	1.41	163	0.67	9.74
90	1.29	43	0.63	9.00
140	1.68	114	0.67	10.90

Tableau I : Paramètres numériques des structures Au-n-InP oxydée par plasma d'oxygène à la température ambiante

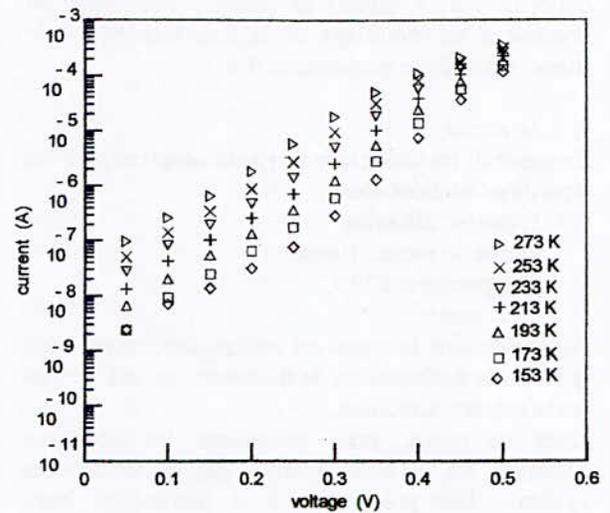


Fig.2: Caractéristiques Courant - Tension - Température des échantillons Au-n-InP traités avec le plasma d'oxygène .

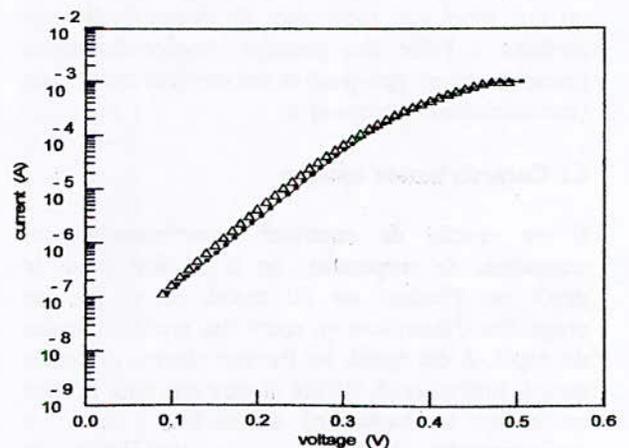


Fig.3: Courbes Expérimentales (Δ) et Simulées (-o) des caractéristiques directes Courant -Tension des échantillons Au-n-InP traités avec le plasma d'oxygène, où  $n=1.294$ ,  $R_s = 87\Omega$ ,  $\Phi_b = 0.70 \text{ eV}$   $A^*=8.58 \text{ Acm}^{-2} \text{ K}^{-2}$

**II.2 Modèle Mathématique**

Pour tous les échantillons, d'après les courbes des figures 4 et 6, les variations de  $\Phi_b$  et  $A^*$  avec la température sont données par:

$$\Phi_b = \alpha \frac{kT}{q} + \beta \tag{3}$$

$$\ln A^* = \eta \frac{q}{kT} + \gamma \tag{4}$$

avec  $A^* = \frac{I_0}{ST^2}$

$\alpha, \beta, \gamma,$  et  $\eta$  sont les coefficients simulés, indépendants de la température. Le courant direct est alors donné par :

$$I = ST^2 \exp(\gamma) \exp(-\alpha) \exp\left(\frac{q(\beta - \eta)}{kT}\right) \exp\left(\frac{q(V - R_s I)}{nkT}\right) \tag{5}$$

Le tableau II présente les valeurs des coefficients obtenus pour les diodes Schottky traitées par le plasma d'oxygène avec différentes valeurs de l'épaisseur d'oxyde. Le tableau III donne les valeurs des coefficients trouvés dans le cas des diodes Schottky oxydées par l'air. Notons que le signe de  $\alpha$  n'est pas le même pour ces deux types de diodes.

Epaisseur d'oxyde (Å)	$\alpha$	$\beta$ (eV)	$\gamma$ (eV)	$\eta$
70	15.05	0.262	-0.085	0.053
200	16.07	0.3	0.514	0.043
260	12.11	0.354	0.433	0.044
370	10.70	0.378	0.453	0.043

Table II. Coefficients Simulés des échantillons Au-n-InP traités avec le plasma d'oxygène

Epaisseur d'oxyde (Å)	$\alpha$	$\beta$ (eV)	$\gamma$ (eV)	$\eta$
35	-1.37	0.465	0.055	-1.69
45	-5.88	0.521	0.023	1.254

Tableau III : Coefficients Simulés des structures Au-n-InP non traitées par le plasma d'oxygène

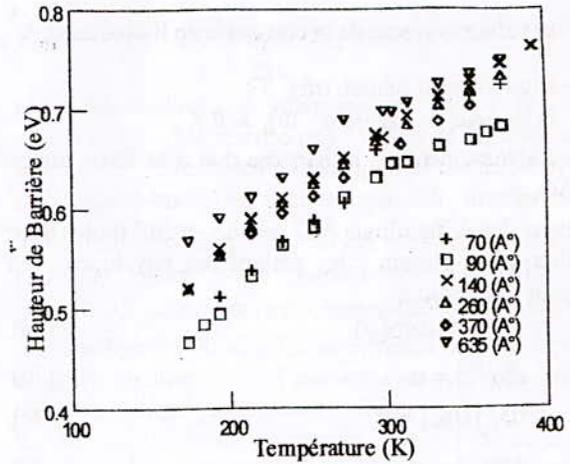


Fig.4 : Hauteur de Barrière Effective  $\Phi_b$  en fonction de la température T des échantillons Au-n-InP traités avec le plasma d'oxygène .

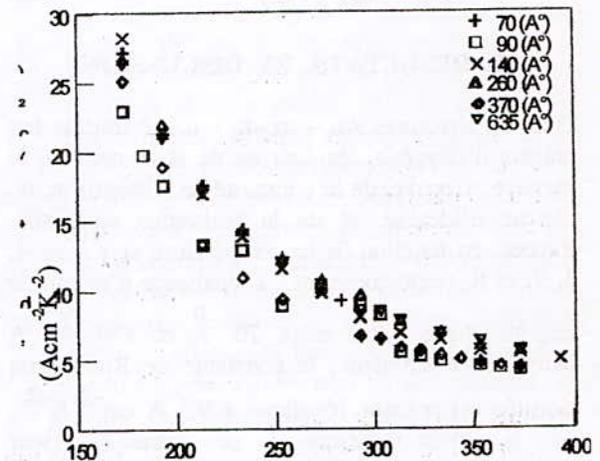


Fig.5 : Constante de Richardson en fonction de la température des échantillons Au-n-InP traités avec le plasma d'oxygène.

**II.3 Détermination des paramètres physiques**

Les travaux sus mentionnés auparavant indiquent que le transport du courant, dans les structures étudiées, résulte d'une émission thermoionique, tunnel à travers la couche d'interface, et de l'abaissement de la barrière due à la force image. L'expression du courant à travers la jonction est alors modifiée et la constante de Richardson est indépendante de la température. La constante de Richardson qui satisfait une telle exigence est notée par  $A_c^*$ .

Par définition, ce coefficient est la valeur correcte de la constante de Richardson. Dans ce cas, le courant est écrit comme suit :

$$I = S A_c^* T^2 \exp(-\alpha \delta \chi^{1/2}) \exp\left(\frac{-q(\Phi_b(0K) - \Delta\Phi_{oi})}{kT}\right) \exp\left(\frac{q(V - R_s I)}{nkT}\right) \tag{6}$$

Des Eqs. (5) et (6), on peut calculer:

- la valeur correcte de la constante de Richardson  $A^*_c$  ;

- le coefficient tunnel  $\alpha\delta\chi^{1/2}$  ;

- la hauteur de barrière  $\Phi_b$  à 0 K ;

- l'abaissement de la barrière due à la force image  $\Delta\Phi_{oi}$

Pour les échantillons Au - oxyde - n InP traités avec l'oxygène plasma , les paramètres physiques ont pour expressions:

$$A^*_c = \exp(\gamma) \tag{7a}$$

$$\alpha\delta\chi^{1/2} = \alpha \tag{7b}$$

$$\Phi_b(0K) = \beta \tag{7c}$$

$$\Delta\Phi_{oi} = \eta \tag{7d}$$

Dans le cas des diodes Schottky oxydées par l'air, le coefficient  $\alpha$  est négatif. La valeur correcte de la constante de Richardson s'écrit alors:

$$A^*_c = \exp(\gamma + \alpha) \tag{8}$$

### III. RESULTATS ET DISCUSSIONS

Pour les structures Au - oxyde - n InP traitées par plasma d'oxygène, les courbes de la hauteur de la barrière effective, de la constante de Richardson, du facteur d'idéalité, et de la résistance série sont tracées en fonction de la température voir Figs. 4, 5, 7, et 8, respectivement. L'épaisseur d'oxyde de ces structures varie entre 70 Å et 370 Å. A température ambiante, la constante de Richardson simulée est presque identique à  $9.3 \text{ A cm}^{-2} \text{ K}^{-2}$ , i.e., la valeur théorique de ce paramètre (voir tableau I). Alors, il diminue rapidement quand la température augmente. Dans la Fig.6,  $\text{Ln}(A^*)$  est représenté en fonction de  $(1000/T)$ , ceci montre que cette quantité est proportionnelle à l'inverse de la température. De plus, les courbes ainsi obtenues sont presque identiques pour tous les échantillons Au - oxyde - n-InP. Pour ces structures, la valeur correcte de la constante de Richardson  $A^*_c$  est presque égale à  $1.60 \text{ A cm}^{-2} \text{ K}^{-2}$  (voir tableau IV).

Epes. Oxy. Å	$A^*_c$	$A\delta\chi^{1/2}$	$\Phi_b(0K)$ (eV)	$\chi$ (eV)	$\Delta\Phi_{oi}$ (eV)	$\epsilon_i$
70	0.92	15.05	0.262	0.57	0.053	5.34
200	1.67	16.07	0.300	0.05	0.043	7.78
260	1.54	12.11	0.354	0.03	0.044	7.43
370	1.57	10.70	0.378	0.01	0.043	7.78

Tableau IV. Paramètres Physiques Simulés des échantillons Au-n-InP traités avec le plasma d'oxygène.

Oxyde thick. (Å)	$A^*_c$ (A cm <sup>-2</sup> K <sup>-2</sup> ) Nos résultats	$A^*_c$ (A cm <sup>-2</sup> K <sup>-2</sup> ) Missous et al. [36]	$\Phi_b(0K)$ (eV)	$\Delta\Phi_{oi}$ (eV)
35	0.220	0.240	0.465	0.055
45	0.010	0.019	0.521	0.023

Tableau V : Paramètres Physiques des échantillons Au-n-InP non traités avec le plasma d'oxygène

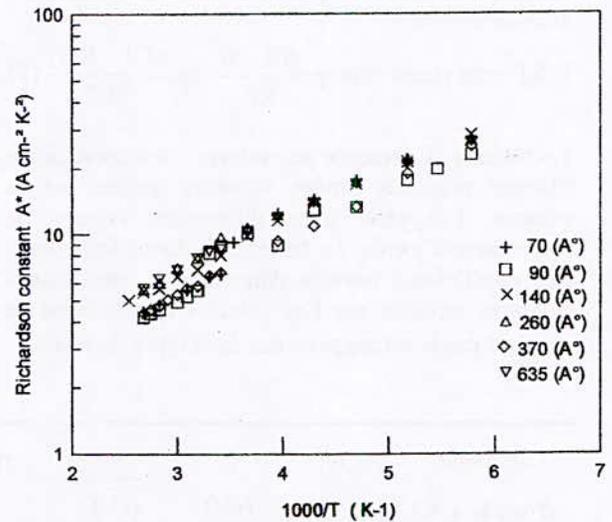


Fig.6 : Courbes  $\text{Ln}(A^*)$  vs  $1000/T$  des échantillons Au-n-InP traités avec le plasma d'oxygène

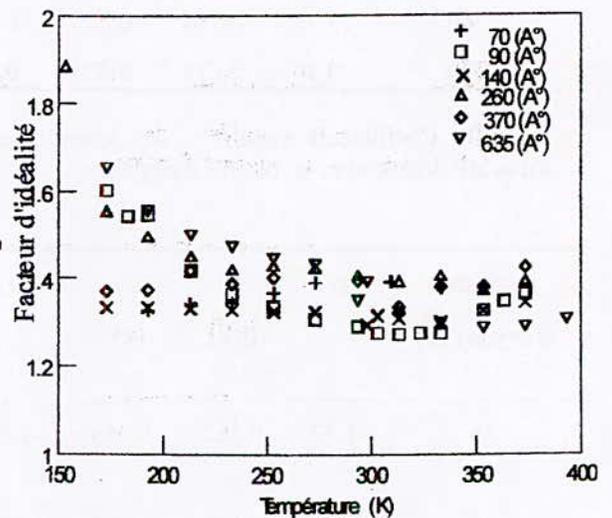


Fig.7 : Facteur d'idéalité n vs T des échantillons Au-n-InP traités avec le plasma d'oxygène

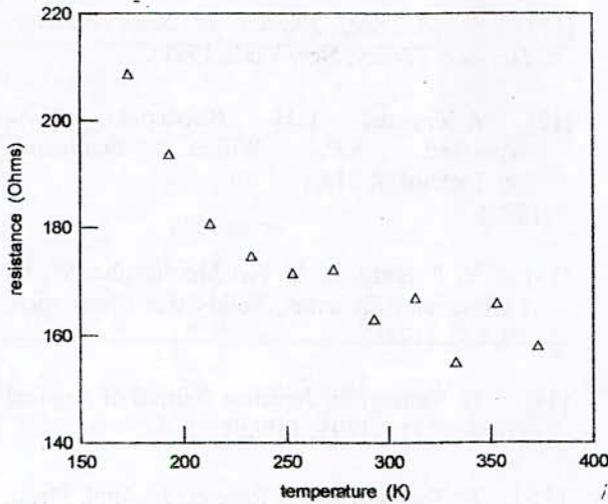


Fig.8. Résistance séries  $R_S$  en fonction de la Température pour les diodes Au-n-InP traitées avec l'oxygène plasma.

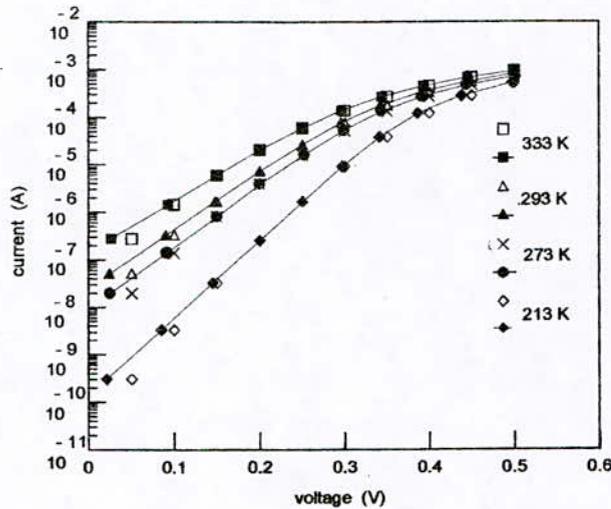


Fig.9: Courbes I-V-T Expérimentales (symbole) et Simulées (ligne continues) où  $a\delta\chi^{1/2} = 12.11$ ,  $\Phi_b (0 K) = 0.354 eV$   $\Delta\Phi_{O1} = 0.044 eV$  et  $A_c^* = 1.54 A cm^{-2} K^{-2}$

Dans le cas des structures Au - oxyde - n-InP oxydées par l'air, ce paramètre est égal à  $0.22 A cm^{-2} K^{-2}$  pour l'échantillon (A) et  $0.01 A cm^{-2} K^{-2}$  pour l'échantillon (B). D'après les résultats des tableaux IV and V, la valeur correcte de la constante de Richardson dépend de la méthode utilisée pour la réalisation des diodes Au - oxyde - n-InP et de l'épaisseur de la couche d'oxyde. Ce paramètre est toujours plus petit que la constante de Richardson effective actuelle (voir tableau I). La différence observée entre les valeurs de  $A_c^*$  et de  $A^*$ , peut être expliquée par le phénomène d'interface et l'état d'oxydation du substrat InP. Les

résultats des paramètres physiques sont en accord avec ceux rapportés dans la littérature [14,15,16].

#### IV. CONCLUSION GENERALE

Les caractéristiques de tous les échantillons traités par le plasma d'oxygène sont décrits par une émission thermoionique, effet tunnel à travers la couche d'interface, effet de la force image. L'approche présentée ci-dessus, nous permet de déterminer les paramètres physiques des structures Au-oxyde-n-InP à partir des caractéristiques I-V-T pour des températures comprises entre 173 K et 373 K. Les paramètres définis à partir de l'équation (5), sont indépendants de la température. Ces paramètres correspondent à la valeur correcte de la constante de Richardson, le coefficient tunnel, la hauteur de barrière à 0 K et l'abaissement due à la force image. Les résultats de la simulation obtenue sont en bon accord avec ceux publiés en littérature. Comme expliqué précédemment, l'effet de la constante de Richardson est plus petit que celui de la constante de Richardson effective, ceci peut être due aux effets d'interface entre le métal et le semi-conducteur et à l'état d'oxydation du substrat phosphore d'indium. Pour trouver la cause de la différence entre  $A_c^*$  et  $A^*$ , d'autres investigations doivent être faites. Missous *et al.* [12] ont développé une méthode différente pour le calcul de la constante de Richardson dans le cas des structures Métal - oxyde - GaAs. En appliquant l'approche de Missous *et al.* aux échantillons Au-oxyde-n-InP oxydé par l'air, nous avons trouvé que :  $A_c^* = 0.24 A cm^{-2} K^{-2}$  pour l'échantillon (A) et  $A_c^* = 0.019 A cm^{-2} K^{-2}$  pour (B). Par conséquent, les valeurs rapporté dans le tableau V, notre approche [15] et celle de Missous *et al.* donnent pratiquement les mêmes résultats. Pour expliquer les valeurs faibles de  $A_c^*$ , il serait utile d'étudier les échantillons Métal - oxyde - InP où le métal est autre que l'or.

#### V. REFERENCES

- [1] H. Oigawa, J.F. Fan, Y. Nannichi, H. Sugahara and M. Oshima, Jpn. J. Appl. Phys., Vol.30, N°3A, pp.322-325, 1991.
- [2] O. Wada, J. Appl. Phys., 57 (6), pp.1901-1909, 15 Mar. 1985.
- [3] H. Oigawa, J.F. Fan, Japanese Journ. of Appl. Phys., Vol. 30, N°3A, pp.L322-L324, Mar. 1991.
- [4] M. Belmahi, Rev. Phys. Appl., 24, 369, (1989).

- [5] B. Bouchikhi, G. Valmont, C. Michel and S. Ravelet, *Thin Solid Films*, **15**, 227, (1987).
- [6] M. Belmahi, A Bouziane and P. Carré, *Le Vide-Les Couches Minces, Suppl.*, **256**, 347, (1991).
- [7] Bouziane A., M. Remy, Z. Ouennoughi and C. Simon, *Surface and Coatings Technology*, **59**, 121, (1993).
- [8] Easwarakhanthan. T., Z. Ouennoughi and S. Ravelet, *Solid-State Electronics*, **35**, 855, (1992).
- [9] D. Donoval, M. Barus and M. Zmidal, *Solid State Electronics*, **34**, 1365, (1991).
- [10] E. H. Rhoderick and R. H. Williams, *Metal-semiconductor contacts*, (Clarendon, Oxford 1988).
- [11] S. M. Sze, *Physics of Semiconductor Devices*, (Wiley, New York, 1981).
- [12] A. Missous, E.H. Rhoderick, D.A. Woolfand S.P. Wilkes, *Semicond. Sci. Technol.*, **7**, 218, (1992).
- [13] Y. P. Song, R. L. Van Meirhaeghe, W. H. Laflève and F. Cardon, *Solid-State Electronics*, **29**, 633, (1986).
- [14] H. Yamagishi, *Japanese Journal of Applied Physics*, **11**, 1691, (1986).
- [15] R. Touhami and S. Ravelet, *J. Appl. Phys.*, **85** (10), 7209, (1999).
- [16] A. Singh, K.C. Reinhardt and W.A. Anderson, *J. Appl. Phys.*, **68**(7), 3475, (1990).

## Conception et réalisation d'un banc de tests automatisé utilisant un capteur angulaire à fibre optique

L.CHERBI\*, M.MEHENNI\*\*

### ملخص

هذا البحث سمح لنا باستعمال الليف الضوئي في مجال مختلف عن الإرسال. استعمل الليف الضوئي كعضو حساس للإختناء في الحساس الضوئي الزاوي المنجز. قد تم إنجاز لوحة القياسات الأوتوماتيكية لتحليل التخفيف من شدة الموجة الضوئية الناتج عن انحناء الليف الضوئي. حسب معالجة تغيرات التخفيف بدلالة زاوية الانحناء نستنتج هذه الأخيرة. نستطيع استعمال نتائج هذا البحث في التدريب على تقويم العضلات لأن هذه الأخيرة تتطلب تقييم الزوايا المحققة من طرف مجموع الحركات العضوية .

كلمات مفتاحية : الليف الضوئي - الحساس الضوئي الزاوي - القياسات الأوتوماتيكية - تقويم العضلات

### Résumé

Cette recherche a pour objectif l'utilisation de la fibre optique dans un domaine autre que la transmission. La fibre optique est utilisée comme un élément sensible à la courbure dans le capteur angulaire réalisé. Un banc de test automatisé a été réalisé pour analyser l'atténuation de l'intensité d'onde lumineuse en fonction de l'angle de courbure imposé. Suivant la variation de cette atténuation, une mesure d'angle est déduite. Il conviendrait d'utiliser ce procédé dans la rééducation fonctionnelle qui nécessite une quantification de la cinématique angulaire des mouvements.

**Mots-clés** : fibre optique – capteur angulaire optique - mesures automatisées - rééducation fonctionnelle.

### Abstract

This research has for objective the utilization of the optic fiber in another domain that the transmission. The optic fiber is used as a sensible element to the curvature in the achieved angular sensor. A bench of test automated has been achieved to analyze the attenuation of the luminous wave according to the angle of curvature imposed. According to the variation of this attenuation, a measure of angle is deducted. It would agree to use this process in the functional rehabilitation that requires a quantification of the angular kinematics of movements.

**Key words**: optical fiber - angular optical sensor – automatic measurement - functional rehabilitation

\*Article extrait de son Mémoire de Magister

\*\* Maitre de conférences à l'ENP Alger

### 1.Introduction

L'objectif essentiel de ce travail est d'exploiter l'atténuation de la lumière par courbure se propageant dans une fibre optique constituant le capteur angulaire [5,6,7, 9].

Un banc de tests automatisé est réalisé pour étudier le comportement de l'onde lumineuse guidée par la fibre optique posée sur une articulation simulant le mouvement flexion - extension d'un membre du corps humain : le bras par exemple.

Le banc de tests est constitué d'un système mécanique simulant l'articulation du bras, un moteur pas à pas, piloté par un micro ordinateur de type PC via une unité de puissance, fixe le nombre de pas c'est à dire l'angle à imposer à l'articulation. Après une temporisation fixée, la valeur de la puissance reçue est relevée et transférée vers le PC pour un traitement ultérieur.

L'automatisation du banc de tests tourne autour du microcontrôleur 68HC11 qui assure la commande du moteur pas à pas, l'acquisition de la réponse du capteur et le transfert vers le PC. Ce travail peut trouver une application en rééducation articulaire: Après avoir effectué les différents tests sur le capteur réalisé pour une articulation simulée on peut l'appliquer directement sur le membre du patient pour détecter la cinématique angulaire effectuée par ce dernier et enregistrer les résultats obtenus.

Suivant la puissance reçue, fonction de l'angle de courbure, on déduira le taux de récupération de l'articulation chez le patient, par exemple l'angle de flexion de l'avant bras.

### 2. Banc de tests automatisé réalisé

A l'entrée d'une section courbée d'une fibre optique constituée d'un cœur et d'une gaine optique, il y a augmentation de l'angle  $\Theta$  que le rayon lumineux fait avec l'interface cœur-gaine, les modes d'ordre élevés sont alors réfractés. Les modes d'ordre plus faible voient leur atténuation augmenter par couplage avec les modes réfractés[1, 2, 3, 4].

Dans la partie courbée, les rayons du cœur qui sont au voisinage de l'incidence critique  $\alpha_c$  sont partiellement réfractés et perdent ainsi une partie de l'énergie.

L'angle critique est défini par la relation suivante :

$$\sin \alpha_c = \frac{n_2}{n_1} \tag{1}$$

Où  $n_1$  et  $n_2$  : indices de réfraction du cœur et de la gaine optique respectivement.

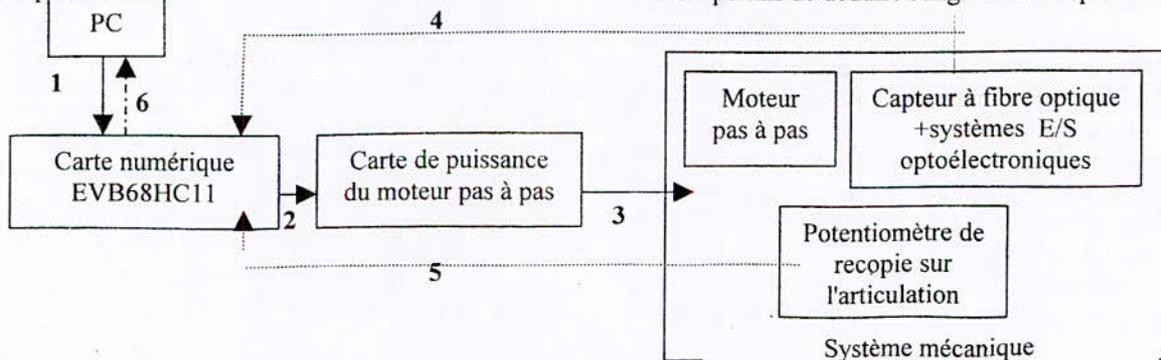


Figure 1 : Synoptique du banc de tests automatisé

La fraction de puissance perdue peut être calculée en utilisant le modèle développé par Halley [1]:

$$P(\ell) = p_0 e^{-\alpha \ell} \tag{2}$$

$P_0$  : puissance initiale dans la fibre rectiligne

$\alpha$  : Coefficient d'atténuation par courbure

$\ell$  : longueur courbée

Sur la longueur du trajet courbé, l'affaiblissement linéique  $\alpha$  augmente de  $\Delta\alpha$  (dB/ km) qui est calculable par l'expression suivante:

$$\Delta\alpha = 10 \log\left(1 - \frac{2an_1^2}{ON^2r}\right) \tag{3}$$

Où  $a$ : rayon du cœur de la fibre,

$r$  : rayon de courbure,

ON : ouverture numérique,

$n_1$ : indice de réfraction du cœur.

La formule(3) est simple et très exploitable, elle permet de déterminer l'influence des différents paramètres constitutifs de la fibre optique lors de la courbure. L'atténuation sera d'autant plus grande que l'indice de réfraction et le diamètre de la fibre optique seront grands; par contre l'ouverture numérique doit être choisie relativement faible. En toute logique plus le rayon de courbure est faible, plus l'atténuation par courbure sera importante.

Le but principal de cette réalisation est de mesurer l'angle effectué entre les deux axes de l'articulation simulée, par le capteur à fibre optique.

L'articulation simulée dans ce banc est caractérisée par deux paramètres essentiels dans l'étude de l'atténuation par courbure qui sont: le rayon de courbure et le déplacement angulaire.

La fibre optique constituant le capteur, longe le bras en passant par l'articulation épousant la forme de cette dernière. Etant donné que la fibre subit une courbure suite au déplacement de l'axe mobile, on a un effet cumulatif d'atténuation en fonction de l'angle de courbure; ce qui nous a permis de déduire l'angle effectué par l'articulation.

Le banc de tests automatisé (fig.1) est constitué des éléments suivants:

- le système mécanique simulant l'articulation et son mouvement,
- le capteur angulaire constitué de la fibre optique et ses éléments optoélectroniques,
- le module de puissance pour le moteur pas à pas,
- la carte numérique EVB 68HC11 émulant le Microcontrôleur 68HC11,
- le micro ordinateur de type PC.

- (1): Edition du programme du protocole de déplacement du moteur pas à pas,
- (2) : Conversion du programme en code assembleur par le micro contrôleur de la carte.
- (3): Les signaux générés amplifiés en courant pour pouvoir alimenter le moteur pas à pas,
- (4), (5): Acquisition de la réponse du capteur et potentiomètre après chaque consigne de pas du moteur,
- (6): Transfert des données acquises dans la carte vers le PC par la liaison RS232.

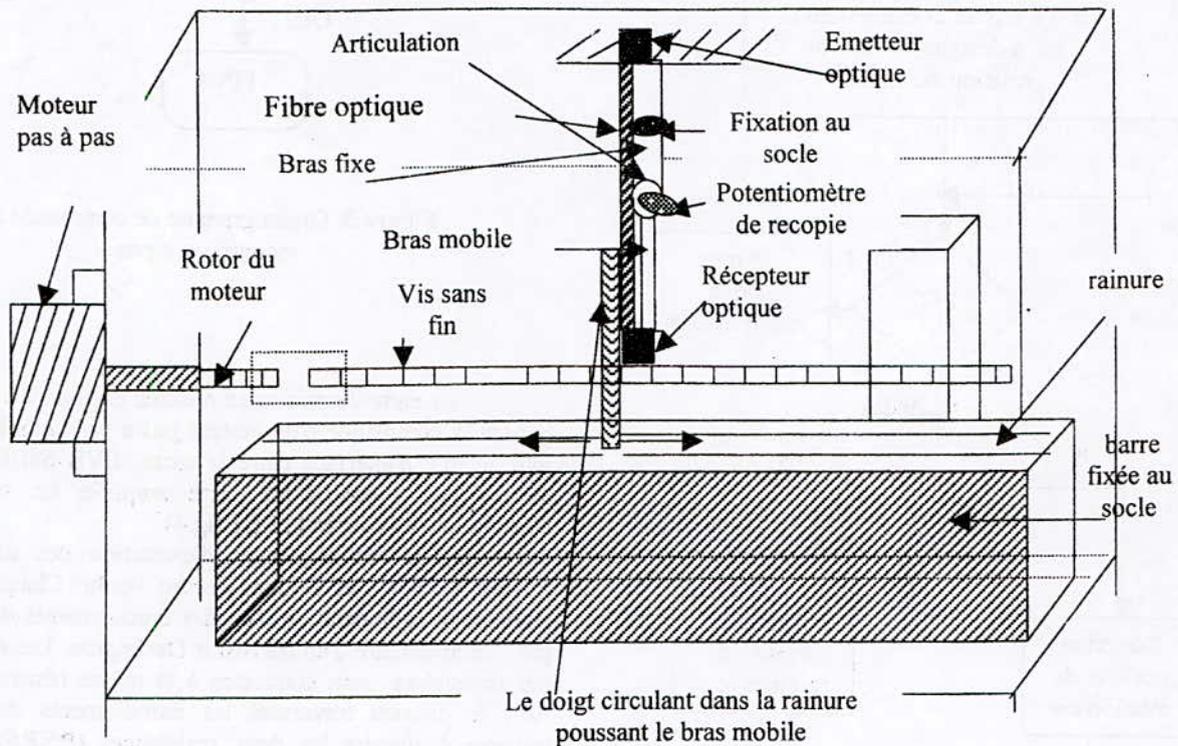


Figure.2: Le système mécanique réalisé pour le banc de tests automatisé

Le dispositif mécanique simule une articulation d'un petit bras ou celle d'un doigt et son mouvement flexion - extension.

On a deux éléments constituant l'articulation: le bras fixe et le bras mobile. La mobilité est assurée par un procédé mécanique constitué d'une vis sans fin sur laquelle on a un petit doigt qui circule dans une rainure effectuée sur un élément fixé à la base du socle.

L'élément important de ce banc de tests est le moteur pas à pas. Il permet la transmission du mouvement rotationnel à la vis sans fin grâce à un manchon au fur et à mesure qu'il reçoit les impulsions d'excitation fixées.

Le doigt circulant sur une rainure sert à transformer le mouvement rotationnel de la vis sans fin à un mouvement rectiligne et ainsi le doigt glisse à travers cette rainure en poussant le bras mobile pour effectuer des déplacements angulaires par rapport à l'axe de l'articulation.

## 2.1 Commande du moteur pas à pas

Le moteur pas à pas utilisé dans notre application est un moteur hybride unipolaire de pas  $1.8^\circ$  ayant une très bonne résolution jusqu'à 200 pas par tour. Il possède un couple moteur de 460 mN.m. Le sens de rotation de ce moteur dépend de l'ordre d'alimentation des bobines et du sens du courant [10, 11, 13].

Le mode d'alimentation le plus utilisé donnant un bon couple moteur est le mode qui consiste à commander deux phases en même temps en respectant une séquence précise pour faire un tour dans le sens d'horloge souhaité. La génération des impulsions est assurée par la carte EVB68HC11 émulant le microcontrôleur 68HC11 (fig.3).

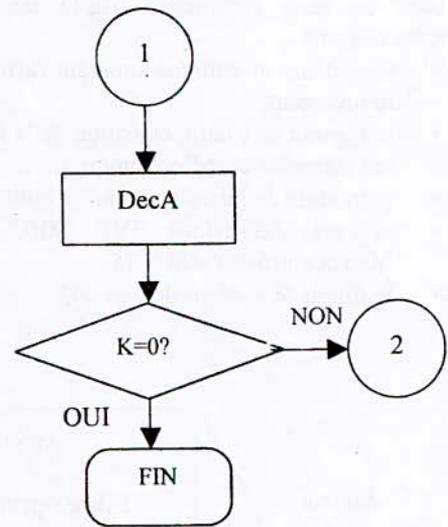
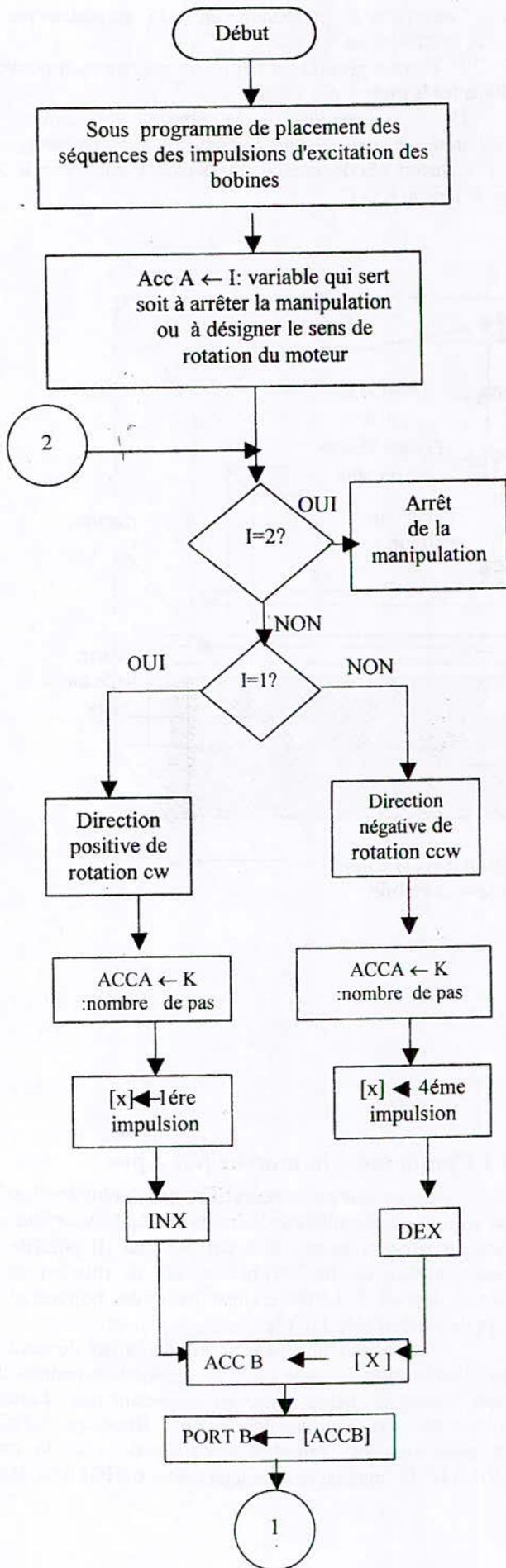


Figure 3: Organigramme de commande du moteur pas à pas

La carte de puissance réalisée dans cette recherche permet la commande d'un moteur pas à pas unipolaire, elle joue le rôle d'interface entre la carte EVB 68HC11 et le moteur pas à pas. Cette carte amplifie les séquences d'excitation en courant[12], (fig.4). On a injecté les séquences d'excitation des différentes phases A, B, C, et D dans l'ordre voulu; Chaque entrée commande l'alimentation d'un des enroulements du moteur par l'intermédiaire d'un transistor Darlington. Les émetteurs des transistors sont connectés à la même résistance (R5, R6); le courant traversant les enroulements du moteur traverse également les deux résistances (R5,R6); ce qui permet leur utilisation comme capteurs de tension appliquée à l'entrée inverseuse de l'amplificateur opérationnel configuré en comparateur; sur l'entrée non inverseuse est appliquée une tension de référence dont la valeur est fixée par le potentiomètre P1. Les diodes D5 à D8 protègent les transistors contre les tensions de rupture élevées présentes aux bornes des enroulements du moteur. Les diodes D1 à D4 indiquent la présence du courant dans les bobines du moteur.

### 2.2 Le capteur à fibre optique et ses éléments optoélectroniques

Le deuxième élément constituant le banc de test est le capteur contenant la fibre optique qui est l'élément sensible à la courbure et les modules optoélectroniques. Ainsi à l'aide du récepteur optoélectronique, on détecte la tension pour chaque déplacement angulaire suite à la courbure de la fibre optique mise sur l'articulation des deux bras.

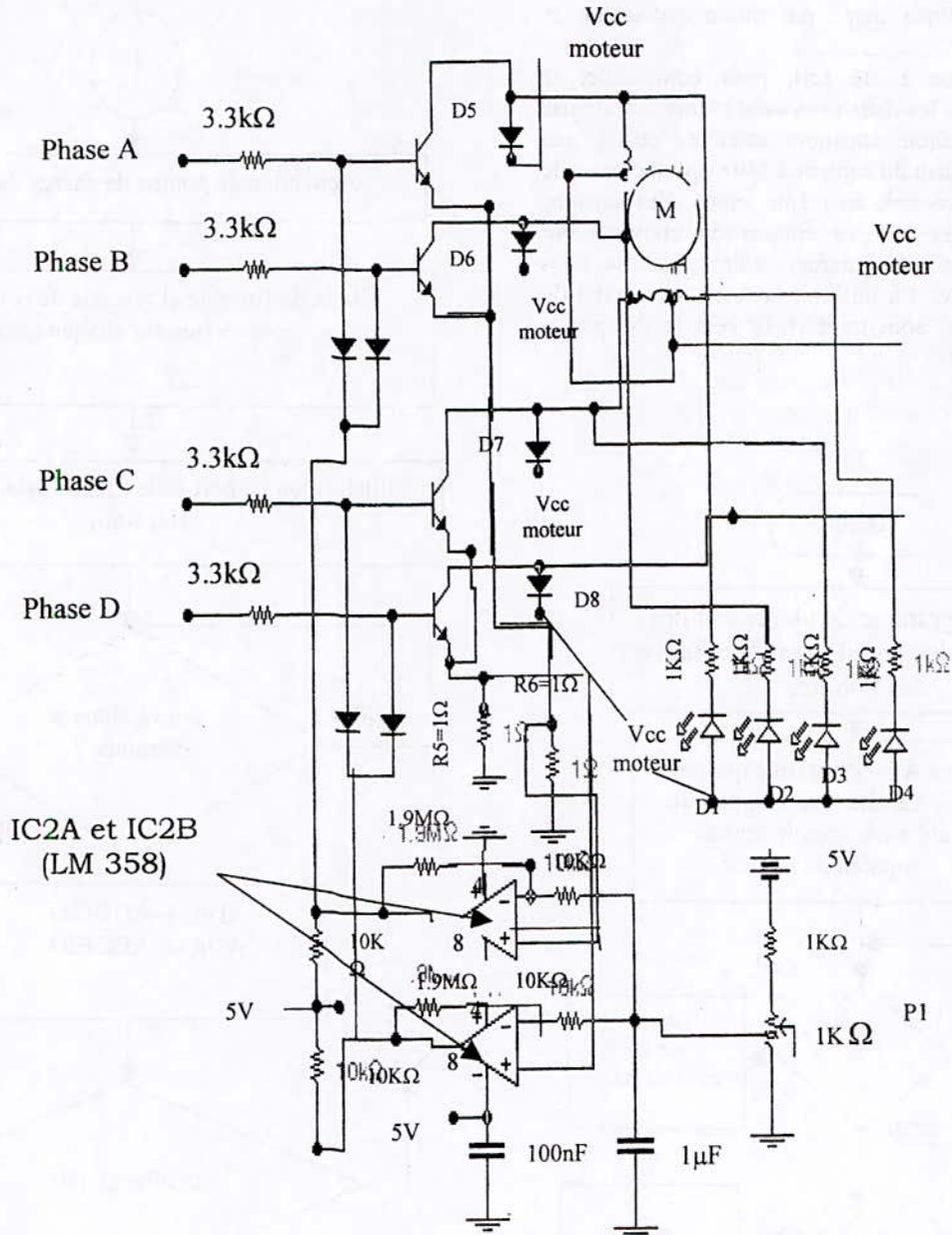


Figure 4 : Schéma électronique du module de puissance réalisé

### 2.2.1 L'émetteur optique

L'émetteur optique utilisé dans la réalisation de ce banc est le module optoélectronique de Honeywell HFE4401-016 [16,17], il se présente sous forme d'une diode électroluminescente (D.E.L) qui émet un signal lumineux sous une excitation d'une tension de 5V par effet de recombinaison radiative.

### 2.2.2 Récepteur optique

Le module récepteur optique Honeywell HFD3401-02 utilisé dans le capteur et qui est le

complémentaire de l'émetteur optique, comprend une photodiode P.I.N polarisée en inverse pour convertir le signal lumineux en signal électrique, un régulateur de tension et un préamplificateur[16,17].

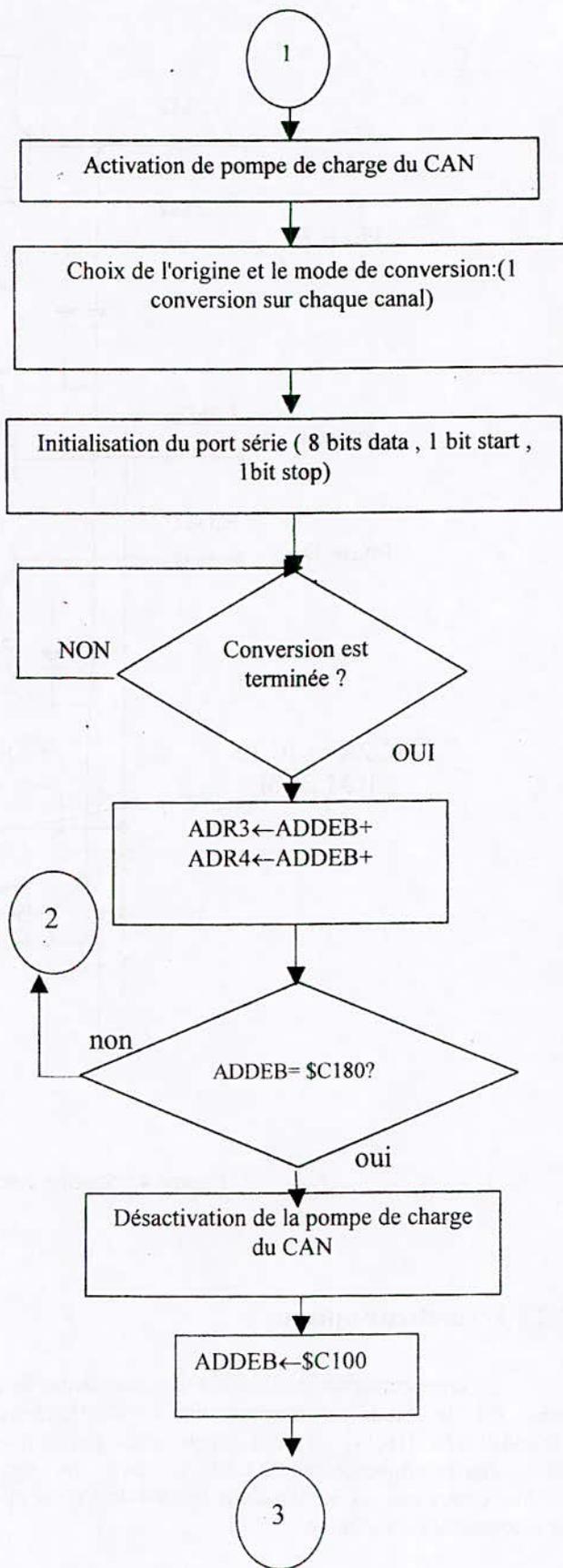
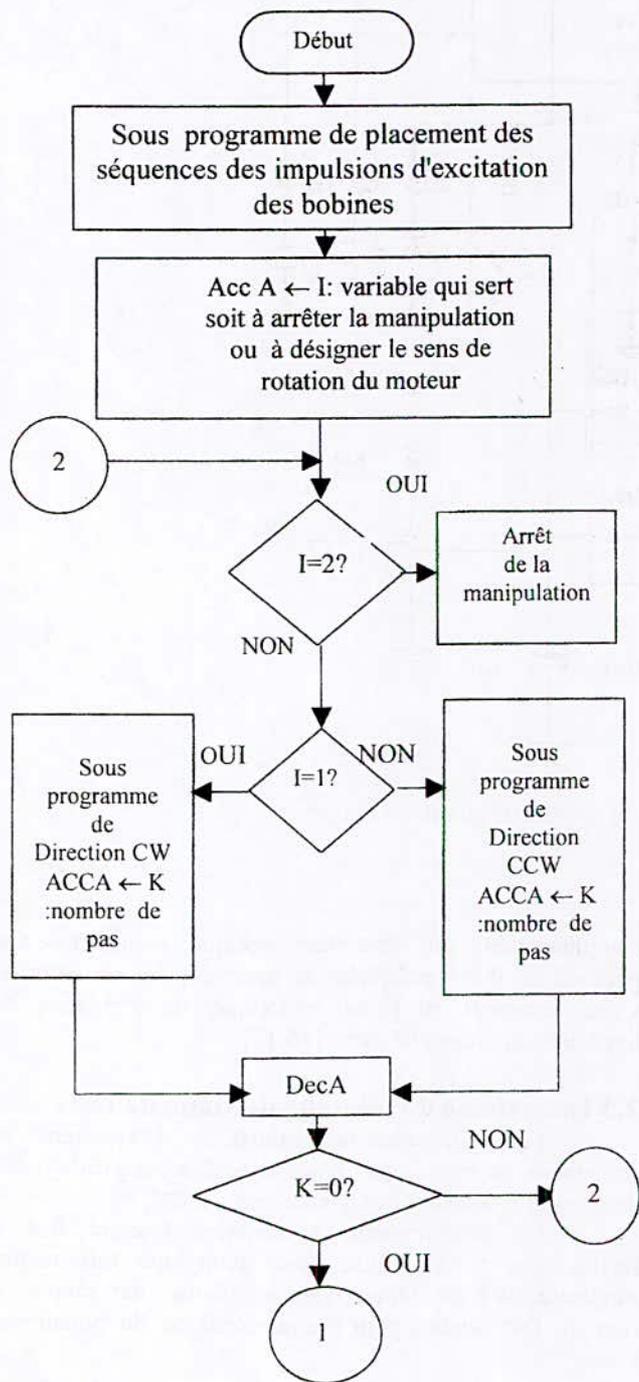
### 2.3 Le système de pilotage du banc de tests

Le microcontrôleur 68HC11 [14] gère la commande du moteur pas à pas et réalise l'acquisition des tensions et le transfert des données vers le PC.

Un potentiomètre à variation linéaire fixé à l'articulation a été utilisé pour avoir une information supplémentaire du déplacement angulaire par rapport à l'axe de l'articulation pour chaque consigne du moteur pas à pas.

Les différents éléments présentés ci-dessus sont assemblés pour réaliser une chaîne de commande et d'acquisition automatique gérée par micro ordinateur de type PC.

Un programme a été écrit pour commander le moteur pas à pas dans les deux sens avec un nombre de pas précis et après chaque consigne atteinte, on a une acquisition de la réponse du capteur à fibre optique et celle du potentiomètre de recopie en même temps. Ces tensions acquises sont dirigées sur les entrées du convertisseur analogique numérique du microcontrôleur, ensuite elles sont stockées en RAM. En utilisant la sortie série SCI du 68HC11, ces tensions sont transférées vers le PC par la liaison RS232, ( Fig.5).



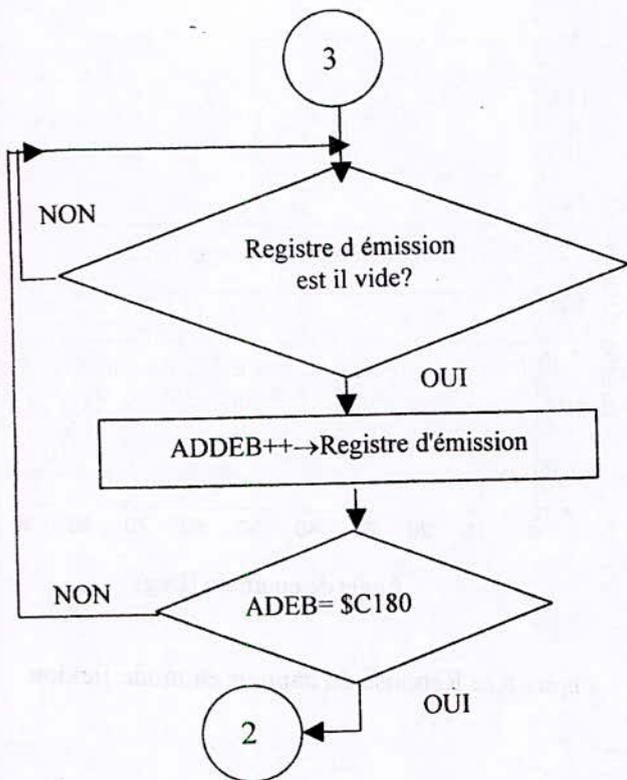


Figure 5: Organigramme du programme principal du système de pilotage du banc automatisé

Pour effectuer la réception des données sur la liaison série RS232 du micro ordinateur ayant le microprocesseur 8250 comme le cœur de cette liaison, on a utilisé un programme en c++3 qui a été développé au laboratoire [8,18]. On a adapté ce programme à notre application pour recevoir les tensions du capteur à fibre optique et celle du potentiomètre de recopie. Un traitement avec MATLAB permet d'obtenir la réponse du capteur.

### 3. Résultats expérimentaux et interprétation

Pour avoir une information angulaire précise dans le cas d'un déplacement par rapport à l'articulation en mode flexion - extension, on a décidé de placer un potentiomètre de recopie sur l'articulation qu'on a alimentée avec une tension de 5V. A chaque variation angulaire on a une variation de tension qu'on relève et que l'on a appelée tension de recopie, ( Fig.6).

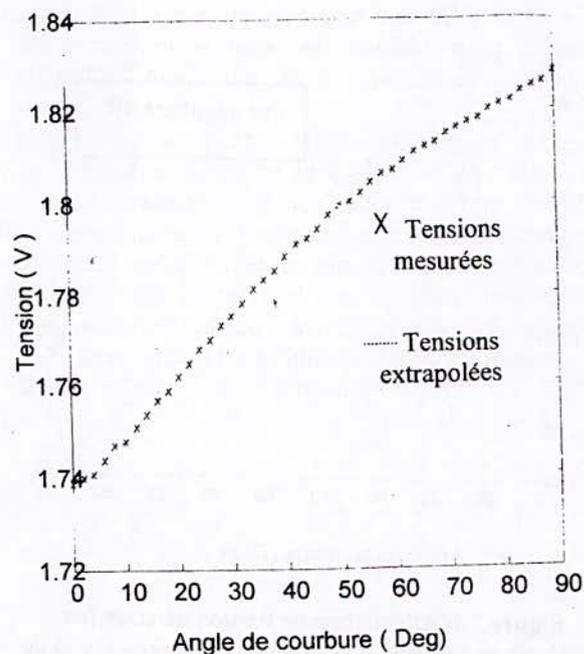


Figure 6 : Courbe d'étalonnage du potentiomètre de recopie : tension en fonction de l'angle de courbure

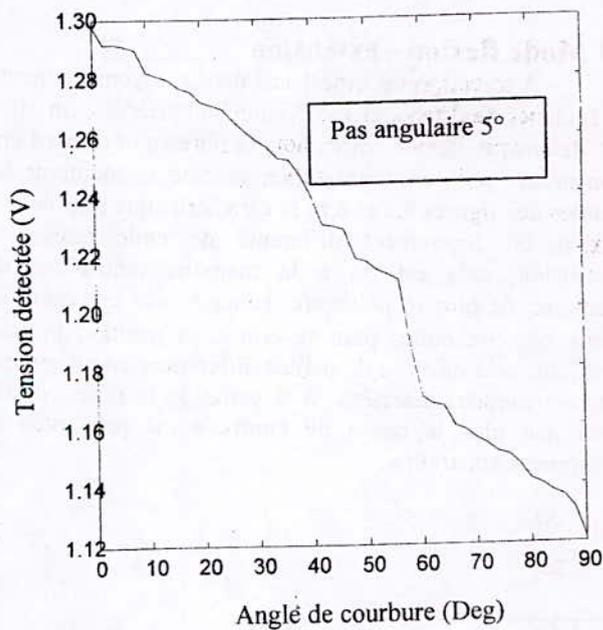


Figure 7.a: Atténuation de tension détectée par courbure en fonction de l'angle de courbure - rayon de courbure 10mm, pas angulaire=5°

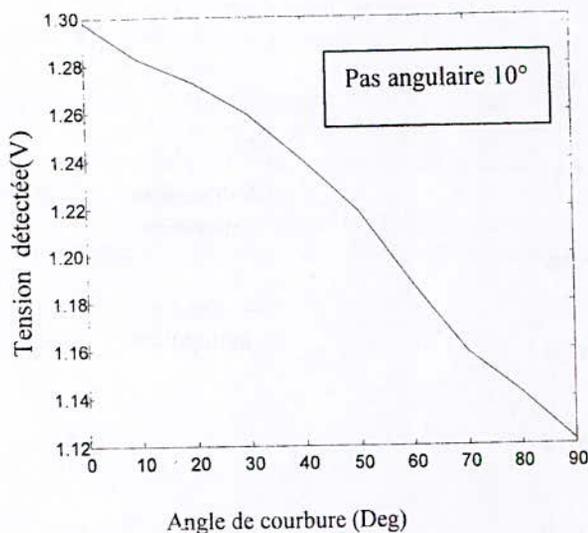


Figure 7.b: Atténuation de tension détectée par courbure en fonction de l'angle de courbure - rayon de courbure 10mm, pas angulaire=10°

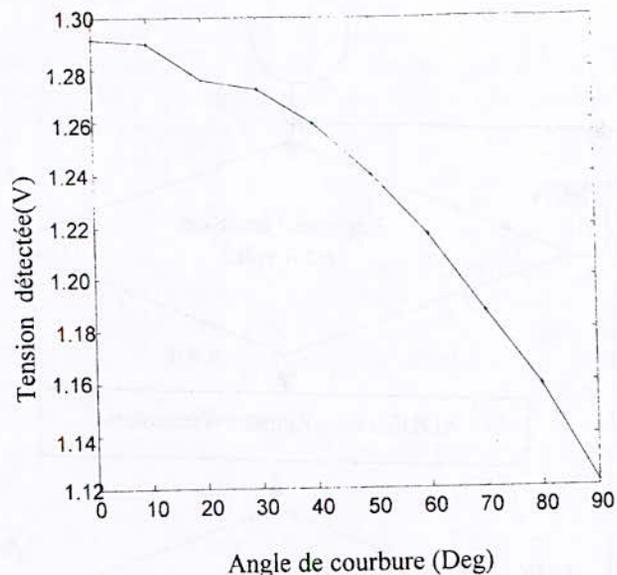


Figure 8.b: Réponse du capteur en mode flexion

Les courbes représentées par les figures (fig.7.a) et (fig.7.b) montrent l'atténuation de la réponse du capteur en fonction de l'angle de courbure.

### 3.1 Mode flexion - extension

A travers cette expérience nous essayons de mettre en évidence l'existence d'une éventuelle hystérésis. En effet, lors de chaque flexion- extension, la fibre subit d'abord une elongation puis une contraction comme le montrent les courbes des figures 8.a et 8.b; la caractéristique relevée à la flexion est légèrement différente de celle relevée à l'extension; cela est dû à la mémoire mécanique du plastique, de plus le polymère demande une constante de temps  $\Delta t = 5$  secondes pour revenir à sa position initiale; c'est pour cela qu'on a de petites différences au niveau des tensions initiales détectées à la sortie de la fibre. Notons aussi que plus le rayon de courbure est petit plus ce phénomène apparaîtra.

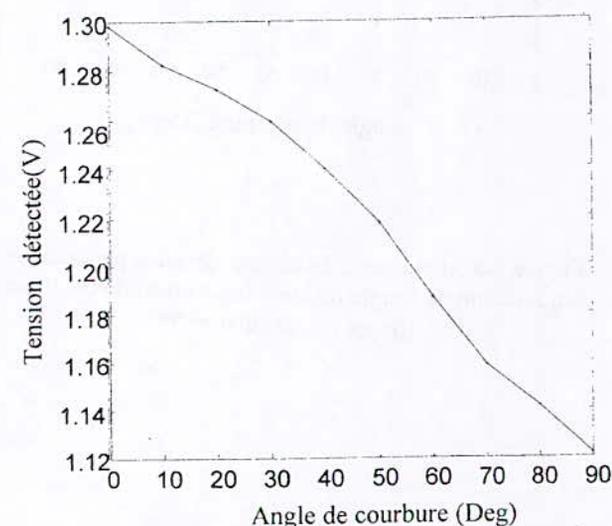


Figure 8.a: Réponse du capteur en mode extension

### 3.2. Fatigue de la fibre

Il est évident que plus le rayon de courbure est faible, plus on accélère le processus de détérioration; c'est ce que l'on appelle la fatigue statique de la fibre. Dans le cas de notre expérience, nous avons un rayon de courbure assez petit et cela va favoriser la fatigue de la fibre. C'est ainsi que l'on a vérifié la répétabilité de la mesure en revenant à la position rectiligne après chaque test. La figure suivante montre qu'après un certain nombre de flexions, on a une petite variation au niveau de la tension initiale et cela est dû à la fatigue de la fibre, (Fig.9).

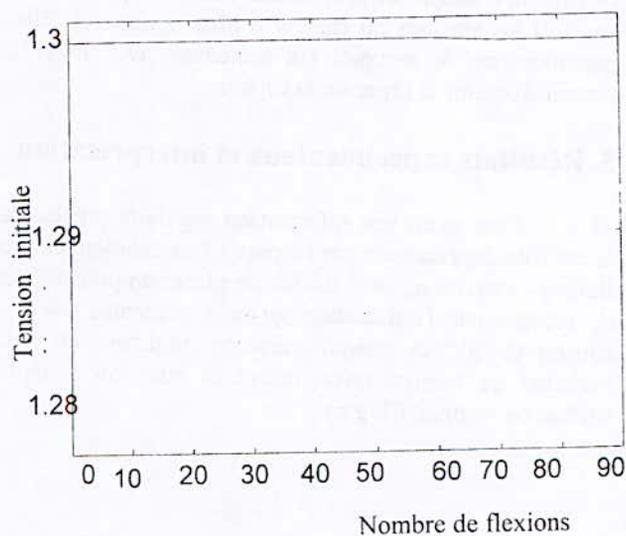


Figure 9: Représentation de la variation de tension initiale de l'atténuation en fonction du nombre de flexions imposées pour un rayon de courbure de 10mm

Si on utilise ce capteur sur des articulations de rayon de  $R=25$  et 50 mm, il sera évident d'obtenir une bonne stabilité pour les 100 premiers essais réalisés automatiquement car ces rayons sont suffisamment supérieurs au rayon minimal donné par le constructeur de la fibre constituant le capteur angulaire.

#### 4. Conclusion

La fibre optique a été utilisée pour réaliser un capteur angulaire qui est basé sur le principe de variation de l'intensité de l'onde lumineuse en fonction des caractéristiques de la courbure imposée à la fibre fixée sur une articulation simulée.

On a constaté aussi que la mise au point de l'atténuation de la réponse du capteur dépend du choix de la fibre, mais malheureusement, il est difficile aujourd'hui de se procurer des câbles optiques industriels qui atténuent le faisceau lumineux de façon significative en fonction de la courbure.

Avec ce banc composé d'une chaîne numérique complète, on peut ainsi évaluer toute sorte d'atténuation de la réponse du capteur qui sera placé sur une articulation réelle, en fonction de l'angle de courbure.

Afin de déterminer plus précisément le champ d'application de ce capteur, il est souhaitable d'effectuer des mesures en milieu clinique pour que des médecins rééducateurs puissent déterminer le domaine d'utilisation réel de ce capteur à fibre optique en rééducation fonctionnelle.

#### 5. Références

- [1] HALLEY P; "Les systèmes à fibre optique; Edition Eyrolles 1985".
- [2] UNGAR S; "Fibres optiques: Théorie et application; Edition Dunod 1989".
- [3] COSSING .P; " Câbles à fibre optique; Edition Siemens 1990".
- [4] LECOY P; "Télécommunications optiques; Edition Hermes 1992".
- [5] BOISDE G; "Les capteurs à fibre optique; systèmes optiques- Institut d'études scientifiques de Cargèse; vol I 1-3 Juillet 1991 France".
- [6] GOURE J; "les capteurs à fibre optique; optoélectronique; Institut d'études scientifiques de Cargèse; vol I 27 Juin -7 Juillet 1989 France".
- [7] FERDINAUD P; "Capteurs à fibre optique et réseaux associés; Edition Tec-doc Londres 1992".
- [8] LEBLANC. G; "Turbo C; Edition EYROLLES 1989".
- [9] MARK FERETTI; " Capteurs à fibre optique, Technique d'Ingénieur Fasc R415, 1994".
- [10] KENJO TAKASHING; " Stepping motors and their microprocessor control; Edition Oxford Science publications 1989".
- [11] ABIGNOLI M; " Moteur pas à pas; Technique d'ingénieur Fasc D3690".
- [12] Revue électronique; "Commande des moteur pas à pas unipolaire et bipolaire, N°208 Novembre 96".
- [13] FILLIPINI J; " Asservissements numériques, 1994 ".

- [14] TAVERNIER C; " Microcontrôleur 68HC11 & versions UVPROM et EEPROM; Edition Dunod 1997 ".
- [15] M68HC11EVB; " Evaluation Bord Users manuel; Motorola -1990 ".
- [16] Honeywell, " Fiche technique des connecteurs optoélectroniques".
- [17] "Documentation honeywell.com (fichier .html)".
- [18] DALI M, HIMA A; " Réalisation d'une interface récepteur micro-ordinateur, Mémoire de PFE de l'école Nationale polytechnique, Année 1999".

**SOLANGLE,  
Un programme de détermination d'angle d'orientation optimale**

M. HADDADI

Laboratoire d'Electricité Solaire, Département d'Electronique  
Ecole Nationale Polytechnique, El Harrach, Alger

**ملخص:**

نصف في هذا المقال برنامج صولنجل " SOLANGLE " وكذا العناصر التي تسمح ببنائه . يسمح الصولنجل المكتوب بـ فيزوال بازيك " Visual Basic " بتعيين زاوية مثلى للتوجيه اليومي لموقع ما . تسجل النتائج آليا على ورقة ميكروسوفت إكسال " Microsoft Excel " مما يسمح باستغلال وظائفه الواسعة بخصوص الحسابات والبيانات . توضح أمثلة المعالجة هذا العرض .

**الكلمات المفتاحية:** محول شمسي, التوجيه الأمثل

**Résumé** - Nous décrivons dans cet article le programme "SOLANGLE" ainsi que les éléments qui nous ont permis de bâtir ce logiciel. "SOLANGLE", écrit en Visual Basic, permet de déterminer pour un site quelconque l'angle optimal d'orientation quotidienne. Les résultats sont automatiquement reportés dans une feuille de Microsoft Excel, ce qui a l'avantage de tirer profit des larges fonctionnalités de ce dernier tant du point de vue calculs que du point de vue graphiques. Des exemples de traitement illustrent cet exposé.

**Mots clés :** capteurs solaires, orientation optimale

**Abstract-** In this paper we describe the "SOLANGLE" program and the elements who allowed us to build this software. "SOLANGLE", written in Visual Basic, allows to determine the daily optimal orientation tilt angle for any site. Results are automatically carried back into a Microsoft Excel sheet , a software which gives the possibility of pulling profit of the wide functionalities in terms of calculations as well as graphics point of view. Some examples of treatment illustrate this presentation.

**Key words :** solar converters, optimal tilt angle

### 1. INTRODUCTION

Dans le domaine de l'énergie solaire tant thermique que photovoltaïque, il est évident qu'on a toujours un grand avantage à orienter les capteurs vers le soleil. C'est ainsi qu'on avait depuis longtemps réalisé plusieurs types d'héliostats, certains d'entre eux étant très sophistiqués. Ces héliostats, souvent équipés de panneaux solaires spéciaux (avec des cellules à concentration), poursuivent le soleil dans sa course et en recueillent normalement le maximum de son énergie. Les héliostats de ce type possèdent malheureusement un certain nombre d'inconvénients [1] si bien que la plupart des grands programmes lancés dans les années 80 ont été peu à peu abandonnés. Il reste que la bonne orientation d'un capteur est indispensable. Alors, plutôt que la poursuite du soleil, une solution satisfaisante consiste à effectuer une orientation quotidienne des capteurs ou, au pis, une orientation mensuelle ou saisonnière. Une orientation horaire n'est en général pas souhaitable en raison des contraintes qui seraient induites.

Le tableau ci dessous, établi pour le site d'Adrar [2], indique à titre d'exemple, pour différents angles d'orientation, le gain en énergie obtenu par rapport à une orientation fixe selon le plan horizontal (colonne A) et par rapport à une orientation fixe selon la latitude (colonne B).

Tableau n°1 : Gain annuel en énergie selon l'orientation

Angle d'orientation	Energie annuelle reçue (kWh/m <sup>2</sup> /an)	A	B
Optimal quotidien	4063,13	21,63%	10,34%
Optimal mensuel	4055,49	21,40%	10,13%
Optimal saisonnier	39,95,30	19,60%	8,50%
Selon la latitude	3682,26	10,23%	0
A l'horizontale	3340,61	0	9,28%

Comme on le voit, les gains en énergie qu'on peut obtenir peuvent être très importants rendant ainsi nécessaire la connaissance de la valeur de l'angle d'orientation optimale. Cet angle correspond donc, pour un capteur orienté plein sud, à la position qui permet de recueillir le maximum d'énergie au cours de la période spécifiée.

### 2. DETERMINATION DE L'ANGLE D'ORIENTATION OPTIMALE

La position du soleil à chaque instant est connue en utilisant les divers angles indiqués dans la figure 1.

- $\varphi$  : latitude du lieu (positive au nord de l'équateur).
- $\delta$  : déclinaison du soleil (positive au nord).
- $\omega_s$  : angle horaire au coucher pour un plan horizontal  $\omega_{st}$  : angle horaire au coucher pour un plan incliné
- $\theta_z$  : angle au zénith.

- $\theta$  : angle d'incidence des rayons solaires
- $\alpha$  : altitude du soleil.
- $\beta$  : angle d'orientation du capteur compté à partir de l'horizontale.
- L : longitude du lieu.
- $A_z$  : azimut du soleil
- $A_{zs}$  : azimut de la surface à partir du sud (positif à l'est, négatif à l'ouest)

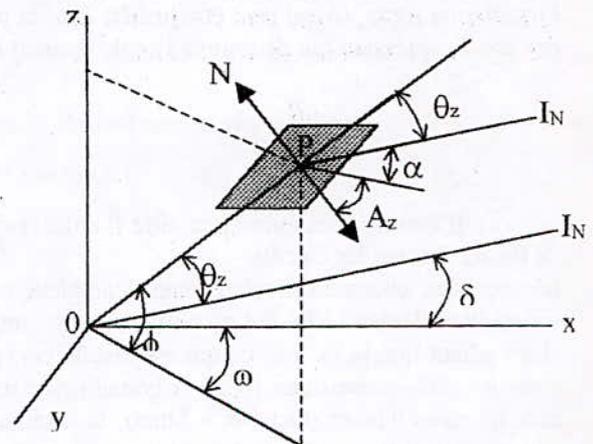
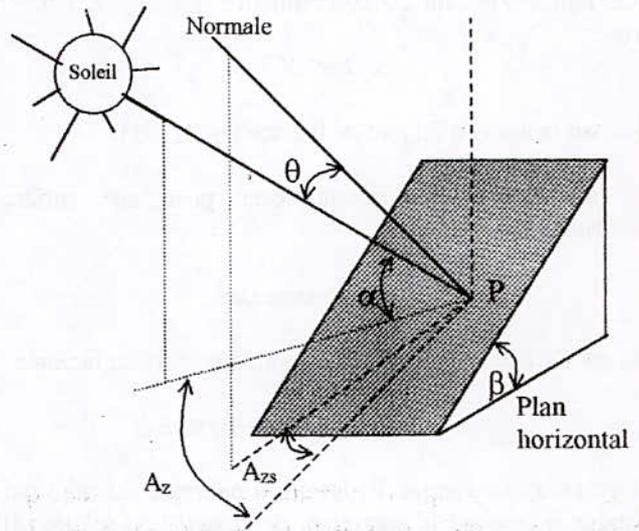


Figure 1 Position du soleil

La moyenne mensuelle de l'irradiation totale journalière  $I_t$  reçue par un capteur incliné est la somme des composantes directe, diffuse et réfléchie.

En appelant respectivement  $I_B$ ,  $I_d$  et  $I_r$  les moyennes mensuelles journalières de l'irradiation directe, diffuse et réfléchie (par le sol) reçues par ce même capteur à l'horizontale, en admettant que ces deux derniers flux sont isotropiques, on a [3]:

$$I_t = R_B I_B + 0,5(1 + \cos\beta)I_d + 0,5\rho(1 - \cos\beta)I_r \quad (1)$$

Avec:

$\rho$ , le facteur de réflectivité du sol

$R_B$ , un facteur de conversion donné par :

$$R_B = \frac{\cos \lambda \cos \delta \sin \omega_{st} + (\pi/180)\omega_{st} \sin \lambda \sin \delta}{\cos \varphi \cos \delta \sin \omega_s + (\pi/180)\omega_s \sin \varphi \sin \delta} \quad (2)$$

On a posé  $\lambda = (\varphi - \beta)$   
 $\theta$  est évidemment l'angle d'orientation du capteur et  $\delta$  la déclinaison que nous préférons calculer par l'expression:

$$\delta = 0,302 - 22,930 \cos x - 0,229 \cos 2x - 0,243 \cos 3x + 3,851 \sin x + 0,002 \sin 2x - 0,0055 \sin 3x \quad (3)$$

avec :

$$x = 2\pi N / 365$$

$N$  étant le numéro du jour de l'année ( $1 \leq N \leq 365$ )

$\omega_s$  est l'angle horaire au lever pour une surface horizontale :

$$\cos \omega_s = -\tan \varphi \cdot \tan \delta$$

$\omega_{st}$  est l'angle horaire au lever pour une surface inclinée :

$$\cos \omega_{st} = -\tan(\varphi - \beta) \cdot \tan \delta$$

Il est clair que l'angle d'orientation optimale est celui qui conduit à recevoir le maximum de l'irradiation solaire [4] mais si ne nous intéressons qu'à la partie directe de l'irradiation reçue, ce qui peut être justifié dans la plupart des cas. l'expression qui détermine l'angle optimal sera :

$$\frac{dR_B}{d\beta} = 0$$

Il faudra alors faire apparaître  $\beta$  dans l'expression de  $R_B$  et effectuer les calculs.

L'expression obtenue est relativement complexe pour être traitée littéralement. Elle le sera beaucoup plus simplement si on admet que  $\omega_{st} \approx \omega_s$ , ce qui est justifié car, pour les mois les plus intéressants (pour la bonne orientation) qui sont les mois d'hiver (Octobre à Mars), la déclinaison est négative et l'angle au coucher obtenu pour un capteur incliné est toujours inférieur à celui obtenu pour le capteur à l'horizontale.

Dans ces conditions, on aura:

$$R_B(\beta) = \frac{\cos(\varphi - \beta) \cos \delta \sin \omega_s + (\pi/180)\omega_s \sin(\varphi - \beta) \sin \delta}{\cos \varphi \cos \delta \sin \omega_s + (\pi/180)\omega_s \sin \varphi \sin \delta} \quad (4)$$

et l'angle d'orientation optimale sera donné par l'équation:

$$\sin(\varphi - \beta_{opt}) \cos \delta \sin \omega_s - \frac{1}{180} \pi \omega_s \cos(\varphi - \beta_{opt}) \sin \delta = 0 \quad (5)$$

soit

$$\beta_{opt} = \varphi - \tan^{-1} \left( \frac{\omega_s}{\sin \omega_s} \tan \delta \right) \quad (6)$$

C'est donc cette expression qui sera traitée par notre programme qui nous précisera l'angle optimal cherché.

### 3. LE PROGRAMME SOLANGLE

La latitude et la date sont les seules données à introduire pour déterminer l'angle d'orientation optimale. La dernière version de notre programme calcule l'angle optimal pour tous les jours de l'année qui a été introduite. Un bouton d'aide permet à l'utilisateur, grâce à une mini base de données, d'introduire le site choisi plutôt que sa latitude, ce qui facilite l'opération. La base de données a été établie pour l'Algérie mais elle pourra être adaptée à tout autre pays ou étendue à une quelconque région géographique.

Après exécution, un second écran apparaît et propose l'introduction des résultats dans une grille de Microsoft Excel (figure 2), l'opération s'effectuant bien sûr automatiquement. (une version précédente de notre programme se contentait d'afficher l'angle optimal pour la journée considérée).

Calcul de l'angle d'orientation optimale		
Laboratoire d'Energie Solaire, ENP		
Résultats		
Latitude		27,82
Année		2002
N°	Date	Angle
1	1 Janvier	58,2147367
2	2 Janvier	58,13444502
3	3 Janvier	58,04581106
4	4 Janvier	57,94882139
5	5 Janvier	57,84346354
6	6 Janvier	57,72972602
7	7 Janvier	57,60759835
8	8 Janvier	57,47707107

Figure 2  
 Résultats obtenus après exécution

### 4. ANALYSE DES RESULTATS

SOLANGLE dresse automatiquement le graphique qui illustre la variation de l'angle optimal en fonction du numéro du jour, ce qui permet d'avoir une vue d'ensemble de son évolution (figure 3).

En fait, notre but était d'implémenter les variations de cet angle dans un micro-programme car la manière dont ce problème avait été résolu une première fois [5] ne nous avait pas entièrement satisfait. Microsoft Excel permet grâce à ses courbes de tendance d'approcher analytiquement ces variations, comme on le voit sur la Figure 4.

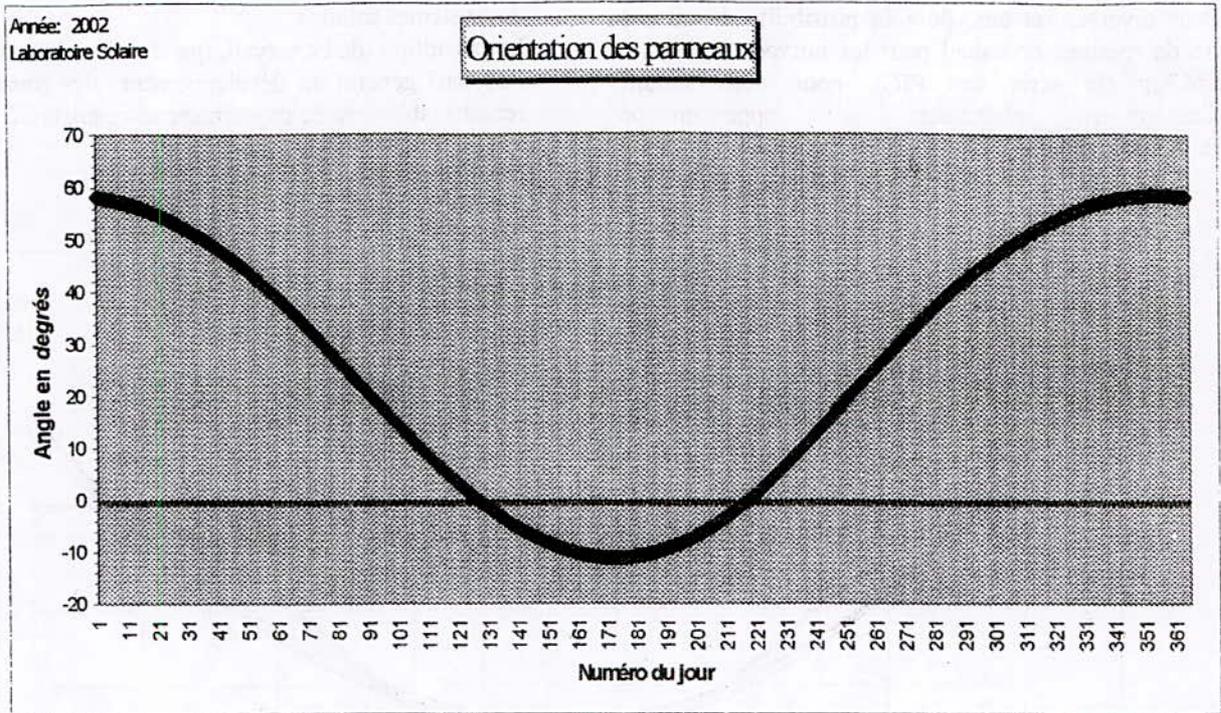


Figure 3  
Graphe de la variation de l'angle optimal

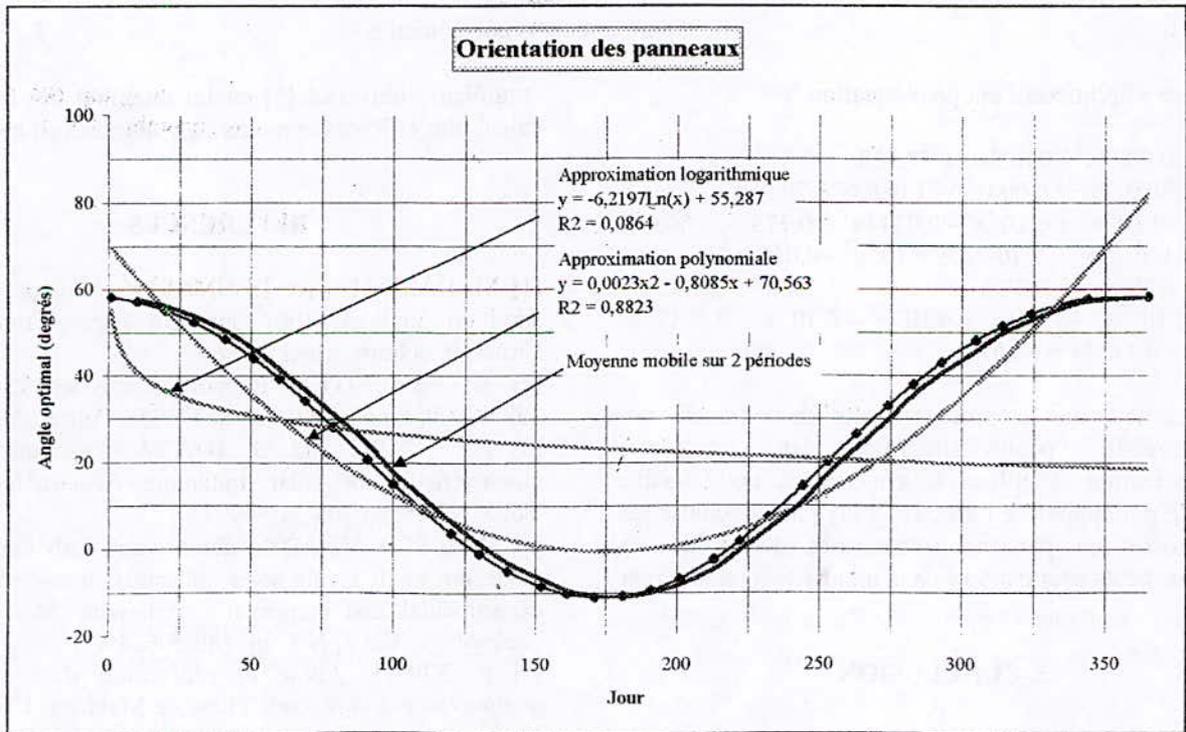


Figure 4  
Courbes de tendance

Pour diverses raisons, dont la possibilité de mise en œuvre de routines de calcul pour les microcontrôleurs de MicroChip (la série des PIC), nous nous sommes particulièrement intéressés aux approximations polynomiales (figure 5)

des systèmes solaires.

Le but ultime de ce travail, qui s'insère donc dans l'objectif général du développement des énergies renouvelables, est de moderniser notre appareil

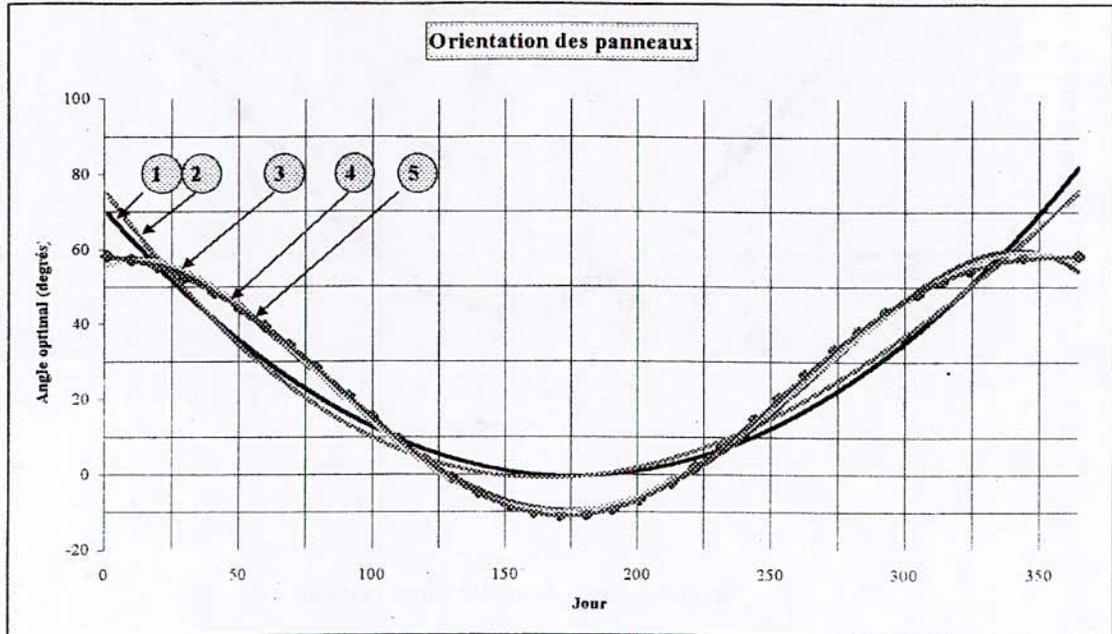


Figure 5  
Approximations polynomiales

Les courbes approchées ont pour équation :

- 1-  $y = 0,0023x^2 - 0,8254x + 72,138$
- 2-  $y = -3.10^{-6}x^3 + 0,0041x^2 - 1,0803x + 79,965$
- 3-  $y = -9.10^{-8}x^4 + 6.10^{-5}x^3 - 0,0114x^2 + 0,1787x + 56,642$
- 4-  $y = 1.10^{-10}x^5 - 2.10^{-7}x^4 + 9.10^{-5}x^3 - 0,0154x^2 + 0,3932x + 53,975$
- 5-  $y = 2.10^{-12}x^6 - 2.10^{-9}x^5 + 6.10^{-7}x^4 - 6.10^{-5}x^3 - 0,0017x^2 - 0,1133x + 58,51$

Il faut noter que les prolongements de ce travail nous ont conduit, pour simplifier les polynômes d'approximation, à utiliser la symétrie de notre courbe (symétrie par rapport à l'abscisse 174) puis à scinder ses deux parties en plusieurs zones. Les détails de ces développements sont exposés dans un article à paraître par ailleurs.

### 5. CONCLUSION

La bonne exposition des capteurs solaires permet d'obtenir un gain appréciable et, sauf exception, il est normalement inconcevable de ne pas prévoir la possibilité d'orienter les panneaux installés. Il faudrait pour cela connaître l'angle optimal et ses limites pour adapter en conséquence les supports mécaniques. Le résultat serait une réduction du coût de l'installation, facteur qui, comme on le sait, constitue la contrainte majeure pour l'essor

contrôleur universel [5] en lui intégrant des routines de calcul plus efficaces et moins encombrantes en mémoire.

### REFERENCES

- [1] M. HADDADI, M. BENMALEK, "Compte rendu du suivi du Sophocle 100, "Journées Algéro-Française sur l'Énergie Solaire, Alger, 1986.
- [2] K. MESSAITFA, Rapport d'activités scientifiques 1995-2000, rapport interne, SEES/MS, Adrar (Algérie).
- [3] H.P. CARG and G. DATTA, Fundamentals and characteristics of solar radiation. *Renewable Energy*, Vol.3, N°4/5, pp.305-319, 1993
- [4] M.M. EL-KASSABY, Monthly and daily optimum tilt angle for south facing solar collectors: theoretical model, experimental and empirical correlations. *Solar & Wind Technology*, Vol.5, N°6, pp.589-596, 1988
- [5] F. KIRAT, *Etude et réalisation d'un contrôleur photovoltaïque universel*. Thèse de Magister. ENP. Alger, 1999.

SOLANGLE pourra bientôt être téléchargé sur le site internet de l'ENP.

## Research of optimal free motions of manipulators robots by non-linear optimisation

Taha CHETTIBI

Mechanical Laboratory of Structures, Military Polytechnic School,  
B.E.B., BP17, 16111 Algiers, Algeria.

**Key words:** Robotic manipulators, motion planning, non-linear optimisation.

**ملخص:** نعرض في هذا المقال حلا لمسألة برمجة الحركات الأمثل للأذرع الآلية غير المتكررة. المسألة تتمثل في الربط بين محليين محددتين في الفضاء العملي للروبوت، مع احترام كل الشروط المفروضة (على الوضعيات، السرعات، التسارعات والقوى المحركة المفصلية) و التخفيض من قيمة دالة نوعية (زمن تحقيق المهمة، المتوسط التريبي للقوى المحركة). تتم معالجة هذه المسألة باستعمال تقنيات البرمجة غير الخطية و بالضبط بطريقة البرمجة التتابعية التريبية. المسألة الأصلية تتم كتابتها على شكل مسألة توخي للأمثل غير خطية بأحجام عوامل جديدة تصبح تشكل مجاهيل المسألة. يتم هذا باستعمال دوال على شكل كثيرات حدود و خدات تكعيبية. كلتا الطريقتين تم زراعتهما و مقارنة النتائج المتحصل عليها من حيث الجهد الحسابي المبدول والنوعية.

**Abstract:** A solution to the problem of optimal free motion planning for non-redundant robotic manipulators is presented. The problem consists in linking two points defined in the robot operational space, under several constraints (joint torque, acceleration, velocity and position constraints) and to minimise an objective function (time transfer, mean average of joint torques). The proposed solution is based on a non-linear optimisation technic called Sequential Quadratic Programming. The original problem is formulated under a non-linear optimisation problem by introducing several parameters that will be optimisation variables. Polynomial and cubic spline functions are used to ensure this transformation; they are implanted and in consequence compared from computing effort and result quality points of view.

**Résumé:** une solution au problème de planification optimale des mouvements libres des robots manipulateurs non redondants est exposée. Le problème consiste à relier deux points définis dans l'espace opérationnel du robot, sous certaines contraintes (contraintes sur les couples, les accélérations, vitesses et positions articulaires) et de minimiser une fonction objectif (durée de transfert, moyenne quadratique des efforts actionneurs). La méthode proposée est basée sur une technique d'optimisation non linéaire appelée Programmation Séquentielle Quadratique. Le problème original est écrit sous la forme d'un problème d'optimisation non-linéaire en introduisant un ensemble de paramètres qui seront par la suite les variables d'optimisation. Des fonctions polynomiales et des cubiques splines sont utilisées pour assurer cette transformation, elles sont implantées et en conséquence comparées de point de vue effort de calcul et qualité du résultat obtenu.

## 1. Introduction:

Automation of industrial processes intends to increase efficiency. It involves the use of complex machines capable of producing more at a lower cost. Nowadays, robotic manipulators are considered as the ideal tools to achieve this objective. They are devoted to various tasks, generally repetitives, dangerous or precises.

To realise such operations, robots are generally used at their limit capacities for understandable reasons of efficiency. So, actuators must furnish the required efforts at the adequate moment. This can't be done without an accurate motion planner and an efficient controller [1]. It is due to the complex architecture of the robot and different constraints imposed by its technology and environment (figure 1).

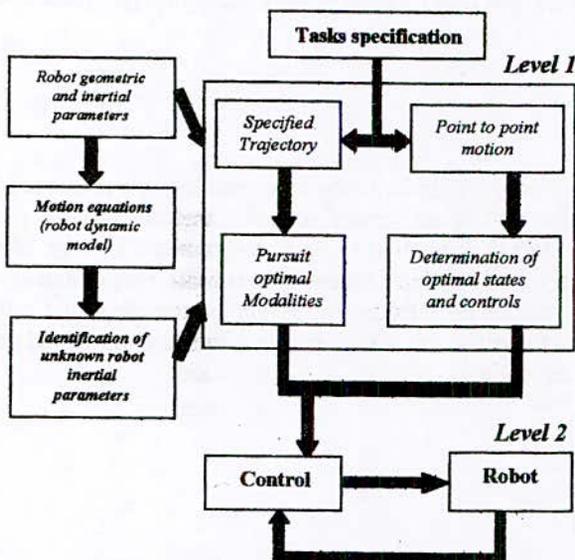


Fig. 1: Synoptic diagram of optimal motion planner for robotic manipulators

During the past several years a great deal of attention has been focused on the problem of motion planning and control. However, because of the complexity of the problem, researchers have divided the control structure of the robot into two levels (figure 1): the upper level, called *path or trajectory planning*, and the lower level, called *path tracking or path control*. Path control is the process of making the robot actual position and velocity match some desired values provided to the controller by the trajectory planner. The trajectory planner receives a geometrical description of the path from which it computes a time history of the desired positions and velocities. Then, the path tracker compensates for any deviation.

In many publications dealing with motion planning problems of robotic manipulators, we find a great variety of formulated problems and a large diversity in the proposed solutions. Several regrouping can be done

according to execution modes, adopted models for the robot behaviour and proposed resolution methods.

Among the tasks to which robot manipulators are devoted, a first distinction can be made in regards to the desired motion nature. Depending on the robot task, it might be necessary to specify the end effector trajectory in the operational space. For example, if the effector tool acts without interruption according to a predefined path (gluing, arc welding or laser cutting operations, etc.), the planner (or optimisation process) defines optimal tracking modalities of the fixed path. On the other hand, in point to point motions (pick and place operations, point to point welding), the end effector motion is free between the two extremal positions. The planner tries to define the optimal trajectory matching these two positions and the corresponding controls.

A second distinction can be made with regards to the robot models. Earlier works [6][7][8], treating planification problems, use kinematic models where the imposed trajectory is geometrically defined in the operational space in such a way as the manipulator avoids different obstacles. In consequence, the main preoccupation is to avoid obstacles. The objective function of the optimisation problem is synthesised using distance between elements in collision. However, this type of planification can produce very important execution velocities in particular when the time is minimised and need excessive torques amplitudes, which can be luckless for the system state. For these reasons dynamic models were later introduced for a better control of the robot dynamic behaviour. For example and for imposed trajectory tasks, the phase plane method is proposed [2][3][4][9][10]. It is used in particular to solve minimum time problems taking into account dynamic effects and technological constraints.

For point-to-point (free) motion planning problems, Pontryagin Maximum Principle (P.M.P.) is a powerful tool to treat them [5][11][12]. The optimality conditions, defining the transfer modalities, are formulated under the form of a set of differential equations. The obtained system constitutes a two-boundary values problem; it must be solved using specific numerical methods such as shooting or relaxation methods. The main difficulty here is to find an adequate initial solution ensuring the convergence of the numerical process.

In the present work, a solution to the problem of optimal point-to-point motion planning is developed. It is based on a non-linear optimisation technic called Sequential Quadratic Programming (S.Q.P.). The original problem is formulated under a non-linear optimisation problem by introducing several parameters that will be optimisation variables. For this, two methods, using polynomial and cubic spline functions, are developed. They are implemented and in consequence compared from computing effort and result quality points of view.

2. Problem statement:

Let be an n degrees-of-freedom non-redundant serial manipulator robot as shown in figure 2. The equations of motion for this system can be derived using Lagrange's equations, which have the form:

$$M(q)\ddot{q} + Q(q, \dot{q}) + G(q) = \tau \tag{1}$$

Where:  $M(q)$  is the inertia matrix,  $Q(q, \dot{q})$  is the vector of centrifugal and coriolis forces in which joints velocities appears under a quadratic form,  $G(q)$  is the vector of potential forces, and  $\tau = [\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n]$  is the vector of actuators efforts.

The robot is required to move freely (without following a specified path) from initial posture  $P_0(q_0, \dot{q}_0)$  to final posture  $P_f(q_f, \dot{q}_f)$ .

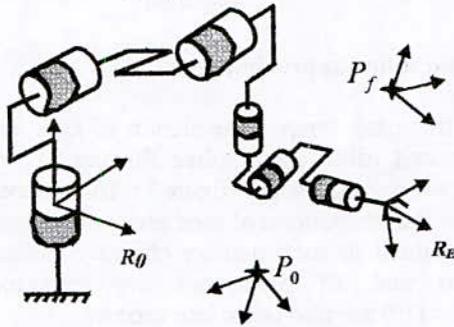


Fig. 2: Schematic representation of a manipulator robot subject to link freely two points in operational space

We must find in addition to the vector of actuators efforts  $\tau(t)$  and final time  $t_f$  the trajectory defined by  $q(t)$  such as the initial and final postures are linked, constraints are respected and a cost function is optimised.

Among the constraints to be respected, a great attention is to give to those imposed on the joint torques amplitudes that can be written as follows:

$$|\tau_i(t)| \leq \tau_i^{max} \quad i = 1, \dots, n \tag{2}$$

Relation 2 traduces the fact that power resources are limited and must be used rationally in such manner the dynamic behaviour of robot is correctly controlled. Additional constraints must be included, representing other physic limitations such those imposed on:

- Joint accelerations:

$$|\ddot{q}_i(t)| \leq \ddot{q}_i^{max} \quad i = 1, \dots, n, \tag{3}$$

- Joint velocities:

$$|\dot{q}_i(t)| \leq \dot{q}_i^{max} \quad i = 1, \dots, n, \tag{4}$$

- Joint positions :

$$|q_i(t)| \leq q_i^{max} \quad i = 1, \dots, n, \tag{5}$$

Non-symmetric bounds on previous physic quantities can be handled without any difficulties.

The cost function adopted in our study is a weighting between transfer period and quadratic average of actuator efforts. A weighting coefficient  $\mu$  ( $0 \leq \mu \leq 1$ ) is introduced to give a relative importance to a member than the other ( $\mu=1$  corresponds to time optimal motion problem):

$$\min_{\tau} J = \mu T + \frac{1-\mu}{2} \int_{t_0}^{t_f} \sum_{i=1}^n \left( \frac{\tau_i(t)}{\tau_{i,max}} \right)^2 dt \tag{6}$$

The fact that, increase or decrease T value produces an inverse effect on the quadratic average of actuator efforts ensures equilibrium in the evolution of optimisation parameters during research progress.

3. Problem formulation:

Motion equation of the  $i^{th}$  joint can be written as follow:

$$\tau_i(t) = \sum_{j=1}^n M_{ij}(q(t))\ddot{q}_j(t) + Q_i(q(t), \dot{q}(t)) + G_i(q(t)) \tag{7}$$

Let be:

$$\psi_i(t) = \frac{\tau_i(t)}{\tau_{i,max}}, \quad \bar{M}_{ij} = \frac{M_{ij}}{\tau_{i,max}}, \quad \bar{Q}_i = \frac{Q_i}{\tau_{i,max}} \quad \text{and} \quad \bar{G}_i = \frac{G_i}{\tau_{i,max}} \tag{8}$$

so:

$$\psi_i(t) = \sum_{j=1}^n \bar{M}_{ij}(q(t))\ddot{q}_j(t) + \bar{Q}_i(q(t), \dot{q}(t)) + \bar{G}_i(q(t)) \tag{9}$$

In order to normalise the time scale we introduce the transfer period  $T = t_f - t_0$  so:

$$t = t_0 + x.T \Rightarrow dt = T.dx \quad \text{with} \quad x \in [0,1] \tag{10}$$

in consequence,

$$\dot{q}(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{dq}{dx} \frac{dx}{dt} = \frac{1}{T} q' \tag{11}$$

$$\ddot{q}(t) = \frac{d\dot{q}}{dt} = \frac{1}{T} \frac{dq'}{dt} = \frac{1}{T} \frac{dq'}{dx} \frac{dx}{dt} = \frac{1}{T^2} q'' \tag{12}$$

The rearrangement of equation (9) gives:

$$\psi_i(x) = \frac{1}{T^2} \sum_{j=1}^n \bar{M}_{ij}(q(x)) q''_j(x) + \frac{1}{T^2} \bar{Q}_i(q(x), q'(x)) + \bar{G}_i(q(x)) \tag{13}$$

or simply :

$$\psi_i(x) = \frac{1}{T^2} \left( \sum_{j=1}^n \bar{M}_{ij} q''_j + \bar{Q}_i \right) + \bar{G}_i = \frac{1}{T^2} H_i + \bar{G}_i \tag{14}$$

Where  $H_i$  denotes the quantity  $\sum_{j=1}^n \bar{M}_{ij} q''_j + \bar{Q}_i$ .

The objective function becomes:

$$F_{obj} = \mu T + \frac{1-\mu}{2} \int_{t_0}^{t_f} \sum_{i=1}^n \left( \frac{\tau_i(t)}{\tau_{i,max}} \right)^2 dt = \mu T + \frac{1-\mu}{2} \int_{t_0}^{t_f} \sum_{i=1}^n \psi_i^2(t) dt$$

$$\begin{aligned}
 &= \mu T + \frac{1-\mu}{2} \int_0^1 \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{T^4} H_i^2 + G_i^2 \right) T \cdot dx \\
 &= \mu T + \frac{1-\mu}{2} \times \\
 &\left[ \frac{1}{T^3} \int_0^1 \sum_{i=1}^n H_i^2 dx + \frac{2}{T} \int_0^1 \sum_{i=1}^n H_i G_i dx + T \int_0^1 \sum_{i=1}^n G_i^2 dx \right]
 \end{aligned}
 \tag{15}$$

Introducing the quantities  $S_1$ ,  $S_2$  and  $S_3$  defined as follow:

$$\begin{aligned}
 S_1 &= \mu + \frac{1-\mu}{2} \int_0^1 \sum_{i=1}^n G_i^2 dx \\
 S_2 &= \frac{1-\mu}{2} \int_0^1 \sum_{i=1}^n H_i^2 dx \\
 S_3 &= (1-\mu) \int_0^1 \sum_{i=1}^n H_i G_i dx
 \end{aligned}
 \tag{16}$$

Relation (15) becomes simply

$$F_{obj} = S_1 \cdot T + S_2 / T^3 + S_3 / T
 \tag{17}$$

Previous transformations are done in order to put the problem under a propitious form for optimisation numerical process.

### 3.1. Polynomial approximation:

We approximate the time evolution of configuration parameters:  $q_p(t)$   $p=1..n$  by a  $m^{th}$  degree polynomial function namely:

$$f(t) = \sum_{i=0}^m a_i t^i
 \tag{18}$$

Where a set of coefficients can be determined using limit conditions imposed on position and velocities, the rest are determined in such manner the cost function is optimised in the respect for all imposed constraints. The minimal degree of polynomial function to be used is four, because we need a third degree polynomial function to satisfy four limit conditions:

$$\begin{cases} q(t_i) = q_i & \dot{q}(t_i) = \dot{q}_i \\ q(t_f) = q_f & \dot{q}(t_f) = \dot{q}_f \end{cases}
 \tag{19}$$

In fact unknown coefficients are not determined directly but, evaluated as a function of intermediate nodes (figure 3). For example if we use a fourth polynomial function:

$$q(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4$$

$a_0, a_1, a_2$  and  $a_3$  can be determined using limit conditions. In order to evaluate  $a_4$  we introduce a node  $q^*$  at  $t = (t_f - t_i) / 2$  so we can write:

$$\begin{pmatrix} 1 & t_i & t_i^2 & t_i^3 & t_i^4 \\ 1 & \left(\frac{t_f - t_i}{2}\right) & \left(\frac{t_f - t_i}{2}\right)^2 & \left(\frac{t_f - t_i}{2}\right)^3 & \left(\frac{t_f - t_i}{2}\right)^4 \\ 1 & t_f & t_f^2 & t_f^3 & t_f^4 \\ 0 & 1 & 2t_i & 3t_i^2 & 4t_i^3 \\ 0 & 1 & 2t_f & 3t_f^2 & 4t_f^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_i \\ q^* \\ q_f \\ \dot{q}_i \\ \dot{q}_f \end{pmatrix}$$

for a given value of time transfer all coefficients are determined.

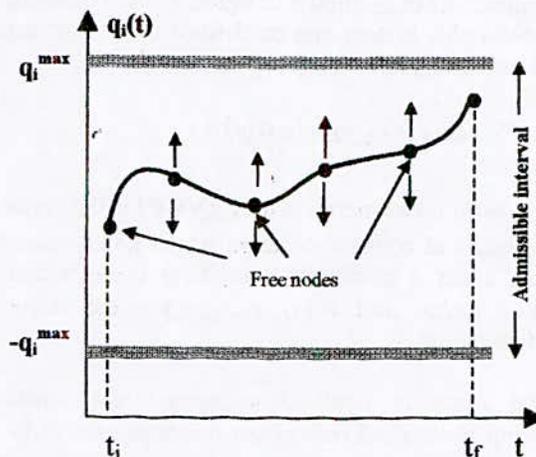


Fig. 3: Approximation of joint position temporal evolution

### 3.2. Cubic spline approximation:

In this case, temporal evolution of joint variables is approximated using cubic spline functions connected in uniformly distributed nodes (figure 3). The number of cubic functions and the position of used nodes are unknown, they are determined in such manner objective function (6) is optimised and all constraints are respected. Limit conditions (19) are also taken into account.

### 4. Resolution algorithm: Sequential Quadratic Programming (SQP):

(15)

In constrained optimisation, the general aim is to transform the problem into an easier subproblem that can then be solved and used as the basis of an iterative process. A characteristic of a large class of early methods is the translation of the constrained problem to a basic unconstrained problem by using a penalty function for constraints, which are near or beyond the constraint boundary. In this way the constrained problem is solved using a sequence of parameterised unconstrained optimisations, which in the limit (of the sequence) converge to the constrained problem. These methods are now considered relatively inefficient and have been replaced by methods that have focused on the solution of the Kuhn-Tucker (KT) equations. The KT equations are necessary conditions for optimality for a constrained optimisation problem.

The solution of the KT equations forms the basis to many non-linear programming algorithms. These algorithms attempt to compute directly the Lagrange multipliers. Constrained quasi-Newton methods guarantee superlinear convergence by accumulating second order information regarding the KT equations using a quasi-Newton updating procedure. These methods are commonly referred to as Sequential Quadratic Programming (SQP).

SQP methods represent state-of-the-art in nonlinear programming methods [13][14]. Schittowski [14], for

example, has implemented and tested a version that out performs every other tested method in terms of efficiency, accuracy, and percentage of successful solutions, over a large number of test problems.

Our problem has been translated into a constrained non-linear program. So, It can be treated S.Q.P. methods. The Algorithm used in our work is available under Matlab optimisation toolbox (Version 5.3) and it contains some additional refinements for maximum reliability.

**5. Numerical examples:**

We present a simulation study of the standard two-link planar manipulator arm with rotary joints, it represents a simplification of the Scara industrial robot IBM 7535 B04 [5]. The arm parameters are listed in table I.

	Link 1	Link 2
$m$ (kg)	5	21
$d$ (m)	0.4	0.25
$l$ (m)	0.7	0.5
$I_z$ (kg.m <sup>2</sup> )	5	0.8173
$\tau_{max}$ (N.m)	25	9
$q_{max}$ (rad)	$\pi$	$\pi/2$
$\dot{q}_{max}$ (rad/s)	3	3
$\ddot{q}_{max}$ (rad/s <sup>2</sup> )	8	8

**Tab. 1: Robot characteristics**

The robot is asked to carry out transfer between two configurations defined by the values of joint variables reported in tab.2.

	Initial	Final
$q_1$ (rad)	0	$3\pi/4$
$q_2$ (rad)	$-\pi/6$	$\pi/6$

**Tab.2: Configurations to be linked**

Initial and final joint velocities are nulls.

**5.1. Using polynomial functions:**

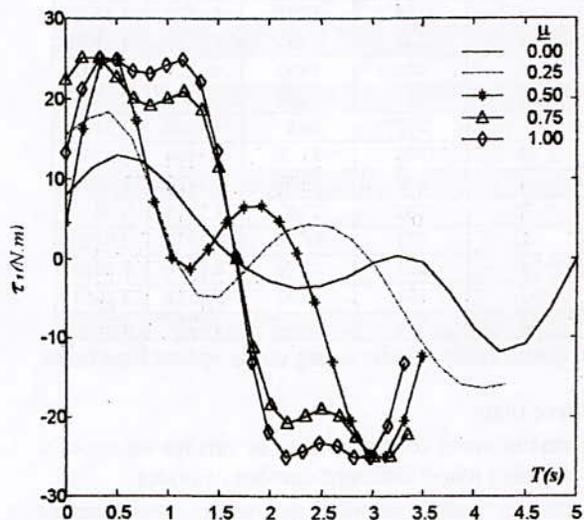
Tests are done using polynomial functions of fourth, fifth and sixtieth degree, so we have one, two and three optimisation parameters consecutively for each joint. Optimisation process is done for various values of coefficient  $\mu$ . Obtained results are consigned in table 3.

We can do the following observations:

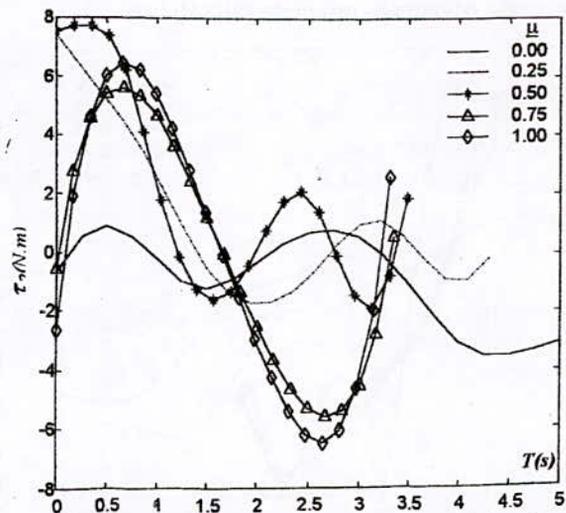
- Optimal results are obtained using fourth polynomial function,
- Increase  $\mu$  value implies:
  - Lower values of time transfer,
  - Additional computing efforts,
  - Important torques amplitudes(figures 4 and 5),
  - Gait of motion changes (figure 6) in order to develop higher torque amplitudes.

$\mu$	Polynomial function degree	Cost function evaluations	Computing time(s)	Transfer time(s)	Cost function value
0	4	36	1.48	5.0000	0.3785
	5	67	2.25	5.0000	0.3048
	6	167	4.67	5.0000	0.3207
0.25	4	63	1.93	4.5258	1.5086
	5	82	2.30	4.3032	1.4344
	6	209	5.44	4.3585	1.4528
0.50	4	71	2.25	3.9040	2.3554
	5	100	2.75	3.4833	2.1980
	6	221	5.99	3.5307	2.2378
0.75	4	93	2.69	3.9035	3.1294
	5	117	6.98	3.4472	2.8667
	6	402	9.28	3.4054	2.8686
1.00	4	93	2.70	3.9034	3.9034
	5	424	8.90	3.3158	3.3158
	6	758	16.47	3.3228	3.3228

**Tab.3: Simulation results using polynomial functions**



**Figure 4: Optimised torque of first joint for various values of  $\mu$  using polynomial functions**



**Figure 5: Optimised torque of second joint for various values of  $\mu$  using polynomial functions**

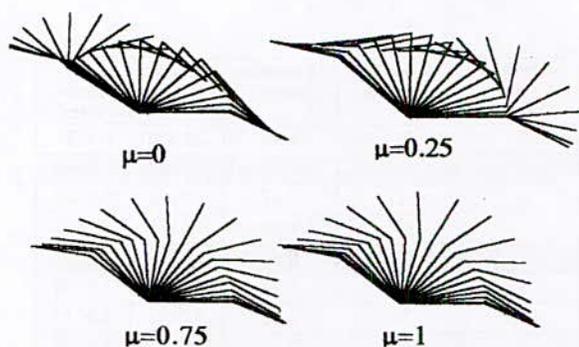


Figure 6: optimised robot motions for various values of  $\mu$  using polynomial functions

5.2. Using cubic spline functions:

$\mu$	Number of interpolate nodes	Cost function evaluations	Computing time(s)	Transfer time(s)	Cost function Value
0	4	104	10.55	5.0000	0.3817
	5	156	15.44	5.0000	0.3092
	6	252	24.39	5.0000	0.3399
0.25	4	128	12.58	4.5519	1.5172
	5	203	19.39	4.3187	1.4396
	6	282	26.31	4.4223	1.4741
0.50	4	131	13.07	3.2893	2.1804
	5	285	26.97	3.4848	2.2103
	6	360	33.50	3.5594	2.2560
0.75	4	258	24.61	3.3782	2.8004
	5	282	27.07	3.2314	2.8419
	6	733	66.79	3.3230	2.8429
1.00	4	272	25.48	3.2839	3.2839
	5	492	45.37	3.2653	3.2653
	6	905	82.88	3.2236	3.2236

Tab.4: Simulation results using cubic spline functions

We observe that:

- Optimal motions corresponding to various values of  $\mu$  are obtained using different number of nodes,
- Increase  $\mu$  value implies the same consequences recorded in paragraph 5.1 (figures 7, 8 and 9).
- Apparition of several saturation areas for higher  $\mu$  values in order to achieve motion in minimum time. It seems like bang-bang profiles obtained using Pontryagin Maximum principle [5][11][12].

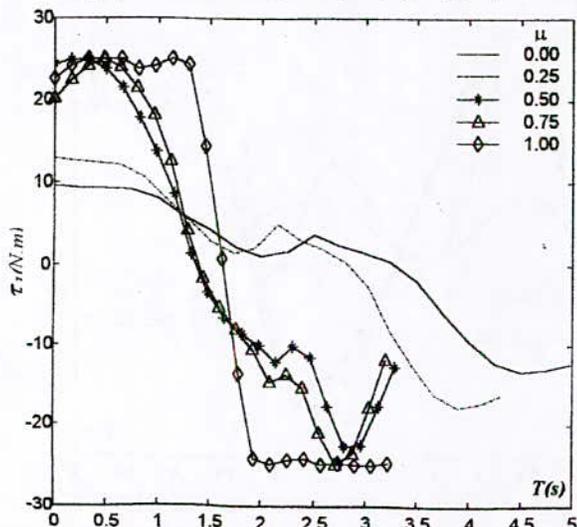


Figure 7: Optimised torque of first joint for various values of  $\mu$  using cubic spline functions

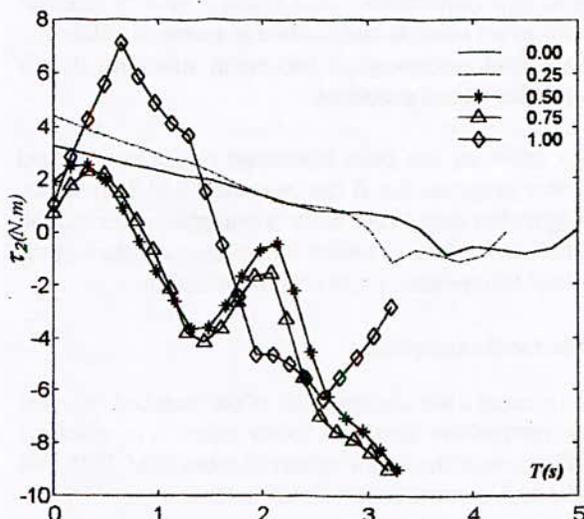


Figure 8: Optimised torque of second joint for various values of  $\mu$  using cubic spline functions

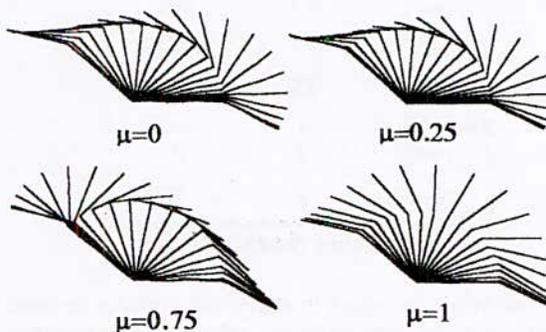


Figure 9: optimised robot motions for various values of  $\mu$  using cubic spline functions

5.3 Comparison:

If we compare results obtained using the two schemes we find that polynomial functions give better results for lower  $\mu$  values. However, for higher values, cubic spline functions give better results. It can be explained by the fact that lower  $\mu$  values correspond to smooth torque profiles, this can be guaranteed using polynomial functions that belong to higher function classes ( $m^{\text{th}}$  polynomial function belong to  $C^{m+1}$  class), at least we have class  $C^5$ . On the other side, cubic spline functions are limited to  $C^3$ .

For higher  $\mu$  values, cubic spline functions allow the apparition of saturation areas in torque profiles, so abrupt variations are possible in order to achieve fast motions

6. Conclusion:

In this paper we have presented a trajectory planner for robotic arms for point to point (free) motions. The problem has been treated in the configuration space. It is highly non-linear due, at first, to the complex robot dynamic model that must be verified during the transfer, to the non-linearity of the cost function to be minimised and also to constraints to be respected. The proposed planner uses the powerful

optimisation method S.Q.P according to two schemes (based on polynomial or cubic spline functions). The optimal motions were obtained by minimising a cost function containing significant motion physic parameters such as time transfer and quadratic average of joint torques. The cost function was written under a weighted form, in such manner we can give a relative importance for minimising time transfer or joint efforts. Using this method, we have made the robot motion smooth by reducing the weighting factor amplitude. For unity value of this factor, we find the minimum time problem. Obtained results show that using polynomial functions is better for lower  $\mu$  values, in contrast, for higher values, using cubic spline functions asserts.

Due to its easiness, the proposed method can be extrapolated to handle additional constraints (obstacles avoidance) and to solve hard motion problems relative to complex robotic architectures (redundant robots, walking machines ..., successful attempts has been done; see [1][2]).

**N.B:** *The simulations were done on a 200MHz MMX computer using Matlab5.2.*

#### References:

- [1] CHETTIBI T., " Optimal motion planning of robotic manipulators." Maghrebin Conference of Electric Engineering, Constantine, 2001.
- [2] CHETTIBI T., " Contribution à l'exploitation optimale des bras manipulateurs," Magister thesis, Military Polytechnic School, Algiers, July 2000.
- [3] CHETTIBI T., YOUSNADJ A., « Planification en temps minimum du mouvement d'un robot manipulateur le long d'une trajectoire imposée, » SNAS, Annaba Nov. 1999.
- [4] CHETTIBI T., YOUSNADJ A., « Optimal motion planning of robotic manipulators along specified geometric path," International Conference on productic, Algiers 2001.
- [5] Lazrak M., « Nouvelle approche de commande optimale en temps final libre et construction d'algorithmes de commande de systèmes articulés, » Thèse d'état, Université de Poitiers, 1996.
- [6] Glass K., Colbaugh R., Lim D., Şeradji H., «Real time collision avoidance for redundant manipulators, » IEEE Transaction on rob. and aut. N°11 vol 3, pp 448-457, 1995.
- [7] Mayorga R. V., « A framework for the path planning of robot manipulators, » IASTED third Int. Conf. on Rob. and Manufacturing, pp 61-66 june 1995.
- [8] Mitsi S. Bouzakis, K. D., Mansour G. Optimization of robot links motion in inverse kinematics solution considering collision avoidance and joints limits, » Mach. And mec. Theory N° 30 vol 5 pp 653-663, 1995.
- [9] J.E. Bobrow, S. Dubowsky, and J.S. Gibson, « Time-Optimal Control of robotic manipulators along specified paths, » The international journal of robotics research, Vol. 4, No. 3 Fall 1985.
- [10] Kang G. Shin., McKay D. N., « Selection of near minimum time geometric paths for robotic manipulators, » IEEE Trans on Aut. Contr.Vol AC31 N°6 june 1986 pp 501-512.
- [11] Bessonnet G., « Optimisation dynamique des mouvements point à point de robots manipulateurs, » thèse d'état, Université de Poitiers, 1992.
- [12] Danes F., « Critères et contraintes pour la synthèse optimale des mouvements de robots manipulateurs. Application à l'évitement d'obstacles, » Thèse d'état, Université de Poitiers, 1998.
- [13] Powell, M. J., " Algorithm for non- linear constraints that use Lagrangian functions;" Mathematical programming, Vol 14, pp 224-248.
- [14] K. Schittowski, "NLQPL: A FORTRAN-Subroutine Solving Constrained Nonlinear Programming Problems," *Annals of Operations Research*, Vol.5, pp. 485-500, 1985.

## FUZZY LOGIC ENHANCED SPEED CONTROL OF INDUCTION MACHINE DRIVE

Z. SOUAR \* and M. HADDADI \*\*

(\*) : University Center of Saida, BP 138, En – Nasr, Saida 20000 , Algeria.

Tel: 213 –(048) –51 39 41 Fax (048) 52 42 62

E-mail: zsouar@yahoo.fr

(\*\*) Polytechnic national school El-Harrach Algiers 16000

### الخلاصة:

نود أن نبين في هذه الدراسة المنشورة عملية التحكم في تنظيم حركية مكنة ذات حقل مغناطيسي غير مباشر بواسطة تطبيق نظريات المنطق الغامضة الجديدة. بمقارنة النتائج المستخلصة بواسطة طريقة التناسب التكاملي العادية و التقنية المؤسسة على نظرية المنطق الغامض نؤكد فعالية و نجاعة هذه الطريقة الجديدة، خاصة في حالات عمليات التحكم المركبة بوجود اضطرابات خارجية و تغيرات متعددة لمميزات التحكم.

### كلمات جوهرية:

محرك ذي مغنطيس، تحكم بتوجيه الحقل، معدل غامض، تحكم بالمنطق الغامض، معدل بالتناسب لتكامل، اضطرابات.

### ABSTRACT :

A fuzzy logic (FC) controller and its application to the speed control of an induction motor drive compared to the traditionally PI controller is presented in this paper. The PI controller has trouble meeting with parameter variations and load disturbances. The proposed fuzzy controller is applied to solve these problems. Computer simulations are provided to demonstrate the robustness of the proposed fuzzy controller in presence of load disturbances and parameter variations.

### KEYS-WORDS:

Induction motor drive, field orientation control, fuzzy controller, FLC, PI controller., load disturbances.

### RESUME:

Dans cet article nous présentons une étude comparative de la commande par la logique floue (FLC) est la commande Proportionnelle-Intégrale (PI).

Ces deux techniques de commande sont appliquées a un moteur à induction par flux orienté en présence de perturbations et de variations des paramètres de régulation.

Les résultats de cette étude montre la robustesse de la commande FLC et sa nécessité est permet de résoudre les effets indésirables engendré par des perturbation et / ou des changements de paramètres De régulation.

### MOTS-CLEFS :

moteur à induction, flux orienté, régulateur flou, commande par logique floue, régulateur Proportionnelle-Intégrale, perturbations.

## FUZZY LOGIC ENHANCED SPEED CONTROL OF INDUCTION MACHINE DRIVE

**Z. SOUAR \*** and **M. HADDADI \*\***

(\*) : University Center of Saida, BP 138, En – Nasr, Saida 20000 , Algeria.

Tel: 213 -(048) -51 39 41 Fax (048) 52 42 62

E-mail: zsouar@yahoo.fr

(\*\*) Polytechnic National School El-Harrach Algiers 16000

### NOMENCLATURE

B	Damping ratio of the motor and mechanical load.
$G_e, G_{de}, G_{\Delta T}$	Gains of error , change of error and output.
$i_{qs}, i_{ds}$	Stator torque and flux component currents.
J	Inertia constant of the motor and mechanical load.
$L_r, L_m$	Rotor and mutual inductances.
P	Number of pole pairs.
$R_s, R_r$	Stator and rotor resistances.
S	Derivative operator.
$T^*$	Torque command.
$T_l$	Load torque.
$T_r$	Time constant of the rotor.
$\phi_r$	Rotor flux component.
$\theta_e$	Stator electrical angle.
$\Omega_r, \Omega^*$	Rotor and reference speeds.
$\omega_e, \omega_r$	Stator and rotor frequency.
$\omega_{sl}$	Slip angular frequency.

### 1. INTRODUCTION

With the field orientation control (FOC) method, induction machine drives are becoming a major candidate in high-performance motion control applications, where servo quality operation is required. Fast transient response is made possible by decoupled torque and flux control. The most widely used control method is perhaps the proportional integral control (PI) [8]. It is easy to design and implement, but it has difficulty in dealing with parameter variations, and load disturbances [1].

Recent literature has paid much attention to the potential of fuzzy control in machine drive applications .

Generally speaking , the fuzzy controller has the features of: (a) rather than using mathematical derivations, its control algorithms are built up based on intuition and experience about the plant to be controlled ; (b) it possesses some extent of adaptive capability [2].

This paper presents a relatively simple FC that is robust in terms of disturbance rejection, tracking performance and parameter variations [6]-[7] without the need for complex adaptive control techniques. This is achieved by carefully designing the rule base with a diagonal row of zeros (i.e., outputs are '0'), that separate positive output from negative output.

### II. THE INDUCTION MOTOR DRIVE

The block diagram of an indirect field-oriented induction motor drive is drawn in Fig. 1. It mainly consists of a squirrel-cage induction motor , a triangular-sinusoidal voltage controlled pulse width modulated (PWM) inverter, a slip angular speed estimator, an inverse park and an outer speed feedback control loop. The induction motor is three-phase, Y-connected, four-pole, 1.5Kw, 220/380V, and 50Hz. The torque component command  $T^*$  is generated from the speed error between the command and the measured rotor speed through the torque controller .

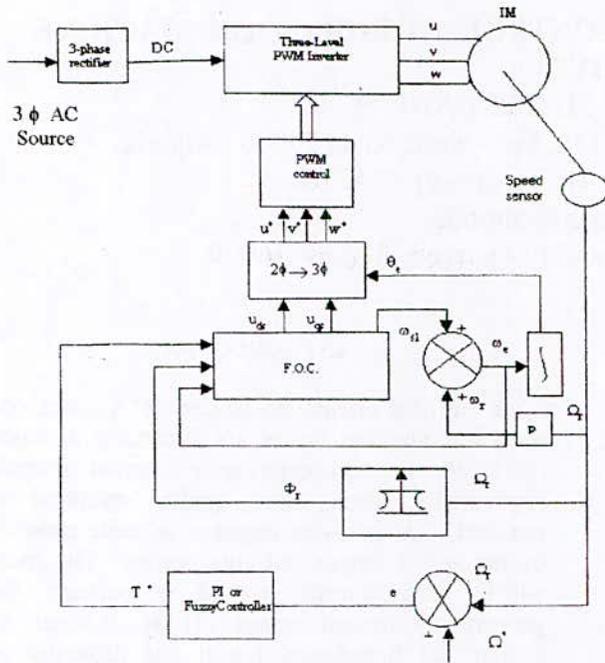


Fig.1. Indirect field orientation control block diagram

The equations describing the motor operation in decoupling mode are given by :

$$i_{qs} = \frac{2 T^* L_r}{3 P L_m \phi_r} \quad (1)$$

$$i_{ds} = \frac{\phi_r (sT_r + 1)}{L_m} \quad (2)$$

$$\omega_{sl} = \frac{L_m}{\phi_r T_r} i_{qs} \quad (3)$$

$$\text{and } \omega_e = \omega_r + \omega_{sl} \quad (4)$$

### III. PRINCIPLE AND DESIGN OF THE CONTROLLERS

#### A. PI Controller

The vector controlled induction motor with a conventional PI speed controller has been widely used as one of high performance AC servo systems. It is easy to design and implement, but it has difficulty in dealing with parameter variations, and load disturbances. The structure of the PI controller is represented by the block diagram shown in figure 3.

#### B. FLC Controller

The fuzzy logic is utilised to design controllers for plants with complex dynamics that often cannot be precisely known. In a motor control system, the function of a fuzzy logic controller is to convert

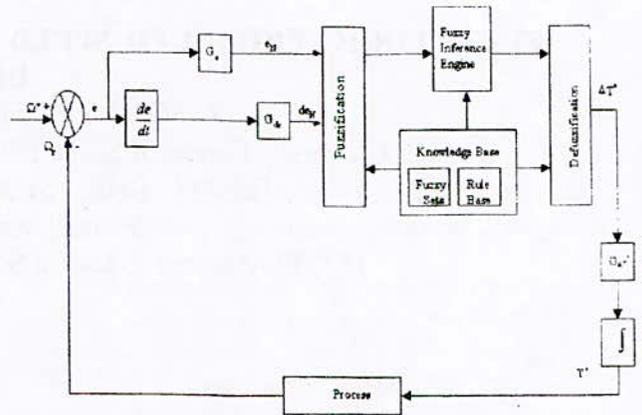


Fig.2. Fuzzy Controller block diagram

linguistic control rules into control strategy based on heuristic information or expert knowledge. The fuzzy logic control approach is very useful for induction motor speed drives since no exact mathematical model of the induction motor or the closed-loop system is required [3]-[4].

A FLC has a fixed set of control rules, usually derived from expert's knowledge. The membership function (MF's) of the associated input and output linguistic variables are generally predefined on a common universe of discourse. For the successful design of FLC's proper selection of input and output scaling factors (SF's) and/ or tuning of the other controller parameters are crucial jobs, which in many cases are done through trial and error to achieve the best possible control performance [1],[5].

The block diagram showing the implementation of the FLC is illustrated in Fig. 2. It includes four major blocks: knowledge base, fuzzification, inference mechanism, and defuzzification. The knowledge base is composed of a data and a rule base. The data base, consisting of input and output membership functions, provides information for the appropriate fuzzification operations, the inference mechanism and defuzzification. The rule base is made of a set of linguistic rules relating the fuzzy input variables into the desired fuzzy control actions. The actual inputs to the fuzzy system are,  $e_N$  and  $de_N$ , which are a scaled version of the speed error and the change in speed error as defined by (5) and (6).

The gains  $G_e$  and  $G_{de}$  can be varied to tune the fuzzy controller for a desired performance.

The output gain,  $G_{\Delta u}$  can also be tuned.

$$e_N = G_e (\Omega^* - \Omega_r) = G_e e \quad (5)$$

$$de_N = G_{de} de \quad (6)$$

#### 1-Fuzzification, Inference and defuzzification

The input variables are normalised to an 'universe of discourse' with scaling factors. Using these normalised quantities, the fuzzy logic

controller inputs can be described by membership factors for every linguistic code.

This operation which is called "Fuzzification", requires the definition of linguistic sets and their membership functions. We have chosen seven linguistic sets (NB, NM, NS, ZE, PS, PM, PB) for the error, the change of error and the output.

We have used symmetric triangular shapes for the change of error, error and output (except the two MF's at the extreme ends) which are trapezoidal. The input membership functions are defined in the interval [-1, 1] whereas the output membership functions is defined in the interval [-10, 10], Fig.3. and Fig. 4. The values of the actual inputs  $e$  and  $de$  are mapped onto [-1, 1] by the input SF's  $G_e$  and  $G_{de}$ , respectively. The inference engine, based on the input fuzzy sets, uses the appropriate IF-THEN rules in the knowledge base to make decisions, where the Max operation is used for the premises and the Min operation is used for the implication. The implied fuzzy set is transformed to a crisp output by the centre of gravity defuzzification technique as given by the formula (7),  $z_i$  is the numerical output at the  $i$ th number of rules and  $\mu(z_i)$  corresponds to the value of fuzzy membership function at the  $i$ th number of rules. The summation is from one to  $n$ , where  $n$  is the number of rules that apply for the given fuzzy inputs. The output of the fuzzy controller is integrated to give the torque command to the block of FOC (8).

$$Z_0 = \frac{\sum_{i=1}^n z_i \cdot \mu(z_i)}{\sum_{i=1}^n \mu(z_i)} \quad (7)$$

$$T^* = T^* + G_{\Delta T} \cdot \Delta T^* \quad (8)$$

### 2 -The Fuzzy Rule Base

The fuzzy controller's strongest asset is the knowledge base. By carefully designing the knowledge base, the expert's experience is incorporated into the fuzzy controller. Most FC's have a diagonal row of zeros (i.e., outputs are "0"), that separate positive output from negative output as does our Fuzzy controller rule base.

This experience is synthesised by the choice of the input-output membership functions and the rule base.

In general uniformly distributed triangular membership functions are used in order to simplify the digital implementation.

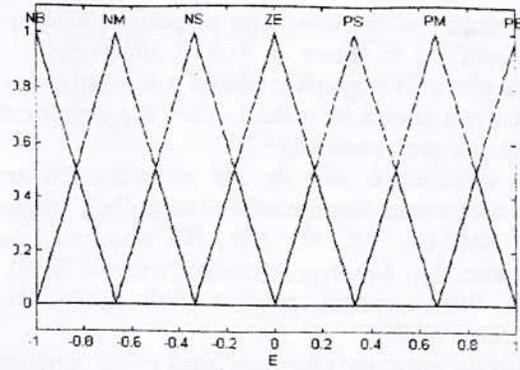


Fig. 3. Input membership functions : e and de.

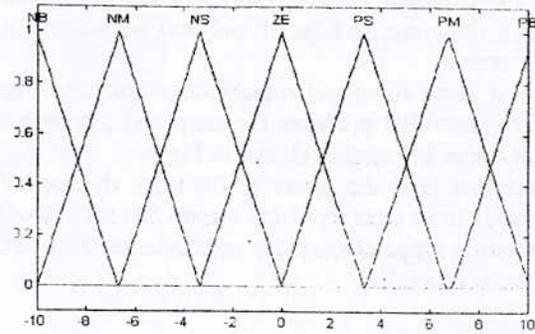


Fig. 4. output membership functions : Δu.

TABLE I.  
Fuzzy controller rule base

$\frac{de}{e}$	NB	NM	NS	ZE	PS	PM	PB
NB	NB	NB	NB	NB	NM	NS	ZE
NM	NB	NB	NB	NM	PS	ZE	PS
NS	NB	NB	NM	NS	ZE	PS	PM
ZE	NB	NM	NS	ZE	PS	PM	PB
PS	NM	NS	ZE	PS	PM	PB	PB
PM	NS	ZE	PS	PM	PB	PB	PB
PB	ZE	PS	PM	PB	PB	PB	PB

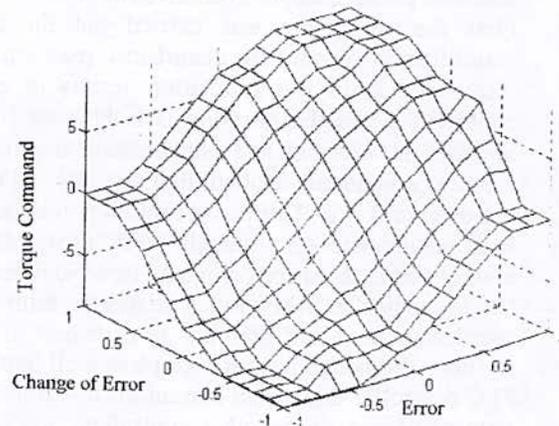


Fig. 5. Crisp I/O map.

The range for the input and output membership functions are as shown in Figs. 3 and Figs. 4 respectively. The complete control rules used in our system are shown in table. I. They are developed based on expert knowledge.

The variables  $e$  and  $de$  are processed by an inference engine that executes 49 rules (7x7) where NB, NM, NS, ZE, NS, NM, NB correspond to Negative Big, Negative Medium, Negative Small, Zero, Positive Small, positive Medium, Positive Big respectively.

When the error and change of error are of opposite linguistic sets i.e. the output of the command torque in the diagonal is zero, the fuzzy controller will reach the command speed and will be holding at this speed.

Given these rules and membership functions, the fuzzy controller produces the crisp and continuous non-linear I/O map as shown in Fig.5.

Note that near the center of the map, the surface appears to be smooth which means that for a small operating range of the fuzzy controller behaves like a linear controller.

TABLE II

Induction Machine Parameters		
1.5 Kw , 1420 rpm , 220/380 V . 6.4/ 3.7 A		
3 phase . 50 Hz , 4 poles		
$R_s = 4.85 \Omega$	$R_r = 3.805 \Omega$	
$L_s = 274 \text{ mH}$	$L_r = 274 \text{ mH}$	$L_m = 258 \text{ mH}$
$J = 0.031 \text{ kg.m}^2$ , $B = 0.000114 \text{ kg.m}^2/\text{s}$		

#### IV. SIMULATION RESULTS

In this section, the computer simulation results for a 1.5 Kw cage rotor induction machine, using the fuzzy controller described in section III-B. It is compared to a conventional controller PI. The machine parameters are given in table II.

First the simulation was carried out for both controllers to examine the disturbance rejection .

Fig . 6. shows the simulation results of each controller when the machine is fully loaded and operated at 1420 rpm and a load disturbance torque ( 2-Nm) is suddenly applied, first, at 2.5 s and next removed at 4.5 s. The fuzzy controller rejects the load disturbance very quickly with no overshoot and returns to the speed command rapidly. Whereas the PI controller takes much longer to return to speed command and presents an overshoot at the starting. We notice from the graph as well that the FLC controller draws less current during transient state compared to the other controllers. Fig . 6c. Shows the comparison of the two controllers together in presence of load disturbances. The Fuzzy controller returns the speed to the speed

command within 0.15 s with a maximum drop of speed of 7.1 rpm.

The PI controller takes about 1.5 s to return to the speed command with a maximum drop of 44.7 rpm. The PI controller's disturbance rejection performance can be improved by readjusting the gains at the expense of speed tracking performance. For example, larger integral gains can be used to reduce the errors, but will cause serious speed overshoots . Next the rotor's resistance is doubled at 2.5 s while the induction motor is still loaded Fig. 7. The PI controller performs poorly taking about 1.8 s to restore the speed with a drop of 134 rpm, whereas the FLC controller is still performing nicely with a maximum drop of 22 rpm and a restoring time of 0.25 s. We simulated our system as well under no load with a doubled inertia Fig. 8. We notice from the graph that the speed response is slow for both controllers, FLC and PI than when driving the induction machine with a rated rotor inertia Fig. 9. Finally, the last simulations Fig. 10 . Fig. 12. show the speed tracking performance under no load for both controllers, Fuzzy and PI The PI controller tracks the command speed with a delay time of 0.1 s but the FLC controller tracks the command speed with no steady-state error as expected but with a small overshoot at the corners.

#### V. CONCLUSIONS

A comparison between a FLC controller and classical PI controller for indirect field-oriented induction motor drive has been presented in this paper. The proposed FLC controller has proved its robustness in presence of load disturbances. Therefore properly designed FLC can outperform traditional PI controller both when the machine is field oriented and when it becomes detuned. According to different simulations carried out, the following comparisons between FLC and PI controllers are made:

- The performance of the FLC when parameter variations are doubled was still good and far better than the PI controller's performance when the same parameters are doubled.
- The speed tracking performance of the FLC is perfect whereas PI presents delay time between command speed and actual speed of 0.1s .

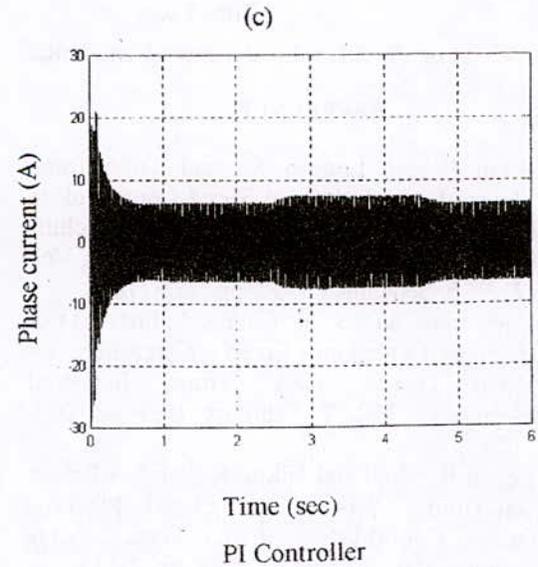
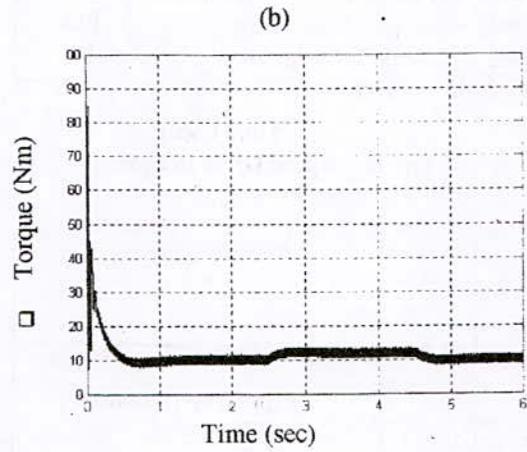
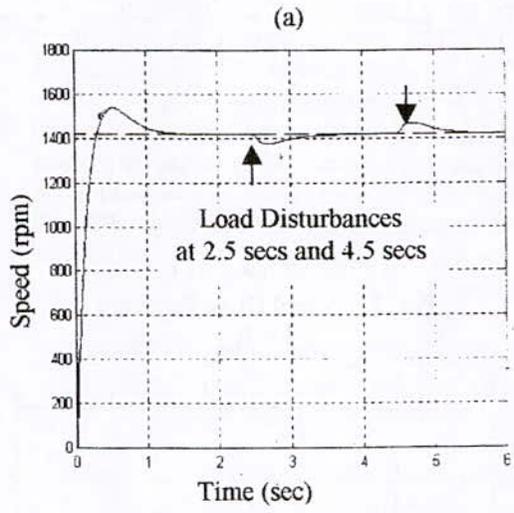
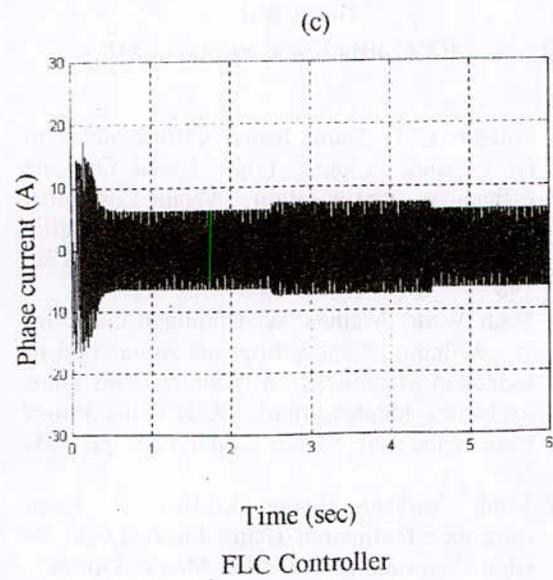
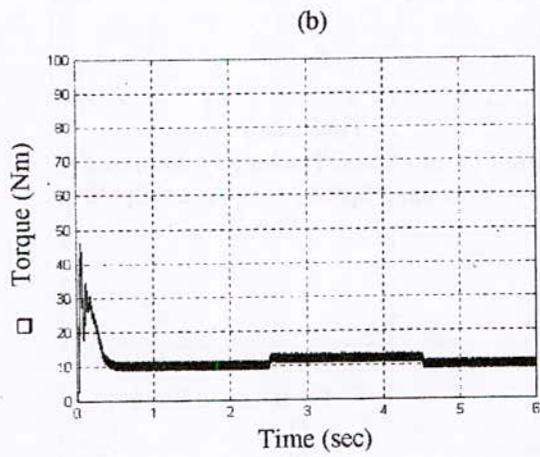
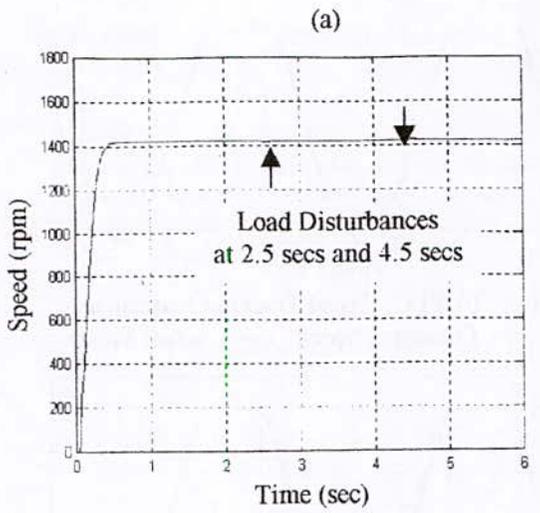


Fig. 6. Load Torque Disturbance ( $\pm 2\text{Nm}$ )  
 (a) Speed. (b) Torque. (c) Phase Current

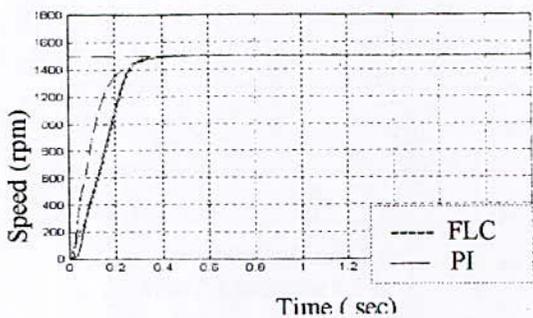


Fig. 7. Speed Drive Response  
 $J = J_0$

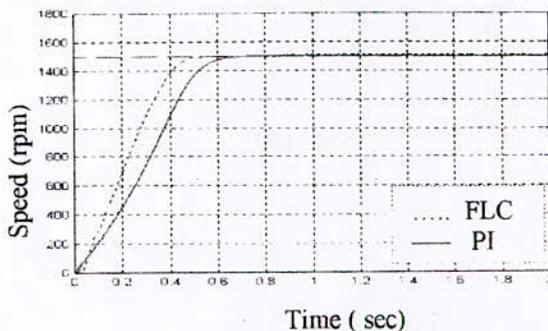


Fig. 8. Speed Drive Response  
 $J = 2*J_0$

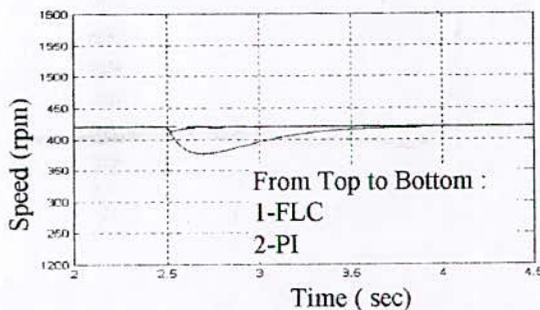


Fig. 9. 2 Nm Load Torque Disturbance

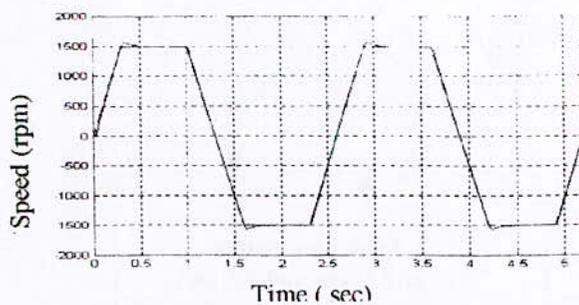


Fig. 10. FLC : Speed Tracking Performance  
--- Command Speed , — Actual Speed

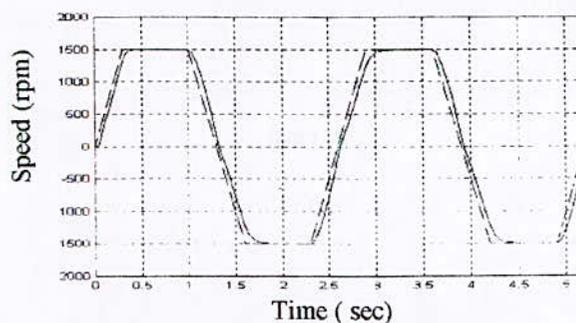


Fig. 11. PI : Speed Tracking Performance  
--- Command Speed , — Actual Speed

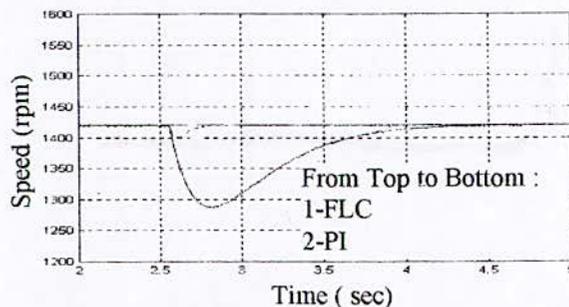


Fig. 12. IFOC disturbance rejection :  $2*R_r$

#### REFERENCES

- [1] Brian Hebert, Longya Xu and Yifan Tang. "Fuzzy Logic Enhanced Speed Control of an Indirect Field-Oriented Induction Machine Drive". IEEE Trans. Power Electronics. Vol. 12. N° 5. September 1997. pp. 772-778.
- [2] C.M. Liaw and S. Y. Cheng, " Fuzzy Two-Degrees-of-Freedom Speed Controller for Motor Drives. IEEE Trans. Industrial Electronics. Vol. 7, February 1999 pp. 209-217.
- [3] Rejani K. Mudi and Nikhil R. Pal, " A Robust Self-Tuning Scheme for PI-and PD-Type Fuzzy Controllers". IEEE Trans. Fuzzy Systems. Vol. 7, February 1999. pp. 2-14.
- [4] Mao-Fu Lai. Michio Nakano and Guan-chyun Hsieh. " Application of Fuzzy Logic in the Phase-Locked Loop Speed Control of Induction Motor Drive". IEEE Trans. Industrial Electronics. Vol. 43 N° 6, December 1999. pp 630-638.
- [5] Gilberto C. D. Sousa. Bimal K. Bose and John G. Cleland. " Fuzzy Logic Based On-Line Efficiency Optimisation Vector-Controlled Induction Motor Drive". IEEE Trans. Industrial Electronics. Vol 42. N° 2. April 1995, pp. 192-198.
- [6] Scott Wade, Mathew W. Dunnigan and Bary W. Williams. " Modelling and Simulation of Induction Machine Vector Control with Rotor Resistance Identification". IEEE Trans. Power Electronics, Vol. 12, N°. 3. May 1997. pp. 495-505.
- [7] Minh Ta-Cao Hoang Le-Huy. " Rotor resistance Estimation Using Fuzzy Logic for High Performance Induction Motor Drives". IEEE 1998. pp. 303-308.
- [8] Paresh C. Sen. " Electric Motor Drives and Control-Past,Present and Future". IEEE Trans. Industrial Electronics. Vol. 37. N°. 6, December 1990. pp 562-575.

## Commande de Vitesse en Temps Réel d'un Moteur Asynchrone Triphasé

M. KHIDER, C. LARBES

Département Electronique, Ecole Nationale Polytechnique

**ملخص:**  
إن تقنية تغير عرض الدفع (MLI) 'المبرمجة' لـ **Patel و Hoft**, ذات ضبط المركب الأصلي للموجة (MLI) و حذف مركباتها الدوافقية, تمثل حلا مغريا في تطبيق التحكم في سرعة المحرك اللامتزامن. لكن لن تلقى هذه التقنية انتشارا واسعا. هذا بسبب استحالة حساب زوايا التبديل في حالة اشتغال المحرك. لتفادي هذه السلبية, بادرنا بعرض تقنية جديدة تحسب مباشرة مع اشتغال المحرك و بدقة متساوية مع دقة تقنية **Patel و Hoft**. هذه الدقة تسمح الحذف الكلي للمركبات الدوافقية الأولى المختارة و ضبط المركب الأصلي.  
إن استعمال هذه التقنية الجديدة مع استراتيجية جديدة في التحكم ذات التدفق الثابت يسمح بالتحكم في محرك اللامتزامن مع نسبة الدوافق ضئيلة جدا و ثابتة في كل مجال تغير السرعة, هذا يؤدي إلى إنخفاض حرارة المحرك و التغيرات العشوائية للعزم. قمنا بمحاكاة التحكم في سرعة المحرك اللامتزامن المتغذى بواسطة هذه التقنية الجديدة باشتراك الاستراتيجية الجديدة و قد تحققنا من صحة المميزات المذكورة سابقا.

### Abstract :

The calculated pulse width modulation (PWM) technique of Harmonic Elimination and Voltage Control, proposed by Patel and Hoft, is an attractive alternative for speed control of an induction motor. However, its application has been limited by the fact that the switching angles cannot be calculated online in real-time applications. To overcome this problem, a novel PWM algorithm based on real-time calculation of the switching angles is proposed. This latter gives the same accuracy as Patel and Hoft's algorithm leading to the elimination of the low order harmonics and to the control of the fundamental voltage. The application of the proposed algorithm in combination with a constant flux control strategy allows a high performance speed control of an induction motor with low torque ripples and heating in the whole range of operation. The simulation of a speed control of an industrial motor, fed by the proposed PWM technique in combination with a constant flux control strategy, confirms the above mentioned advantages.

### Résumé :

La technique de modulation de largeur d'impulsion (MLI) calculée de Patel et Hoft, avec *Asservissement du Fondamental et Elimination Harmonique Sélective*, est une alternative très attirante pour la Commande de vitesse du moteur asynchrone triphasé. Mais son utilisation est limitée par le fait que les angles de commutation ne peuvent être calculés en fonctionnement dans des applications temps réel. Pour pallier cet inconvénient, un *nouvel algorithme MLI temps réel* est proposé. Il présente une précision de calcul pratiquement égale à celle de la technique de Patel et Hoft permettant ainsi une *élimination totale* des premiers harmoniques sélectionnés et un asservissement du fondamental. L'utilisation de ce nouvel algorithme, en commun avec une nouvelle stratégie de commande à flux constant, permet de commander un moteur asynchrone triphasé avec un taux d'harmoniques minimal et constant dans toute la plage de vitesses, de la vitesse nulle à la vitesse nominale. D'où un échauffement et un taux de pulsations de couple, minimaux et constants dans toute la plage de vitesses. La simulation d'une commande de vitesse d'un moteur asynchrone triphasé, alimenté par une source de tension MLI calculée avec le nouvel algorithme et selon la nouvelle stratégie de commande, confirme les performances citées ci-dessus.

### Mots-clés:

Commande de vitesse temps réel, moteur asynchrone triphasé, MLI programmée, angle de commutation, algorithme on-line, onduleur de tension, stratégie de commande, simulation, modulation de largeur d'impulsion.

## 1. INTRODUCTION

Dans le domaine de l'industrie et du transport, on cherche de plus en plus la vitesse variable comme solution aux exigences d'économie d'énergie, de souplesse d'exploitation, d'automatisation ou de contrôle du processus lui-même (traction électrique).

Par exemple, en matière de contrôle de processus, la vitesse variable permet d'adapter la vitesse du moteur à la demande du processus. Dans ce cas, la puissance prélevée au réseau industriel est égale à la puissance consommée par le processus, aux pertes près. Il en résulte une économie d'énergie.

La vitesse variable est assurée généralement par le moteur à courant continu. Mais celui-ci présente plusieurs inconvénients: coût élevé, présence d'un collecteur, entretien fréquent.

Pour les éviter, on utilise de plus en plus, dans la gamme des faibles et moyennes puissances, le moteur asynchrone triphasé d'induction à cage qui présente des avantages intéressants (coût réduit, robustesse, simplicité, entretien réduit, encombrement faible). Alimenté à partir d'un onduleur de tension à Modulation de Largeur d'Impulsion (MLI), le moteur asynchrone triphasé offre la possibilité de fonctionnement dans une large gamme de vitesses.

Mais ce fonctionnement est accompagné de *pulsations de couple* et d'*échauffement* du moteur dus à la présence d'*harmoniques* dans le signal de sortie de l'onduleur de tension MLI. Ces pulsations de couple deviennent gênantes aux faibles vitesses surtout. Pour pallier ces inconvénients, on doit éliminer correctement les harmoniques. Autrement dit, on doit calculer les angles de commutation avec une plus grande précision.

En résumé, le moteur d'induction à cage, alimenté par un onduleur autonome à transistors (variable en tension et en fréquence, avec le rapport  $V/f$  constant), selon une technique MLI *éliminant correctement les harmoniques*, présente des performances meilleures que celles du moteur à courant continu.

Après avoir rappelé les différentes techniques de génération de signaux MLI, on s'intéressera surtout à la technique MLI *'programmée'*, avec *élimination harmonique sélective et asservissement du fondamental*, de Patel et Hofst [16].

## 2. ETAT de l'ART

### 2.1 Rapport $V/f$ constant [5]

Pour pouvoir commander la vitesse du moteur asynchrone triphasé, on doit maintenir, *maximal et constant*, le couple électromagnétique  $T_e$  du moteur dans toute la gamme de vitesses, des faibles vitesses à la vitesse nominale  $V_n$ .

En effet, considérons la relation (2.1) qui donne le couple électromagnétique  $T_e$  en fonction de la tension d'alimentation  $V$  et de la fréquence  $f$ :

$$T_e = \frac{3pV^2}{4\pi f(R_s + \sqrt{R_s^2 + [2\pi f(L_s + L_{re})]^2})^2} \quad (2.1)$$

avec  $R_s$  et  $L_s$  respectivement la résistance et l'inductance

du stator,  $L_{re}$  l'inductance du rotor ramenée au stator,  $p$  le nombre de paires de pôles,  $V$  la tension efficace d'entrée du moteur (d'une phase),  $f$  la fréquence de la tension d'alimentation.

Sachant que, dans l'équation (2.1), les paramètres  $R_s$ ,  $L_s$ ,  $p$  et  $L_{re}$  sont constants, alors le couple  $T_e$  est fonction seulement des variations de  $V$  et  $f$ .

En technique MLI, la tension d'alimentation et la fréquence doivent varier simultanément. Le rapport  $V/f$  doit varier en fonction de la fréquence, de la façon suivante :

- Pour des fréquences en dessous de la fréquence nominale  $f_n$ , le rapport  $V/f$  doit être maintenu constant pour que le flux totalisé reste approximativement constant. On prend :

$$\frac{V}{f} = \frac{V_n}{f_n} = \frac{220}{60} = 3.66$$

Dans ce cas on obtient un couple électromagnétique  $T_e$  maximal et constant, figure 2.1.

On peut le voir à partir de l'équation (2.1), en supposant :

$$R_s \ll 2\pi f(L_s + L_{re}) \quad (2.2)$$

La tension d'entrée moteur  $V$  devrait être à la valeur nominale  $V_n$  quand  $f$  est égale à la fréquence nominale  $f_n$ .

- Pour des valeurs faibles de  $f$ , l'équation (2.2) n'est plus valable car  $R_s$  prend des valeurs relativement importantes. On doit donc diminuer  $V$  moins vite que  $f$ .
- Pour des fréquences supérieures à la fréquence nominale  $f_n$  (60Hz), la puissance est maintenue constante. Dans ce cas, le couple est proportionnel à  $1/f$ .

En fait dans notre étude, on ne s'intéresse qu'à la région situ en dessous de la fréquence nominale  $f_n$ .

La représentation graphique de la relation (2.1) en fonction de la fréquence  $f$  donne la figure 2.1 pour un moteur triphasé asynchrone ayant les caractéristiques suivantes :

$R_s=0.435$  ohm,  $L_s=0.002$  H,  $L_{re}=0.002$  H,  $p=2$ ,  $V_n=220$  v,  $f_n=60$  Hz,  $f_n=50$ Hz.

La figure 2.1 montre que le couple électromagnétique  $T_e$  est constant et maximal lorsque la fréquence  $f$  varie de 3 Hz environ à la fréquence nominale 60 Hz avec le rapport  $V/f$  constant et égal à la valeur 3.66.

Donc, l'équation (2.1) du couple électromagnétique  $T_e$  montre que la commande de vitesse d'un moteur asynchrone triphasé, alimenté par une alimentation *sinusoïdale* triphasée variable en tension  $V$  et en fréquence  $f$  avec le rapport  $V/f$  constant, est *faissable*.

L'inconvénient majeur est qu'une telle alimentation est une alimentation *idéale*. Il faut donc la remplacer par une alimentation *pratique* que nous allons réaliser en utilisant une technique à Modulation de Largeur d'Impulsion (MLI).

### 2.2 Techniques à Modulation de Largeur d'Impulsion (MLI)

On distingue principalement deux types de techniques MLI la MLI *'engendrée'* (triangulo-sinusoïdale) et la MLI

'programmée' (calculée).

Dans notre étude, on s'intéresse à la technique MLI 'programmée' de Patel et Hoft qui présente de nombreux avantages :

- asservissement de la tension  $V$  du fondamental
- variation de la fréquence  $f$  du fondamental en utilisant la relation de conversion d'une valeur angulaire en valeur temporelle :

$$\alpha = 2\pi ft$$

- et sélection et élimination des  $(m-1)$  premiers harmoniques.

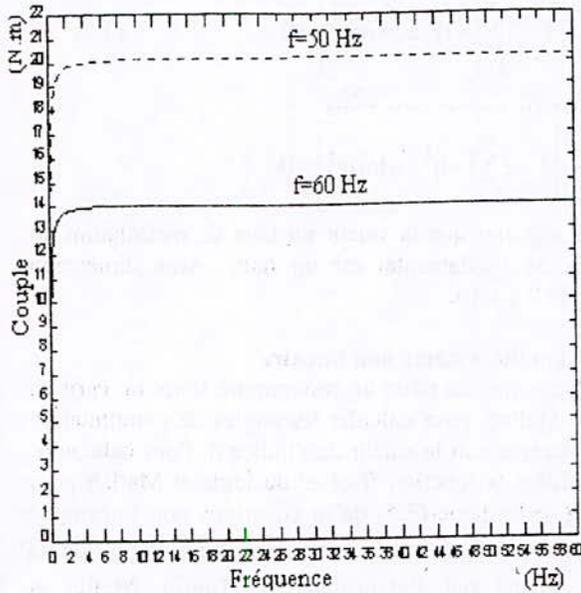


Figure 2.1 Graphe du couple électromagnétique théorique  $T_e$  en fonction de la fréquence  $f$  avec le rapport  $V/f$  constant.

### 3. ALGORITHME MLI 'PROGRAMMEE' de PATEL et HOFT

Dans ce paragraphe, on se propose de calculer les angles exacts de commutation d'une tension MLI 'programmée', avec asservissement du fondamental et élimination harmonique sélective, telle que définie par la technique de Patel et Hoft [16].

#### 3.1 Description de l'algorithme MLI 'programmée' de Patel et Hoft

La tension MLI 'programmée' est définie en fonction des angles de commutation  $\alpha_1, \dots, \alpha_m$  qui correspondent aux 'instants' de commutation de la tension MLI, d'une valeur positive  $+E/2$  à une valeur négative  $-E/2$  (transition négative) ou inversement (transition positive), figure 3.1.

L'indice  $m$  est le nombre d'angles de commutation de la tension MLI ou nombre de commutations par quart-d'onde. La tension MLI est 'construite' de façon à présenter une symétrie demi-onde (fonction impaire par rapport à l'angle  $\pi$ ). Cette symétrie permet de supprimer certains types d'harmoniques, ce qui simplifie le développement en série de Fourier de cette tension MLI et réduit son taux d'harmoniques.

Etudions le développement en série de Fourier de la tension MLI 'programmée'  $V_{RO}(\alpha)$  représentée figure 3.1. Les angles de commutation impairs  $\alpha_1, \alpha_3, \dots$  définissent des transitions négatives, tandis que les angles de commutation pairs  $\alpha_2, \alpha_4, \dots$  définissent des transitions positives. On suppose la tension de sortie périodique d'amplitude unité. Dans ce cas, la tension de sortie  $V_{RO}(\alpha)$  ou  $f(\alpha)$  peut s'écrire en série de Fourier:

$$f(\alpha) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \sin(n\alpha) + b_n \cos(n\alpha)) \quad (3.1)$$

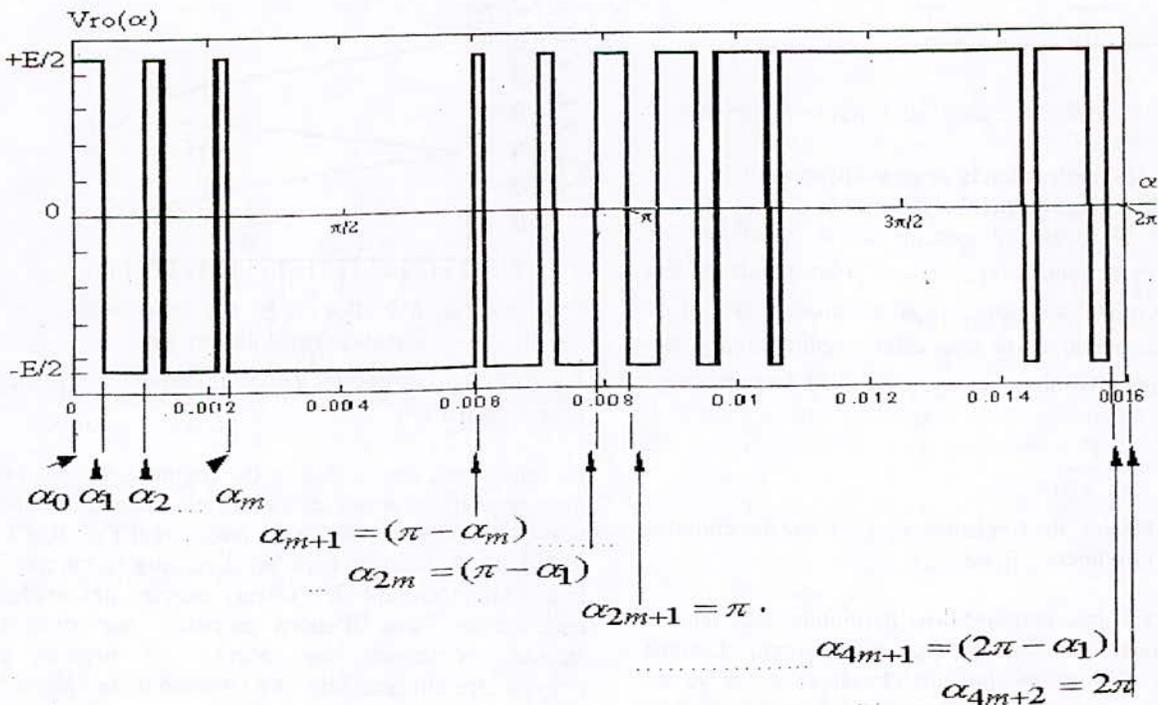


Figure 3.1 Graphe d'une tension MLI  $V_{RO}(\alpha)$  en fonction des angles exacts de commutation  $\alpha_1, \dots, \alpha_m$ .

On démontre, dans l'article [16], que :

$$b_n = 0 \quad (3.2)$$

$$\text{et } a_n = \frac{4}{n\pi} \left[ 1 + 2 \sum_{k=1}^m (-1)^k \cos(n\alpha_k) \right] \quad (3.3)$$

avec  $n$  impair et différent de 3 et multiple de 3..

Les harmoniques de rang 3 et multiple de 3 ne sont pas éliminés dans le système (3.3) car ils sont *inopérants* dans un moteur asynchrone triphasé. On considère une alimentation unité ( $E/2=1$ ).

Le coefficient  $a_n$  est l'amplitude de l'harmonique de rang  $n$  du signal suivant:

$$V_{RO}(\alpha) = f(\alpha) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin(n\alpha) \quad (3.4)$$

Les équations (3.3) possèdent  $m$  variables inconnues  $\alpha_1, \dots, \alpha_m$  appelées *angles de commutation exactes*.

Le problème est de calculer les valeurs de ceux-ci qui permettent:

1. d'annuler les amplitudes  $a_n$  des  $(m-1)$  premiers harmoniques  $f_n$  définis par :

$$f_n(\alpha) = a_n \cdot \sin(\alpha) \quad n \neq 1$$

avec  $n$  impair et différent d'un multiple de 3.

2. et d'assigner une valeur déterminée au fondamental  $f_1$  :

$$f_1(\alpha) = a_1 \cdot \sin(\alpha) \quad \alpha = \omega t$$

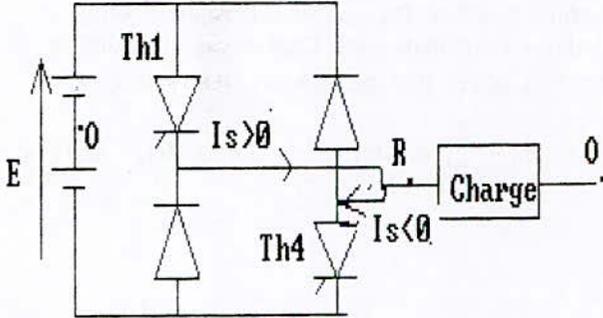


Figure 3.2 Schéma d'une phase de l'onduleur demi-pont.

### 3.2 Calcul des angles exacts de commutation de la tension MLI 'programmée' :

La relation (3.3) est un système de  $m$  équations non linéaires à  $m$  inconnues  $\alpha_1, \dots, \alpha_m$ . On assigne une valeur déterminée  $im$ , appelée *taux de modulation*, à l'amplitude  $a_1$  du fondamental et on annule les amplitudes  $a_n$  des  $(m-1)$  premiers harmoniques, système (3.5). Le taux  $im$  est défini par :

$$im = \frac{V}{(E/2)}$$

avec  $V$  la tension du fondamental,  $E$  la tension continue alimentant l'onduleur (figure 3.2).

D'autre part, il faut éliminer deux harmoniques de tension pour éliminer un harmonique de courant. Comme l'amplitude du fondamental doit être fixée à une valeur déterminée, ceci fixe la première valeur de  $m$  à 3 ( $m$  étant le nombre de commutations par quart d'onde ou nombre

de découpages par demi-onde). Par conséquent, lorsque  $m$  augmente successivement par pas égal à 2 alors le nombre d'harmoniques de courant qui seront éliminés augmente par pas égal à 1[21].

Le système (3.3) s'écrit encore:

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{4}{n} \left[ 1 + 2 \sum_{k=1}^m (-1)^k \cos(\alpha_k) \right] = -im \\ a_5 &= \frac{4}{5\pi} \left[ 1 + 2 \sum_{k=1}^m (-1)^k \cos(5\alpha_k) \right] = 0 \\ a_7 &= \frac{4}{7\pi} \left[ 1 + 2 \sum_{k=1}^m (-1)^k \cos(7\alpha_k) \right] = 0 \\ &\dots\dots\dots \\ a_n &= \frac{4}{n\pi} \left[ 1 + 2 \sum_{k=1}^m (-1)^k \cos(n\alpha_k) \right] = 0 \end{aligned} \quad (3.5)$$

On doit signaler que la valeur du taux de modulation im assignée au fondamental est un taux sans dimension variant de 0 à 1.16.

### Résolution du système non linéaire

Nous avons mis au point un programme *senol.m*, écrit en langage Matlab, pour calculer les angles de commutation exacts quelque soit la valeur de l'indice  $m$ . Pour cela, nous avons utilisé la fonction 'fsolve' du logiciel Matlab pour résoudre le système (3.5) de  $m$  équations non linéaires à  $m$  inconnues  $\alpha_1, \dots, \alpha_m$ , avec un estimé initial de la racine calculé par l'algorithme de Taufiq, Mellitt et Goodman [21].

La figure 3.3 (a et b) donne, à titre d'exemple, le graphe des angles exacts de commutation, pour  $m$  égal à 3 et 5.

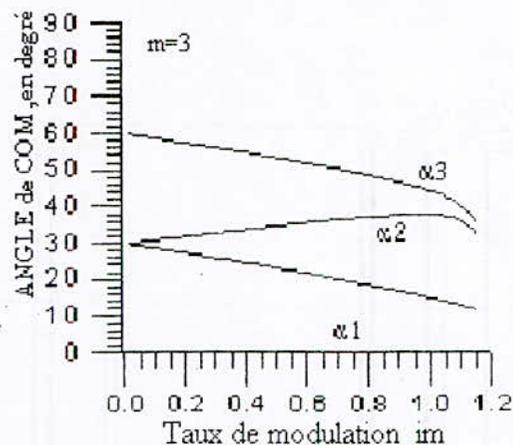


Figure 3.3a Courbes des angles de commutation exacts pour  $m$  égal à 3.

Le calcul des angles exacts de commutation est précis mais requiert un *temps de calcul très élevé* qui empêche une commande de vitesse en temps réel ('on-line'). La technique de Patel et Hofst est donc une technique 'off-line'. Autrement dit, les valeurs exactes des angles de commutation sont d'abord calculées sur ordinateur, ensuite ces valeurs sont stockées en mémoire pour pouvoir être utilisées dans une commande de vitesse d'un moteur. Un tel procédé requiert une capacité *mémoire élevée* qui augmente le coût de l'application.

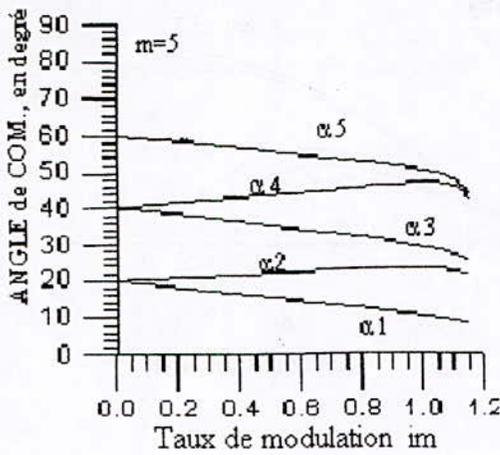


Figure 3.3b Courbes des angles de commutation exacts pour m égal à 5.

Des solutions 'on-line' ont été proposées mais leur application reste limitée pour permettre une application temps réel, à cause de la faible précision de calcul des angles de commutation et d'un temps de calcul relativement élevé.

Dans le paragraphe suivant, on se propose de décrire un nouvel algorithme 'on-line', basé sur une approximation des angles exacts de commutation par la méthode des Moindres Carrés, qui calcule les angles de commutation avec une meilleure précision et un temps de calcul plus faible que les autres algorithmes 'on-line' connues.

4. NOUVEL ALGORITHME 'ON-LINE'

Le nouvel algorithme 'on-line' comprend 3 variantes : variante A, variante A 'adaptée' et variante R.

4.1 Variante A

4.1.1 Approximation des angles exacts de commutation

Les angles exacts de commutation sont calculés par l'algorithme de Patel et Hoft en fonction du taux de modulation im. Les courbes représentant les angles exacts de commutation ont une forme non linéaire.

On se propose d'approximer les courbes représentant les angles exacts de commutation par des équations simples. Dans ce chapitre, il faut entendre par 'exacte' une grandeur calculée en utilisant les valeurs exactes des angles de commutation et par 'approximée' une grandeur calculée en utilisant les valeurs approximées des angles de commutation.

La figure 3.3 montre des courbes représentant les valeurs exactes des angles de commutation  $\alpha_k$  en fonction du taux de modulation im, pour un indice m égal à 3 et 5.

L'angle  $\alpha_s$ , appelée angle de séparation, est donné par la formule approchée:

$$\alpha_s = \frac{2 \times 60^\circ}{(m+1)} \quad m \text{ impair} \quad (4.1)$$

Il donne l'angle approché qui sépare les courbes des angles exacts de commutation au point im égal à zéro.

Pour m fixé, les courbes de rang k impair présentent une pente négative et sont 'presque' parallèles dans la majeure partie de l'intervalle de variation [0 1.15] du taux de modulation im, à l'exception des valeurs extrêmes de cet intervalle.

De même les courbes de rang k pair présentent cette fois une pente positive et sont 'presque' parallèles dans les mêmes conditions de variation du taux de modulation im que précédemment.

Cette caractéristique nous amène à approximer les courbes correspondantes à k impair différemment de celles correspondantes à k pair. De plus la forme de ces courbes laisse penser que les fonctions qui approximent les courbes exactes devraient être la combinaison d'une fonction linéaire et d'une autre fonction non linéaire du taux im et dont l'expression reste à déterminer.

L'idée, donc, consiste à approximer la valeur exacte de l'angle de commutation en approxinant chaque courbe exacte en deux étapes.

Dans une première étape, on approxime la partie entière de la valeur exacte de l'angle de commutation par une fonction linéaire du taux im.

Dans une seconde étape, on cherche à approximer soit la partie fractionnaire de la valeur exacte, soit la différence entre la valeur exacte et la valeur approximative (trouvée dans la première étape).

La mise en oeuvre de ces deux étapes d'approximation nécessite la conception et la mise au point d'un programme d'approximation, appelé Fitmc.for, basé sur la méthode des Moindres Carrés [12]. Ce programme calcule les coefficients  $A_0, A_1, \dots, A_p$  ( $p < n$ ) de la fonction d'approximation suivante:

$$\Phi(x) = A_0 \cdot \phi_0(x) + \dots + A_p \cdot \phi_p(x) \quad (4.2)$$

permettant l'approximation de la fonction  $f(x)$  connue empiriquement en  $(n+1)$  points et qui prend les valeurs  $b_0, b_1, \dots, b_n$  aux abscisses  $a_0, a_1, \dots, a_n$

Les fonctions élémentaires d'approximation  $\phi_0, \phi_1, \dots, \phi_p$  sont choisies à l'avance.

• Cas k impair

Soit m fixé et soit  $\alpha_k$  la valeur exacte de l'angle de commutation.

\*Première étape d'approximation de  $\alpha_k$

On cherche une fonction d'approximation linéaire de la forme:

$$\Phi(im) = A_0 + A_1 \times im \quad (4.3)$$

qui approxime la partie entière des valeurs exactes de chaque courbe  $\alpha_k(im)$ , avec im variant de 0 à 1.15 et k impair.

On a:

$$A_0 = \alpha_k(0) = \alpha_s = (k+1) \frac{60^\circ}{(m+1)} \quad (4.4)$$

On suppose :  $A_1 = A_1 \times \frac{60^\circ}{(m+1)} \quad (4.5)$

On remplace dans l'équation (4.3). On trouve la nouvelle fonction d'approximation:

$$\Phi(im) = \frac{60^\circ}{(m+1)}(k+1) + A_1 \times \left(\frac{60^\circ}{(m+1)}im\right) \quad (4.6)$$

Notons  $[\alpha_k]$ , la partie entière de  $\alpha_k$ . Pour calculer  $A_1$ , il faut mettre l'équation (4.6) sous la forme:

$$\Phi'(im) = [\alpha_k] - \frac{60^\circ}{(m+1)}(k+1) = A_1 \times \left(\frac{60^\circ}{(m+1)}im\right)$$

On cherche donc à approximer la différence suivante:

$$\left[ [\alpha_k] - \frac{60^\circ}{(m+1)}(k+1) \right] \quad (4.7)$$

par la fonction d'approximation suivante:

$$\Phi'(im) = A_1 \times \left(\frac{60^\circ}{(m+1)}im\right) \quad (4.8)$$

La fonction d'approximation élémentaire est donc:

$$\phi_0(im) = \frac{60^\circ}{(m+1)}im \quad (4.9)$$

Le problème maintenant est de déterminer le coefficient  $A_1$  pour chacune des courbes représentant les valeurs exactes des angles de commutation en fonction de  $m$  et  $k$  impair.

Pour chaque valeur de  $m$  et de  $k$ , on fait varier le taux de modulation  $im$  de 0.1 à 1.1 par pas de 0.1. Pour chaque valeur du taux  $im$ , on calcule la différence (4.7). On a donc 11 données numériques à approximer en utilisant le programme Fitmc.for et la fonction élémentaire d'approximation (4.9). Ce programme calcule alors le coefficient  $A_1$  pour chaque courbe définie par  $m$ . Le coefficient  $A_1$  va nous permettre de construire la fonction d'approximation (4.8) qui va approximer l'ensemble des 11 données numériques citées ci-dessus.

On répète le calcul en faisant varier  $m$  de 3 à 11 par valeurs impaires et pour chaque valeur de  $m$  on fait varier  $k$  de 1 à  $m$  par valeurs impaires.

Le coefficient  $A_1$  est pratiquement constant et égal à moins un (-1) lorsque  $k$  varie de 1 à  $m$ , par valeurs impaires, quelque soit la valeur de  $m$ . L'équation (4.6) devient:

$$\Phi(im) = \frac{60^\circ}{(m+1)}(k+1) - \frac{60^\circ}{(m+1)}im \quad (4.10)$$

**\* Seconde étape d'approximation de  $\alpha_k$**

Après l'approximation de la partie entière de l'angle 'exact' de commutation, dans la première étape d'approximation, on va effectuer maintenant l'approximation de la différence  $d(im)$  entre la valeur exacte et la valeur approximée, donnée par l'équation (4.10), de la partie entière de l'angle de commutation. La différence  $d(im)$  est définie par:

$$d(im) = \alpha_k(im) - \Phi(im)$$

$$d(im) = \alpha_k(im) - \left[ \frac{60^\circ}{(m+1)}(k+1) - \frac{60^\circ}{(m+1)}im \right] \quad (4.11)$$

Pour étudier la forme de  $d(im)$ , on va calculer  $d(im)$  pour  $m$  égal à 9, par exemple, et pour  $k$  variant de 1 à 9 par valeurs impaires en faisant varier  $im$  de 0.1 à 1.1 par pas de 0.1. On utilise le programme Fitmc.for. La figure 4.1 représente la fonction  $d(im)$ .

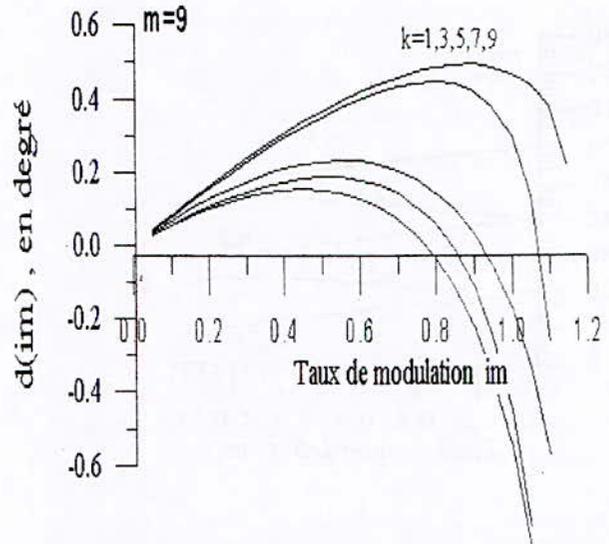


Figure 4.1 Courbes représentant  $d(im)$  en fonction de  $im$ , avec  $m$  égal à 9 et  $k$  variant de 1 à  $m$ .

En observant ces courbes, on constate qu'elles ont chacune une forme linéaire en début d'intervalle, passent par un maximum puis décroissent rapidement en fin d'intervalle.

Le problème maintenant est de rechercher comment effectuer l'approximation des courbes de la figure 4.1 à l'aide de fonctions simples et avec une plus grande précision ?

Pour répondre à cette question, considérons les fonctions suivantes:

$$f(x) = a_1 x \quad a_1 > 0$$

$$g(x) = a_2 x^p \quad a_2 > 0 \quad p > 0$$

avec  $x \in [0, 1.15]$ .

Considérons maintenant la différence  $d(x)$  définie par:

$$d(x) = f(x) - g(x) = (a_1 x - a_2 x^p) \quad (4.12)$$

Calculons  $d(x)$  pour  $x$  variant dans l'intervalle  $[0, 1.15]$  et traçons les courbes correspondantes, figure 4.2, avec les paramètres suivants:

$$a_1 = 0.5, 1, 1.5 \quad a_2 = 1 \quad p = 4$$

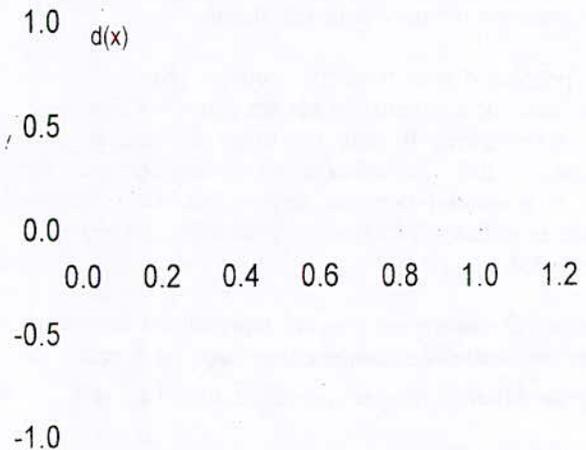


Figure 4.2 Courbes représentant la fonction  $d(x)$  pour:  $a_2=1, p=4$  et  $a_1=0.5, 1, 1.5$ .

Comparons les courbes des figures 4.1 et 4.2. Elles présentent une grande similitude entre elles. Il est tout à fait naturel d'utiliser une fonction de la forme  $d(x)$ , donnée par l'équation (4.12), pour faire l'approximation.

avec une *bonne précision*, de la fonction  $d(im)$  donnée par l'équation (4.11).

Donc la fonction d'approximation de la fonction  $d(im)$  sera une fonction de la forme :

$$\Phi(im) = A_0 \cdot im - A_1 \cdot (im)^p \quad (4.13)$$

avec  $A_0, A_1$  et  $p$  réels.

Les fonctions élémentaires d'approximation sont donc:

$$\phi_0(im) = im \quad (4.14)$$

$$\phi_1(im) = -(im)^p \quad (4.15)$$

Le problème maintenant est de déterminer les trois coefficients  $A_0, A_1$  et  $p$  pour chacune des courbes représentant les valeurs exactes des angles de commutation en fonction de  $m$  et  $k$  impair. On fixe  $p$  et pour chaque valeur de  $m$  et  $k$  on fait varier le taux de modulation  $im$  de 0.1 à 1.1 par pas de 0.1. Pour chaque valeur du taux  $im$ , on calcule la différence (4.11). On a donc 11 données numériques par courbe à approximer en utilisant le programme *Fitmc.for* et les fonctions élémentaires d'approximation (4.14) et (4.15).

Ce programme calcule alors les coefficients  $A_0, A_1$  pour chaque courbe définie par  $m$ . Le coefficient  $p$  est choisit de façon que l'erreur moyenne entre  $d(im)$  et  $\Phi(im)$  soit minimale. Ces coefficients vont nous permettre de construire la fonction d'approximation (4.13) qui va approximer l'ensemble des 11 données numériques citées ci-dessus.

On répète le calcul en faisant varier  $m$  de 3 à 11 par valeurs impaires et pour chaque valeur de  $m$  on fait varier  $k$  de 1 à  $m$  par valeurs impaires.

On a donc:

$$d(im) = \alpha_k(im) - \left[ \frac{60^\circ}{(m+1)} [(k+1) - im] \right]$$

$$\Phi(im) = A_0 \cdot im - A_1 \cdot (im)^p \quad p > 0$$

$$d(im) \cong \Phi(im)$$

Des trois équations précédentes on déduit l'équation générale d'approximation des valeurs exactes des angles de commutation  $\alpha_k(im)$  pour  $k$  impair:

$$\alpha_k(im) \cong \frac{60^\circ}{(m+1)} (k+1) + \left[ A_0 - \frac{60^\circ}{(m+1)} \right] im - A_1 \cdot (im)^p \quad (4.16)$$

avec  $m=3,5,\dots,21$ ;  $k=1,3,\dots,m$  et  $im \in [0.1,1.5]$ .

La valeur du degré  $p$  de l'équation (4.16) est choisie de telle façon à avoir une erreur moyenne *minimale* entre les valeurs exactes 'à approximer' et les valeurs approximées, par l'équation (4.16), des angles de commutation.

• **Cas  $k$  pair**

De l'équation (4.16), on déduit, pour  $k$  pair, la forme générale de l'équation générale d'approximation des angles exacts de commutation :

$$\alpha_k(im) = \frac{60^\circ}{(m+1)} \cdot k + A_0 \cdot im - A_1 \cdot (im)^p \quad (4.17)$$

avec  $m=3,5,\dots,21$ ;  $k=2,4,\dots,m-1$ ;  $im \in [0.1,1.5]$ .

La valeur du degré  $p$  de l'équation (4.17) est choisie de telle façon à avoir une erreur moyenne *minimale* entre les valeurs exactes 'à approximer' et les valeurs approximées, par l'équation (4.17), des angles de commutation.

De l'équation (4.17) on déduit la différence:

$$\alpha_k(im) - \frac{60^\circ}{(m+1)} (k+1) \cong A_0 \cdot im - A_1 \cdot (im)^p \quad (4.18)$$

Les fonctions élémentaires d'approximation sont donc:

$$\phi_0(im) = im \quad (4.19)$$

$$\phi_1(im) = -(im)^p \quad (4.20)$$

Le problème maintenant est de déterminer les trois coefficients  $A_0, A_1$  et  $p$  pour chacune des courbes représentant les valeurs exactes des angles de commutation en fonction de  $m$  et  $k$  pair. On fixe  $p$  et pour chaque valeur de  $m$  et  $k$  on fait varier le taux de modulation  $im$  de 0.1 à 1.1 par pas de 0.1. Pour chaque valeur du taux  $im$ , on calcule la différence (4.18). On a donc 11 données numériques par courbe à approximer en utilisant le programme *Fitmc.for* et les fonctions élémentaires d'approximation (4.19) et (4.20). Ce programme calcule alors les coefficients  $A_0, A_1$  pour chaque courbe définie par  $m$ . Le coefficient  $p$  est choisit de façon que l'erreur moyenne entre  $d(im)$  et  $\Phi(im)$  soit *minimale*. Ces coefficients vont nous permettre de construire la fonction d'approximation (4.13) qui va approximer l'ensemble des 11 données numériques citées ci-dessus.

On répète le calcul en faisant varier  $m$  de 3 à 11 par valeurs impaires et pour chaque valeur de  $m$  on fait varier  $k$  de 1 à  $m$  par valeurs paires.

La courbe de la Figure 4.3 montre que l'erreur moyenne, notée *emoy*, est de l'ordre du centième de degré (1/100°).

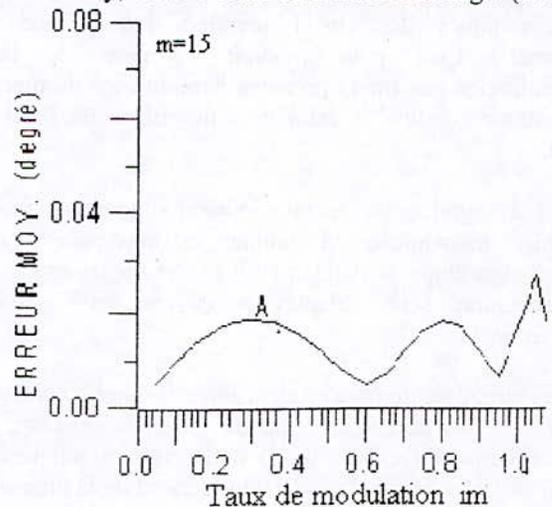


Figure 4.3 Graphe représentant l'erreur angulaire moyenne entre la valeur exacte et la valeur approximée des angles de commutation pour  $m$  égal à 15.

Donc, la technique d'approximation utilisée donne une plus grande précision de calcul par rapport aux algorithmes MLI 'on-line' connus aussi bien pour les angles pairs que pour les angles impairs.

Les coefficients  $A_0, A_1$  et  $p$  des équations (4.16) et (4.17) sont calculés par un seul programme *FitCoef.for* basé sur.

la méthode des Moindres Carrés, quelque soit la valeur de l'indice m (m varie de 3 à 313 minimum).

Ce programme lit les valeurs exactes des angles de commutation (calculées par le programme senol.m), correspondant à une valeur déterminée de m, ensuite il calcule les coefficients A0, A1 et p pour toutes les m courbes représentant les angles de commutation.

A titre d'exemple, des valeurs des coefficients A0, A1 et p sont données pour m égal à 15 en Annexe A.

**4.1.2 Précision du nouvel algorithme 'on-line':**

• **Angles calculés:**

La figures 4.3 montre que l'erreur moyenne est de l'ordre de un centième (1/100) de degré pour m égal à 15. Il faut signaler que l'erreur moyenne est calculée sur tout l'intervalle [0 1.15] de variation du taux im et qu'elle est beaucoup plus faible pour de faibles valeurs de im.

La précision du nouvel algorithme 'on-line' proposé, comparée à celle des techniques 'on-line' connues, est donc plus élevée. D'autre part, on a pratiquement la même précision dans tout l'intervalle de variation du taux im [0 1.15] avec les mêmes équations, sans facteurs de correction supplémentaires qui augmenteraient alors le temps de calcul de façon significative.

• **Calcul des harmoniques:**

Le taux d'harmoniques est défini par :

$$THD = \frac{\sqrt{\frac{V_5^2}{5^2} + \dots + \frac{V_k^2}{k^2} + \dots}}{V_1}$$

Vk étant l'amplitude de l'harmonique de rang k et V1 l'amplitude du fondamental.

Mais dans notre étude, on considère le taux d'harmoniques des (m-1) premiers harmoniques 'à éliminer'. Ceci pour pouvoir comparer le taux d'élimination des (m-1) premiers harmoniques du nouvel algorithme 'on-line' à celui de l'algorithme de Patel et Hofl.

Il est à signaler que le taux d'harmoniques des (m-1) premiers harmoniques 'à éliminer' est pratiquement nul pour l'algorithme de Patel et Hofl car les angles exacts de commutation sont calculés avec une très grande précision.

Par contre, pour le nouvel algorithme 'on-line', ainsi que pour tous les autres algorithmes 'on-line' existants, le taux d'harmoniques des (m-1) premiers harmoniques 'à éliminer' n'est pas nul et sa valeur dépend de la précision de calcul des angles approximatifs de commutation.

La courbe 4.4 représente le taux d'harmoniques, (en %), en fonction du taux de modulation im de la tension MLI calculée avec le nouvel algorithme 'on-line', pour m égal à 15 (élimination de 14 premiers harmoniques).

Pour m égal à 15, le taux d'harmoniques est inférieur à 0.16 % en début d'intervalle. Il décroît et prend la valeur moyenne 0.03 % dans le sous-intervalle [0.55 1.1]. Enfin il s'accroît à partir de la valeur 1.1.

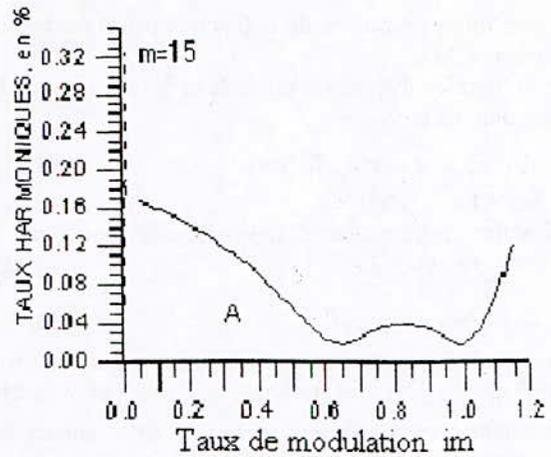


Figure 4.4 Graphe représentant le taux d'harmoniques en fonction de im de la tension MLI calculée avec le nouvel algorithme 'on-line', pour m égal à 15.

En conclusion, on peut dire que les (m-1) premiers harmoniques sont éliminés efficacement. Ceci est dû à l'augmentation de la précision de calcul des angles approximatifs de commutation du nouvel algorithme 'on-line'.

**4.1.3 Capacité mémoire:**

On se propose de comparer la capacité mémoire exigée par une technique MLI 'off-line' à celle requise par le nouvel algorithme 'on-line'.

Evaluons la capacité mémoire nécessaire au stockage des valeurs exactes des angles de commutation dans le cas d'une technique MLI 'off-line' (i.e valeurs pré-calculées sur PC), correspondantes à la variation du taux im de 0 à 1.15, par pas égal à 0.01.

Soit m fixé. Pour chaque valeur de k, k variant de 1 à m, on peut stocker 115 valeurs exactes. Chaque valeur exacte est écrite avec quatre chiffres décimaux, deux chiffres pour la partie entière et deux autres pour la partie fractionnaire. Chaque valeur exacte est codée en binaire avec deux octets (un octet pour la partie entière, un autre pour la partie fractionnaire). On limite volontairement la précision de la valeur exacte à deux chiffres significatifs après la virgule pour se mettre dans les mêmes conditions de précision que le nouvel algorithme.

Pour m variant de 3 à 19 et k variant de 1 à m, le nombre de courbes d'angles de commutation  $\alpha_k$  est de 99 courbes.

Pour m variant de 1 à 17, on a 115 valeurs exactes à stocker pour chaque courbe. Et pour m égal à 19, on a 50 valeurs exactes à stocker. Donc le nombre total de valeurs exactes, à stocker, est de 10150 valeurs. Chaque valeur est codée en binaire en 2 octets. La capacité mémoire, notée Ce, nécessaire à une technique 'off-line' est alors de 20300 octets soit 19.82 Ko.

On peut écrire:

$$Ce = 19.82 \text{ Ko} \quad m = 3, 5, 7, \dots, 17, 19.$$

Dans le cas de l'algorithme, le calcul d'une valeur de l'angle approximé nécessite le stockage, en binaire, des 3 coefficients, A0, A1 et p dans la mémoire du système à microprocesseur. Les deux coefficients A0 et A1 sont

codés, chacun, avec 1.5 octet (1 octet pour le nombre binaire, exprimé en virgule flottante, et 4 bits pour la puissance de 2). Le coefficient p est codé avec 4 bits. Donc pour chaque courbe, on utilise 3 coefficients codés sur 3.5 octets. Donc pour 99 courbes, la capacité mémoire, notée Ca, doit être égale à 347 octets. On peut donc écrire:

$$Ca=347 \text{ octets} \quad m=3,5,7,\dots,17,19.$$

La valeur Ca représente la capacité mémoire *minimale* nécessaire à l'algorithme.

La capacité relative, notée Cr, de l'algorithme sera égale à :

$$Cr=Ca / Ce=347/ 20300$$

D'où : Cr= 1.7 %

Ce qui correspond à une *réduction de 98.3 % de la capacité mémoire* de la modulation 'off-line', dans les mêmes conditions de précision et d'exploitation que l'algorithme proposé.

**4.1.4 Nombre d'opérations:**

Soit m égal à 15, déterminons le nombre d'opérations nécessaire au calcul des 15 angles de commutation.

• **Cas k impair:**

D'après l'équation (4.16), pour calculer une valeur d'un angle de commutation, le nombre d'opérations binaires est égal à :

$$n_{1,k} = 1 \text{ multiplication: } 16 \text{ bits} \times 8 \text{ bits} \\ + 1 \text{ multiplication: } 8 \text{ bits} \times 8 \text{ bits} \\ + p_{1,k} \text{ multiplications: } 8 \text{ bits} \times 8 \text{ bits}$$

avec  $p_{1,k}$  égal au coefficient p défini dans les équations (4.16) et (4.17).

Or une multiplication 16 bits par 8 bits correspond à 2 multiplications 8 bits par 8 bits.

$$n_{1,k} = (3 + p_{1,k}) \text{ multiplications : } 8 \text{ bits} \times 8 \text{ bits}$$

Donc le nombre total  $n_1$  de multiplications, pour k impair et k variant de 1 à m, est égal à:

$$n_1 = \sum_{k=1}^m n_{1,k} = \left[ \frac{(m-1)}{2} + 1 \right] \times 3 + \sum_{k=1}^m p_{1,k} \\ n_1 = \left[ \frac{(m-1)}{2} + 1 \right] \times 3 + \sum_{k=1}^m p_{1,k} \quad (4.21)$$

Pour m égal à 15 on a:

$$n_1 = 24 + 53 = 77$$

• **Cas k pair:**

D'après l'équation (4.17), pour calculer la valeur d'un angle de commutation il faut un nombre d'opérations binaires égal à:

$$n_{2,k} = 1 \text{ multiplication} (16 \times 8 \text{ bits}) \\ + 1 \text{ multiplication} (8 \times 8 \text{ bits}) \\ + p_{2,k} \text{ multiplications} (8 \times 8 \text{ bits}) \\ n_{2,k} = (3 + p_{2,k})$$

avec  $p_{2,k}$  égal au coefficient p défini dans les équations

(4.16) et (4.17).

Donc le nombre total  $n_2$  pour k pair est égal à :

$$n_2 = \sum_{k=2}^{m-1} n_{2,k} = \frac{(m-1)}{2} \times 3 + \sum_{k=2}^{m-1} p_{2,k} \\ n_2 = \frac{(m-1)}{2} \times 3 + \sum_{k=2}^{m-1} p_{2,k} \quad (4.22)$$

Pour m égal à 15 on a:

$$n_2 = 21 + 53 = 74$$

Le nombre total d'opérations n, pour calculer les 15 valeurs des angles de commutation, est donc égal:

$$n = 1 \text{ division} + (n_1 + n_2) \\ = 151 \text{ multiplications (8bits par 8bits)} + 1 \text{ division.}$$

Par suite n', le nombre d'opérations par angle de commutation, est égal à:

$$n' = n / 15 = 10.066 \text{ multiplications} + 0.066 \text{ division}$$

Pratiquement, on a pour m égal à 15:

$$n' = 10.066 \text{ multiplications par angle} \quad (4.23)$$

Ce nombre est *très élevé* à cause de la redondance des opérations dans les calculs.

Dans le paragraphe suivant on va décrire une méthode de programmation permettant de réduire le nombre n' de façon significative.

**4.2 Variante A 'adaptée'**

Soit le nombre  $p_k$  égal au coefficient p, tel que défini dans les équations (4.16) et (4.17), et correspondant à l'angle de commutation  $\alpha_k$ .

Le nombre  $p_k$  est fonction croissante de k. Cette propriété est intéressante car elle permet de supprimer la redondance dans les calculs.

Si  $k_2 \geq k_1$  alors  $p_{k_2} \geq p_{k_1}$ .

Supposons que:

$$(p_{k_2} - p_{k_1}) \leq p_1 \leq 4$$

Supposons que les résultats des multiplications suivantes:

$$(im)^2, (im)^3, (im)^4$$

soient stockés en mémoire. Il faut remarquer que les angles de commutation  $\alpha_k$  sont calculés dans l'ordre croissant de k.

Calculons  $(im)^{p_{k_2}}$  : on peut écrire:

$$(im)^{p_{k_2}} = (im)^{p_{k_1}} \times (im)^{(p_{k_2} - p_{k_1})}$$

Or  $(im)^{p_{k_1}}$ ,  $(im)^{(p_{k_2} - p_{k_1})}$  sont déjà calculés et stockés en mémoire.

Donc pour calculer  $(im)^{p_{k_2}}$ , il faut seulement une multiplication, quelque soit la valeur de  $p_{k_2}$ .

Maintenant calculons le nombre total d'opérations n' par angle de commutation en tenant compte des remarques précédentes.

• **Cas k impair:**

$$n_1 = \left[ \frac{(m-1)}{2} + 1 \right] x3 + (p_1 + \sum_{k=3}^m p_k)$$

$$n_1 = 24 + 4 + (p_3 + p_5 + \dots + p_{15}) \quad p_1 = 4$$

$$n_1 = 28 + \frac{(m-1)}{2} x2 = 42$$

• **Cas k pair:**

$$n_2 = 21 + 14 = 35$$

D'où:  $n = 1 \text{ division} + n_1 + n_2$

$n = 1 \text{ division} + 77 \text{ multiplications (8 bits par 8 bits)}$

Par suite le nombre d'opérations par angle de commutation est égal à:

$$n' = 77/15 + 1/15 = 5.133 \text{ multiplications} + 0.066 \text{ division.}$$

Pratiquement, on a pour m égal à 15:

$$n' = 5.133 \text{ multiplications par angle} \quad (4.24)$$

En conclusion, la variante A 'adaptée' permet de réduire de moitié le nombre n'. Donc le gain de temps de calcul est important.

Dans le paragraphe suivant, on montrera qu'il est possible de réduire davantage le nombre n', moyennant une faible augmentation de la capacité mémoire de stockage des coefficients. Ceci pour permettre, éventuellement, la possibilité de réaliser des applications en temps réel.

**4.3 Variante R**

**4.3.1 Nombre d'opérations:**

Ecrivons les équations (4.16) et (4.17) sous la forme suivante:

$$\alpha_k(im) = B_0 + B_1(im) + B_2(im)^P \quad (4.25)$$

$$\alpha_k(im) = C_0 + C_1(im) + C_2(im)^P$$

En stockant dans une table mémoire les coefficients Bj et Cj en fonction de m et de k, on réduit le nombre d'opérations.

En effet pour m égal à 15, on a:

• **k impair**

$$n_1 = \left( \frac{m-1}{2} + 1 \right) + p_1 + \sum_{k=3}^m p_k$$

$$n_1 = 8 + 4 + 14 = 26$$

• **k pair**

$$n_2 = \left( \frac{m-1}{2} \right) + \sum_{k=2}^{m-1} p_k \quad \text{avec } p_2 \geq p_1$$

Donc:  $(im)^{P2}$  peut être calculé à partir de:

$$(im)^{P1} x(im)^{P2 - P1}$$

D'où:  $n_2 = 7 + 14 = 21$

Donc:  $n = n_1 + n_2 = 47 \text{ multiplications (8 bits par 8 bits)}$

$n' = 47/15 = 3.133 \text{ multiplications par angle.}$

$n' = 3.133 \text{ multiplications par angle}$

En conclusion, on peut dire que la variante R et la variante A 'adaptée', utilisées conjointement, permettent de réduire le temps de calcul de la variante A de 70 % environ.

Ce gain de temps de calcul ouvre la perspective d'une application en temps réel. Cependant la variante R

augmente la capacité mémoire nécessaire au stockage des coefficients des équations (4.16) et (4.17).

Calculons la nouvelle valeur de cette capacité mémoire.

**4.3.2 Capacité mémoire:**

Le stockage en mémoire des coefficients B1, B2 et p, définis dans les équations (4.25), nécessitait 3.5 octets par courbe (représentant un angle de commutation  $\alpha_k$ ). Le

coefficient B0 nécessite 2 octets par courbe, l'un pour la partie entière, l'autre pour la partie fractionnaire. Au total, il faut 5.5 octets par courbe. Donc pour les 99 courbes représentant tous les angles de commutation, il faudrait 545 octets au lieu des 345 octets calculés pour la variante A. D'où une augmentation de la capacité mémoire de 200 octets.

$$CR = 545 \text{ octets}$$

**4.4 Tableau comparatif des variantes du nouvel algorithme 'on-line'**

Après avoir décrit les différentes variantes de l'algorithme, on va maintenant comparer, pour m égal à 15, les performances de ces variantes dans le tableau 4.1.

Variante	m	Mémoire requise (octet)	Nombre de multiplications par angle
A	15	345	10.066
A 'adaptée'	15	345	5.133
R	15	545	3.133

Tableau 4.1 Tableau comparatif des variantes du nouvel algorithme 'on-line'.

D'après ce tableau, on constate que la variante A est la variante la plus lente, avec environ 10 multiplications pour calculer un angle de commutation. Mais elle requiert une capacité mémoire minimale pour stocker les coefficients des équations.

La variante R, utilisée en commun avec la variante A 'adaptée', est la variante la plus rapide, avec environ 3 multiplications pour calculer un angle de commutation. Mais, la capacité mémoire requise, pour stocker les coefficients des équations, est la plus grande.

**4.5 Comparaison du nouvel algorithme 'on-line' à l'algorithme 'on-line' de Taufiq, Mellitt et Goodman (TMG)**

Dans ce paragraphe, on se propose d'évaluer le taux de réduction des harmoniques du nouvel algorithme 'on-line' par rapport à l'algorithme 'on-line' de Taufiq, Mellitt et Goodman (TMG).

**4.5.1 Résumé de l'algorithme 'on-line' TMG [21]**

Les angles exacts de commutation sont calculés par l'algorithme de Patel et Hoft en fonction du taux de modulation im. Le taux de modulation im est appelé NPI dans l'algorithme TMG.

Dans l'algorithme TMG, chaque courbe, représentant un angle exact de commutation  $\alpha(k)$  en fonction de NPI, est approximée par une droite ayant la forme générale:  $\alpha(k) = (a + b \times NPI)$ , où NPI est le taux de modulation et a et b sont des coefficients en fonction de k et de m.

#### 4.5.2 Précision

On se propose de déterminer la précision de l'algorithme 'on-line' proposé (variante A) par rapport à celle de l'algorithme 'on-line' de Taufiq, Mellitt et Goodman [21].

##### • Harmoniques

La figure 4.5 montre que le nouvel algorithme réduit le taux d'harmoniques de 50 % pour m égal à 15 dans tout l'intervalle de variation du taux im sauf au milieu de l'intervalle.

La figure 5.8a représente la courbe du taux d'harmoniques en fonction de la fréquence f pour les deux algorithmes. On peut vérifier, figure 5.8d, que le nouvel algorithme réduit le taux d'harmoniques de l'algorithme TMG de 95 % en moyenne dans tout l'intervalle de fréquences [0 60] (Hz).

En conclusion, on peut dire que le nouvel algorithme 'on-line' proposé calcule les angles de commutation avec une précision plus élevée que celle de l'algorithme TMG. Ce qui entraîne une réduction importante du taux d'harmoniques dans toute la plage de variation du taux de modulation im.

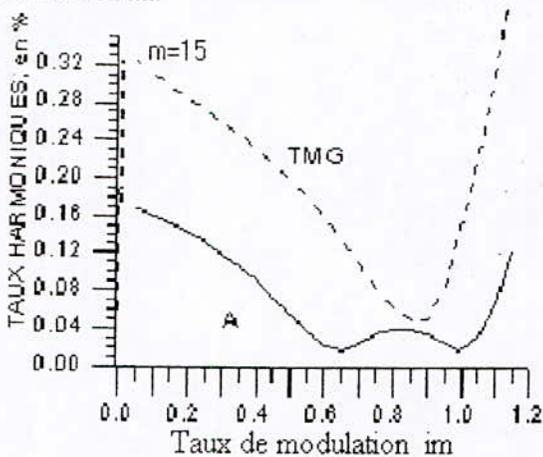


Figure 4.5 La courbe représente les taux d'harmoniques du nouvel algorithme 'on-line' (variante A) et de l'algorithme TMG en fonction du taux im.

On a montré également que le temps de calcul de l'algorithme proposé est plus faible que celui de l'algorithme TMG.

Par conséquent, le nouvel algorithme 'on-line' proposé est plus précis et plus rapide que l'algorithme TMG.

#### 4.6 Implémentation du nouvel algorithme 'on-line' sur système à microprocesseur 8 bits

L'implémentation de la variante A de l'algorithme sur un système à microprocesseur 8 bits, le 6809, a donné pratiquement la totalité de la précision, obtenue sur PC, de l'algorithme 'on-line' proposé, à 7 % près.

Le calcul des angles de commutation a été effectué pour m égal à 3 (im égal à 0.05, 0.50 et 0.90) et pour m égal à 15 (im égal à 0.05 et 0.50).

#### 5. Simulation de la commande de vitesse d'un moteur asynchrone triphasé

Dans ce paragraphe, on se propose de vérifier les résultats théoriques obtenus avec le nouvel algorithme 'on-line' en effectuant la simulation d'une commande de vitesse d'un

moteur asynchrone triphasé alimenté par une tension MLI calculée par le nouvel algorithme 'on-line' proposé.

Cette simulation nous permettra également d'évaluer les performances de cet algorithme utilisé en commun avec une nouvelle stratégie de commande, décrite dans le paragraphe 5.2.1, dans toute la plage de variation de vitesse.

On déterminera le couple électromagnétique  $T_e$  du moteur en fonction de la fréquence f en maintenant un rapport constant entre la tension et la fréquence dans toute la plage de vitesses. On déterminera également la vitesse N du moteur et la tension entre phases du moteur en fonction de la fréquence f. On évaluera les pulsations de couple en fonction de l'indice m et de la fréquence f en calculant l'écart-type du couple électromagnétique  $T_e$  et celui de la vitesse N par rapport à la valeur moyenne. On discutera aussi du taux d'harmoniques et du temps de calcul.

#### 5.1 Alimentation sinusoïdale. Cas idéal.

Nous avons simulé une commande de vitesse en boucle ouverte d'un moteur triphasé asynchrone alimenté par une source sinusoïdale triphasée, variable en tension et en fréquence, avec le rapport V/f constant.

La simulation consiste à fixer le temps de simulation puis à alimenter le moteur avec une tension sinusoïdale triphasée de fréquence donnée. La tension simple (phase-neutre) doit prendre la valeur 127 volts pour avoir une tension nominale (entre phases) égale à 220 volts. A la fin de la simulation, on relève les valeurs du couple électromagnétique  $T_e$ , de la vitesse N et de la tension V entre phases en fonction de la fréquence f. On fait varier la fréquence de 60 Hz à 2 Hz. Le rapport V/f est maintenu constant et égal à  $V_n/f_n$  soit 3.66.

L'analyse des courbes montre que le couple  $T_e$  reste maximum et constant lorsqu'on fait varier la fréquence de 60 Hz à 15 Hz. En dessous de 15 Hz le couple  $T_e$  n'est plus constant. Cette chute du couple  $T_e$ , figure 4.6, entraîne une chute de la vitesse N à une valeur nulle (en réalité N prend une valeur négative). La chute du couple  $T_e$ , en dessous de 15 Hz, est due à une chute de tension supplémentaire, figure 4.7, de l'ordre de 10 volts environ causée par une atténuation par le circuit électrique du moteur.

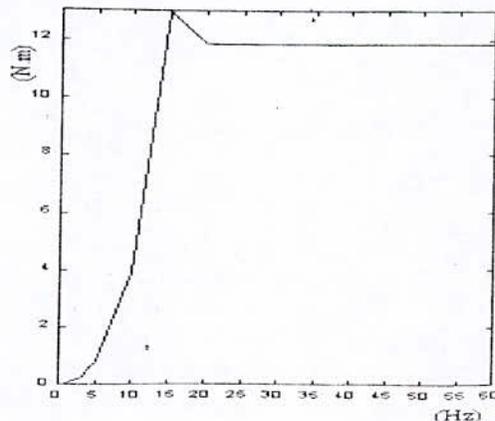


Figure 4.6 Courbe du couple électromagnétique  $T_e$  du moteur en fonction de la fréquence f avec le rapport V/f constant dans tout l'intervalle de fréquences [0 60] (Hz).

The first part of the book is devoted to a general history of the United States from its discovery to the present time. It is written in a simple and plain style, and is adapted to the use of schools and families.

The second part of the book is devoted to a detailed history of the United States from the discovery to the present time. It is written in a simple and plain style, and is adapted to the use of schools and families.

The third part of the book is devoted to a detailed history of the United States from the discovery to the present time. It is written in a simple and plain style, and is adapted to the use of schools and families.

The fourth part of the book is devoted to a detailed history of the United States from the discovery to the present time. It is written in a simple and plain style, and is adapted to the use of schools and families.

The fifth part of the book is devoted to a detailed history of the United States from the discovery to the present time. It is written in a simple and plain style, and is adapted to the use of schools and families.

The sixth part of the book is devoted to a detailed history of the United States from the discovery to the present time. It is written in a simple and plain style, and is adapted to the use of schools and families.

The seventh part of the book is devoted to a detailed history of the United States from the discovery to the present time. It is written in a simple and plain style, and is adapted to the use of schools and families.

The eighth part of the book is devoted to a detailed history of the United States from the discovery to the present time. It is written in a simple and plain style, and is adapted to the use of schools and families.

The ninth part of the book is devoted to a detailed history of the United States from the discovery to the present time. It is written in a simple and plain style, and is adapted to the use of schools and families.

The tenth part of the book is devoted to a detailed history of the United States from the discovery to the present time. It is written in a simple and plain style, and is adapted to the use of schools and families.

The eleventh part of the book is devoted to a detailed history of the United States from the discovery to the present time. It is written in a simple and plain style, and is adapted to the use of schools and families.

Donc pour un fondamental de la tension MLI égal à 60 Hz et m égal à 15, on a une fréquence de commutations égale à 3600 Hz et le premier harmonique non nul égal à 2820 Hz.

Considérons le circuit électrique du moteur asynchrone triphasé comme un *filtre passe-bas* dont la *fréquence de coupure est de 2820 Hz*.

Hypothèse :

Si l'on veut conserver un *taux moyen de pulsations de couple de 3.5 %*, quelque soit la *fréquence du fondamental de la tension MLI*, on doit choisir l'indice m de telle manière que le premier harmonique non nul correspondant ait une fréquence supérieure ou égale à 2820 Hz et la fréquence de commutations soit égale, en moyenne, à 3600 Hz. Ce qui revient à considérer que les fréquences au-dessus de 2820 Hz ont un effet négligeable sur les pulsations de couple.

Cette hypothèse va nous servir de *stratégie de commande* la vitesse du moteur asynchrone triphasé. La simulation nous confirme cette hypothèse de travail.

La fréquence de commutations moyenne 3600 Hz est déterminée par simulation. On alimente le moteur avec une alimentation MLI 'programmée' dont le fondamental est de fréquence nominale 60 Hz puis on donne à l'indice m des valeurs croissantes 5,7,9,... et on évalue, pour chaque valeur de m, le taux de pulsations de couple en calculant l'écart-type du couple de sa valeur moyenne.

On constate que l'écart-type du couple est minimal et égal à 3.5 % environ pour m égal à 15. L'indice m est le nombre de commutations par quart-d'onde. Donc, la fréquence de commutations est donnée par le produit  $4 \cdot m \cdot f$  ( $4 \cdot 15 \cdot 60$ ), soit 3600 Hz.

Déterminons l'équation qui donne l'indice m en fonction de la fréquence du fondamental f et tel que le premier harmonique ait une fréquence supérieure ou égale à la fréquence de coupure 2820 Hz.

D'après l'équation (5.2), on doit avoir :

$$(3 \cdot m + 2) \cdot f \geq 2820 \text{ Hz}$$

$$m \geq \frac{2820}{(3 \cdot f) - 2}$$

$$\text{d'où } m \geq \frac{940}{f} - \frac{2}{3} \tag{5.3}$$

Donc pour une fréquence f quelconque, on choisit une val de m qui vérifie l'équation (5.3) afin que la fréquence premier harmonique non nul soit au moins égale à 2820 Hz. On choisit le premier indice m entier et impair pour avoir fréquence moyenne de commutation fc égale à 3600 figure 5.4..

L'utilisation des équations (5.1) et (5.3) permet de calculer l'indice m en fonction de la fréquence f, figure 5.4, qui donne théoriquement un *écart-type constant* du couple Te, de l'ordre de 3.5 % dans tout l'intervalle de fréquences [0 60].

Représentons graphiquement la fréquence de commutation en fonction de la fréquence f et de l'indice m, figure (5.3). constate que fc prend une valeur moyenne de l'ordre de 3600 Hz dans tout l'intervalle de fréquences.

On va adopter, comme stratégie de commande de la vitesse moteur, celle définie dans la figure (5.3).

Pour caractériser les pulsations de couple Te, on calcule, p chaque valeur de la fréquence f, la *moyenne*, la *variance* l'*écart-type* (de la valeur moyenne) du couple Te consic comme une *variable aléatoire*.

La *valeur moyenne* M[Te] du couple Te est donnée par :

$$M[Te] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i \tag{5.4}$$

où les ti sont les valeurs prises par le couple Te dans intervalle de temps de simulation donné. On considère que couple Te prend les valeurs ti avec la même probabilité ég à 1/n.

La *variance* D[Te] du couple Te est définie par :

$$D[Te] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (t_i - M[Te])^2 \tag{5.5}$$

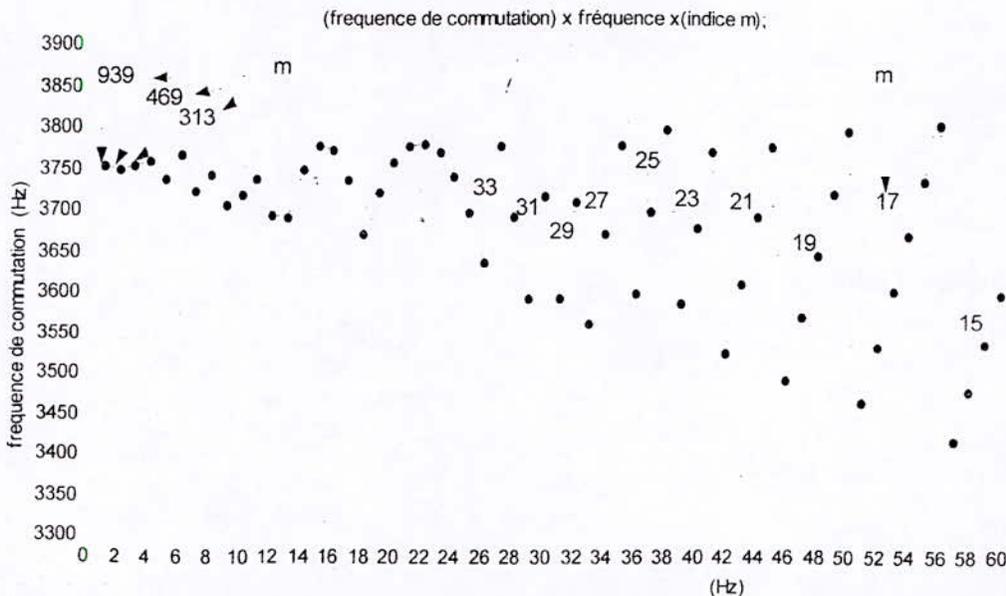


Figure 5.3 Graphe représentant la fréquence de commutation fc en fonction de la fréquence f et de l'indice m.

1950-1951

1950

There was the tendency to...  
to be...  
to be...  
to be...

...  
...  
...  
...

...  
...  
...  
...

...  
...  
...  
...

...  
...  
...  
...

...  
...  
...  
...

...  
...  
...  
...

...  
...  
...  
...

...  
...  
...  
...

...  
...  
...  
...

...  
...  
...  
...

...  
...  
...  
...

1950  
1951  
1952  
1953  
1954  
1955  
1956  
1957  
1958  
1959  
1960

alimentation MLI calculée avec les angles approximatifs donnés par le nouvel algorithme 'on-line' proposé, tout en réduisant le *taux d'ondulations du couple*  $T_e$ , et par suite le taux d'harmoniques, à une valeur très faible, de l'ordre de 5.25 % dans tout l'intervalle de fréquences [0 60Hz].

#### 5.4.4 Comparaison du nouvel algorithme 'on-line' à l'algorithme de Patel et Hoft

La figure 5.7 représente les courbes, marquées par de pe cercles, correspondant à l'algorithme de Patel et Hoft, celles, marquées par des lettres x, correspondant au nou algorithme 'on-line'.

On constate que ces courbes sont pratiquement juxtaposé. Donc le nouvel algorithme 'on-line' donne les mê résultats que ceux donnés par Patel et Hoft.

#### Conclusion générale

L'objet de notre étude est la *commande de vitesse du moteur asynchrone triphasé* dans toute la gamme de vitesses allant de zéro à la vitesse nominale du moteur.

L'équation du couple électromagnétique  $T_e$  montre que cette étude est  *faisable*  pour une alimentation *sinusoïdale* variable en tension et en fréquence avec le rapport  $V/f$  constant. Seulement *la chute de tension, constatée aux faibles vitesses, doit être compensée* pour maintenir le couple  $T_e$  maximal et constant dans toute la gamme de vitesses. La simulation *confirme* ce résultat théorique. Mais l'alimentation sinusoïdale variable en tension et en fréquence est un cas *idéal*. On a remplacé ce cas idéal par l'alimentation MLI 'programmée' avec élimination harmonique sélective et asservissement du fondamental de Patel et Hoft. Mais l'utilisation d'une telle alimentation en fonctionnement (on-line), comme l'exige la commande de vitesse, était *impossible* à cause d'un temps de calcul

*très élevé* des angles exacts de commutation. La technique de Patel et Hoft est une technique 'off-line'.

Il fallait donc mettre au point un nouvel algorithme 'on-line' pour pallier cet inconvénient. C'est ce que nous avons fait par *approximation* des angles de commutation exacts calculés par la méthode de Newton-Raphson. On a montré que le nouvel algorithme présentait un taux d'harmoniques *négligeable* pour les harmoniques éliminés sélectivement. Ce résultat est pratiquement le même que celui de l'algorithme de Patel et Hoft.

D'autre part, on a vu que le taux d'harmoniques est fonction de la fréquence et du nombre  $(m-1)$  d'harmoniques éliminés. Avec  $m$  constant, le taux d'harmoniques augmente lorsque la fréquence diminue. Par conséquent il faut varier l'indice  $m$  en fonction de la fréquence. Pour maintenir le taux d'harmoniques *constant et minimal*, dans toute la gamme de fréquences, il fallait définir une *nouvelle stratégie de commande* pour le choix de l'indice  $m$  en fonction de la fréquence.

Le nouvel algorithme 'on-line', utilisé en commun avec la stratégie de commande, permet de réaliser une commande de vitesse en temps réel d'un moteur asynchrone triphasé avec un taux de pulsations de couple, donc un taux d'harmoniques, *minimal et constant* dans toute la gamme de vitesses, des faibles vitesses à la vitesse nominale.

Ceci a pour conséquences une *réduction importante* des *pulsations de couple aux faibles vitesses* et de *l'échauffement du moteur*.

D'autre part, l'implémentation du nouvel algorithme sur un kit à microprocesseur 8 bits, pour calculer les valeurs des angles de commutation pour  $m$  égal à 15, permet d'envisager une application industrielle simple et de faible coût.

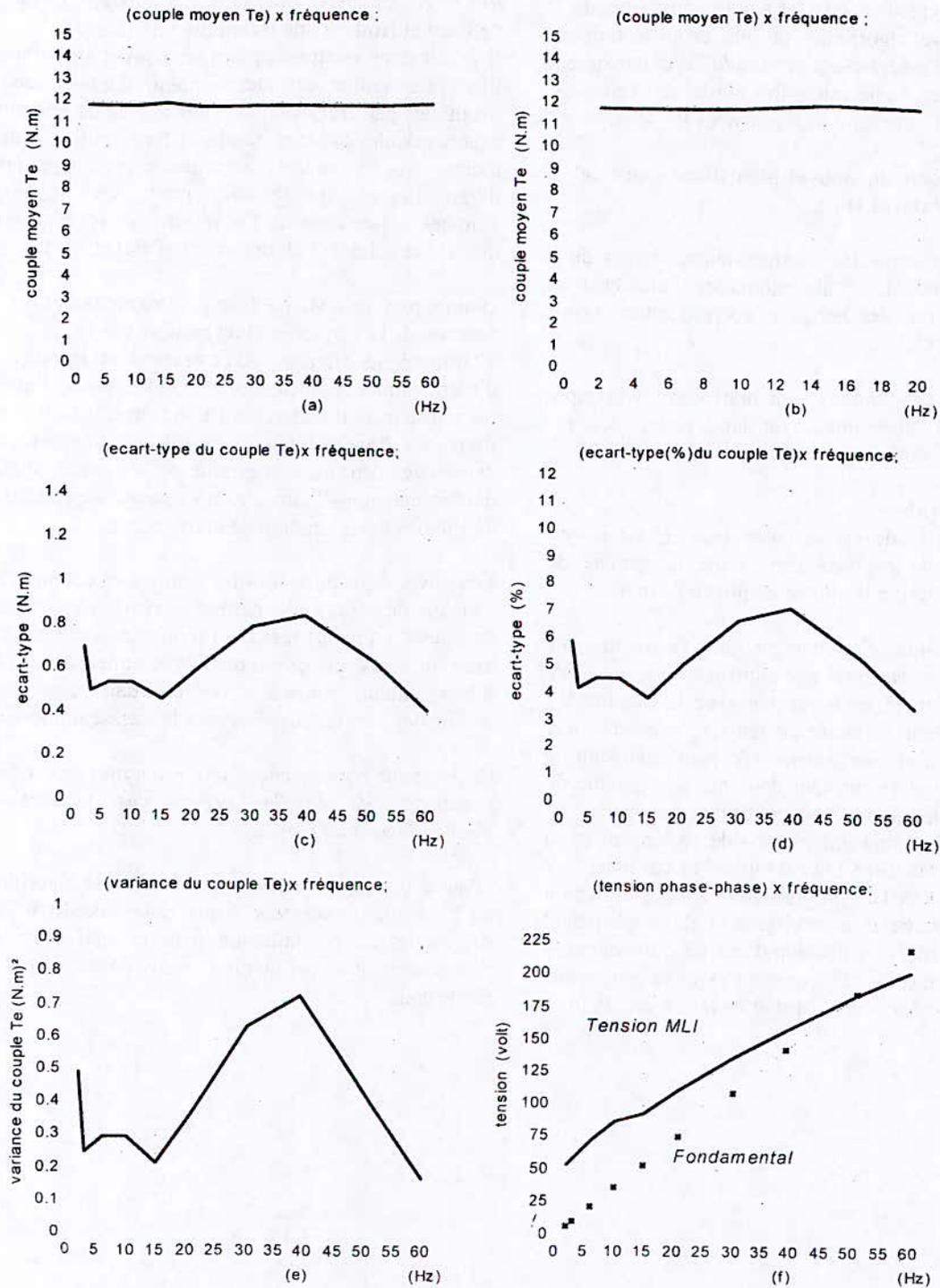


Figure 5.5 Graphes représentant le couple électromagnétique moyen  $T_e$ , l'écart-type du couple  $T_e$  de sa valeur moyenne et la tension MLI phase-phase en fonction de la fréquence, avec le rapport  $V/f$  constant dans l'intervalle des fréquences supérieures à 15 Hz, ensuite modifié aux fréquences inférieures à 15 Hz..

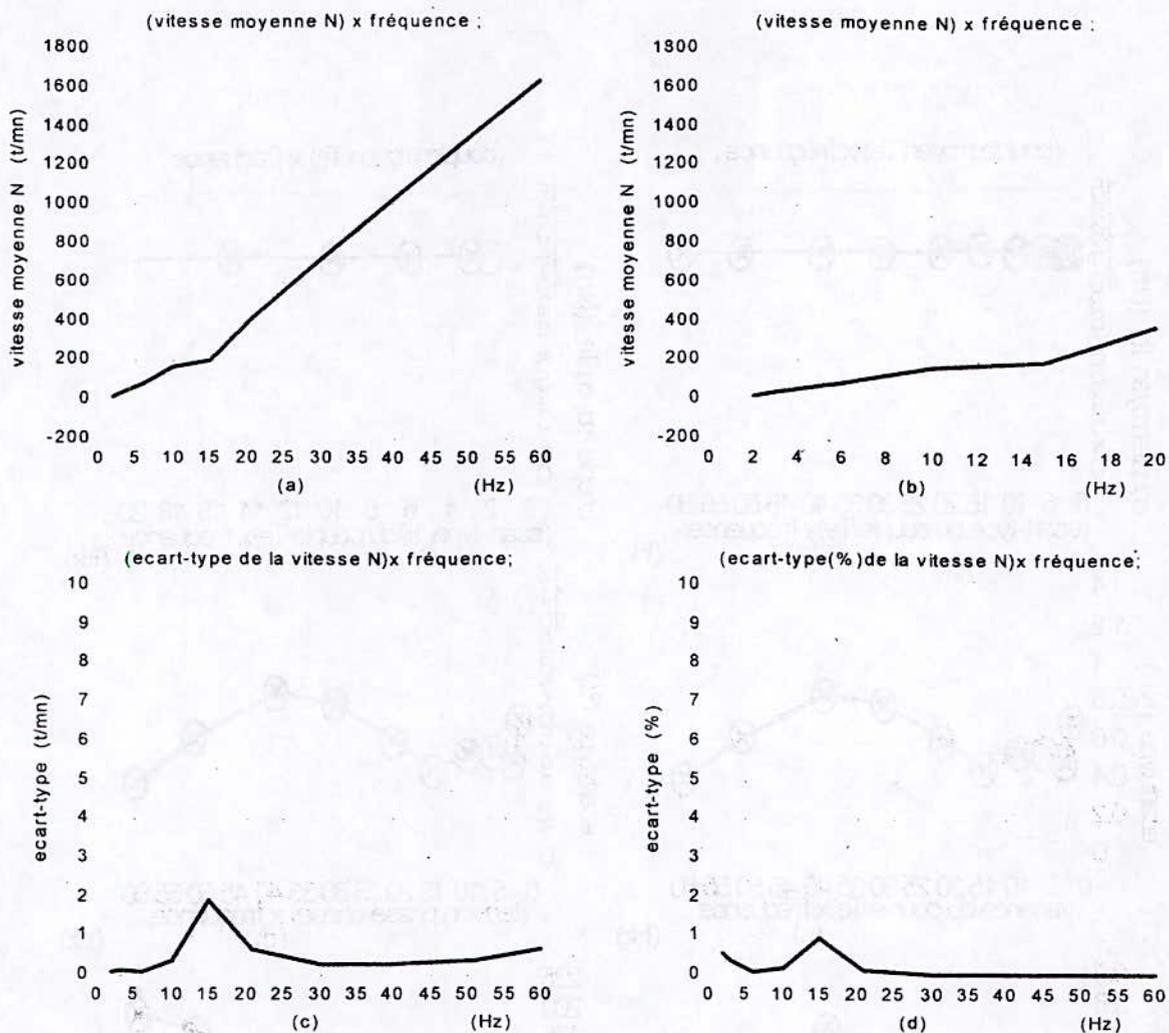


Figure5.6 Les graphes (a) et (b) représentent la vitesse moyenne N en fonction de la fréquence f avec le rapport V/f constant, entre 15 et 60 Hz, puis modifié pour les fréquences inférieures à 15 Hz. Les graphes (c) et (d) représentent l'écart-type de la vitesse N (t/mn et %) par rapport à la valeur moyenne de N.

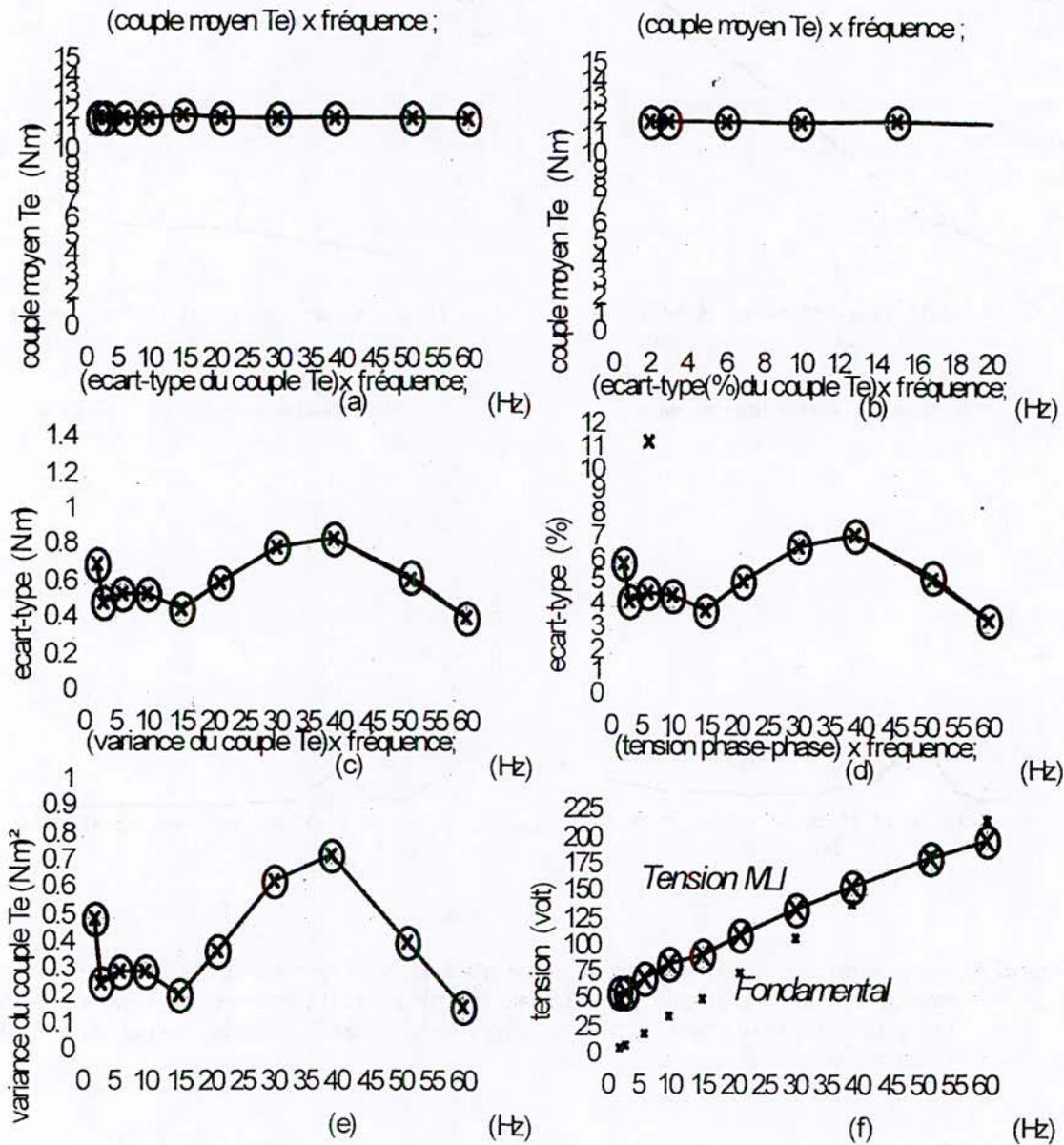


Figure 5.7 Comparaison des graphes obtenus par l'algorithme de Patel et Hoft (courbes marquées par de petits cercles) à ceux obtenus par le nouvel algorithme 'on-line' (courbes marquées par des x).

Les courbes (a) et (b) comparent le couple moyen  $T_e$ , (c) et (d) comparent l'écart-type, (e) et (f) comparent la variance et la tension MLI phase-phase des deux algorithmes en fonction de la fréquence

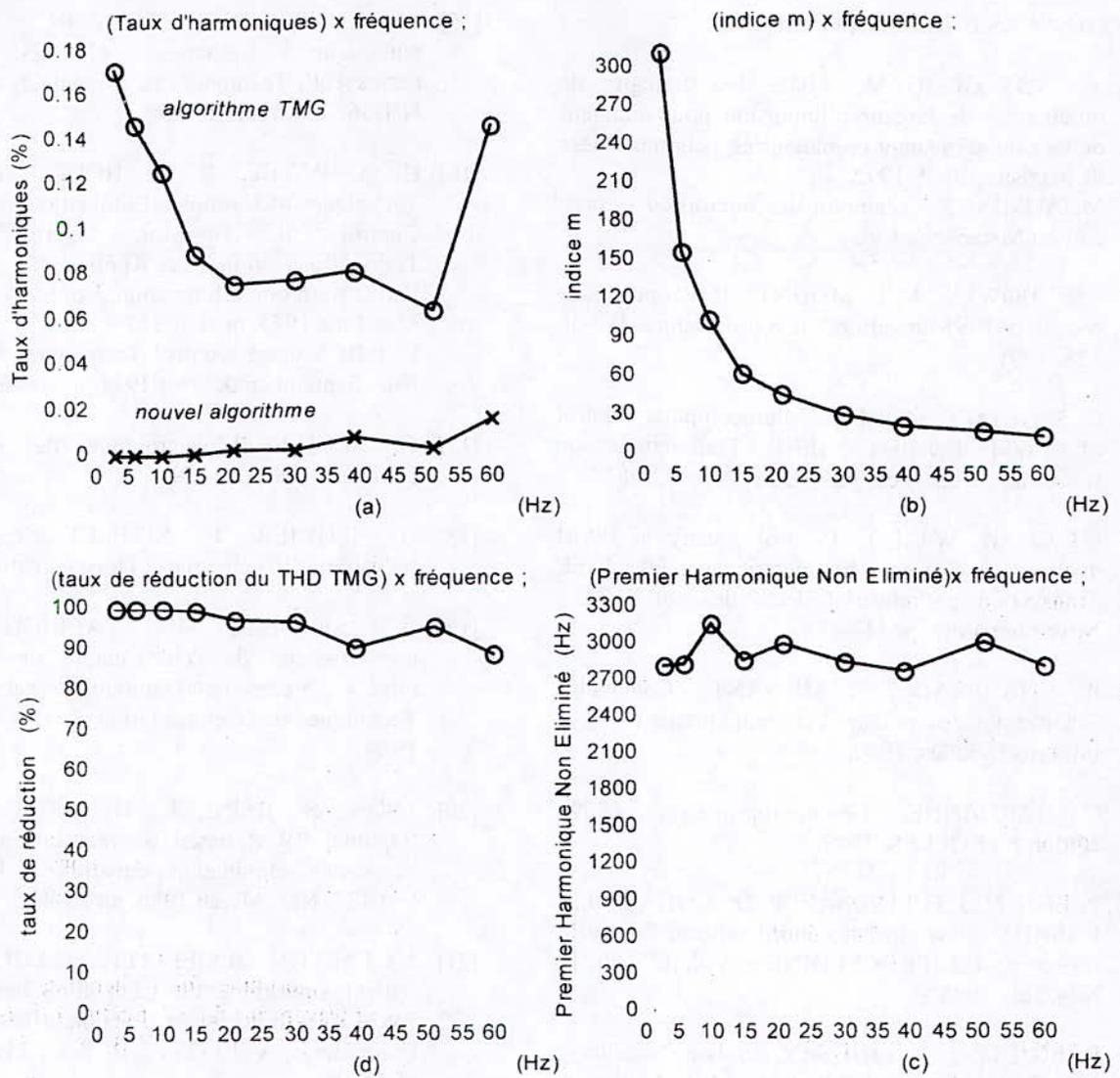


Figure 5.8 Le graphe (a) compare les taux d'harmoniques de l'algorithme 'on-line' TMG et du nouvel algorithme 'on-line' proposé. Le graphe (d) représente le taux de réduction du taux d'harmoniques apporté par le nouvel algorithme 'on-line' par rapport à l'algorithme 'on-line' TMG. Les graphes (b) et (c) représentent l'indice m et le premier harmonique non éliminé en fonction de la fréquence.

**ANNEXE A**

Coefficients A0, A1 et p des équations du nouvel algorithme 'on-line' pour m égal à 15.

m	k	emax	emoy	A0	A1	p
15	1	1.050246	.028804	.504586	.184732	6
15	2	.132181	.006236	.729646	.235076	5
15	3	.087174	.006175	.451390	.339340	4
15	4	.072161	.007868	1.286813	.425828	5
15	5	.068562	.008645	.373980	.515139	4
15	6	.071209	.010307	1.765688	.554886	5
15	7	.058992	.012305	.251502	.567891	5
15	8	.115872	.013676	2.191728	.619504	5
15	9	.103727	.014157	.240137	.634260	5
15	10	.118710	.014543	2.519086	.540606	6
15	11	.106771	.015764	.233507	.562521	6
15	12	.112990	.012546	2.817467	.376615	7
15	13	.101473	.014266	.305951	.407656	7
15	14	7.456597	.263057	3.086389	-.440257	13
15	15	7.464423	.264940	.467290	-.382519	14

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] Y. AIT GOUGAM, 'Etude des stratégies de modulation de largeur d'impulsion pour onduleur de tension alimentant un moteur asynchrone', thèse de magister, ENP, 1992.
- [2] M. AUMIAUX, 'L'emploi des microprocesseurs', édition MASSON. 1982.
- [3] S.R. BOWES, M.J. MOUNT, 'Microprocessor control of PWM inverters', IEE proceedings B, vol. 128, 1981.
- [4] G. S. BUJA, P. FIORINI, 'Microcomputer Control of PWM Inverters', IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. IE-29, August 1982.
- [5] C.C.CHAN, W.C.LO, 'Control strategy of PWM inverter drive system for electric vehicles', IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol .IE-34, November 1987, pp447-456.
- [6] R. CHAUPRADE, F. MILSANT, 'Commande électronique des moteurs à courant alternatif', Editions Eyrolles, 1980.
- [7] C. DARDANNE, 'Le microprocesseur 6809', édition EYROLLES, 1987.
- [8] P. ENJETI, J. F. LINDSAY, P. D. ZIOGAS, M.H. RASHID, 'New current control scheme for PWM inverters', IEE PROCEEDINGS, Vol. 135, Pt. B, No4, July 1988.
- [9] P. ENJETI, J. F. LINDSAY, 'Solving Nonlinear Equations of Harmonic Elimination PWM in Power Control', Electronics Letters, 4<sup>th</sup> June, 1987, Vol. 23, No 12.
- [10] P.N. ENJETI, P.DZIOGAS, J.F.LINDSAY, 'Programmed PWM Techniques to Eliminate Harmonics: A Critical Evaluation', IEEE Transactions on industry applications. Vol. 26, N° 2, March/April 1990.
- [11] H. FOCH, F. FOREST, T. MEYNARD, 'Onduleurs de tension. Structures. Principes. Applications', Techniques de l'ingénieur. vol. D31, N° D3176. novembre 1998.
- [12] A.GOURDIN, M.BOUMAH RAT, 'Méthodes Numériques Appliquées', OPU, Seconde édition , 1991.
- [13] D. A. GRANT, R. SEIDNER, 'Ratio changing in pulse-width-modulated Inverters', IEE PROC., Vol. 128, Pt. B, No 5, September 1981.
- [14] S. P. JACKSON, 'Multiple pulse modulation in static inverters reduces selected output harmonics and provides smooth adjustment of fundamentals', IEEE TRANSACTIONS ON INDUSTRY AND GENERAL APPLICATIONS, Vol. IGA-6, No 4, July/August 1970.
- [15] J.P. LOUIS, C. BERGMANN, 'Commande numérique. Systèmes triphasés: régime permanent', Techniques de l'ingénieur, vol. D3III, N°D3642, novembre 1996.
- [16] H. S. PATEL, R. G. HOFT, 'Generalised Techniques of Harmonic Elimination and Voltage Control in Thyristor Inverters', IEEE Transactions on Industry Application, Part I: Harmonic Elimination, Vol.IA-9, No3, May/June 1973, pp 310-317  
Part II: Voltage Control Techniques, Vol.IA-10, No5, September/October 1974 pp 666-673.
- [17] G. SEGUIER, 'L'électronique de puissance', éditions DUNOD, 1989.
- [18] G. SEGUIER, F. NITELET, 'Electronique Industrielle', Technique et Documentation. 1977.
- [19] G. SEGUIER, F. LABRIQUE, 'Les convertisseurs de l'électronique de puissance, tome 4: La conversion continu-alternatif', Edition Technique et Documentation (LAVOISIER), 1989.
- [20] J.SUN, S. BEINEKE, H. GROSTOLLEN, 'Optimal PWM based on real-time solution of harmonics elimination equations', IEE Proc. Vol.133, N°2, March 1986, pp 85-94.
- [21] J.A.TAUFIQ, B.MELLITT, C.J.GOODMAN, 'Novel algorithm for Generating near optimal PWM waveforms for AC traction drives', IEE Proceedings, Vol.133, PT.B, No2, March 1986, pp 85-94.
- [22] TURNBULL F. G., 'Selected Harmonic Reduction in Static DC-AC Inverters', July 1964.
- [23] M. KHIDER, 'Commande de vitesse en temps réel d'un moteur asynchrone triphasé', Thèse de Magister, ENP, Mai 2002

## Thèses de Magister

*En électronique*

- 1-Benali Fouad** 06/06 DT:A.Zerguerras  
Etude à l'aspect photonique des radars modernes : Réseau phasés à balayage électronique.
- 2-Chemsa Ali** 08/06 DT:R.Aksas et A.Belouchrani  
Dimensionnement d'un réseau phasé rectangulaire à grande directivité et à niveau de lobes secondaires réduit.
- 3-Lassouaoui Nadia** 27/06 DT:Mme L.Hamami  
Segmentation des images biomédicales par des approches fractales.
- 4-Mokraoui Amine** 08/06 DT: R.Aksas  
Etude du champ rayonné par les Antennes LTSA
- 5-Aouada Said** 09/11 DT:A. Belouchrani  
Exploitation de la diversité spatiale et fréquentielle pour l'estimation des paramètres de propagation dans les systèmes de communications à multiplexe.
- 6- Bencheikh Moh. Laid** 29/06 DT : A.Belouchrani  
Détection Radar dans le domaine Temps – Fréquence : Exploitation de la représentation réallouée

*En électrotechnique*

- 1-Boukezzi Larbi** 15/02 DT: A.Boubakeur  
Influence du vieillissement thermique sur les propriétés électriques et mécaniques du polyéthylène réticulé chimiquement utilisé dans l'isolation des câbles moyenne tension -Essais sur éprouvettes-
- 2-Brouri Hocine** 02/07 DT: A. Boubakeur  
Détermination des zones d'attraction d'un paratonnerre horizontal dans le cas d'une terre discontinue.
- 3-Khiat Mustapha** 04/06 DT: H.Chekireb  
Etude de structures de commande non linéaire de la machine asynchrone alimentée en tension
- 4-Lourci Nabil** 27/09 DT: E.M Berkouk  
Contribution à l'étude et à la commande d'un onduleur triphasé à cinq niveaux à diodes flottantes . Application à la Conduite d'une machine asynchrone triphasée
- 5-Sebaa Karim** 20/06 DT: A.Hellal  
Evaluation de l'impédance harmonique d'un réseau électrique
- 6-Boulaam Karima** 25/09 DT: E.M.Berkouk  
Analyse et commande de la cascade redresseur triphasé à trois niveaux à MLI – Application à la conduite d'une MSAP.

*En automatique*

- 1-M.S.Nedjari** 14/03 DT:N.Louam  
Etude comparative des techniques optimales LQG et H : Application à la commande des systèmes à suspension active.
- 2-Madani Tarek** 02/07 DT:F.Boudjema et D.Boukhetala  
Différentes approches de commandes décentralisées à structure variable appliquées en robotique.
- 3-Abdelhamid Mezhoud.** 16/12 DT: M.Tadjine  
Détection et localisation de pannes dans les systèmes de commande : Approche par observateurs de Luenberger
- 4-Ben bouchama Cherrad** 16/11 DT:C.Larbes et N.Louam  
Commande Neuro-linguistique de la suspension active d'un véhicule roulant
- 5-Mustapha Djebiri** 02/07 DT: S.Boucherit  
Développement de commandes à variance minimale et à réseaux de Neurone : Application en dynamique des structures.

## Thesauria 2001

### 1-Thèses de Doctorat d'Etat *En électronique*

1-Souar zegai 13/05 DT : Haddadi et A.Martinez  
Méthodologie de conception et de réalisation d'un mélangeur Heterodyne à diode Métal -isolant- Métal

2-Mme Touhami Mehdi Rachida 01/07 DT:Yagoub.M.Chems Eddine et Baudrant Henri  
Physique et Technologie des nouveaux composants électriques III-V : Elaboration de modèles

### *En Automatique*

1-Lakhdar Guenfaf 25/06 DT :F. Boudjema et M.S.Boucherit  
Sur l'application de l'automatique et des réseaux de neurones en dynamique de structure.

### *En Génie Electrique*

1-Said Mekhtoub 03/07 DT : M.Ivanes  
Machine asynchrone en régime saturé

### 2-Theses de Magister

#### *En électronique*

1-Nabil Behloul 07/01 DT: M.Trabelsi  
Analyse et conception des coupleurs et diviseurs de puissance Micro-Ondes.

2-Boudaib Ahmed 03/04 DT: A.Zerguerras  
Application des champs aléatoires de Marcov à la segmentation des images radar de type Sar.

3-Maali Abdelmadjid 18/04 DT:R.Berkani et A.Belouchrani  
Les turbo codes et décodage interatif.

4-Si moussa Mehdi 04/07 DT:M.Trabelsi  
Conception d'un amplificateur distribue en technologie Monolitique.

5-Cherbi (Epouse Bazi) Lynda 21/10 DT:M.Mehenni  
Conception et réalisation d'un banc de tests automatisé utilisant un capteur angulaire à fibre optique, application à la réduction fonctionnelle.

6-Yamine Sellami 24/06 DT: A.Ouguini et C.Larbes  
Contribution à la modélisation floue des systèmes - Application à la commande d'un moteur Asynchrone.

7-Adda Fatma 06/05 DT:M.Allek et C.Larbes  
Application de la commande floue au contrôle d'un réacteur Nucléaire de recherche.

8-Challal Mouloud 13/12 DT:M.Trabelsi et R.Aksas  
Etude et conception d'une Antenne Active.

9-Mme Chahrazed Fiala 09/12 DT:L.Saadaoui et B.Derras  
Réseaux de Neurones Récursifs Appliqués à la classification, au décodage et à la détection.

10-Belaifa Salah Salim 10/02 DT:M.Mehenni  
Performances des techniques séquentielle et systolique d'Implémentation Hardware des réseaux de neurones

11-Adrouche Djamel 03/07 DT: Saadoun  
Conception d'un cryptoprocresseur à base de l'algorithme D.E.S

### ***En électrotechnique***

**1-Belazouz Messaoud**                      **30/06**                      **DT: A Hellal**  
Répartition optimale des sources de puissance réactive dans un réseaux électrique.

**2-Ailam El Hadj**                              **21/11**                      **DT :A.Mekhaldi**  
utilisation des réseaux de Neurons artificiels dans le domaine de la pollution des isolateurs

### ***En automatique***

**1-Melahi Ahmed**                              **24/02**                      **DT:D.Boukhetala**  
Commande décentralisée par logique floue des processus complexes : Application aux Réseaux électriques.

**2-Hadj miloud Mohamed Fethi**    **26/05**                      **DT:F.Boudjema et D.Boukhetala**  
Commandes par Bakstepping avec observateur de la machine synchrone à aimants permanents.

**3-Boukhenfer Moussa**                      **03/06**                      **DT: S.Boucherit**  
Application de commande Robuste H à un machine alimentée par un onduleur Multi-niveau.

**4-Boulkrachef Saleh**                      **17/06**                      **DT:E.M.Berkouk**  
Analyse et commande d'un onduleur à cinq niveaux structure N.P.C. Application à la machine Asynchrone Commandée par logique floue.

**5-Siaci Radouane**                              **27/06**                      **DT :Berkouk etM.Tadjine.**  
Etude et commande d'une structure minimale de conversion direct Alternative-Alternative.

**6-M.Kadri Elyes**                              **11/12**                      **DT : M.S.Boucherit et A.Rezig**  
Simulation et implémentation pratique de commandes Floues et à modes glissants appliquées à la machine synchrone à aimants permanents.

## **Abonnements - diffusion**

Dans le cadre de la diffusion de ses résultats de recherche, l'E.N.P produit depuis 1986, une revue scientifique intitulée « Algerian Journal Of Technology » (AJOT).

Plusieurs formules d'abonnement à cette revue sont disponibles :

- 1- **Abonnement Annuel** (2 numéros d'une série – Frais d'envoi inclus-)  
Algérie : 1000 DA.  
Etranger : 40 Euro.
- 2- **Collection Complète** de la revue depuis 1986 (Volume 1 à 14 des trois séries) (Voir Appel aux sponsors)  
Compte tenu des disponibilités  
Algérie : 10.000 DA.  
Etranger : 400 Euro.
- 3- **Abonnement de soutien** à la revue avec des commandes en 3 exemplaires ou plus.
- 4- **Echanges** avec d'autres établissements et centres de recherche conformément à la circulaire N° 17/50 du 13/05/1998 du secrétaire Général du Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique.

Pour vous abonner à l'AJOT , il vous suffit de remplir le bon de commande ci-joint accompagné d'un chèque libellé.

- Au nom de la société Algérienne de Technologie (SAT) société savante à but non lucratif (Agrément N° 38 du 14 juin 1995 ( MICREA ) conformément à la loi 90/91).  
**Compte BADR** : Hacem Badi 635.200.000.586/78

Adresser vos commandes à Monsieur – C - Larbes – Responsable de la diffusion et des abonnements, en précisant la nature de celle –ci (Abonnement annuel, de soutien, d'échange etc...) accompagnée des modalités de règlement correspondantes ainsi que l'adresse à laquelle doit se faire l'envoi.

e-mail : Enp\_ajot@yahoo.fr

---

Je désire souscrire un abonnement annuel à l'Algerian Journal Of Technology

NOM : .....  
ADRESSE : .....  
.....

Formule d'abonnement retenue\* :  A  S  C  E

Signature

\*- Rayer la mention inutile

A Annuel       S Soutien       C Collection complète       E Echange

## **APPEL AUX SPONSORS**

La revue AJOT existe depuis 1986, avec l'ambition de la sortie d'un volume par an, à raison d'un numéro par semestre. Les différentes filières technologiques sont regroupées sous trois série en l'occurrence :

Série A : Pour la Mécanique et couvre le Génie Civil, la Mécanique, l'Energétique, l'Hydraulique, les Mines, le Génie des Matériaux, ...

Série B : Pour l'Electronique, l'Automatique, le Génie Electrique, l'Informatique,...

Série C : Pour le Génie Chimique, le Génie de l'environnement, le Génie industriel, le génie des Procédés,...

Afin de pouvoir améliorer la qualité de la revue AJOT dans sa présentation, dans son contenu et dans sa diffusion la plus large possible, d'autres ressources de financement que la ligne budgétaire accordée à l'ENP à cette effet lui sont nécessaires.

Pour cette raison, la revue AJOT fait appel aux sponsors éventuels intéressés. Le sponsoring peut se faire soit directement par des dons (50 000.00 DA minimum) soit par abonnement de 50 exemplaires d'un numéro au minimum.

Les sponsors, s'ils le demandent, leur sigle commerciale figurera en bonne place dans la revue.

Pour Avoir d'autres informations, ou explications à ce sujet, contacter le responsable de la publicité et du sponsoring de la revue M.M. Bouabdallah, qui se chargera de les fournir avec plaisir, à l'adresse ci-dessous :

Ecole Nationale Polytechnique  
B.P. N°.182, Hassan Badi El - Harrach, 16200, Alger, Algérie  
Tel : 52 53 01/03 ou 52 14 94 Post 252-251  
Fax : (213)(0) 21 52 29 73  
e-mail : mbouabdallah@hotmail.com



## RECOMMENDATION TO AUTHORS

The Algerian journal of technology (AJOT) magazine publishes original articles of researches fitting scientific and technologic dimension. Theory, design, applications and development are greatly taken in to account by type subjects dealt with by the issues A, B, and C for the contribution, they appear as following :

1. By articles presenting a meaningful and significant supply in research, development in application of concepts. (Less than 20 pages)
2. By technical notes and short correspondences commenting or correcting type earlier published articles (Not more than 10 pages)
3. By syntheses or monographs (Less than 20 pages)
4. By reports of conferences colloquy, symposium and seminars, gathered in a special issue of The AJOT.

The submission of the manuscript means that it has already been protected by a copyright, and not published, or submitted or accepted for publication elsewhere. The manuscript must be written preferably in English. The AJOT does not accept the manuscripts written in Arabic or French unless they exceed 50% of their global content as competition regarded.

The whole manuscripts must be concise at great extent. The editor has the right to refuse the articles which exceed the needed number of pages. In case of acceptance the overstepping will be invoiced on the authors.

### A. SUBMISSION PROCEDURE OF MANUSCRIPT

1. All manuscripts should be submitted in 5 complete copies, one of item must be original. This is to facilitate the work for the reading committee.
2. The authors whom their articles are accepted, if not done before, have to give a short biography (Less than 100 words) and two photographs of passport.
3. The manuscripts will be transmitted within 2 copies of the application for publication letter.

The address must be shown on the latter and if possible the phone-number and / or telex / fax, etc. . The director is to be informed about any change or alteration in due time.

### B. COPYRIGHT

By its rule of procedure, the AJOT adjudges 50% of its authors' rights to compensate the supply of editors. So the application letter must include the signed convention Of authors' on this procedure.

### C. PRESENTATION OF THE MANUSCRIPT

1. The manuscripts must be typewriter in double columns, on white paper of A4 (21.29.1 cm) and on one side only, with a 1.5 cm margin on both side. The magazine is off-printed recto-verso. The characters font are times-roman. The title in 14 pts, the authors names and address in 12 pts and the text in 10 pts.
2. What should be written in the first page
  - The title of the article (without symbols) well condensed.
  - Authors names (in limited number, avoid articles of more than three authors) which should be proceeded by their names initials. A slash must mark the name of the authors who will be communicated of any correspondence related to the article.
  - The names and addresses of concerned laboratories.
  - The key words according to norms admitted by the information bank.
  - The summaries in three languages : Arabic, English, and French, in this order – 300 words in maximum for the original articles or synthesis 75 words for technical notes and correspondences. These summaries should not contain equations, references, or notes of acknowledgements.
  - The articles which are exclusively written in English should contain abstracts in Arabic and French.
3. An introduction that indicate the state of the subject and the contribution of the article will be supplied.
4. Indicate, eventually, the advantages, limitations and possible applications at the conclusions.
5. The references should be numbered between brackets [ ]. They must, also, be placed at the end of the article. The references should precise in order the following :
  - The names of all the authors preceded by their last names initials.
  - The title at the article.
  - The abbreviation of the magazine's title. It is a book give the editor's name.
  - The numbers of inclusive pages (or Chapter) after the volume indication, the month and the year.
6. The equations must be numbered in the text in Arabic numbers (between parentheses). Avoid using simultaneous indexes.
7. The references in the text should appear numbered, put between brackets and placed after the name of one or two authors.
8. The list of references should be printed in double spaces at the of text, in the order they given in the text.
9. The nomenclature and the abbreviations must be represented in a glossary at the end of a text and after the list of references.
10. The International System (I.S) has to be used even if a particular practice needs the use of an other system of units. The equivalence in the International System must appear in brackets.
11. The impression of the black colour must be well contrasted (laser impression for example). Avoid computer printers that gives a difficult impression to reproduce.
12. The chosen characters of Times New Roman type must be neither too narrow nor too spindly. The letters and signs must have at least 2 mm of height. Avoid too much bold characters and symbols.
13. As for the titles of paragraphs, use capital letters or bold characters, but not underlined, the titles of alineas must be underlined.
14. All the titles of paragraphs or alineas start too the left margin of the page.
15. The width of columns must be 85 mm. The spacing between columns must be 5 mm. The text should be written in Times New Roman 10 pts. The space between the lines must be 4 mm.

### D. CURVES, TABLES AND PHOTOS

1. The authors are asked to submit professional illustration of high quality. The AJOT has not the means to do it.
2. The original drawings should be done with black Chinese ink on white tracing paper. The figures scale must be 7 x 7 cm. It is not possible to insert the figures, tables and photos in the columns. The needed size is limited to 13 x 21 cm. The printing on photograph paper of the illustrations is also possible.
3. The whole subscriptions must be large enough to be legible after the printing.
4. The figures should not be overloaded by legends and text. Give only what is necessary.
5. The figures and tables (charts) must be presented in the text in the desired positions.
6. The numbering of figures and photographs is the same. The tables are numbered apart.
7. All figures and tables must have a title. Their numbering should be dealt with in the increasing order.

### E. PRINTING ASIDE

Whenever possible, 30 copies without covers would be printed and given to the authors. In this case the corresponding costs will be paid off immediately after the acceptance of the manuscript according to the estimate of the printer.

### F. MAILING OF ARTICLES

The articles and manuscripts comports to the above recommendation (notes) should be sent to :

Mr. le Directeur de la rédaction de la revue AJOT  
Ecole Nationale Polytechnique  
B.P. No. 182, Hassan Badi El-Harrach, 16200 Alger, Algérie  
Tel : 52 53 01/03 ou 52 14 94 Poste : 252  
Télex : 64.147 ENP/DZ  
FAX : (213) 21.52.29.73.  
e-mail: enp\_ajot@yahoo.fr

**CONTENTS/ SOMMAIRE**

<b>Avant propos</b>		1
<b>Antennes, Amplification, Matériaux électroniques</b>		
1	<b>M.Challal, M.Trabelsi et R. Aksas</b> « Conception d’une antenne active en technologie Microruban ».	3
2	<b>A. Mokraoui et R. Aksas</b> « Rayonnement des antennes LTSA ».	17
3	<b>M. Si Moussa, M.Trabelsi et R. Aksas</b> « Amplificateur distribué avec circuits de compensation ».	25
4	<b>T. Berbar, M.Si Moussa et A.Zerguerras</b> « Analyse et modélisation de la permittivité statique de la ligne Microruban suspendue».	34
5	<b>R. Kechroud, R. Ibtouen, O. Touhami</b> « Modélisation des machines électriques par la méthode des éléments finis associée aux multiplicateurs de Lagrange.	47
6	<b>R. Touhami, MCE Yagoub et S.Ravelet</b> « Structures Schottky or – Oxyde Natif – Phosphure d’Indium. »	59
<b>Mesures, Automatique, Commande</b>		
7	<b>L. Cherbi et M. Mehenni</b> « Conception et réalisation d’un banc de tests automatisé utilisant un capteur angulaire à figure optique ».	67
8	<b>H. Haddadi</b> « Solongle, un programme détermination d’angle d’orientation optimale».	76
9	<b>Taha Chettibi.</b> « Research of optimal free motions of manipulators robots by non-linear optimisation”	81
10	<b>Z. Souar et M.Haddadi</b> « Fuzzy logic enhanced speed control of induction machine drive ».	88
11	<b>M. Khider et C.Larbes</b> «Commande de Vitesse en temps Réel d’un Moteur Asynchrone Triphasée.	95
<b>Thésauria 2000/2001</b>		115